

## 論文

DOI:10.5139/JKSAS.2010.39.3.218

## 동적 측정오차가 손상탐지에 미치는 영향에 관한 연구

김기옥\*

## Study of Effects of Measurement Errors in Damage Detection

Ki-Ook Kim\*

## ABSTRACT

A modal method is presented for the investigation of the effects of measurement errors in damage detection for dynamic structural systems. The structural modifications to the baseline system result in the response changes of the perturbed structure, which are measured to determine a unique system in the inverse problem of damage detection. If the numerical modal data are exact, mathematical programming techniques can be applied to obtain the accurate structural changes. In practice, however, the associated measurement errors are unavoidable, to some extent, and cause significant deviations from the correct perturbed system because of the intrinsic instability of eigenvalue problem. Hence, a self-equilibrating inverse system is allowed to drift in the close neighborhood of the measured data. A numerical example shows that iterative procedures can be used to search for the damaged structural elements. A small set of selected degrees of freedom is employed for practical applicability and computational efficiency.

## 초 록

동적구조의 손상탐지에 적용되는 모드법에서 측정오차가 계산과정의 수렴특성에 미치는 영향을 조사하였다. 구조요소의 손상과 같은 구조적 변화가 발생하면 응답특성도 변화되므로, 고유진동수 또는 고유벡터의 변화를 측정하면 구조적 변화를 밝혀낼 수 있다. 시험을 통하여 얻은 측정자료가 정확한 경우 수학적 프로그래밍은 우수한 수렴특성을 보여주고 있다. 그러나 실제 측정치는 오차를 포함하며, 고유치문제의 수치적 불안정성 때문에 작은 수치오차는 실제와 전혀 다른 계산결과를 초래할 수 있다. 그러므로 응답특성은 일정한 범위 안에서 스스로 평형상태를 찾아갈 수 있도록 허용되어야 한다. 유한요소모델에 포함되는 모든 자유도에 측정센서를 부착할 수 없으므로, 가장 효과적인 소수의 자유도를 선정하여 측정자료를 얻을 수 있으며 측정된 자유도에 대한 평형방정식을 적용한다.

**Key Words** : Structural dynamics(구조동력학), Damage detection(손상탐지), Modal method(모드법), Dynamic condensation(동적 축소법)

## Nomenclature

$c$  : 고유벡터의 정규화 상수

$[D]$  : 동적 강성행렬

$\{E\}$  : 잔여 오차

$[k],[m]$  : 기본구조의 강성 및 질량 행렬

$[k'],[m']$  : 섭동구조의 강성 및 질량 행렬

$[\Delta k]$  : 강성행렬의 섭동량

† 2010년 11월 3일 접수 ~ 2011년 1월 26일 심사완료

\* 정희원, 인하대학교 공과대학 항공우주공학전공

교신저자, E-mail : kokim@inha.ac.kr

인천광역시 남구 용현동 253

|                     |                    |                                   |                    |
|---------------------|--------------------|-----------------------------------|--------------------|
| $[\Delta m]$        | : 질량행렬의 섭동량        | $\lambda', \{\phi'\}$             | : 섭동구조의 고유치 및 고유벡터 |
| $[K_r], [M_r]$      | : 축소된 강성 및 질량행렬    | $\Delta \lambda, \{\Delta \phi\}$ | : 고유치 및 고유벡터의 섭동량  |
| $[T]$               | : 자유도 변환행렬         | $\lambda_{app}$                   | : 근사 고유치           |
| $F$                 | : 수학적 프로그래밍의 목적함수  | $\{\phi_p\}, \{\phi_s\}$          | : 주자유도 및 주자유도      |
| $\{U\}, \{V\}$      | : 설계 자유도 벡터        | $\{\psi\}$                        | : 고유벡터의 정규화 보조벡터   |
| $\{X\}, \{Y\}$      | : 설계변수에 대한 방정식 벡터  | $\alpha$                          | : 구조 설계변수          |
| $\lambda, \{\phi\}$ | : 기본구조의 고유치 및 고유벡터 | $\phi_r$                          | : 기준 자유도           |

## 1. 서론

유한요소법은 복잡한 구조의 해석 (analysis) 뿐만 아니라, 원하는 응답의 구조를 찾는 역해석 문제 (inverse problem)에도 널리 이용되고 있다.

