

평활 계절성 검정

이궁희¹

¹한국방송통신대학교 정보통계학과

(2010년 10월 접수, 2010년 12월 채택)

요약

시계열에는 1년 주기의 계절변동이 포함되어 있다. 시계열의 기초적 움직임을 살펴보기 위해서는 시계열에서 계절변동을 제거하는 계절조정이 필요하다. 계절조정 프로그램 X-12-ARIMA에서는 F 검정과 Kruskal-Wallis검정으로 시계열에 존재하는 계절변동(계절성)을 식별하고, 스펙트럼 그래프로 계절조정후 불규칙변동에 계절변동이 남아 있는 지 점검한다. 본 연구에서는 평활 검정을 계절성 검정에 적용한 평활 계절성 검정을 제안하고, 그 특성을 모의실험과 실제 시계열에 대한 계절성 검정을 통해 살펴보았다. 모의실험 결과를 보면 평활 계절성 검정이 X-12-ARIMA의 스펙트럼 분석을 계량화하고, 계절성 검정인 F 검정과 Kruskal-Wallis검정을 보완할 수 있을 것으로 판단된다.

주요어: 계절조정, X-12-ARIMA, D8 F 검정, Kruskal-Wallis검정, 스펙트럼, 평활 검정.

1. 서론

시계열은 그 변동주기에 따라 추세변동, 순환변동, 계절변동, 불규칙변동으로 구성된다고 가정한다. 여기서 계절변동은 1년 주기로 반복되는 계절의 변화 및 각종 관습에 의해 생성되는 변동이다. 시계열에서 계절변동을 적절히 제거하지 않을 경우 시계열의 기초적인 실제 흐름을 파악하기 어렵다. 시계열을 분석할 때 주요 관심사는 현재 지표가 전기(월)보다 나아지고 있는지 또는 나빠지고 있는 지인데 계절변동은 이 분석에 교란요인으로 작용하고 있다. 따라서 시계열 내에 존재하는 1년 주기의 계절변동을 통계적으로 추출하여 원래의 시계열로부터 제거하는 계절조정이 필요하다. 계절조정방법으로는 X-11, X-11 ARIMA, X-12-ARIMA, TRAMO-SEATS 등이 있다 (이궁희, 1998).

시계열을 계절조정할 때 계절조정이 필요한 지 여부를 판단하기 위해 시계열에 안정적인 계절변동(계절성)이 있는지 점검한다. 또한 시계열을 계절조정 후 불규칙변동에 계절변동이 남아있는 지 점검하게 된다. 여기서 안정적인 계절성이란 연도가 바뀌어도 연도별 계절성이 크게 바뀌지 않음을 의미한다. X-12-ARIMA에서는 초기에 시계열의 안정적 계절성을 식별하는 데 F 검정과 Kruskal-Wallis 검정을 이용하고 있다. 또한 이상치를 제거한 원계열의 차분계열 및 계절조정계열의 차분계열과 이상치를 제거한 불규칙변동에 대한 스펙트럼(spectrum)을 구해서 시계열에 계절성이 존재하고 계절조정계열에 계절성이 적절히 제거되었는지 살펴보고 있다 (U.S. Bureau of the Census, 2009).

한편 푸리에 계열(Fourier series)을 바탕으로 하는 평활 검정(smooth test)은 다양한 대립가설을 검정하는데 유용하다고 알려져 있다. 특히 데이터 기반 평활 검정(data driven smooth test)은 광범위한

이 논문은 2009학년도 한국방송통신대학교 국외연수비 지원을 받아 작성된 것임.

¹(110-791) 서울특별시 종로구 동숭동 169, 한국방송통신대학교 정보통계학과, 부교수.

E-mail: geunghee@knou.ac.kr

표 2.1. 분석 대상 시계열

시계열명	분석기간
수출(Export)	1990.1 ~ 2010.8
건설기성액(Cons)	1997.7 ~ 2010.8
에너지 소비량(Energy)	1994.1 ~ 2010.6
서비스업 생산지수(Service)	2000.1 ~ 2010.8
농산물 소비자물가지수(Agri CPI)	1985.1 ~ 2010.10
M1	1975.1 ~ 2010.8
M2	1986.1 ~ 2010.8
제조업 생산지수(Man IPI)	1975.1 ~ 2010.8
제조업 출하지수(Man ICI)	1975.1 ~ 2010.8
제조업 재고지수(Man III)	1975.1 ~ 2010.8

대입가설에 유효한 검정을 할 수 있다 (Hart, 1997). 본 연구에서는 여러 가지 평활검정을 계절성 검정에 적용한 평활 계절성 검정을 개발하였다. 평활 계절성 검정은 X-12-ARIMA에서 진행되고 있는 스펙트럼 분석을 이용한 점검을 보다 객관화시킬 뿐만 아니라 X-12-ARIMA의 계절성 관련 F 검정과 Kruskal-Wallis검정을 보완할 수 있을 것으로 생각된다.

본 연구에서 다루어질 주요 연구 범위와 방법은 다음과 같다. 제 2절에서 우리나라 주요 시계열의 계절성의 특성을 정리하면서 그래프로 어떻게 계절성을 점검하는지 살펴본다. 제 3절에서 X-12-ARIMA와 같은 계절조정프로그램에서 이용되고 있는 계절성 식별 검정에 대해 정리한다. 제 4절에서 평활 검정에 대한 기존의 연구결과를 정리하고, 제 5절에서 평활검정을 계절성 검정에 적용한 평활 계절성 검정을 정리한다. 제 6절에서 평활 계절성 검정을 기존의 계절성 관련 F 검정과 Kruskal-Wallis검정과 모의실험을 통해 비교한다. 제 7절에서 연구결과를 정리하고 향후 연구과제를 정리한다.

2. 우리나라 경제시계열의 계절성

시계열의 계절성 검정의 가장 손쉬운 방법은 그래프를 이용하는 것이다. 계절성을 파악할 수 있는 그래프로는 시계열을 월별 또는 분기별 정리한 후 평균을 중심으로 정리한 그래프와 스펙트럼 그래프가 있다. 스펙트럼(spectrum) 그래프는 시계열의 스펙트럼을 구한 후 이를 빈도수(frequency)를 x 축 스펙트럼을 y 축으로 두고 그린 그래프이다. 계절변동이 있는 시계열에 대해 스펙트럼 그래프를 구해보면 계절 빈도수에서 큰 값을 보인다. 월 시계열의 경우 계절변동과 관련된 빈도수(seasonal frequency, 계절 빈도수인 1~6은 각각 1년, 6개월, 4개월, 3개월, 2.5개월, 2개월의 주기 변동에 대응된다)는 1년, 6개월, 4개월, 3개월, 2.5개월, 2개월의 주기 변동과 관련된 빈도수이다.

