

GARCH-ARJI 모형을 활용한 KOSPI 수익률의 변동성에 관한 실증분석

김우환¹

¹연세대학교 경제학과

(2010년 11월 접수, 2010년 12월 채택)

요약

본 논문은 GARCH-ARJI(auto regressive jump intensity) 모형을 활용하여 KOSPI 주가지수의 변동을 체계적으로 분석하였다. GARCH-ARJI 모형은 변동성과 점프 인텐시티의 시간 가변성을 동시에 고려하는 모형으로, 수익률의 조건부 변동성을 GARCH 모형으로 설명할 수 있는 일상적인 변동과 점프에 의해 설명되는 변동의 두 부분으로 나눌 수 있는 장점이 있다. 실증분석 결과, KOSPI 주가 수익률에 내재된 점프 인텐시티가 상수가 아니라 자기회귀 과정을 따르는 시간 가변성을 뚜렷이 확인할 수 있었고, KOSPI 수익률의 조건부 변동성은 점프로 인한 변동성이 GARCH에 의해 설명되는 일상적인 변동성보다 다소 작게 나타나는 것을 발견할 수 있었다. 추가적으로, 9.11 위기와 2008 금융위기 등의 외부 충격으로 인한 KOSPI 수익률의 변동성에 대한 영향을 분석한 결과, 점프에 의한 영향력은 2008년 금융위기 기간이 9.11 기간보다 크고 지속적임을 발견할 수 있었다.

주요어: GARCH-ARJI, 점프 인텐시티, 조건부 변동성.

1. 서론

다양한 선행 연구들에 의해 밝혀진 주가 수익률 자료의 정형화된 사실은 수익률의 비정규성, 두터운 꼬리, 장기 기억성, 변동성의 시간 가변성 그리고 급격한 가격 변동의 존재 등으로 요약될 수 있다. 주가의 움직임을 묘사하는 다양한 확률과정들은 과거 자료에서 실제 관찰된 현상을 반영하기 위해 기하 브라운과정(geometric brownian motion; GBM)을 시작으로, 두터운 꼬리를 반영하기 위한 점프확산(jump diffusion)과정, 변동성이 주가 수준에 비례하는 CEV(constant elasticity of volatility) 모형 그리고 변동성 군집현상을 반영하기 위해 GBM과 GARCH 모형을 결합한 GBM-GARCH 모형 등이 다양한 연구자들에 의해 분석되었다. 우리나라의 대표적인 주가 지수인 KOSPI 자료를 활용한 선행 연구들 역시 앞서 언급한 정형화된 사실들을 규명하는 것을 시작으로 하여, 리스크 관리 또는 파생상품의 가격 결정 등에 활용하는 것이 주된 연구의 흐름이라고 할 수 있다. 본 논문에서는 수익률 변동성의 특징을 효율적으로 설명할 수 있는 GARCH-ARJI(auto regressive jump intensity) 모형을 제안하고 있다. GARCH-ARJI 모형은 변동성과 점프 인텐시티의 시간 가변성을 동시에 고려하는 모형으로, 변동성을 GARCH 모형으로 설명할 수 있는 일상적인 변동과 외부 충격 등으로 인한 점프에 의한 변동의 두 부분으로 나눌 수 있는 장점이 있다. 본 논문에서는 GARCH-ARJI 모형을 활용하여 KOSPI 수익률의 변동의 특징을 분석하고, 주가의 급격한 변동을 사전적으로 예측할 수 있는 방법을 체계적으로 논의하고자 한다.

¹(120-749) 서울특별시 서대문구 성산로 262번지, 연세대학교 상경대학 경제학과, BK 연구교수.
E-mail: jumnjump@yonsei.ac.kr

금융시장 참가자들과 연구자들의 주요 관심은 수익률의 변동성과 급격한 변동임에 분명하다. Bollerslev (1986)에 의해 제안된 GARCH 모형은 변동성 군집현상을 효과적으로 설명하는 모형으로 학계와 시장 참가자들에게 많은 지지를 받았다. 1990년대 이후 변동성에 대한 논의는 변동성과 시장에 전달되는 정보 흐름과의 연관성으로 확장되었다. 최근 금융시장의 특징 중 하나는 기업의 경영 정보, 거시 경제 정책 그리고 외부 위기 등과 같은 뉴스(news)가 즉시 주가에 반영되는 것을 빈번히 관찰할 수 있다는 것이다. 따라서 주가 변동을 일으키는 가장 중요한 요소는 바로 이러한 영향력 있는 정보의 전달이라고 할 수 있을 것이다. Ross (1989)와 Andersen (1996)에 의하면 수익률뿐만 아니라 변동성도 시장 정보의 흐름과 직접적으로 연결되어 있다는 것을 발견하였다. 주가에 불연속적이고 급격한 변화를 유발하는 뉴스로 인한 충격을 점프(jump)라고 일컫는다. 결국 주가수익률 변동과정은 연속적인 확산과정과 불연속적인 점프과정으로 크게 두 부분으로 나뉘며 서로 다른 타입의 뉴스에 영향을 받는다는 것이 최근 연구의 주된 함의이다.