예비설계를 통하여 얻은 기본구조의 유한요소 해석 결과 원하지 않는 응답특성이 나타날 경우 구조는 재설계된다. 최적구조 설계 (structural optimization)[1-2]에서는 보통 수학적 프로그래밍 (mathematical programming)을 이용하여 구조요소들의 변화를 결정한다. 이때 평형방정식은 구속조건이 되며 목적함수는 구조의 무게이다.

한편 시스템 검증 (system identification)[3]에서는 실제 구조시험에서 얻을 수 있는 응답특성과 동일한 해석결과를 갖는 유한요소모델을 구성하여 공학적 시험이 어려운 여러 가지 외적 환경에 대한 구조시뮬레이션에 이용한다. 이때 측정 수치와 이론적 해석결과의 차이를 최소화하기 위하여 유한요소모델은 수정된다.

사용되고 있는 구조를 점검하고 안전성을 확보하는 것은 중요한 일이므로 구조적 손상은 미리 예방되어야 할 뿐만 아니라 탐지되어야 한다. 공학적으로 가능한 여러 가지 구조에서 최적의 구조를 선택할 수 있는 최적구조 설계와 달리, 유일한 손상구조를 찾아내는 손상탐지 (damage detection) [4-7]는 어려운 일이다.

구조요소의 손상은 응답특성의 변화를 초래하므로 손상 전, 후의 특성을 측정하여 손상의 위치와 크기를 구할 수 있다. 구조의 단순한 정적 특성에 비하여 동적 특성은 다양하고 풍부하므로 모드법 (modal method)에서는 고유진동수와 고유벡터의 변화를 손상탐지에 이용한다.

모드법을 적용할 경우, 고유치뿐만 아니라 고유벡터의 변화를 이용하면 수렴속도를 증가시킬 수 있다. 그러나 유한요소해석에 포함되는 모든 자유도에 센서를 부착하여 측정하는 것은 어려운 일이므로 소수의 효과적인 자유도를 선정한다.

일반적으로 동적 해석에는 많은 계산시간이 소요되므로 계산효율을 증가시키기 위해 시스템축소법

(system condensation)[8-11]을 적용할 수 있다. 이때 축소된 구조는 소수의 자유도에 관한 수식으로 표현되며 저차 모드에서는 정확한 결과를 얻을 수 있다.

주어진 응답특성을 갖는 구조를 찾아야 하는 역해석문제 (inverse problem)에서는 보통 반복적 해석이 요구되므로 시스템 축소의 필요성은 더욱 증가된다. 그러나 시스템축소 과정에서 발생하는 계산오차로 인하여 정확도는 감소한다.

특히 유일한 손상구조를 찾아야 하는 손상탐지에서 축소에 따른 계산오차는 중대한 문제를 초래할 수 있다. 따라서 축소과정이 없이 소수의 자유도를 이용하는 직접적 방법[12]을 적용하면 좋은 결과를 얻을 수 있다.

본 연구에서는 수치적 불안정성이 큰 고유치 문제에서 작은 측정오차가 계산과정의 수렴특성에 미치는 영향을 조사한다. 측정오차를 포함하고 있는 응답특성은 고정되지 않고 일정 범위 안에서 변화될 수 있도록 허용된다.

많은 수치자료를 이용하여 계산의 정확도를 높이기 위해 여러 개의 고유모드를 포함시킨다. 이때 각 모드의 방정식은 수치적 크기가 서로 다르므로 고유치를 이용해 적절히 조정한다.

또한 고유벡터는 정규화 (normalization) 방법에 따라 그 크기가 달라진다. 가장 많이 사용되는 질량 정규화 (mass normalization)에서는 각 모드의 고유벡터가 알맞게 조정 (scaling)될 수 있지만 평형방정식의 수식화가 복잡해진다.

한편 특정한 자유도를 기준 자유도(reference dof)로 선정하여 단위 크기 (unit magnitude)를 갖도록 하면 수식을 단순화시킬 수 있다. 그러나 기준 자유도의 선정에 따라 고유벡터의 크기가 달라지므로, 질량 정규화와 관련된 수치를 이용하여 방정식의 크기를 조정한다.