본 연구에서는 표 2.1과 같은 10개의 월별 경제시계열을 분석 대상으로 하여 2종류의 그래프를 작성하였다(분석기간은 통계청 또는 한국은행 데이터베이스(www.kosis.kr, ecos.bok.or.kr)에서 입수할 수 있는 기간으로 정했다). 그림 2.1은 10개의 월별 시계열을 월별로 정리하여 월별 평균(직선)을 중심으로 정리한 것이다. 이를 보면 시계열에 월별 평균간 차이가 존재하는 것으로 나타났는데, 이와 같은 월별 평균의 차이는 시계열에 존재하는 계절성에 기인한다. 그림 2.2와 2.3은 월별 시계열의 계절변동과 계절변동 및 불규칙변동의 스펙트럼이다. 계절변동과 불규칙변동은 월별 시계열에 대해서 명절 등을 고려한 X-12-ARIMA 프로그램의 D10표와 D13표로 구했다 (이금희, 2000). 그림 2.2와 2.3의 월별 시계열의 스펙트럼 그래프를 보면 계절변동계열은 계절 빈도수인 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 몇 개의 빈도수에서 큰 스펙트럼을 나타내고 있다. 반면 불규칙변동의 스펙트럼은 전반적으로 매우 작게 나타났으며 계절 빈도수에서 큰 값을 나타내지 않았다. 따라서 X12-ARIMA에 따른 계절조정이 적절히 된 것이라고 생각할 수

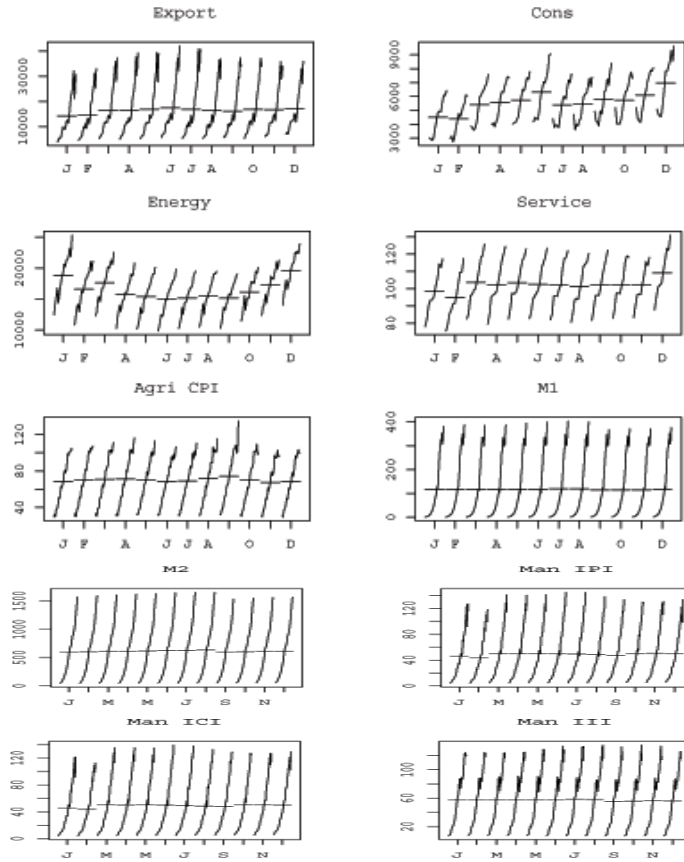


그림 2.1. 주요 시계열의 월별 정리 그래프(주: 그래프에서 실선의 수평선은 월별 평균을 의미함.)

있다. 계절변동의 스펙트럼 그래프를 구체적으로 살펴보면 에너지 소비량, M1, M2, 제조업 재고지수는 1년 주기의 계절성이 크고, 수출, 건설기성액, 농산물 CPI, 제조업, 생산지수와 출하지수는 6개월 주기의 계절성이 상대적으로 크게 나타났다(미국 센서스국에서는 월별 시계열의 스펙트럼분석시 첫 4개의 계절빈도수(1~4)에 관심을 가질 것을 권고하고 있는데 (Donald-Johnson 등, 2006), 이는 10개의 월별 시계열분석결과와 일치한다). 서비스업 생산지수는 3, 4, 6개월 주기의 계절성이 비슷하게 크게 나타났다.

3. X-12-ARIMA의 계절성 검정

미국 센서스국의 X-12-ARIMA에서는 시계열의 안정적 계절성을 F검정과 M7지표를 통해 식별하고 있다. 또한 차분 원계열, 차분 계절조정계열, 불규칙변동계열에 대해 스펙트럼을 구해서 계절조정이 적절히 진행되고 있는지 점검하고 있다 (Laytras 등, 2007; Ladiray와 Quenneville, 2001). 이 절에서 이러한 X-12-ARIMA의 계절성 검정을 정리하겠다.

X-12-ARIMA에서 안정적 계절성을 검정하는 D8 F검정에 대해 살펴보자. 시계열이 계절변동(S)과 불규칙변동(I)으로만 (3.1)과 같이 구성되어 있다고 하자.

$$x_{ij} = (S + I)_{ij} = a_i + b_j + \epsilon_{ij} \tag{3.1}$$

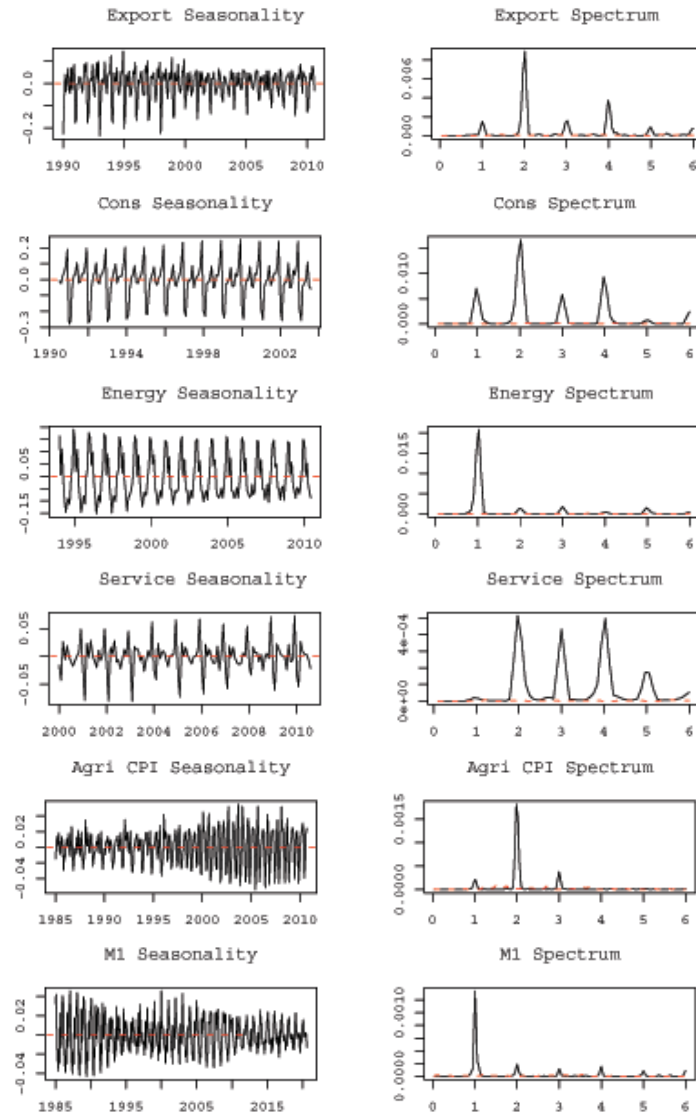


그림 2.2. 계절변동과 스펙트럼(1)(주: 스펙트럼 그래프에서 실선과 점선은 각각 계절변동 및 불규칙변동의 스펙트럼을 나타냄.)