전통적인 점프확산과정에서 시간에 따른 점프발생은 서로 독립이기 때문에 과거의 점프발생이 미래의 점프발생에 영향을 끼치지 않는다. 따라서 점프 발생의 기대값인 점프 강도(jump intensity)는 일정한 상수가 된다. 하지만, 최근의 연구에 의해 밝혀진 사실은 점프 발생이 서로 의존적이고 점프 강도가 시간 가변적이라는 것으로, 이러한 현상을 점프 군집현상(jump clustering effect)이라고 한다. 시간 가변적 점프 강도를 확인한 연구로는 Bates (2000), Andersen 등 (2002), Pan (2002) 그리고 Chernov 등 (2003) 등이 있다. Maheu와 McCurdy (2004)는 점프 발생의 시간가변성과 군집현상을 반영하기 위해 점프 강도가 자기회귀과정을 따르는 GARCH-ARJI(auto regressive jump intensity) 모형을 제안하였다. GARCH-ARJI 모형은 변동성의 시간 가변성은 GARCH 모형으로 반영하고, 점프 강도의 시간 가변성은 자기회귀과정을 활용하는 모형이다. GARCH-ARJI 모형의 경우 조건부 점프 강도가 시간 가변적이기 때문에 수익률 상위 모든 차수(order)의 적률 또한 시간 가변적이라는 것을 의미한다. Maheu와 McCurdy (2004)는 미국 주가 자료를 활용하여 GARCH-ARJI 모형이 전통적 점프확산모형에 비해 주가수익률의 변동성을 보다 타당성 있게 설명하는 것을 주장하였다.

본 논문은 GARCH-ARJI 모형을 활용하여 KOSPI 수익률의 급격한 변동을 체계적으로 분석하는 것을 주된 연구 내용으로 하고 있다. KOSPI 수익률의 변동성에 관한 기존의 선행 연구들은 수익률의 변동성과 예측이 주된 연구과제였고, 급격한 가격 변동을 체계적으로 분석한 연구는 실제 많지 않다. 구본일 등 (2002)은 GARCH, EGARCH, GJR-GARCH 그리고 NAGARCH 등의 다양한 모수적 GARCH 모형 분석 결과 GJR-GARCH가 가장 우수한 결과를 보였다는 것을 규명하였고, 주가 지수에 내재된 비대칭성을 강조하였다. 장국현 (1999)은 KOSPI 200, 원달러 환율 그리고 CD 수익률 등의 자료를 활용한 점프 위험과 조건부 이분산성에 관한 연구에서 금융자산 수익률에 점프의 위험이 존재하고, GARCH 형태의 이분산성을 고려한 점프확산과정의 활용의 타당성을 역설하였다. 이분산성을 고려한 점프확산과정 활용한 장국현의 연구는 점프 강도의 시간가변성을 고려하지 않은, 즉 점프 강도가 상수인 경우이다. 이에 반해 본 연구에서 제안하는 GARCH-ARJI 모형은 이분산성과 점프 강도의 시간가변성을 동시에 고려한 모형으로, 이분산성을 고려한 점프확산과정의 일반형으로 이해하면 된다. 김우환 등 (2010)은 GARCH-ARJI 모형을 활용하여 우리나라 금융산업의 주가지수를 활용하여 점프 강도의 시간 가변성을 확인하였다. 우리나라의 대표적인 주가지수인 KOSPI 수익률의 변동성이 S&P 또는 FTSE 등과 같은 해외 금융시장의 주가지수보다 상대적으로 크다는 사실과, 이러한 변동성의 변화가 시장의 다양한 뉴스에서 기인한다는 것은 주지의 사실이다. 우리나라는 1990년대 후반 본격적으로 자본 시장이 개방된 이후 세계 금융시장의 영향력이 지속적으로 증가하고 있다. 특히 최근 경험한 미국 발 세계금융위기와 유럽 국가의 재정위기 그리고 중국의 경제정책 변화 등의 사례에서 뚜렷이 알 수 있듯이, 우리나라 금융 시장의 뉴스에 대한 반응 속도와 영향력은 실로 대단하다. 이러한 사실을 종합적으로 고

러해보면, 우리나라 주식 시장의 대표지수인 KOSPI를 활용한 급격한 가격 변동의 체계적인 구조를 이해하는 것은 매우 의미 있는 작업이라 판단된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 주가의 변동을 설명하기 위한 다양한 확률과정을 간략히 살펴보고, 본 논문의 주요 내용인 GARCH-ARJI 모형을 정리하고자 한다. 3장에서는 KOSPI 자료를 활용하여 분석한 결과를 중심으로 KOSPI 주가 지수의 조건부 변동성의 주요 특징을 정리하고자 한다. 마지막으로 4장에서는 본 논문의 결론, 한계점 그리고 향후 연구 제안 등을 정리하고자 한다.