## II. 연구내용 및 방법

### 2.1 평형방정식

비감쇠 동적 구조의 평형방정식은 다음과 같은 고유치문제로 표현될 수 있다.

$$[k]\{\phi\} = \lambda[m]\{\phi\} \quad (1)$$

기본구조 (baseline structure)의 강성 및 질량행렬은  $[k]$ 와  $[m]$ 로 표시되며  $\lambda$ 와  $\{\phi\}$ 는 고유치와 고유벡터이다.

구조적 변화로 생성되는 섭동구조 (perturbed structure)의 평형방정식도 동일하게 쓸 수 있다.

$$[k']\{\phi'\} = \lambda'[m']\{\phi'\} \quad (2)$$

섭동구조의 특성은 다음과 같이 표시한다.

$$[k'] = [k] + [\Delta k] \quad [m'] = [m] + [\Delta m] \quad (3)$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda \quad \{\phi'\} = \{\phi\} + \{\Delta\phi\} \quad (4)$$

식 (3)과 (4)를 식 (2)에 대입하면 섭동구조의 평형방정식을 섭동항으로 나타낼 수 있다.

$$([k] + [\Delta k])\{\phi\} + [\Delta\phi] = (\lambda + \Delta\lambda)([m] + [\Delta m])\{\phi\} + \{\Delta\phi\} \quad (5)$$

구조 및 응답특성의 변화가 작다면 비선형 섭동식 (5)는 선형 섭동식으로 표현할 수 있다.

$$([k] - \lambda[m])\{\Delta\phi\} + ([\Delta k] - \lambda[\Delta m])\{\phi\} - \Delta\lambda[m]\{\phi\} = 0 \quad (6)$$

재해석에서는 주어진  $[\Delta k]$ 와  $[\Delta m]$ 에 의하여 발생하는  $\Delta\lambda$ 와  $\{\Delta\phi\}$ 를 결정하며, 역해석 문제에서는 반대 방향으로 이루어진다.

## 2.2 시스템 축소

복잡한 대형 구조의 유한요소해석에는 많은 자유도가 포함되므로 오랜 계산시간이 소요된다. 최근 컴퓨터의 계산속도와 기억용량에서 급격한 발전이 이루어졌을 뿐만 아니라, 병렬계산기법 등으로 구조의 수식화에서 자유도의 제한을 두지 않는다. 그러나 구조시스템을 축소하여 계산효율을 증가시키는 방법도 고려할 수 있다.

고유벡터  $\{\phi\}$ 를 주자유도 (primary or master dof)  $\{\phi_p\}$ 와 부자유도 (secondary or slave dof)  $\{\phi_s\}$ 로 나누고 부자유도는 수식에서 제외한다.

$$\{\phi\} = \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} \cong \begin{bmatrix} I \\ T \end{bmatrix} \{\phi_p\} \equiv [T_p]\{\phi_p\} \quad (7)$$

주자유도와 부자유도 사이의 관계는 변환행렬 (transformation matrix)의 근사식으로 표시된다.

$$\{\phi_s\} \cong [T]\{\phi_p\} \quad (8)$$

식 (7)을 평형방정식 (1)에 대입하여 얻은 잔여 오차 (residual error)에  $[T_p]^T$ 를 앞으로 곱하면 주자유도  $\{\phi_p\}$ 에 대한 근사식을 얻을 수 있다.

$$[K_r]\{\phi_p\} = \lambda_{app}[M_r]\{\phi_p\} \quad (9)$$

축소된 강성 및 질량행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [K_r] &= [T_p]^T [k] [T_p] \\ [M_r] &= [T_p]^T [m] [T_p] \end{aligned} \quad (10)$$

## 2.3 직접적 방법

공학적으로 가능한 여러 구조에서 최적의 구조를 찾는 최적 구조설계에서 시스템 축소법은 좋은 결과를 보여준다. 그러나 유일한 섭동구조를 찾는 손상탐지에서는 축소과정에서 누적되는 계산오차로 인하여 정확도는 감소한다.

직접적 방법 (direct method)에서는 구조시스템을 축소하지 않고 주자유도에 대한 평형방정식을 선택하여 계산의 효율성을 증가시킨다.