여기서 $a_i, i = 1, \dots, N$ 는 i 년도의 효과이고 $b_j, j = 1, \dots, l$ 는 j 월 또는 분기의 효과이다. ϵ_{ij} 는 불규칙변동요인으로 평균 0 분산 σ^2 인 정규분포를 따른다고 가정한다. $n = N \cdot l$ 일 때 x_{ij} 의 변동은 (3.2)와 같이 분해된다.

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = N \sum_{j=1}^l (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 + \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_{.j})^2 \quad (3.2)$$

여기서 $\bar{x}_{.j} = 1/N \sum_{i=1}^N x_{ij}$ 은 월(분기) 시계열의 평균이고, $\bar{x}_{..} = 1/n \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^N x_{ij}$ 은 시계열 전체의

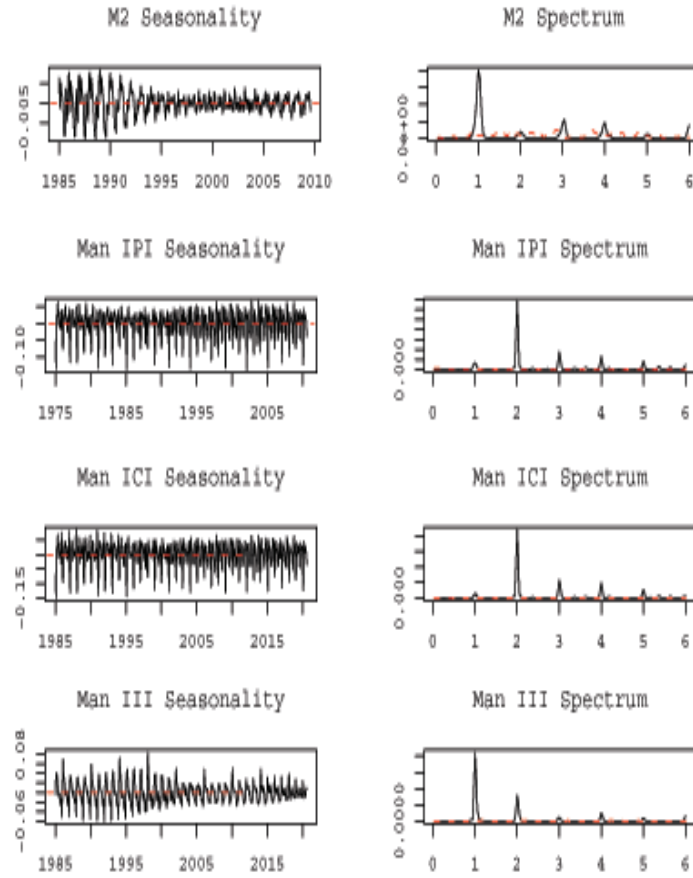


그림 2.3. 계절변동과 스펙트럼(2)(주: 스펙트럼 그래프에서 실선과 점선은 각각 계절변동 및 불규칙변동의 스펙트럼을 나타냄.)

평균이다. (3.2)를 $S^2 = S_B^2 + S_R^2$ 로 다시 표현할 수 있다. $a_i = a$ 라고 가정하면 계절성이 없다는 가설은 $H_0 : b_1 = b_2 = \dots = b_l$ 로 정리할 수 있다. 이를 검정하는 통계량은 (3.3)과 같다.

$$F_S = \frac{S_B^2/(l-1)}{S_R^2/(n-l)}, \tag{3.3}$$

F_S 는 자유도 $l-1$ 과 $n-l$ 인 F 분포를 따른다(McDonald-Johnson 등 (2006)에 따르면 F 통계량은 통상적인 F 통계량의 기각역을 쓰기보다는 기각역값으로 7을 이용하고 만약 F 통계량값이 7보다 크면 안정적 계절성이 있다고 판단한다). 이 F 검정은 제 2절에서 살펴본 시계열을 월별로 정리한 그래프와 관련된 검정이라고 할 수 있다.

X-12-ARIMA에서는 동일한 귀무가설에 대해 순위를 바탕으로 하는 비모수 검정인 Kruskal-Wallis검정을 실시한다. $n = N \cdot l$ 일 때 Kruskal-Wallis 검정통계량은 (3.4)와 같다. 여기서 S_j 는 전체 관측치중 j 월(분기) 관측치의 순위(rank) 합이다. T_{KW} 는 χ^2_{l-1} 를 따른다.

$$T_{KW} = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^l \frac{S_j^2}{N} - 3(n+1). \tag{3.4}$$

X-12-ARIMA에는 추가로 이동계절성 즉 계절성이 연도별로 다른지 검정하고 이를 앞서의 F 검정과 결합하여 계절성의 안정성을 살펴보고 있다. 이를 위해 x_{ij} 의 변동을 (3.5)와 같이 분해한다.

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = N \sum_{j=1}^l (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 + l \sum_{i=1}^N (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 + \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})^2 \quad (3.5)$$

여기서 $\bar{x}_{i.} = 1/l \sum_{j=1}^l x_{ij}$ 는 i 년도 시계열의 평균이다. (3.5)는 $S^2 = S_A^2 + S_B^2 + S_R^2$ 로 표현된다. 여기서 이동계절성(moving seasonality)을 검정하는 것은 가설 $H_0 : a_1 = a_2 = \dots = a_N$ 을 검정하는 것이며 검정통계량은 (3.6)과 같다.

$$F_M = \frac{S_A^2/(N-1)}{S_R^2/(N-1)(l-1)}. \quad (3.6)$$

F_M 은 자유도 $N-1$ 과 $(N-1)(l-1)$ 인 F 분포를 따른다. 통상 F_S 가 유의하게 크고 F_M 이 유의하지 않을 경우 안정적인 계절성 즉 식별 가능한 계절성이 있다고 판단하고 계절조정을 실시한다. 그런데 두 통계량 모두 유의한 경우가 있다. 이 경우 안정적 계절성을 파악하기 위해 Lothian과 Morry (1978)는 M7 통계량을 (3.7)과 같이 개발하였다.

$$M7 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{7}{F_S} + \frac{3F_M}{F_S} \right)}. \quad (3.7)$$

$M7 < 1$ 이면 시계열에 식별할 수 있는 안정적 계절성이 존재한다고 판단하며, $M7 > 1$ 이면 식별할 수 있는 안정적 계절성이 존재하지 않는다고 판단한다. Ladiray와 Quenneville (2001)는 2개의 F 검정과 Kruskal-Wallis검정을 결합해서 이용하여 시계열에서 어떻게 계절성을 식별하는지 정리하였다.

