

## 복합적층판 이론에 의한 2차원 콘크리트 슬래브 철도교량의 정확하고 간단한 해석

### A Simple and Accurate Analysis of Two Dimensional Concrete Slab for a Railroad Bridge by the Composite Laminates Plate Theory

한봉구 Han, Bong-Koo\* · 방배산 Bang, Bae-San\*\*

(Received May 2, 2011 ; Revised May 25, 2011 ; Accepted June 24, 2011)

#### ABSTRACT

In this paper, two dimensional concrete slabs for a railroad bridge were analyzed by the specially orthotropic laminates theory. Both the geometrical and material property of the cross section of the slab was considered symmetrically with respect to the neutral surface so that the bending extension coupling stiffness,  $B_{ij}=0$ , and  $D_{16}=D_{26}=0$ . Bridge deck behaves as specially orthotropic plates. In general, the analytical solution for such complex systems is very difficult to obtain. Thus, finite difference method was used for analysis of the problem. In this paper, the finite difference method and the beam theory were used for analysis.

#### 요 지

본 논문에서는 2차원 콘크리트 슬래브 철도교량을 특별직교이방성 복합적층판 이론으로 해석하였다. 슬래브의 해석에 있어 단면의 기하학적, 물리적 특성이 중립면에서 휨-연계강성  $B_{ij}=0$  이고,  $D_{16}=D_{26}=0$ 임을 고려하였다. 교량 상판은 특별직교이방성 판으로 거동한다. 이러한 경계조건을 갖는 단면 혹은 불규칙한 단면을 갖는 시스템은 해석적 해를 구하기가 매우 어렵다. 이러한 문제에 대한 해석을 위해서 유한차분법이 이용되었다. 본 논문에서는 보 이론과 유한차분법이 해석을 위해 사용되었다.

**Key Words:** specially orthotropic (특별직교이방성), beam theory (보이론), finite difference method (유한차분법)

#### 1. 서론

토목, 건축 등 건설 분야에서 콘크리트, 강재 등이 주된 소재로 이용되고 있다. 그러나 최근에는 재료 및 화학 분야의 눈부신 발달로 각종 구조용 복합신소재가 많이 개발되고 있다. 건설 분야에서는 주로 콘크리트 및 강재 등이 구조용 재료로 사용되고 있으나 최근 산업이 발전함에 따라 구조물이 대형화되고, 중량과 부식, 내구성 문제 및 경과 년수의 증가로 인한 유지 보수가 중요한 문제로 대두됨에 따라 신소재인 복합신소재를 건설에 응용하기 위한 노력들이 활발하게 진행되고 있다.

콘크리트 슬래브 철도교량을 3차원 복합재료 구조로 취급하여 해석하면 보다 정확한 해석이 가능하지만 실무에 있는 설계자들에게는 거의 불가능한 일이라 할 수 있다. 기술자들이 슬래브 교량 상판을 단위 폭을 가진 1방향 보로 해석하면 문제는 보다 쉬워진다.

콘크리트 슬래브 철도교량은 철근과 콘크리트라는 서로 다른 강성을 지닌 재료로 이루어진 복합적층판으로

고려되어야 한다. 그 중 복철근으로 배근된 콘크리트 슬래브교량은 각각의 층이 대칭으로 구성되어 있는  $[0^0/90^0/0^0]$  형태의 특별직교이방성 판과 동일하게 거동한다 (Ashton 1970, Whitney 1970, Kim & Han 2001, Han & Kim 2001, 2004).

복합적층판은 이방성이므로 휨-인장, 인장-전단 및 휨-비틀림의 연계(coupling)효과의 발생으로 고전이론에 비해 너무 어렵다는 단점이 있으므로 일반 기술자들이 건설 분야에 응용하기에는 많은 어려움이 있었다. 이러한 문제점들은 토목구조물처럼 단면이 커질 경우 특별직교이방성 이론으로 해석이 가능하다는 결과가 제시됨에 따라 해석에 따른 어려움이 점차 해결되어 왔다 [Kim, 1995].

그러나 대부분의 토목구조물은 그 경계조건의 복잡함을 갖고 있으며, 이러한 구조물에 관한 정확한 해를 구한다는 것은 상당한 어려움이 있다. 이러한 문제를 공학적으로 충분히 정확한 결과를 얻을 수 있는 방법 중 하나가 유한차분법이다. 토목구조물의 대부분은 판 구조

\* 정회원 · 서울과학기술대학교 건설공학부 교수, 교신저자(bkhan@seoultech.ac.kr)

\*\* 정회원 · 서울과학기술대학교 건축토목협동과정, 석사과정

요소로 되어 있으며 이들 중 많은 부분이 여러 소재를 합성한 복합구조로 구성되어있다. 대표적인 구조물이 철근콘크리트 슬래브이다. 철근콘크리트 슬래브도 복합적층판 이론으로 정확한 해를 구할 수 있다.