선형 섭동식 (6)에서 구조변화에 관련된 항을 다음과 같이 단순히 표시할 수 있다.

$$([\Delta k] - \lambda[\Delta m])\{\phi\} = \sum_{j=1}^J \{X\}_j f_j(\alpha_j) \quad (11)$$

여기에서  $J$ 는 구조설계변수의 개수이며 함수  $f_j(\alpha_j)$ 는  $j$ -번째 설계변수  $\alpha_j$ 를 포함한다.

따라서 식 (6)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[D]\{\Delta\phi\} + \sum_{j=1}^J \{X\}_j f_j - \Delta\lambda\{Y\} = \{0\} \quad (12)$$

여기에서  $[D]$ 와  $\{Y\}$ 는 다음과 같다.

$$[D] = [k] - \lambda[m] \quad \{Y\} = [m]\{\phi\} \quad (13)$$

동적 강성행렬 (dynamic stiffness matrix)  $[D]$ 는 특이성 (singularity)을 가지므로 역행렬은 존재하지 않는다. 따라서 적절히 선정된 기준 자유도 (reference dof)에 관련된 행과 열을 소거하면 비특이성 (nonsingularity)을 갖는 행렬  $[D_{n-1}]$ 을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [D_{n-1}]\{\Delta\phi_{n-1}\} \\ + \sum_{j=1}^J \{X_{n-1}\}_j f_j - \Delta\lambda\{Y_{n-1}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (14)$$

위 식은  $\{\Delta\phi_{n-1}\}$ 에 대하여 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\Delta\phi_{n-1}\} \\ + \sum_{j=1}^J \{U_{n-1}\}_j f_j - \Delta\lambda\{V_{n-1}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \{U_{n-1}\}_j &= [D_{n-1}]^{-1}\{X_{n-1}\}_j \\ \{V_{n-1}\} &= [D_{n-1}]^{-1}\{Y_{n-1}\} \end{aligned} \quad (16)$$

식 (15)에서 주자유도에 대한 방정식을 선택하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{j=1}^J \{U_p\}_j f_j = -\{\Delta\phi_p\} + \Delta\lambda\{V_p\} \quad (17)$$

한편  $[D]\{\phi\} = \{0\}$ 이므로 식 (12)에  $\{\phi\}^T$ 를 앞으로 곱하면  $\{\Delta\phi\}$ 가 소거된 식을 얻는다.

$$\sum_{j=1}^J \{\phi\}^T \{X\}_j f_j = \Delta\lambda\{\phi\}^T \{Y\} \quad (18)$$

식 (17)과 (18)에서 오른쪽 항들은 주어지므로 왼쪽 항들에 포함된 구조설계변수를 구할 수 있다. 계산된 구조설계변수의 값을 이용하여  $[k']$ 와  $[m']$ 를 결정하면 새로운 섭동구조 (updated perturbed system)를 얻을 수 있다. 재해석을 통하여 동적 특성  $\lambda'$ ,  $\{\phi'\}$ 를 결정하여 비선형 섭동식 (5)에 대입하고 계산과정을 반복한다.

새로운 섭동구조의 재해석 (reanalysis)에는 많은 계산시간이 요구되며 때로는 손상탐지의 계산과정에서 수렴진동을 초래할 수 있으므로,  $[\Delta m]$ 과  $[m']$ 를 값을 비선형 섭동식 (5)에 적용하여  $\{\Delta\phi\}$ 와  $\{\phi'\}$ 를 구하는 것이 효과적이다.

$$[D]\{\Delta\phi\} + ([\Delta k] - \lambda[\Delta m])\{\phi'\} - \Delta\lambda[m']\{\phi'\} = \{0\} \quad (19)$$

손상이 발생할 경우 일반적으로 강성은 감소하지만 질량은 일정하게 유지된다. 따라서 손상탐지에서 식 (19)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[D]\{\Delta\phi\} + [\Delta k]\{\phi'\} - \Delta\lambda[m]\{\phi'\} = \{0\} \quad (20)$$

각 모드마다 식 (17)과 (18)에서  $p+1$ 개의 평행방정식을 얻는다. 실제 계산에서는 섭동구조에 대하여 많은 정보가 필요하므로 여러 개의 저차모드가 적용되며 방정식의 수는 증가된다.