2. GARCH-ARJI 모형

2.1. 선행 연구

Black과 Scholes (1973)가 옵션의 공정한 가격 결정을 위해 주가의 움직임을 기하브라운과정(geometric Brownian motion; GBM)을 활용한 이래 가장 빈번히 활용되고 있는 모형 중 하나인 GBM은 주가의 변동을 아래와 같이 표현한다.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t, \quad (2.1)$$

위 식에서 S_t 는 시점 t 에서 주가 그리고 μ 와 σ 는 각각 추세(drift)와 변동성(volatility)을 의미하는 상수이다. 그리고 W_t 는 표준 브라운과정을 나타낸다. 식 (2.1)의 GBM은 주가 수익률이 평균이 μdt 이고 분산이 $\sigma^2 dt$ 인 정규분포임을 의미한다.

GBM에 대한 시장 참가자들의 가장 큰 비판은 GBM의 변동성이 상수라는 것인데, 이를 극복하기 위해 제안된 모형으로는 CEV(constant elasticity of variance) 모형과 GBM-GARCH 모형 등이 대표적이다. CEV 모형은 변동성이 주가 수준(S_t)에 비례하는 모형으로 주가의 변동을 아래와 같이 표현한다.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma S_t^\delta dW_t.$$

변동성의 시간 가변성을 반영할 수 있는 GBM-GARCH 모형은 아래와 같다.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma_t dW_t, \quad (2.2)$$

여기서 σ_t 는 시간 가변적인 변동성(time varying volatility)을 의미하는 항으로, 일반적으로 GARCH(1, 1)을 활용한다. GARCH(1, 1)의 조건부 분산은 아래와 같다.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (2.3)$$

여기서 σ_t^2 는 시점 t 에서 분산을 의미하고 r_{t-1}^2 는 수익률의 제곱항을 의미한다.

수익률 자료의 중요한 특징 중 하나인 두터운 꼬리를 반영하기 위해 널리 활용되는 점프확산과정은 주가의 변동을 아래와 같이 표현한다.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t + dJ_t, \quad (2.4)$$

여기서 J_t 는 시점 t 에서 점프를 의미하고, 아래와 같이 정의된다.

$$J_t = \sum_{i=1}^{N_t} (Y_i - 1), \quad (2.5)$$

여기서 N_t 는 점프 인텐시티(intensity)가 λ 인 동질적인 Poisson 과정을 따른다고 가정한다. Y_i 는 i 번째 점프의 크기(size)를 모형화하는 확률변수로 독립이고 동일한 정규분포를 따른다고 가정한다.

$$Y_i \sim N(\mu_y, \sigma_y^2).$$

점프확산과정은 수익률이 서로 다른 두 정규분포의 혼합분포(mixed distribution)로 표현되기 때문에 수익률 자료의 두터운 꼬리를 반영할 수 있는 장점이 있다. 혼합분포의 가중치는 점프가 발생하지 않으면 0이고, 점프가 발생하면 평균이 μ_y 이고 분산이 σ_y^2 인 점프 크기만큼의 영향이 더해지는 것으로 이해하면 된다. 점프확산과정의 점프 크기는 정규분포 외에 대수정규분포나 균일분포 등의 다양한 분포를 활용할 수 있다.

2.2. GARCH-ARJI 모형

Chan과 Maheu (2002)은 GARCH모형에 점프를 반영하고, 점프의 강도가 시간에 따라 변하는 모형인 ARJI를 제안하였고, Maheu와 Mccurdy (2004)는 이를 일반화하여 GARCH-ARJI이라고 명하였다. GARCH-ARJI 모형에서 수익률, $r_t = \log(S_t/S_{t-1})$ 을 상수항과 두 개의 확률 오차항을 활용하여 설명한다. $t-1$ 시점의 정보집합(information set) $\Phi_{t-1} = \{r_{t-1}, \dots, r_1\}$ 하에서 수익률은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$r_t = \mu + \epsilon_t = \mu + \epsilon_{1,t} + \epsilon_{2,t}. \quad (2.6)$$

수익률의 변화를 초래하는 확률 오차항(ϵ_t)은 시장에 주어지는 뉴스(news)로 인해 발생한다. 이러한 뉴스는 일상적 변화(normal innovation)를 일으키는 일반적 뉴스와 급격한 변화를 초래하는 점프로 나눌 수 있다. 위 식에서 일상적 변화는 $\epsilon_{1,t}$ 로, 점프는 $\epsilon_{2,t}$ 로 나타난다. 식 (2.6)에서 μ 는 수익률의 조건부 평균($E(r_t|\Phi_{t-1})$)을 의미하며 본 논문에서는 상수로 가정하기로 한다.