본 논문에서는 복합적층판 이론에 의하여 강성을 구한 후 보 이론을 사용하여 단순지지된 콘크리트 슬래브 철도교량을 단위 폭을 가진 보로 취급하여 처짐을 계산하는 방법을 사용하였다.

일반 설계자들이 복합적층판 이론은 어려워서 접근을 회피하는 편견을 떨쳐 버릴 수 있도록 하기 위하여 방정식을 단순화하고 일반 설계자들이 실무에서 쉽게 사용할 수 있도록 2차원 콘크리트 슬래브 철도교량의 정확하고도 간단한 해석 방법을 제시한다.

## 2. 기본 이론

### 2.1 슬래브 교량의 강성 계산

일반적인 구조부재의 강성(stiffnesses)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (1)$$

위의 강성 항 중에서 특별직교이방성 판의 경우는  $B_{ij}=0$ ,  $(\ )_{16}, (\ )_{26}$  항이 0 이 되므로 오직 휨강성의 항인  $D_{11}, D_{22}, D_{12}=D_{21}$ , 그리고  $D_{66}$ 만이 존재하게 된다.

여기서, 조합된 휨-연계강성  $D_{11}$  값을 찾아 보 이론에 적용하고 복합적층판 이론의 강성의 값은 전체의 휨-연계강성 값을 사용한다.

식 (1)에서 변환된 축소된 강성계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{11} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \\ \overline{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) = Q_{21} \\ \overline{Q}_{22} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4 \\ \overline{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12})m^2n^2 + Q_{66}(m^2 - n^2)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$m$ 과  $n$ 은 방향여현이고 특별직교이방성인 경우이다.

$$m = \cos 0^\circ = 1 \text{ and } n = \cos 90^\circ = 0,$$

$$\overline{Q}_{11} = Q_{11}, \overline{Q}_{12} = Q_{12}, \overline{Q}_{22} = Q_{22}, \text{ and } \overline{Q}_{66} = Q_{66}$$

식 (2)의 축소된 강성계수는 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \nu_{12}/E_1 &= \nu_{21}/E_2, \\ Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} E_1 &= E_m V_m + E_f V_f, \\ E_2 &= \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f} \\ G_{12} &= \frac{G_f G_m}{G_f V_m + G_m V_f}, \\ \nu_{12} &= \nu_m V_m + \nu_f V_f \text{ 이다.} \end{aligned}$$

슬래브는 종방향 철근이 배근된 층(Lamina), 횡방향 철근이 배근된 층(Lamina), 콘크리트 피복두께 및 중간층(Isotropic Lamina)의 적층판(Laminate)으로 고려하고 각 층은 Lamina, 슬래브는 Laminate로 취급하고 혼합법칙을 적용하여 Lamina의 재료상수를 계산한다.

### 2.2 특별직교이방성 판의 지배방정식

철근콘크리트 상판이나 강재 뼈대 상판에 대한 평형 방정식은 다음과 같다[Kim, 1995].

$$\begin{aligned} A_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - B_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \\ - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} A_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ + 2A_{26} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \\ - 3B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$$

$$\begin{aligned}
 &+4D_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x\partial y^3}+D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}-B_{11}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \\
 &-3B_{16}\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial y}-(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial y^2}-B_{26}\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \\
 &-B_{16}\frac{\partial^3 v}{\partial x^3}-(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial y}-3B_{26}\frac{\partial^3 v}{\partial x\partial y^2} \\
 &-B_{22}\frac{\partial^3 v}{\partial y^3}=q(x,y,t)+\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
 &+N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}
 \end{aligned} \tag{6}$$

경계조건은

단순지지 :

Type 1 :  $w=0, M_n=0,$

$$u_n = \overline{u_n}, u_t = \overline{u_t},$$

Type 2 :  $w=0, M_n=0,$

$$N_n = \overline{N_n}, u_t = \overline{u_t},$$

Type 3 :  $w=0, M_n=0,$

$$u_n = \overline{u_n}, N_{nt} = \overline{N_{nt}},$$

Type 4 :  $w=0, M_n=0,$

$$N_n = \overline{N_n}, N_{nt} = \overline{N_{nt}}. \tag{7}$$

고정단 :