## 2.4 고유벡터의 정규화

고유벡터는 절대적인 크기를 갖지 않으므로 적절히 정규화 (normalization)하여 표시한다. 가장 일반적으로 사용하는 방법은 질량 정규화 (mass normalization)이며 다음과 같이 표현된다.

$$\{\phi\}^T [m]\{\phi\} = 1 \quad (21)$$

동적 강성행렬에 대하여  $[D]\{\phi\} = \{0\}$ 이므로 식 (12)에서 임의 크기의  $\{\phi\}$ 를  $\{\Delta\phi\}$ 에 더하여도 식은 성립한다.

$$\{\Delta\phi\} = \{\psi\} + c\{\phi\} \quad (22)$$

여기에서  $\{\psi\}$ 는 식 (12)를 만족하는 벡터이며  $c$ 는  $\{\Delta\phi\}$ 에 포함된  $\{\phi\}$ 의 크기이다.

$$[D]\{\psi\} + \sum_{j=1}^J \{X\}_j f_j - \Delta\lambda\{Y\} = \{0\} \quad (23)$$

이때  $\{\psi\}$ 와  $\{\phi\}$ 는 질량행렬  $[m]$ 에 대해 수직하다고 가정할 수 있으며  $\{\phi\}^T [m]\{\psi\} = 0$ 이다.

한편 섭동구조의 질량정규화식은 다음과 같다.

$$\{\phi'\}^T [m']\{\phi'\} = 1 \quad (24)$$

질량행렬의 1차 섭동항만 고려하여 상수  $c$ 는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$c = -\frac{1}{2}\{\phi\}^T [\Delta m]\{\phi\} \quad (25)$$

질량행렬이 일정한 경우  $[\Delta m] = [0]$ 이며 식 (24)로부터 상수  $c$ 에 대한 2차식을 얻는다.

$$c^2 + 2c + \{\psi\}^T [m]\{\psi\} = \{0\} \quad (26)$$

한편 식 (15)와 (17)은  $\{\psi\}$ 로 표시된다.

$$\begin{aligned} \{\psi_{n-1}\} \\ + \sum_{j=1}^J \{U_{n-1}\}_j f_j - \Delta\lambda\{V_{n-1}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\{\psi_p\} + \sum_{j=1}^J \{U_p\}_j f_j - \Delta\lambda\{V_p\} = \{0\} \quad (28)$$

역해석 문제 (inverse problem)에서  $[\Delta m]$ 은 미리 알 수 없으므로  $c$ 를 계산할 수 없다. 본 연구에서는 특정한 자유도를 기준 (reference dof)으로 정규화하여 기본구조와 섭동구조에서 단위 크기 (unit magnitude)를 갖도록 하였다.

이 경우에  $\phi_r = \phi'_r = 1$ 이므로  $\Delta\phi_r = 0$ 이다. 따라서  $c = 0$ 이며 식 (17)을 그대로 사용할 수 있다. 본 연구에서는 수학적 프로그래밍에서  $\{\Delta\phi_p\}$ 의 수치를 직접 변수로 사용하였다.

기준 자유도의 선정에 따라 고유벡터 식 (17)에서  $\{\Delta\phi_p\}$ 의 상대적 크기가 각 모드마다 다르므로 여러 개의 모드가 사용되는 경우 적절한 상수 (scale factors)로 조정되어야 한다.

## 2.5 수학적 프로그래밍

섭동구조의 고유치 및 고유벡터의 측정치에 수치적 오차가 포함되는 경우, 고유치 문제의 수치적 불안정성 때문에 손상탐지는 어려워진다. 따라서 고유치  $\lambda'$  및 고유벡터  $\{\phi'\}$  (또는 섭동치  $\Delta\lambda$  및  $\{\Delta\phi\}$ )는 변수로 취급하여 알맞은 평형상태를 찾아 변화될 수 있도록 허용한다. 이때 식 (17)과 (18)은 잔여오차로 표시된다.