한편 X-12-ARIMA에서는 스펙트럼을 이용하여 계절성을 파악하고 있다. 0과 0.5사이의 61개의 빈도수에서 스펙트럼을 구하고 계절빈도수(분기별 시계열의 경우 1/4, 2/4이고 월별 시계열의 경우 1/12, 2/12, 3/12, 4/12, 5/12, 6/12인데, R로 스펙트럼 그래프를 그리면 월별시계열의 경우 1~6, 분기별시계열의 경우 1~4로 표시된다. R 프로그램에서는 spectrum함수를 이용하여 스펙트럼 그래프를 작성할 수 있다)의 스펙트럼과 주변 스펙트럼을 비교해서 시각적으로 유의성을 판단한다(X-12-ARIMA에서 스펙트럼 추정량은 자기상관 스펙트럼 추정량(autoregressive spectral)이며, 빈도수값 0은 주기가 ∞ 인 저주파 변동을, 빈도수값 0.5는 주기가 2개월인 고주파 변동을 의미한다). 구체적으로 보면 X-12-ARIMA에서는 계절빈도수에서 “6 start peak”이 나타나면 시각적으로 계절성이 존재한다고 표시한다. 여기서 “1 start”는 61개 스펙트럼의 최대값과 최소값의 차이의 1/52이다 (United States Bureau of Census, 2009). X-12-ARIMA에서 제공하는 M7과 스펙트럼과 같은 계절성 검정은 실무적인 성격이 강하다. 따라서 통계학적으로 보다 객관적인 검정방법을 정립할 필요가 있다.

표 3.1은 표 2.1의 우리나라 시계열의 X-12-ARIMA 계절성 검정 결과이다. 여기서 F_S , F_M , T_{KW} 열의 수치는 유의확률을, M7 열의 “식별” 안정적 계절성이 식별되었다는 것을, 스펙트럼 열의 “적절”은 불규칙변동에서 계절성을 찾을 수 없다는 것을 의미한다. 안정적 계절성에 대한 F 검정과 Kruskal-Wallis검정 결과를 보면 모든 시계열에서 매우 유의하게 나타났다. 한편 이동 계절성에 대한 F 검정결과를 보면 건설기성액, 서비스업 생산지수, 제조업 생산지수, 제조업 출하지수를 제외하고는 유의하게 나타났다. 안정적 계절성 검정의 F 값에 비해 검정통계량값이 상대적으로 매우 작아서 M7이 모두 1보다 작게 나타났다. X-12-ARIMA에서는 M7의 결과에 따라서 시계열에서 안정적 계절성이 식별되었다고 정리하고 있다. 한편 불규칙변동계열에 대해 스펙트럼을 구한 후 인접 빈도수와 비교해 보면 유의하지 않게 나타나 불규칙변동계열에 계절성을 남아있지 않은 것으로 나타났다.

표 3.1. 월별 시계열의 X-12-ARIMA 계절성 검정 결과

시계열명	D8 F_S	D8 F_M	T_{KW}	M7	스펙트럼
수출	0.000	0.000	0.000	식별	적절
건설기성액	0.000	0.912	0.000	식별	적절
에너지 소비량	0.000	0.000	0.000	식별	적절
서비스업 생산지수	0.000	0.394	0.000	식별	적절
농산물 소비자물가지수	0.000	0.000	0.000	식별	적절
M1	0.000	0.000	0.000	식별	적절
M2	0.000	0.000	0.000	식별	적절
제조업 생산지수	0.000	0.000	0.000	식별	적절
제조업 출하지수	0.000	0.887	0.000	식별	적절
제조업 재고지수	0.000	0.000	0.000	식별	적절

4. 평활 검정

평활검정은 다양한 대립가설에 대해 좋은 검정력을 가지는 검정으로 Neyman (1937)이 연구한 이래 많은 연구가 있었다. 평활검정은 주로 “효과 없음(no effect)”을 검정하는데 이용되어 왔다. 평활 검정은 모형선택기준 등과 결합한 데이터 기반 평활검정으로 확장, 연구되어 왔다 (Hart, 1997). X-12-ARIMA의 스펙트럼 분석을 개념적 확장하기 위해서 평활검정을 계절성 검정에 적용하여 확장할 필요가 있다. 이절에서는 평활검정에 대해 정리하겠다. 데이터 y_1, y_2, \dots, y_n 이 (4.1)의 모형을 따른다고 하자.

$$y_t = f(x_t) + \epsilon_t, \quad x_t = \frac{t}{n}, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

여기서 $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n$ 는 서로 독립적인 $N(0, \sigma^2)$ 를 따르고, $f(t) = a_0 + 2 \sum_{j=1}^K a_j \cos(\pi j t)$, K 는 유한인 n 보다 작은 상수이고 $a_j = \int_0^1 f(x) \cos(\pi j x) dx$ 이다. $f(x)$ 는 (4.2)와 (4.3)의 추정량 $\hat{f}_1(x)$ 와 $\hat{f}_2(x)$ 으로 추정할 수 있다.

$$\hat{f}_1(x_t) = \hat{a}_0 + 2 \sum_{j=1}^k \hat{a}_j \cos(\pi j x_t), \quad (4.2)$$

$$\hat{f}_2(x_t) = \hat{f}_1(x) + 2 \sum_{j=k+1}^{n-1} \hat{a}_j \cos(\pi j x_t) I \left(\frac{\sqrt{2n}|\hat{a}_j|}{\hat{\sigma}} > \delta \right) \quad (4.3)$$

여기서 $\hat{a}_j = 1/n \sum_{t=1}^n \cos(\pi j x_t) y_t$ 이며 δ 는 임계치로 표본수에 의존한 상수이다. 모형 (4.1)의 가정 하에서 $\sqrt{2n}(\hat{a}_j - a_j)$, $j = 1, 2, \dots, n-1$ 은 정규분포 $N(0, \sigma^2)$ 을 따른다. 위의 추정량을 이용하여 “효과 없음”에 가설 검정을 할 수 있다. 일반적으로 σ^2 은 알 수 없으므로 σ^2 의 추정량으로 일치추정량인 $\hat{\sigma}^2 = \{1/2(n-1)\} \sum_{t=1}^{n-1} (y_t - y_{t-1})^2$ 을 이용한다((4.1)에서 $f(x)$ 가 연속적인 1차 미분값을 가질 경우 $E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2 + O(n^{-2})$ 이다 (Hart, 1997)).

Neyman (1937)이 제시한 형태의 평활검정은 (4.1)의 추정량과 $f(x)$ 와의 L_2 오차인 $\int_0^1 (\hat{f}_1(x) - f(x))^2 dx$ 을 Parseval 관계로 재표현한 (4.4)와 같은 통계량을 기반으로 한다.

$$T_{Neyman} = \sum_{j=1}^k \frac{\hat{a}_j^2}{\widehat{\text{Var}}(\hat{a}_j)} = \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} \sum_{j=1}^k \hat{a}_j^2 \quad (4.4)$$

T_{Neyman} 은 근사적으로 χ_k^2 분포를 따른다. (4.4)의 검정통계량은 k 의 선택에 따라 대립가설에 따라 그 검정력이 달라지므로 k 를 적절히 선택하는 것이 필요하다. Kuchibhatla와 Hart (1996)는 (4.5)의 AIC형의 기준을 최대화하는 $k(k_{AIC})$ 를 선택하는 (4.6)과 같은 데이터 기반 평활검정을 고려했다.

$$r_A(k) = \begin{cases} 0, & k = 0, \\ \sum_{j=1}^k \hat{a}_j^2 - 2\frac{k}{2n}\hat{\sigma}^2, & k = 1, 2, \dots, n-1, \end{cases} \quad (4.5)$$

$$T_{KH} = \begin{cases} \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} \sum_{j=1}^{\hat{k}_{AIC}} \hat{a}_j^2, & \hat{k}_{AIC} > 0, \\ 0, & \hat{k}_{AIC} = 0. \end{cases} \quad (4.6)$$