$\epsilon_{1,t}$ 와 $\epsilon_{2,t}$ 는 아래와 같이 가정한다.

$$\epsilon_{1,t} = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim N(0, 1), \quad (2.7)$$

$$\epsilon_{2,t} = J_t - E(J_t|\Phi_{t-1}) = \sum_{k=1}^{N_t} Y_{t,k} - \theta \lambda_t, \quad (2.8)$$

위 식 (2.8)에서 $J_t = \sum_{k=1}^{N_t} Y_{t,k}$ 로 정의되고, 시점 $t-1$ 부터 시점 t 까지, 즉 t 기간 동안 수익률에 영향을 주는 점프 요인이다. $E(J_t|\Phi_{t-1})$ 는 정보집합 Φ_{t-1} 하에 발생한 점프 요인의 기댓값으로 식 (2.9)에 표현된 점프 사이즈의 평균(θ)과 조건부 점프 인텐시티(λ_t)의 곱으로 표현할 수 있다. 조건부 점프 인텐시티는 $t-1$ 에 주어진 정보집합 하에서 점프의 발생 횟수에 대한 기댓값($E(N_t|\Phi_{t-1})$)이다.

점프 크기 $Y_{t,k}$ 는 평균이 θ 이고 분산이 δ^2 인 정규분포를 따르며 서로 독립적이라고 가정한다. 즉, $Y_{t,k}$ 분포는 아래와 같다.

$$Y_{t,k} \sim N(\theta, \delta^2). \quad (2.9)$$

식 (2.7)에서 σ_t 는 아래와 같이 GARCH(1, 1)을 활용한다.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2. \quad (2.10)$$

표 3.1. KOSPI 수익률의 기초통계량

평균	중간값	표준편차	왜도	첨도	최소값	최대값	JB 통계량
0.02%	0.09%	1.83%	-0.5448	4.7118	-12.80%	11.28%	2517.8

식 (2.8)에 표현된 $\epsilon_{2,t}$ 은 점프와 관련 있는 확률 오차항으로, 시간 가변적인 조건부 점프 인텐시티(λ_t , conditional jump intensity)를 모수로 가지는 포아송 분포를 따른다. $(t-1, t)$ 기간 동안 발생한 점프의 횟수를 N_t 라고 할 때, N_t 의 조건부 확률분포는 다음과 같다.

$$p(N_t = j | \Phi_{t-1}) = \frac{\exp(-\lambda_t) \lambda_t^j}{j!}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.11)$$

식 (2.11)의 조건부 점프 인텐시티 λ_t 는 $t-1$ 에 주어진 정보집합 하에서 점프의 발생 횟수에 대한 기대값으로, 아래와 같은 자기회귀과정을 따른다고 가정한다.

$$\lambda_t = \lambda_0 + \rho \lambda_{t-1} + \gamma \xi_{t-1}, \quad (2.12)$$

여기서 λ_0 와 ρ 는 자기회귀를 따르는 조건부 점프 인텐시티의 회귀계수이고, γ 는 점프 인텐시티 잔차 ξ_{t-1} 의 변동성을 의미한다. ξ_{t-1} 는 정보집합이 확장에 따른 점프 발생 횟수의 조건부 기대값의 예측오차를 의미하고, 아래와 같은 표현할 수 있다.

$$\xi_{t-1} = E(N_{t-1} | \Phi_{t-1}) - E(N_{t-1} | \Phi_{t-2}).$$

위 식 (2.12)에서 ρ 와 γ 가 0이면 조건부 점프 인텐시티는 λ_0 로 상수인 전통적인 점프확산과정이 된다.

위 모든 사실을 종합하면, 식 (2.6)에 표현된 수익률의 조건부 분산은 아래와 같다.

$$\text{Var}(r_t | \Phi_{t-1}) = \text{Var}(\epsilon_{1,t} | \Phi_{t-1}) + \text{Var}(\epsilon_{2,t} | \Phi_{t-1}), \quad (2.13)$$

위 식에서 $\epsilon_{1,t}$ 로 인한 조건부 분산인 $\text{Var}(\epsilon_{1,t} | \Phi_{t-1})$ 은 식 (2.10)에 표현된 GARCH(1, 1)으로 구해진 σ_t^2 이고, $\text{Var}(\epsilon_{2,t} | \Phi_{t-1})$ 는 아래와 같다.

$$\text{Var}(\epsilon_{2,t} | \Phi_{t-1}) = (\theta^2 + \delta^2) \lambda_t. \quad (2.14)$$

따라서 $\text{Var}(r_t | \Phi_{t-1}) = \sigma_t^2 + (\theta^2 + \delta^2) \lambda_t$ 이 성립함을 알 수 있다. 3장의 실증분석 결과에서 제시하고 있는 조건부 변동성(Total로 표현함)은 조건부 분산의 제곱근을 취한 값($\sqrt{\text{Var}(r_t | \Phi_{t-1})}$)이다. 그리고 GARCH의 변동성은 식 (2.10)에 제곱근을 취한 값(GARCH component로 표현함)이고, 점프에 의한 변동성은 식 (2.14)에 제곱근을 취한 값(Jump component로 표현함)을 의미한다.

3. 실증 분석

3.1. 자료 및 모형 추정 결과

본 논문의 실증분석은 2000년 1월 4일부터 2010년 4월 26일까지 총 2598개의 일별 KOSPI 주가지수 자료를 활용하였다. KOSPI 주가지수의 일별 수익률의 기초통계량과 시계열도는 아래 표 3.1과 그림 3.1에 각각 주어져 있다.