$$\begin{aligned} \{E_p\} = \{\Delta\phi_p\} + \sum_{j=1}^J \{U_p\}_j f_j(\alpha_j) \\ - \Delta\lambda\{V_p\} \end{aligned} \quad (29)$$

$$E_{p+1} = \sum_{j=1}^J \{\phi\}^T \{X\}_j f_j(\alpha_j) - \Delta\lambda \{\phi\}^T \{Y\} \quad (30)$$

잔여오차  $\{E_p\}$ 와  $E_{p+1}$ 는 구조적 설계변수  $\alpha_1, \dots, \alpha_J$ 는 물론 고유치  $\lambda'$  ( $\Delta\lambda$ )와 고유벡터  $\{\phi'\}$  ( $\{\Delta\phi_p\}$ )의 함수이다.

본 연구에서 수학적 프로그래밍의 목적함수 (objective function)는 잔여오차의 크기이다.

$$F = \{E_p\}^T \{E_p\} + E_{p+1} \times E_{p+1} \quad (31)$$

일반적으로 구조설계변수는 기본구조 수치에 대한 변화율로 표시되므로  $\alpha_j = 0$ 는 구조요소의 변화가 없음을 뜻하며,  $\alpha_j = -1$ 은 구조요소의 제거를 의미하므로 주의하여야 한다.

손상탐지에서 구조설계변수는 항상 감소하므로 음수 (-)이다. 그러나 수치적 계산과정에서 양수 (+)를 허용하면 수렴특성이 향상된다.

$$-1 < \alpha_j \leq 1.0 \quad j=1, \dots, J \quad (32)$$

한편  $\Delta\lambda$ 와  $\{\Delta\phi_p\}$ 에는 특별한 제한을 두지 않을 수 있으나 일반적인 측정오차의 공학적 한계를 고려하여 구속조건을 정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta\lambda/\lambda &= 1\% - 0.01\% \\ \Delta\phi/\phi &= 10\% - 0.01\% \end{aligned} \quad (33)$$

식 (29)과 (30)에서  $\{E_p\}$ 와  $E_{p+1}$ 는  $\Delta\lambda$ 와  $\{\Delta\phi_p\}$ 에 대하여 선형 방정식으로 표시된다. 따라서 잔여오차가 구조설계변수에 대해서도 1차식인 경우 변수의 구속조건 (side constraints)이 있는 1차식의 오차 최소화 문제가 된다.

이 때 목적함수  $F$ 는 2차식이 되므로 2차 프로그래밍 (quadratic programming)을 적용한다. 본 연구에서는 FORTRAN 프로그램을 작성하였다. 실제 문제에서 수렴특성의 향상을 위하여 구조설계변수의 크기를 최소화 (least change) 하였다.

2.6 수치예

그림 1은 10개의 구조요소 (BAR ELEMENT)

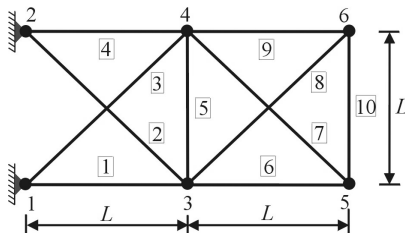


그림 1. 트러스구조

로 이루어진 트러스구조를 보여준다. 모든 요소에는 축방향 하중만 작용하고 있다.

기본구조의 기하적 특성 (구조요소의 단면적과 길이)은 다음과 같이 설정하였으며, 모든 구조요소의 재료는 알루미늄으로 가정하였다.

$$\begin{aligned} A &= 10\text{mm} \times 10\text{mm} & L &= 1\text{m} \\ E &= 6.9 \times 10^4 \text{MPa} & \rho &= 2.7 \times 10^{-9} \text{Ns}^2/\text{mm}^2 \end{aligned}$$

여섯 개의 절점 (nodes) 중 구속되지 않은 네 개의 절점 (3, 4, 5, 6)은 수평 및 수직방향으로 각각 두 개씩 자유도  $u, v$ 를 갖는다. 그러므로 유한요소모델은 모두 여덟 개의 자유도를 갖는다. 표 1은 자유도의 분류를 보여주고 있다.