Type 1 :  $w=0, \frac{\partial w}{\partial n}=0,$

$$u_n = \overline{u_n}, u_t = \overline{u_t},$$

Type 2 :  $w=0, \frac{\partial w}{\partial n}=0,$

$$N_n = \overline{N_n}, u_t = \overline{u_t},$$

Type 3 :  $w=0, \frac{\partial w}{\partial n}=0,$

$$u_n = \overline{u_n}, N_{nt} = \overline{N_{nt}}$$

Type 4 :  $w=0, \frac{\partial w}{\partial n}=0,$

$$N_n = \overline{N_n}, N_{nt} = \overline{N_{nt}}. \tag{8}$$

이러한 식들은 일반 건설 기술자들에게는 너무나 어렵다.  $B_{16}, B_{26}, D_{16}$  및  $D_{26}$  이 0으로 접근 할 때의 과제는 문헌(Kim, 2005)의 7장 9절에 상세히 설명되어 있다. 특정한 방향성을 갖는 많은 적층들은 층의 수가 증가함에 따라  $B_{16}, B_{26}, D_{16}$ 와  $D_{26}$ 의 값이 감소한다. 이러한 적층판들은, 변위의 세 성분  $u, v, w$ 를 종속변수로 갖는 세 개의 연립편미분 방정식 대신, 종속변수 한 개,  $w$ 를 갖는 특별직교이방성 판의 지배방정식 한 개로 완전한 해석이 가능해진다.

다음은 그러한 적층판들의 일부이다.

$$[AB] r, A = -B,$$

$$[ABBAAB] r, A = -B,$$

$$[ABBCAAB] r, C = 0^\circ \text{ or } 90^\circ, A = -B. \tag{9}$$

탄성지지된 특별직교이방성 판의 지배방정식은 다음과 같다.

$$D_1 \frac{\partial^4 m_x}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x,y) - kwz \tag{10}$$

여기서  $D_1 = D_{11}, D_2 = D_{22}, D_3 = (D_{12} + 2D_{66})$  이다. 위의 식 (10) 은 4차의 단일 미분항을 가지기 때문에 중앙 차분식을 사용하여도 소요되는 점의수가 5개가 되어 계산상 혼잡을 일으킨다. 그러한 혼잡을 피하기 위해서 다음과 같이 세 개의 종속변수  $w, M_x, M_y$  를 가진 세 개의 2차 연립 편미분방정식으로 식 (10)을 대체한다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 4D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial M_y}{\partial y^2} = -q(x,y) + kw(x,y) \tag{11}$$

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{12}$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{13}$$

우선 위의 식을 전형적인 구간과 경계구간에 대하여 y 방향으로 차분식을 세운다. 그런 후에 차분식을 MI 개의 x방향 선으로 구성된 전체 판의 각각의 선에 대해 MI 개의 matrix 방정식으로 나타낼 수 있고, tri-diagonal matrix 해법을 사용하여 matrix 방정식을 풀면 (x, y) 점의  $w, M_x, M_y$  값을 구할 수 있다.

### 3. 해석 방법

복합재료 Plate는 등분포하중을 받는 균등단면인 특별직교이방성 판으로 4변 단순지지된 경우가 아니면 해석적 방법으로 해결될 수가 없다. 또한 유한요소법은 matrix 가 일정 크기를 넘으면 정확도가 떨어진다.

유한차분식을 사용하면, matrix가 아무리 커도 tri-diagonal 형태로 되어 쉽게 해결할 수 있다 [Kim, 1995]. 이 방법의 사용 예는 몇 가지 참고문헌에 상술되어 있다. 본 논문에서는 다음 두 가지 경우에 대하여 연구하였다.

### 4. 수치해석

#### 4.1 콘크리트 슬래브 철도교량의 해석

본 논문에서 고려한 콘크리트 슬래브 철도교량의 모형은 Fig. 1 과 같다. 콘크리트 슬래브 폭은 10m로 하였으며 3경간 연속 콘크리트 슬래브 철도교량을 고려하였다.

이에 대한 형상을 Fig. 1 과 같이 도시하였다.

시방서 규정에 근거한 열차 진행 방향 및 진행 직각방향의 콘크리트 슬래브 단위 폭 당 철근의 배치를 Fig. 2 와 같이 나타내었다.

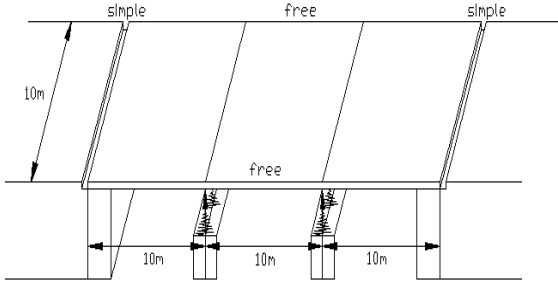


Fig. 1 콘크리트 슬래브 교량

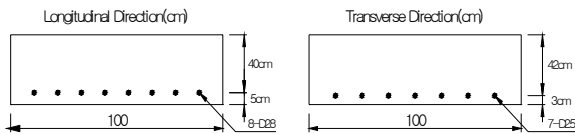


Fig. 2 단위 폭당 콘크리트 단면

슬래브 상판은 교각위의 탄성 받침에 의하여 지지 되었으며, 이때의 스프링 상수  $K_z = 1,450,400,000 \text{ N/m}^2$  로 하였다. 휨에 대한 인장 철근만 고려하였으며, 이때 자중에 의한 처짐을 계산하고, 중앙 경간에 하중을 정적 재하하여 고찰하였다.