KOSPI 수익률의 특징을 간략히 기술하면, KOSPI 수익률의 분포는 정규분포에 비해 꼬리가 두텁고 왼쪽으로 기울어진 분포임을 알 수 있고, Jarque-Bera 통계량을 활용한 정규성 검증 결과 (표 3.1의 JB 통계량 참고, p -value는 $< .0001$ 임) 역시 정규분포가 아님을 강력히 보여준다.

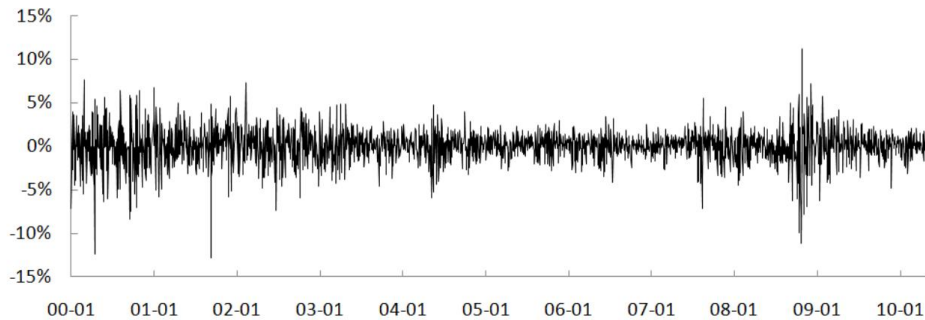


그림 3.1. KOSPI 일별 수익률 시계열 그림

표 3.2. GARCH-ARJI모형 추정결과

모수	추정량	표준오차	검정 통계량	p-value
μ	0.000439	0.000204	2.1562	0.0312
ω	8.16E-10	1.34E-05	0.0001	1.0000
α	0.035508	0.001562	22.7255	< 0.0001
β	0.945792	0.001921	492.2573	< 0.0001
λ_0	0.077763	0.006250	12.4428	< 0.0001
ρ	0.879484	0.010160	86.5602	< 0.0001
γ	0.540169	0.057583	9.3807	< 0.0001
θ	-0.011620	0.000627	-18.5456	< 0.0001
δ	0.005201	0.001076	4.8343	< 0.0001

표 3.3. 우도비검증 (귀무가설: 점프 인텐시티가 상수이다) 결과

귀무가설	LR통계량	p-value
$\rho = \gamma$	73.544	< 0.0001

위 그래프를 살펴보면 변동성의 군집현상을 뚜렷이 발견할 수 있다. 즉 변동성이 2000년에서 2003년까지는 크게 나타나고, 이후 2007년까지는 비교적 작게 나타나고, 다시 2008년을 기준으로 크게 유지되는 것을 볼 수 있는데, 이는 변동성이 높은 기간과 낮은 기간으로 지속적으로 유지되는 변동성 군집현상을 의미한다.

GARCH-ARJI 모형에 대한 모수 추정 결과는 아래 표 3.2에 주어져 있다. GARCH-ARJI 모형 추정 결과, 점프 인텐시티(λ_t)가 시간 가변성을 지님을 확인할 수 있다. $\rho = \gamma = 0$ 이면 점프 인텐시티(λ_t)는 λ_0 로 시간에 따라 일정한 상수가 되는데, 추정한 결과 $\rho = 0.879484$ 이고, $\gamma = 0.540169$ 으로 0보다 충분히 크고, 유의성 검정 결과 (표 3.2의 p-value 참고)와 우도비검증(표 3.3의 p-value 참고) 역시 점프 인텐시티가 상수가 아닌 시간 가변적임을 뚜렷이 보여주고 있다.

GARCH-ARJI모형에서 추정된 조건부 점프 인텐시티에 대한 시계열도는 그림 3.2에 주어져 있다. 그림 3.2를 살펴보면, KOSPI 수익률의 조건부 점프 인텐시티가 상수가 아님을 알 수 있고, 시간의 흐름에 따른 변동 역시 매우 큰 것을 확인할 수 있다.

그림 3.3에서는 GARCH-ARJI 모형의 조건부 변동성($\sqrt{\text{Var}(r_t|\Phi_{t-1})}$)을 제시하고 있다. 이해를 돕기 위해, 그림 3.4에서는 GARCH-ARJI 모형의 조건부 변동성을 GARCH 부분과 점프 부분으로 나누어 그린 시계열도이다. 그림 3.4에서, 실선으로 표현된 부분은 식 (2.10)에 표현된 GARCH(1, 1) 모