Ledwina (1994)는 Schwarz의 BIC형 기준에 따라 $k(k_{BIC})$ 을 선택하는 데이터 기반 평활검정을 고려했다. 한편 Lee와 Hart (1998)는 (4.3)의 추정량과 $f(x)$ 와의 L_2 오차를 바탕으로 (4.7)과 같은 결합형 평활검정을 고려했다. 여기서 $\delta = \sqrt{(2 + \gamma) \log n}$ ($\gamma > 0$)이다.

$$T_{C_{KH}} = \begin{cases} \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} \sum_{j=1}^{n-1} \hat{a}_j^2 I\left(\frac{\sqrt{2n}}{\hat{\sigma}} |\hat{a}_j| > \delta\right), & \hat{k}_{AIC} = 0, \\ \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} \left[\sum_{j=1}^{\hat{k}_{AIC}} \hat{a}_j^2 + \sum_{j=\hat{k}_{AIC}+1}^{n-1} \hat{a}_j^2 I\left(\frac{\sqrt{2n}}{\hat{\sigma}} |\hat{a}_j| > \delta\right) \right], & \hat{k}_{AIC} > 0. \end{cases} \quad (4.7)$$

$T_{C_{KH}}$ 의 분포는 (3.4)의 “효과 없음” 가설 하에서 T_{KH} 의 분포와 근사적으로 같다. 결합형 평활검정은 BIC를 바탕으로 한 평활검정과 연계해서 설계할 수 있다.

5. 평활 계절성 검정

제 4절에서 설명한 평활검정을 계절성 검정으로 확장할 수 있다. 시계열 y_1, y_2, \dots, y_n 는 X-12-ARIMA에서의 계절성 검정의 경우와 마찬가지로 $f(t)$ 가 계절변동과 불규칙변동을 가지는 (5.1)의 모형을 따른다고 하자(X-12-ARIMA에서는 반복적인 이동평균을 통해 계절변동과 불규칙변동을 제거된 계열을 산출하고 이를 원계열로부터 제거하여 계절변동과 불규칙변동을 가지는 계열을 산출한다).

$$y_t = a_0 + 2 \sum_{j=1}^{\frac{l}{2}} \left[a_j \cos\left(\frac{2\pi j}{l} t\right) + b_j \sin\left(\frac{2\pi j}{l} t\right) \right] + \sigma \epsilon_t \quad (5.1)$$

여기서 l 은 계절주기이다. 분기 데이터인 경우 $l = 4$, 월별 데이터인 경우 $l = 12$ 이다. $a_j = \int f(t) \cos(2\pi j/lt) dt$, $b_j = \int f(t) \sin(2\pi j/lt) dt$ 이다. (5.1)에서 계절변동은 $f(t)$ 로 불규칙변동요인은 ϵ_t 로 표현된다. $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ 는 서로 독립적인 표준정규분포 $N(0, 1)$ 를 따른다고 가정한다. $f(t)$ 는 (5.2)~(5.3)의 추정량 $\hat{f}_1(x)$ 와 $\hat{f}_2(x)$ 으로 추정할 수 있다.

$$\hat{f}_1(t) = \hat{a}_0 + 2 \sum_{j=1}^k \left(\hat{a}_j \cos\left(\frac{2\pi}{l} jt\right) + \hat{b}_j \sin\left(\frac{2\pi}{l} jt\right) \right) \quad (5.2)$$

$$\hat{f}_2(t) = \hat{f}_1(x) + 2 \sum_{j=k+1}^{\frac{l}{2}} \left[\hat{a}_j \cos\left(\frac{2\pi}{l} jt\right) I\left(\frac{|\hat{a}_j|}{\text{Var}(\hat{a}_j)} > \delta\right) + \hat{b}_j \sin\left(\frac{2\pi}{l} jt\right) I\left(\frac{|\hat{b}_j|}{\text{Var}(\hat{b}_j)} > \delta\right) \right] \quad (5.3)$$

여기서 $\hat{a}_j = 1/n \sum_{t=1}^n \cos(2\pi/ljt)y_t$, $\hat{b}_j = 1/n \sum_{t=1}^n \sin(2\pi/ljt)y_t$, $\delta = \sqrt{(2+\gamma) \log n}$ ($\gamma > 0$)이며, (5.1)의 가정 하에서와 $\sqrt{2n}(\hat{a}_j - a_j)$, $\sqrt{2n}(\hat{b}_j - b_j)$, $j = 1, 2, \dots, l/2 - 1$ 는 $\sqrt{n}(\hat{a}_{l/2} - a_{l/2})$ 를 $N(0, \sigma^2)$ 따른다. 한편 $\sin(\pi t) = 0$ 이므로 $\hat{b}_{l/2} = 0$ 이다.

계절성 검정의 귀무가설은 “ $H_0 : f(x) = C$ (계절성이 없다.)”이다. 귀무가설하의 Neyman형 평활 계절성 검정 통계량은 (5.4)와 같이 표현된다. $\hat{\sigma}^2$ 은 σ 의 일치추정량이다.

$$T_{Neyman}^S = \frac{n}{\hat{\sigma}^2} \left[\sum_{j=1}^{\frac{l}{2}-1} 2(\hat{a}_j^2 + \hat{b}_j^2) + \hat{a}_{\frac{l}{2}}^2 \right] \quad (5.4)$$

T_{Neyman}^S 은 근사적으로 χ_{l-1}^2 분포를 따른다. 계절성에 대한 Kuchibhatla와 Hart (1996)형 평활 계절성 검정 통계량은 (5.5)의 AIC형의 기준에 따라 \hat{k}_{AIC} 를 바탕으로 (5.6)과 같이 표현된다.

$$r_A(k) = \begin{cases} 0, & k = 0, \\ \sum_{j=1}^k (\hat{a}_j^2 + \hat{b}_j^2) - 2\frac{2k}{2n}\hat{\sigma}^2, & k = 1, \dots, \frac{l}{2} - 1, \\ \sum_{j=1}^{\frac{l}{2}} \hat{a}_j^2 + \sum_{j=1}^{\frac{l}{2}-1} \hat{b}_j^2 - 2\frac{l-1}{2n}\hat{\sigma}^2, & k = \frac{l}{2}, \end{cases} \quad (5.5)$$

$$T_{KH}^S = \begin{cases} \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} \sum_{j=1}^{\hat{k}_{AIC}} [\hat{a}_j^2 + \hat{b}_j^2], & 0 < \hat{k}_{AIC} < \frac{l}{2}, \\ T_{Neyman}^S, & \hat{k}_{AIC} = \frac{l}{2}, \\ 0, & \hat{k}_{AIC} = 0. \end{cases} \quad (5.6)$$

Lee와 Hart (1998)의 결과를 바탕으로 한 (5.7)과 같은 평활 계절성 검정 통계량도 고려할 수 있다.

$$T_{CKH}^S = \begin{cases} T_{KH}^S + \sum_{j=\hat{k}_{AIC}+1}^{\frac{l}{2}} \left[\frac{\hat{a}_j^2}{\widehat{\text{Var}}(\hat{a}_j)} I \left(\frac{|\hat{a}_j|}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{a}_j)}} > \delta \right) \right. \\ \left. + \sum_{j=\hat{k}_{AIC}+1}^{\frac{l}{2}-1} \frac{\hat{b}_j^2}{\widehat{\text{Var}}(\hat{b}_j)} I \left(\frac{|\hat{b}_j|}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{b}_j)}} > \delta \right) \right], & 0 < \hat{k}_{AIC} < \frac{l}{2}, \\ T_{KH}^S, & \hat{k}_{AIC} = 0, \frac{l}{2}. \end{cases} \quad (5.7)$$