설계변수는 각 구조요소의 단면적이며, 섭동구조에서는 구조요소 3, 9, 10에서 20%의 감소를 가정하였다. 표 2은 기본구조와 섭동구조의 고유치를 모드 1에서 모드 5까지 보여주고 있다.

그러므로 수학적 프로그래밍에서는 10 개의 구조설계변수, 5 개의 고유치변수, 15 개의 고유벡터변수 (3 dof×5 modes=15 dof) 등 모두 30 개의 변수가 사용된다.

수치계산에는 모두 다섯 개의 모드를 이용하였으며 각 모드마다 네 개의 방정식이 적용되므로 모두 20 개의 방정식이 있다.

손상탐지에서 측정오차의 영향을 조사하기 위하여 섭동구조의 고유치와 고유벡터의 주자유도에 여러 가지 크기의 수치적 측정오차를 가정하였다. 한편, 수학적 프로그래밍에서는 각 변수에 측정오차 두 배 크기의 구속조건을 정하였다.

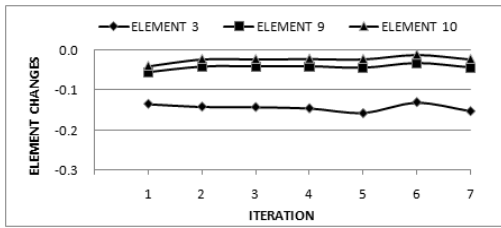
그림 2 - 6은 섭동구조의 측정수치자료에 포함된 오차의 크기에 따라 달라지는 여러 가지 경우의 수렴특성을 보여주고 있다. 일반적으로 측정오차는 고유치가 0.1%, 고유벡터는 10%로 알려져 있으므로 이 수치를 기준으로 하였다.

표 1. 자유도의 분류

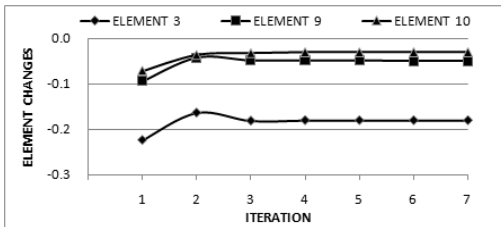
|        |                      |
|--------|----------------------|
| 총 자유도  | 4 nodes×2dof = 8dof  |
| 주자유도   | $v_3, u_5, v_5$      |
| 부자유도   | $u_3, u_4, v_4, u_6$ |
| 기준 자유도 | $u_6$                |

표 2. 기본구조와 섭동구조의 고유치 (×10<sup>6</sup>)

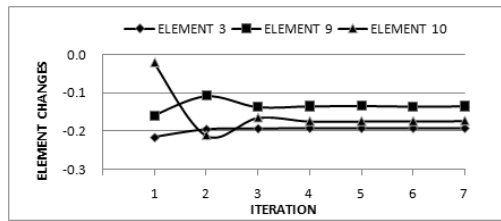
| 모드 | 기본구조    | 섭동구조            |
|----|---------|-----------------|
| 1  | 1.6766  | 1.6165 (-3.6%)  |
| 2  | 11.8949 | 11.4531 (-3.7%) |
| 3  | 16.1529 | 14.9417 (-7.5%) |
| 4  | 51.8046 | 51.7365 (-0.1%) |
| 5  | 90.2966 | 83.3865 (-7.7%) |



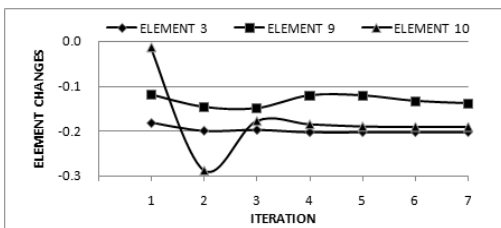
$\Delta\lambda/\lambda = 1\%$     $\Delta\phi/\phi = 10\%$   
**그림 2. 요소변화의 수렴특성 (CASE 1)**



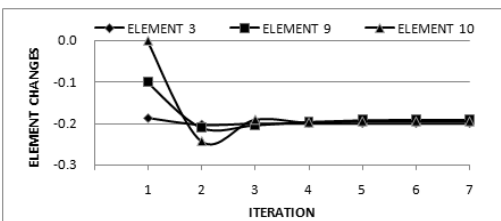
$\Delta\lambda/\lambda = 0.1\%$     $\Delta\phi/\phi = 10\%$   
**그림 3. 요소변화의 수렴특성 (CASE 2)**