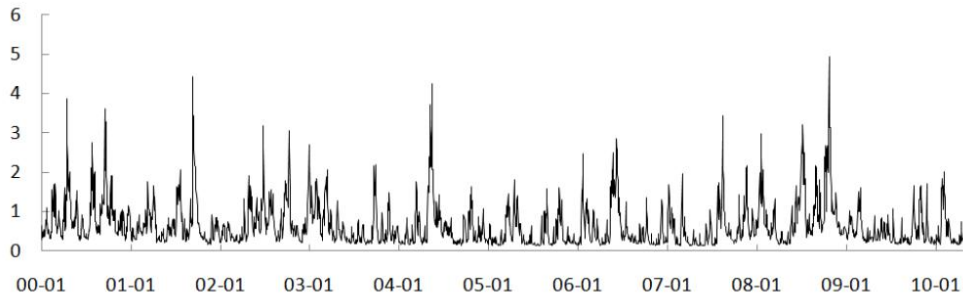


그림 3.2. GARCH-ARJI 모형의 조건부 점프 인텐시티 시계열도

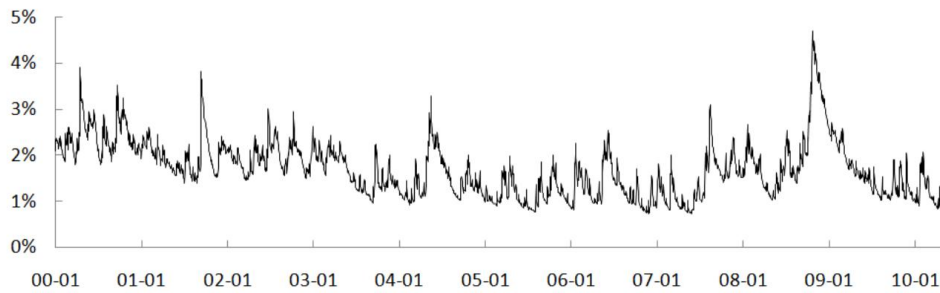


그림 3.3. GARCH-ARJI 모형의 조건부 변동성 $\sqrt{\text{Var}(r_t|\Phi_{t-1})}$ 의 시계열도

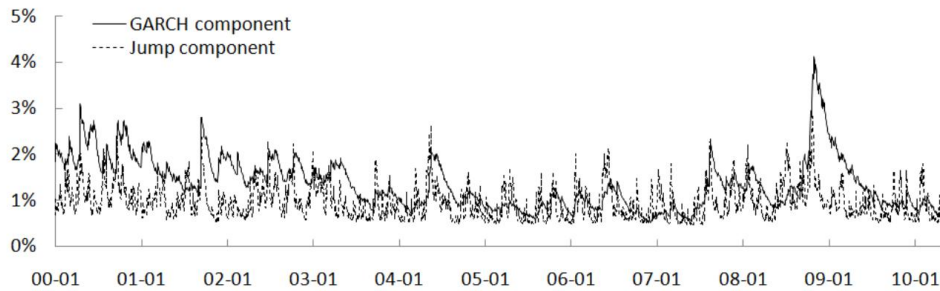
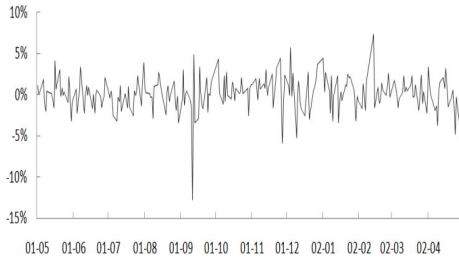


그림 3.4. GARCH-ARJI 모형의 조건부 변동성의 분해

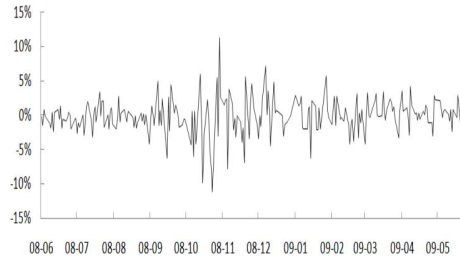
형의 변동성이고, 점선으로 표현된 부분은 식 (2.14)에 표현된 점프에 의한 변동성이다. 전반적으로 GARCH(1, 1)에 의해 설명되는 일상적인 변동이 크고, 점프에 의한 변동성이 다소 작게 나타나는 것을 알 수 있다.

GARCH-ARJI 모형의 특징을 살펴보기 위해서, 본 논문의 실증분석 기간 동안 발생한 외부 위기에 대한 분석을 수행하고자 한다. 본 논문에서 고려한 외부 위기는 2001년 9.11 위기와 2008년 리먼브러더스 부도 사태를 기점으로 한 글로벌 금융위기를 선택하였다. 먼저 두 기간의 KOSPI 수익률은 그림 3.5에 주어져 있는데 9.11 위기로 인해 한 번의 큰 주가의 급락이 뚜렷하고, 2008년의 글로벌 금융위기는 변동성에 지속적인 영향이 있다는 것을 알 수 있다.