T_{CKH}^S 의 분포는 귀무가설 하에서 Kuchibhatla와 Hart (1996)의 결과를 바탕으로 구할 수 있고, T_{CKH}^S 의 분포와 근사적으로 같다. (5.5)의 모형선택기준에서 벌칙항을 2대신 $\log n$ 으로 바꾸어 차수(\hat{k}_{BIC})를 정할 수 있다. 이를 바탕으로 Ledwina (1994)형 평활 계절성 검정을 (5.8)과 같이 설정할 수 있다.

$$T_L^S = \begin{cases} \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} \sum_{j=1}^{\hat{k}_{BIC}} [\hat{a}_j^2 + \hat{b}_j^2] & 1 < \hat{k}_{BIC} < \frac{l}{2}, \\ T_{Neyman}^S, & \hat{k}_{BIC} = \frac{l}{2}, \\ \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} [\hat{a}_1^2 + \hat{b}_1^2], & \hat{k}_{BIC} = 0, 1. \end{cases} \quad (5.8)$$

표 6.1. 계절성 검정의 표본수별 백분위수

n	백분위수	T_{Neyman}^S	T_{KH}^S	T_{CKH}^S	T_L^S	T_{CL}^S	F_S	T_{KW}
60	90	17.11289	8.52291	9.16366	4.85135	6.24915	1.713614	16.69049
	95	19.21736	12.73077	12.87742	6.45693	10.16177	2.005306	18.62492
	99	23.81479	19.70834	19.79714	10.75552	15.24094	2.668758	22.48985
120	90	17.14710	8.30971	8.59960	4.68236	5.21972	1.631137	16.99425
	95	19.42489	12.55508	12.64774	6.15583	7.48964	1.879601	19.22133
	99	24.12763	20.61488	20.62360	9.84886	14.27430	2.444382	23.70929
240	90	17.24345	8.26557	8.37122	4.66565	4.91216	1.598928	17.14187
	95	19.54532	12.63839	12.72898	6.03915	6.57605	1.834650	19.46771
	99	24.32709	21.21272	21.21953	9.40825	13.48152	2.330867	24.33598
480	90	17.24834	8.16245	8.20076	4.59951	4.70635	1.582652	17.18458
	95	19.60061	12.63175	12.72463	5.95963	6.21949	1.946771	19.5599
	99	24.57324	21.53259	21.53280	9.22674	11.34760	2.278777	24.47336

Ledwina (1994)형 결합 평활검정은 (5.9)와 같이 고려할 수 있다.

$$T_{CL}^S = \begin{cases} T_L^S + \sum_{j=\hat{k}_{BIC}+1}^{\frac{l}{2}} \left[\frac{\hat{a}_j^2}{\widehat{\text{Var}}(\hat{a}_j)} I \left(\frac{|\hat{a}_j|}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{a}_j)}} > \delta \right) \right. \\ \left. + \sum_{j=\hat{k}_{BIC}+1}^{\frac{l}{2}-1} \frac{\hat{b}_j^2}{\widehat{\text{Var}}(\hat{b}_j)} I \left(\frac{|\hat{b}_j|}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{b}_j)}} > \delta \right) \right], & 0 < \hat{k}_{BIC} < \frac{l}{2}, \\ T_L^S, & \hat{k}_{BIC} = 0, \frac{l}{2} \end{cases} \quad (5.9)$$

T_L^S 와 T_{CL}^S 의 분포는 근사적으로 χ_2^2 을 따른다.

6. 모의실험

평활 계절성 검정을 X-12-ARIMA의 F검정과 비교해서 살펴볼 필요가 있다. 귀무가설은 “계절성이 없다.”이며 $H_0 : f(x) = C$ (상수)로 표현된다. T_{Neyman}^S , T_{KH}^S , T_{CKH}^S , T_L^S 와 T_{CL}^S 검정의 귀무가설하의 이론적 기각역의 타당성을 살펴보기 위해서 모의실험을 실시하였다. 월별 시계열에 대해 검정한다고 가정하고 $l = 12$ 로 두었고, 표본의 크기는 60개(5년), 120개(10년), 240개(20년), 480개(40년)로 구분했다. 각각의 표본크기에 대해 표준정규분포로부터 100,000번의 모의실험을 실시하고, 각 검정통계량의 90%, 95%, 99% 분위수값을 구했다. 이는 표 6.1과 같다.

이를 관련된 분포의 백분위수와 비교해보면 T_{Neyman}^S 는 근사적으로 χ_{11}^2 분포를 따르며, T_L^S 와 T_{CL}^S 은 근사적으로 χ_2^2 분포를 따르는 것을 알 수 있다. 또한 T_{KH}^S , T_{CKH}^S 는 근사적으로 같은 분포를 가지는 것을 알 수 있다. X-12-ARIMA의 D8 F_S 검정은 $F(11, n-11)$ 을 따르고 X-12-ARIMA의 D8 T_{KW} (Kruskal-Wallis) 검정은 χ_{11}^2 을 따름을 알 수 있다.

평활 계절성 검정과 X-12-ARIMA의 표 D8의 안정적 계절성 존재여부에 대한 F검정(F_S)과 Kruskal-Wallis 검정(T_{KW})을 비교하기 위해 6개 조합의 대립가설에 대해 검정력을 비교하였다. (6.1)–(6.3)의 대립가설의 계절함수 $f(x)$ 는 (6.1)과 같이 월별 계절 빈도수중 1, 2, 3, 5에 해당하는 빈도수의 변동과 이의 조합으로 정했다. $f(x)$ 의 강도를 고려하여 σ 는 2, 3으로 구분했다. 검정력을 비교하기 위해 각 대

표 6.2. 계절성 검정의 검정력 비교($\sigma = 2$)