$\Delta\lambda/\lambda = 1\%$     $\Delta\phi/\phi = 0.1\%$   
**그림 4. 요소변화의 수렴특성 (CASE 3)**



$\Delta\lambda/\lambda = 0.1\%$     $\Delta\phi/\phi = 0.1\%$   
**그림 5. 요소변화의 수렴특성 (CASE 4)**



$\Delta\lambda/\lambda = 0.01\%$     $\Delta\phi/\phi = 0.01\%$   
**그림 6. 요소변화의 수렴특성 (CASE 5)**

측정오차가 감소함에 따라 구조요소 3이 가장 먼저 수렴하고 있다. 구조 설계변수는 3-4회의 반복계산 후에는 큰 변화를 보이지 않는다. 고유치보다 고유벡터의 측정오차가 큰 영향을 미치고 있음을 보여준다.

### III. 결 론

본 연구에서는 구조물의 동적 특성 (고유치 및 고유벡터)의 변화를 측정하여 손상을 탐지하는 모드법에서 측정오차가 수렴특성에 미치는 영향을 조사하였다. 정확도를 향상시키기 위하여 고유치뿐만 아니라 고유벡터를 수식에 포함시킬 때 많은 자유도 중에서 소수의 일부 자유도만 측정 가능하다. 동적 축소법에서는 계산과정에서 발생하는 오차로 인하여 정확한 손상탐지가 불가능하므로 직접적인 방법을 사용하여야 한다. 실제 측정에서 포함되는 수치적 오차는 손상탐지에 심각한 결과를 초래할 수 있다. 현재 공학적 관점에서 볼 때 측정오차는 고유치가 0.1%, 고유벡터는 10%로 알려져 있으나 정확한 손상탐지를 위해서는 특히 고유벡터의 오차를 0.1%이하로 감소시킬 필요가 있다고 판단된다.

### 후 기

인하대학교의 여러 가지 후원에 감사하며, 특히 본 연구를 위하여 전산장비를 지원해주신 인하대학교 공과대학 항공우주전공 조 진연 교수님께 감사를 드립니다.

### 참고문헌

- 1) Vanderplaats, G. N., *Structural optimization*, AIAA Journal, 20(1982), 992 1000.
- 2) Rao, S. S., *Engineering Optimization, Theory and Practice*, John Wiley & Sons, 1996.
- 3) Friswell, M. I. and Mottershead, J. E., *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- 4) Cobb, R.G. and Liebst, B.S., *Sensor placement and structural damage identification from minimal sensor information*, AIAA Journal, 35(1997), 369 374.
- 5) Friswell, M. I., Penny, J. E. T., and Garvey, S. D., *Parameter subset selection in damage location*, *Inverse Problems in Engineering*,

5(1997), 189 215.

6) Friswell, M. I. and Penny, J. E. T., *Is damage location using vibration measurements practical?*, EUROMECH 365 International Workshop : DAMAS 97, Structural Damage Assessment using Advanced Signal Processing Procedures, Sheffield, UK, June/July 1997.

7) Berman, A., *Multiple acceptable solutions in structural model*, AIAA Journal, 33(1995), 924 927.

8) Suarez, L. E. and Singh, M.P., *Dynamic condensation method for structural eigenvalue analysis*, AIAA Journal, 30(1992), 1046 1054.

9) Kim, K. O. and Kang, M. K., *Convergence acceleration of iterative modal reduction methods*, AIAA Journal, 39(2001), 134 140.

10) Penny, J.E.T., Friswell, M.I., and Garvey, S.D., *Automatic choice of measurement locations for dynamic testing*, AIAA Journal, 32(1994), 407 414.

11) Kim, K. O. and Choi, D. W., *System condensation for inverse problems of linear dynamic structures*, Inverse Problems in Science and Engineering, 14(2006), 267 285.

12) Kim, K. O., Cho, J. Y., and Choi, Y. J., *Direct approach in inverse problems for dynamic systems*, AIAA Journal, 42(2004), 1698 1704.