9.11 테러로 인한 위기와 2008년 금융위기 기간의 GARCH-ARJI 모형에서 추정된 조건부 점프 인텐시

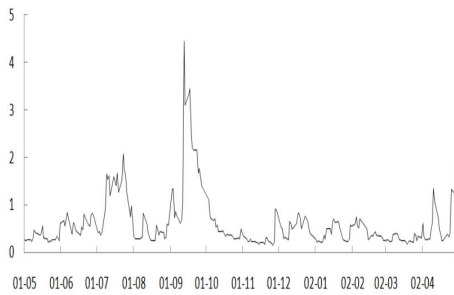


(a) 9.11 위기

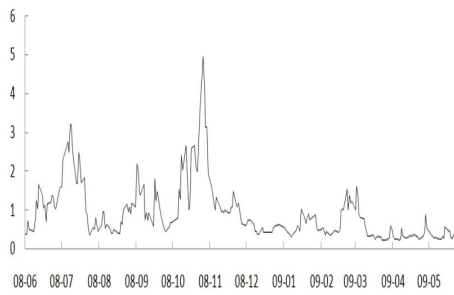


(b) 2008년도 리먼브러더스 파산 시기

그림 3.5. 9.11 위기와 2008년 위기기간 KOSPI 일별 수익률

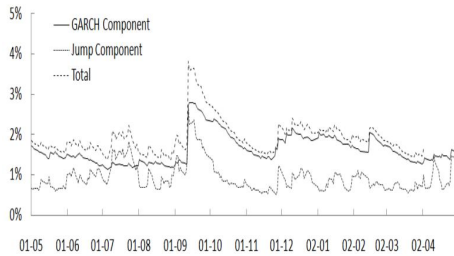


(a) 9.11 위기

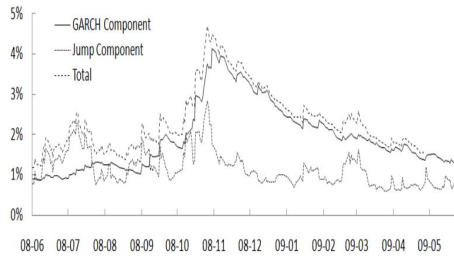


(b) 2008년도 리먼브러더스 파산 시기

그림 3.6. 위기와 2008년 위기기간 조건부 점프 인텐시티



(a) 9.11 위기



(b) 2008년도 리먼브러더스 파산 시기

그림 3.7. 9.11 위기와 2008년 위기기간 조건부 변동성

티와 조건부 변동성은 아래 그림 3.6과 3.7에 각각 주어져 있다.

그림 3.6에서 9.11 위기와 2008년 금융위기 기간에 점프 인텐시티가 매우 크게 증가하고 있는 것을 확인할 수 있고, 충격의 지속성은 2008년이 더 길게 나타나고 있는 것을 뚜렷이 확인할 수 있다.

그림 3.7은 GARCH-ARJI 모형의 조건부 변동성(Total로 표현함)과 조건부 변동성을 GARCH 부분과 점프 부분으로 분해한 시계열도이다. 이 그림에서 GARCH 부분은 변동성의 완만한 부분을 설명하는 반면, 점프는 급격한 변동 부분을 설명한다는 것을 확연히 알 수 있다. 전체 분석 기간(그림 3.3 그리고 3.4 참고)과 비교하면, 본 논문에서 정의한 위기 기간 동안 GARCH-ARJI 모형의 조건부 변동성이 크

게 변하는 것을 알 수 있다. 특히, 이 기간 동안 조건부 변동성에서 GARCH 부분이 차지하는 비중은 전체 분석 기간보다 상대적으로 작고, 점프 부분이 차지하는 부분은 크다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 예측하지 못한 위기 발생의 충격을 설명하는 것은 점프라는 것을 분명하게 나타내는 결과임에 분명하다.

4. 맺음말

본 연구에서는 GARCH-ARJI 모형을 활용하여 KOSPI 주가지수 수익률의 변동성과 점프 인텐시티의 시간 가변성에 초점을 맞추어 설명하고자 하였다. 본 논문에서 제안한 GARCH-ARJI 모형에서, 수익률의 조건부 분산은 완만한 변화 부분의 조건부 분산과 점프 부분의 조건부 분산의 합으로 이루어진다. 본 논문에서 제안하는 GARCH-ARJI 모형은 전통적인 점프확산과정과 달리 점프 인텐시티의 시간 가변성을 고려하기 위해 점프 인텐시티가 자기회귀과정을 따르는 이질적인 Possion 분포로 가정된 것이 이전 연구들과 구분되는 본 논문의 특징이다.

본 논문의 주요 발견은 먼저 KOSPI 주가 수익률에 내재된 점프 인텐시티의 시간 의존성을 확인할 수 있었다. 모수 추정 결과 점프 인텐시티가 시간에 따라 일정한 상수가 아니라 자기 회귀 과정을 따르는 시간 가변적 특성을 지님을 밝혔다. 본 논문에서는 수익률의 변동성을 일상적인 변동과 급격한 변동의 두 가지 부분으로 나누어 분석을 수행하였다. 분석 결과, 9.11 위기와 2008 금융위기의 KOSPI 수익률의 변동성에 대한 영향을 체계적으로 파악할 수 있었다. 그리고 GARCH-ARJI 모형을 활용한 KOSPI 수익률의 조건부 변동성을 분해하여 분석한 결과, 점프로 인한 변동성이 일상적인 변동성보다 전반적으로 다소 작다는 것을 발견할 수 있었다. 본 논문의 실증분석 결과 한 가지 흥미로운 사실은 KOSPI 주가지수의 경우 전반적으로 점프의 영향이 GARCH 부분의 영향을 초과하지는 못하고 있다. Maheu와 Mccurdy (2004)의 미국 주가지수와 IBM 등의 개별 주가를 분석한 결과에서는 점프 부분이 GARCH 부분을 초과하는 경우를 보여주고 있다. 이러한 차이는 우리나라 주식시장의 일상적인 변동성이 미국시장보다 더 크기 때문이라 생각한다. 향후 이러한 현상에 대한 원인 규명은 흥미로운 향후 연구 과제임에 분명하다.