$f(x)$	표본수	T_{Neyman}^S	T_{KH}^S	T_{CKH}^S	T_L^S	T_{CL}^S	F_S	T_{KW}
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}1x\right)$	60	0.4085	0.3713	0.3657	0.6833	0.4326	0.3201	0.3180
	120	0.7372	0.7232	0.7173	0.9405	0.8990	0.6831	0.6607
	240	0.9803	0.9818	0.9810	0.9996	0.9993	0.9743	0.9706
	480	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}2x\right)$	60	0.3618	0.4302	0.4163	0.2041	0.4625	0.3088	0.3014
	120	0.7137	0.7840	0.7798	0.4150	0.7948	0.6922	0.6734
	240	0.9746	0.9872	0.9870	0.8353	0.9835	0.9751	0.9679
	480	1.0000	1.0000	1.0000	0.9980	1.0000	1.0000	1.0000
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}3x\right)$	60	0.2907	0.4523	0.4411	0.0607	0.4136	0.3152	0.3030
	120	0.6695	0.8174	0.8122	0.1218	0.7737	0.6952	0.6667
	240	0.9735	0.9927	0.9921	0.4568	0.9829	0.9755	0.9686
	480	1.0000	1.0000	1.0000	0.9606	1.0000	1.0000	0.9999
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}5x\right)$	60	0.1666	0.1061	0.1790	0.0349	0.3453	0.3196	0.3119
	120	0.5840	0.5002	0.6324	0.0290	0.7492	0.6952	0.6694
	240	0.9622	0.9474	0.9747	0.0291	0.9795	0.9758	0.9702
	480	0.9999	0.9999	1.0000	0.3304	1.0000	0.9999	1.0000
$\frac{1}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{12}x\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{12}2x\right)$	60	0.1979	0.2177	0.2118	0.2335	0.1829	0.1534	0.1525
	120	0.3810	0.4054	0.3998	0.4003	0.3894	0.3483	0.3330
	240	0.7394	0.7657	0.7606	0.7076	0.7491	0.7117	0.6830
	480	0.9790	0.9863	0.9860	0.9578	0.9772	0.9784	0.9729
$\frac{1}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{12}x\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{12}5x\right)$	60	0.1499	0.1069	0.1199	0.2119	0.1413	0.1544	0.1539
	120	0.3441	0.2261	0.2498	0.3782	0.3692	0.3526	0.3308
	240	0.7121	0.5186	0.5380	0.6687	0.7258	0.7111	0.6901
	480	0.9759	0.9158	0.9195	0.9348	0.9744	0.9773	0.9715

답가설별로 10,000번의 모의실험을 실시했다.

$$f(x) = \cos\left(\frac{2\pi}{12}jx\right), \quad j = 1, 2, 3, 5 \tag{6.1}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{12}x\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{12}2x\right)\right), \tag{6.2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{12}x\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{12}5x\right)\right). \tag{6.3}$$

검정력을 정리한 것은 표 6.2와 6.3과 같다. 전체적으로 보면 모든 검정에서 표본의 수가 증가하면서 검정력이 1로 빠르게 근접하고 있다. 또한 σ 가 커지면서 모든 검정의 검정력이 낮아지는 것으로 나타났다. 푸리에 계열 형태의 대립가설에 대해서 평활 계절성 검정이 D8 F_S 검정과 D8 T_{KW} 검정에 비해 우수한 것으로 나타났다. 평활 계절성 검정간 비교해보면 저주파에서는 T_L^S 이 우수하지만 빈도수 2(6개월 주기)부터 그 검정력이 낮은 것으로 나타났다. 이는 계절차수가 고주파이고 BIC와 같은 모형선택기준은 매우 느리게 정확한 차수를 선택하는 경향에 기인한다 (Zhang, 1993). 혼합된 검정 T_{CKH}^S 는 T_{KH}^S 와 거의 같은 검정력을 보이는 것으로 나타났다. 이는 AIC형 모형선택기준이 과적합하는 경향이 있어서 추가적인 항이 특별히 중요하지 않은데 기인한다 (Zhang, 1993). D8 F_S 검정은 오차를 정규분포로 가정했기 때문에 D8 T_{KW} 검정보다 다소 좋은 성과를 나타냈다. 한편 혼합된 대립가설에 대해서 살펴보면 저주파 계절성이 결합된 경우는 평활 계절성 검정이 D8 F_S 검정과 D8 T_{KW} 검정보다 우수하나, 고주

표 6.3. 계절성 검정의 검정력 비교($\sigma = 3$)

$f(x)$	표본수	T_{Neyman}^S	T_{KH}^S	T_{CKH}^S	T_L^S	T_{CL}^S	F_S	T_{KW}
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}1x\right)$	60	0.1889	0.1749	0.1718	0.3675	0.1805	0.1449	0.1451
	120	0.3524	0.3168	0.3127	0.6373	0.5297	0.3150	0.3016
	240	0.6843	0.6553	0.6506	0.9173	0.9008	0.6489	0.6291
	480	0.9628	0.9627	0.9615	0.9984	0.9983	0.9581	0.9473
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}2x\right)$	60	0.1668	0.2013	0.1942	0.0930	0.1934	0.1460	0.1425
	120	0.3311	0.3905	0.3843	0.1225	0.3571	0.3096	0.2948
	240	0.6545	0.7194	0.7145	0.2583	0.6513	0.6532	0.6264
	480	0.9583	0.9764	0.9757	0.6700	0.9498	0.9595	0.9505
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}3x\right)$	60	0.1343	0.2160	0.2077	0.0572	0.1798	0.1480	0.1468
	120	0.2970	0.4286	0.4222	0.0557	0.3375	0.3155	0.2978
	240	0.6475	0.7770	0.7728	0.0800	0.6447	0.6501	0.6252
	480	0.9579	0.9861	0.9860	0.2736	0.9498	0.9603	0.9492
$\cos\left(\frac{2\pi}{12}5x\right)$	60	0.0940	0.0595	0.0760	0.0521	0.1337	0.1459	0.1443
	120	0.2446	0.1755	0.2283	0.0423	0.3041	0.3160	0.2984
	240	0.6051	0.5291	0.6081	0.0418	0.6209	0.6533	0.6323
	480	0.9523	0.9336	0.9606	0.0394	0.9482	0.9594	0.9492
$\frac{1}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{12}x\right)$ $+\frac{1}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{12}2x\right)$	60	0.1056	0.1166	0.1131	0.1429	0.1009	0.0895	0.0892
	120	0.1793	0.1899	0.1878	0.2050	0.1868	0.1594	0.1554
	240	0.3460	0.3619	0.3574	0.3567	0.3683	0.3260	0.3093
	480	0.6719	0.7070	0.7044	0.6371	0.6810	0.6651	0.6400
$\frac{1}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{12}x\right)$ $+\frac{1}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{12}5x\right)$	60	0.0863	0.0791	0.0823	0.1238	0.0865	0.0932	0.0946
	120	0.1513	0.1094	0.1162	0.1930	0.1733	0.1633	0.1552
	240	0.3186	0.2127	0.2202	0.3393	0.3564	0.3322	0.3118
	480	0.6605	0.4815	0.4890	0.6140	0.6664	0.6645	0.6365

과 계절성이 포함된 경우 D8 F_S 검정과 D8 T_{KW} 이 평활 계절성 검정 등과 비슷한 검정력을 나타냈다. 고주파 계절성이 포함된 경우 T_L^S 의 검정력은 낮게 나타났으나 T_{CL}^S 는 고주파 계절성을 식별하는데 도움을 주는 것으로 나타났다. 정리해보면 월별시계열의 경우 T_{Neyman}^S 와 T_{KH}^S 가 유용한 평활 계절성 검정으로 활용도가 높을 것으로 판단된다. 결합 평활검정의 경우 일별, 주별 시계열과 같이 계절 빈도수가 많을 때 활용도가 더 높을 것으로 생각된다.

10개 월별 경제시계열에 대해 계절성 검정을 실시하였다(시계열에 마이너스값이 있는 경우 가법 모형을 이용해야 하며 이 경우에는 로그변환하지 않고 계절·불규칙변동계열과 불규칙변동계열에 대해 검정을 실시한다). 계절조정시 승법형 모형을 바탕으로 분해했으므로 모든 계열은 로그변환후 검정을 실시하였다. 검정 결과는 표 6.4와 같다. 여기서 $\log(SI)$ 는 로그변환된 계절·불규칙변동계열, $\log(I)$ 로그변환된 불규칙변동계열이며, **는 1% 유의수준에서 유의함을 의미한다. 검정결과를 보면 모든 계열에서 계절·불규칙변동계열에서는 계절성검정결과 모든 계열에서 계절성이 매우 유의하게 나타났다. 그러나 불규칙변동계열에 대한 계절성검정결과를 보면 모두 유의하지 않게 나타났다.

7. 요약 및 향후방향

시계열을 분석할 때 시계열 내에 존재하는 1년 주기의 계절변동을 통계적으로 제거하는 계절조정이 필요하다. 계절조정을 적절히 하기 위해서는 계절성의 특성을 파악하고 계절성 검정을 실시한다. X-12-ARIMA에서는 F 검정과 스펙트럼 분석을 통해 계절성을 점검하고 있다. 본 연구에서는 X-12-

표 6.4. 월별 시계열의 평활 계절성 검정결과

변수	형태	T_{Neyman}^S	T_{KH}^S	T_{CKH}^S	T_L^S	T_{CL}^S	F_S	T_{KW}
수출	log(SI)	183.8**	182.0**	182.0**	176.5**	176.5**	44.0**	158.0**
	log(I)	5.75	0.00	0.00	2.64	2.64	0.57	1.70
건설	log(SI)	176.7**	170.1**	170.1**	170.1**	170.1**	173.77**	138.76**
기성액	log(I)	8.14	0.00	0.00	0.32	0.32	0.80	2.70
에너지	log(SI)	496.9**	496.9**	496.9**	492.8**	492.8**	261.2**	176.4**
소비량	log(I)	4.70	0.00	0.00	1.74	1.74	0.49	1.51
서비스업	log(SI)	102.6**	101.7**	101.7**	101.7**	101.7**	100.5**	103.7**
생산지수	log(I)	4.97	0.00	0.00	0.07	0.07	0.52	2.44
농산품	log(SI)	257.6**	256.1**	256.1**	256.1**	256.1**	29.3**	177.6**
CPI	log(I)	12.45	0.00	0.00	2.82	2.82	0.83	1.21
M1	log(SI)	509.8**	509.8**	509.8**	503.8**	503.8**	49.6**	260.6**
	log(I)	14.17	0.00	0.00	2.39	2.39	1.05	2.88
M2	log(SI)	87.8**	84.7**	84.7**	55.7**	76.1**	7.6**	77.94**
	log(I)	8.51	0.00	0.00	1.71	1.71	0.74	1.06
제조업	log(SI)	330.1**	330.1**	330.1**	323.2**	323.2**	65.7**	243.6**
생산지수	log(I)	9.98	0.00	0.00	2.02	2.02	0.55	2.33
제조업	log(SI)	352.3**	351.4**	351.4**	351.4**	351.4**	93.2**	277.4**
출하지수	log(I)	6.38	0.00	0.00	1.74	1.74	0.50	2.60
제조업	log(SI)	464.5**	464.5**	464.5**	464.5**	464.5**	54.2**	279.07**
제고지수	log(I)	7.06	0.00	0.00	0.67	0.67	0.62	1.25

ARIMA의 스펙트럼 분석을 체계화하기 위해 푸리에 계열을 바탕으로 하는 평활 검정을 계절성 검정에 적용하고 이를 다양한 모의실험 등을 통해 점검하였다. 그 결과, T_{Neyman}^S 와 T_{KH}^S 이 X-12-ARIMA의 스펙트럼 검정을 대용할 수 있을 것으로 판단된다.

본 연구는 여러 측면에서 보완될 필요가 있다. 첫째, 오차항의 가정을 완화하여 검정을 정립할 필요가 있다. 즉, 오차항의 정규분포 가정을 완화하고, 자기상관을 고려할 필요가 있다. 둘째, 평활검정은 푸리에 계열과 같은 기저(basis) 함수에 따른 계절변동에 영향을 받기 때문에 기저함수를 변환한 계절성 검정을 실시할 필요가 있다. 셋째, 이동 계절성에 대한 검정방법을 모색할 필요가 있다. 마지막으로, 본 연구에서는 시계열이 계절 및 불규칙변동계열로 구성되어 있다고 가정하였는데 추세 및 순환변동까지 포함하는 일반적 시계열로 확장한 계절성 검정방법을 모색할 필요가 있다.

참고문헌

이금희 (1998). 한국경제시계열의 계절조정방법(X-12-ARIMA법을 중심으로), <경제분석>, 4, 205-242.
 이금희 (2000). 한국형 계절변동조정 프로그램 BOK-X-12-ARIMA, <응용통계연구>, 13, 225-236.
 Hart, J. D. (1997). *Nonparametric Smoothing and its Applications in Lack-of-fit Testing*, Springer-Verlag, New York.
 Kuchibhatla, M. and Hart, J. D. (1996). Smoothing-based lack-of-fit tests: Variation on a theme, *Journal of Nonparametric Statistics*, 7, 1-22.
 Ledwina, T. (1994). Data driven version of Neyman's smooth test of fit, *Journal of the American Statistical Association*, 89, 1000-1005.
 Ladiray, D. and Quenneville, B. (2001). *Seasonal Adjustment with the X-11 Method*, Springer-Verlag, New York.

- Laytras, D. P., Feldpausch, R. M. and Bell, W. R. (2007). Determining seasonality: A comparison of diagnostics from X-12-ARIMA, *U.S. Census Bureau Seasonal Adjustment Papers*.
- McDonald-Johnson, K., Monsell, B. Fescina, R., Feldpausch, R., Hood, C. and Wroblewski, M. (2006). *Seasonal Adjustment Diagnostics: Census Bureau Guideline*, U.S. Census Bureau, Washington, D. C.
- Lee, G. H. and Hart, J. (1998). An L2 error test with order selection and thresholding, *Statistics & Probability Letter*, **39**, 61–72.
- Lothian, J. and Morry, M. (1978). A Set of quality control statistics for X-11 ARIMA seasonal adjustment program, Statistics Canada.
- Neyman, J. (1937). Smooth test for goodness of fit, *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, **20**, 149–199.
- United States Bureau of the Census (2009). *X-12 ARIMA Reference Manual*, Version 0.3.
- Zhang, P. (1993). On the convergence rate of model selection criteria, *Communications in Statistics-Series A, Theory and Methods*, **22**, 2765–2775.

Smooth Tests for Seasonality

Geung Hee Lee¹

¹Department of Information Statistics, Korea National Open University

(Received October 2010; accepted December 2010)

Abstract

When using X-12-ARIMA for seasonal adjustment, we usually check whether the series has stable seasonality or not via D8 F -tests, Kruskal-Wallis test, and the spectral diagnostics. In this paper, we develop several smooth tests for seasonality based on a Fourier series to improve the spectral diagnostics of X-12-ARIMA. A simulation study is conducted to compare five smooth tests for seasonality and X-12-ARIMA's D8 F -test and Kruskal-Wallis test. The simulation study shows that smooth tests for seasonality performed well compared with D8 F -tests and a Kruskal-Wallis test.

Keywords: Seasonal adjustment, smooth test, spectrum, X-12-ARIMA.

This was supported by Korea National Open University Overseas Research Fund in 2009.

¹Associate Professor, Department of Information Statistics, Korea National Open University, 169 Dongsoong-dong Jongno-gu, Seoul 110-791, Korea. E-mail: geunghee@knou.ac.kr