본 논문에서 제안한 GARCH-ARJI 모형의 장점은 수익률의 조건부 분산을 일상적인 변동과 급격한 변동의 두 가지 부분으로 나누어 분석할 수 있다는 것이다. 이러한 접근법을 활용하여 조건부 점프 인텐시티의 시계열적 추세를 파악하는 것은 주가지수의 급격한 가격 변화 가능성을 사전에 파악할 수 있는 지표로서의 역할을 할 수 있기 때문에 위기관리와 조기경보시스템 등의 다양한 활용이 가능할 것이다. 본 논문의 실증분석은 일별 수익률 자료를 활용하였기 때문에 점프 인텐시티의 시계열도가 다소 복잡하게 나타나지만 KOSPI 주가지수의 주별 또는 월별 수익률 자료를 활용하여 GARCH-ARJI 모형을 추정하고 조건부 점프 인텐시티를 추정하면 급격한 가격변동기에 점프 인텐시티가 뚜렷하게 증가함을 알 수 있다. 이는 GARCH-ARJI 모형의 조기경보시스템에의 활용성을 보여주는 것으로 판단된다.

참고문헌

- 구본일, 엄영호, 최완수 (2002). 비대칭 변동성 추정모형의 새로운 대안: Spline-(E)GARCH Model, <재무연구>, **15**, 109-149.
- 장국현, (1999). 한국주식시장의 변동성 다이내믹스와 시간가변적 상관관계에 관한 연구, <재무연구>, **12**, 315-340.
- 김우환, 김주현, 이지윤 (2010). GARCH-ARJI 모형을 활용한 금융산업의 시스템 리스크에 관한 연구, <금융안정연구>, **11**, 167-187.

- Andersen, T. G. (1996). Return volatility and trading volume: An information flow interpretation of stochastic volatility, *Journal of Finance*, **51**, 169–204.
- Andersen, T. G., Benzoni, L. and Lund, J. (2002). An empirical investigation of continuous-time equity return models, *Journal of Finance*, **62**, 1239–1284.
- Bates, D. S. (2000). Post-'87 crash fears in the S&P 500 futures option market, *Journal of Econometrics*, **94**, 181–238.
- Black, F. and Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, **81**, 637–654.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307–327.
- Chan, W. H. and Maheu, J. M. (2002). Conditional jump dynamics in stock market returns, *Journal of Business & Economic Statistics*, **20**, 377–389.
- Chernov, M. A., Gallant, R., Ghysels, E. and Tauchen, G. (2003). Alternative models for stock price dynamics, *Journal of Econometrics*, **116**, 225–257.
- Maheu, J. M. and McCurdy, T. H. (2004). News Arrival, Jump Dynamics, and Volatility Components for Individual Stock Returns, *Journal of Finance, American Finance Association*, **59**, 755–793, 04
- Pan, J. (2002). The jump-risk premia implicit in options: Evidence from an integrated time-series study, *Journal of Financial Economics*, **63**, 3–50.
- Ross, S. A. (1989). Information and volatility: The no-arbitrage martingale approach to timing and resolution irrelevancy, *Journal of Finance*, **44**, 1–17.

An Empirical Analysis of KOSPI Volatility Using GARCH-ARJI Model

Woohwan Kim¹

¹Department of Economics, Yonsei University

(Received November 2010; accepted December 2010)

Abstract

In this paper, we systematically analyzed the variation of KOSPI returns using a GARCH-ARJI(auto regressive jump intensity) model. This model is possibly to capture time varying volatility as well as time varying conditional jump intensity. Thus, we can decompose return volatility into usual variation explained by the GARCH model and unusual variation that resulted from external news or shocks. We found that the jump intensity implied on KOSPI return series clearly shows time varying. We also found that conditional volatility due to jump is generally smaller than that resulted from usual variation. We also analyzed the effect of 9.11 and the 2008 financial crisis on the volatility of KOSPI returns and conclude that there is a strong and persistent impact on the KOSPI from the 2008 financial crisis.

Keywords: GARCH-ARJI, jump intensity, conditional volatility.

¹Research Professor, Department of Economics, Yonsei University, 262 Seongsanno, Seodaemun-gu, Seoul 120-749, Korea. E-mail: jumjump@yonsei.ac.kr