본 논문에서는 자중에 의한 처짐과 중앙 경간에 열차하중을 정적 재하하여 자중과 열차하중에 의한 처짐을 각각 계산한 결과는 Table 1 과 같다.

Table 1 하중재하 위치의 처짐 (m)

구분	자중에 의한 값	자중과 열차하중
①	0.5014E-03	0.1394E-02
②	0.5014E-03	0.1323E-02
③	0.3413E-02	0.7213E-02
④	0.3413E-02	0.6890E-02
⑤	0.5221E-03	0.1665E-02
⑥	0.5221E-03	0.1575E-02

#### 4.2 포스트텐션된 강상판형 교량 해석

본 논문에서 고려된 주 거더는 Fig. 3과 같이 I-형 거더이며, 일반적인 휨강성은 다음 식 (14)와 같다 [Han & Kim, 2001].

$$ST_b = [2(D_{11})b + 2(A_{11})b(\frac{h}{2})^2 + (A_{11})\frac{h^3}{12}] \approx A_{11}(6h^2b + h^3)/12 \quad (14)$$

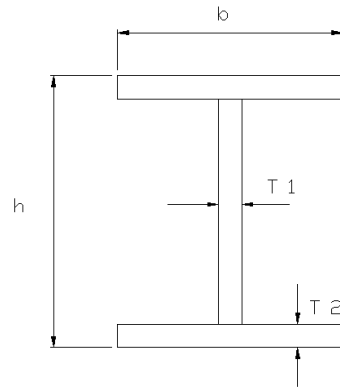


Fig. 3 I 형 거더와 가로보의 단면

이때 중립면에 대하여 대칭을 이루는 1차원의 얇은 구조부재의 경우,  $Q_{11}$ 은 다음 식(15)와 같다.

$$Q_{11} = E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \quad (15)$$

이것으로부터 휨강성인  $ST_b$  와  $E_1I$  가 같다는 것을 알 수 있다.

따라서 본 연구에서는 대칭이면서 균질 (isotropic)한 I 형 거더에 대해 휨강성을 계산하고 이를 거더의 간격으로 나누어 단위 길이당 휨강성을 구하였다.

등분포 수직하중과 축방향 등분포하중을 동시에 받는 특별직교이방성 복합적층판의 평형방정식은 다음 식 (16)와 같다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 4D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - Nx \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -q(x, y) \quad (16)$$

수치해석에서 고려한 대상구조물은 Fig. 4와 같다. Fig. 4에서 보는바와 같이 거더와 가로보를 갖는 지간 길이가 10m, 폭이 20m인 교량 시스템을 고려하였다. 작용하중은 자중을 포함한 등분포 하중 17,700 N/m를 재하시켜 수치

해석을 수행하였다.

거더와 가로보의 단면 형상은 Fig. 4 와 같으며 I 형강 물성 및 형상은 다음과 같다.

$$E_s = 2,000,000 \text{ kgf/cm}^2, \quad \nu = 0.3.$$

- 거더 -	- 가로보 -
$H_L = 500 \text{ mm}$	$H_T = 300 \text{ mm}$
$B_L = 200 \text{ mm}$	$B_T = 150 \text{ mm}$
$T_{1L} = 15 \text{ mm}$	$T_{1T} = 10 \text{ mm}$
$T_{2L} = 20 \text{ mm}$	$T_{2T} = 18.5 \text{ mm}$

위의 단면 특성을 고려하고 휨강성을 계산하면 Table 2 와 같다.

Table 2 강상판형 교량의 휨강성  $D_{ij}$  ( $N-m$ )

$D_{11}$	62,820,308
$D_{12}$	18,846,094
$D_{22}$	13,504,002
$D_{66}$	21,987,108

본 논문에서 고려한 강상판형 교량 시스템은 Fig. 4와 같으며, 프리스트레스 힘은 주 거더에 작용하는 것으로 고려하였다. 이 때 축하중은 100,000 N 이고 편심거리는 0.2 m이다.

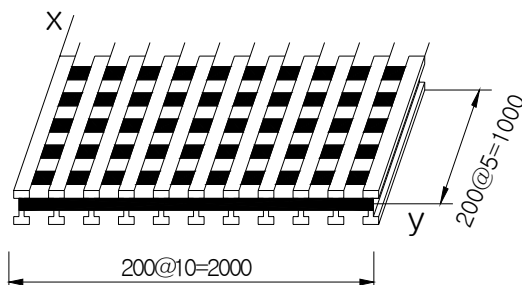


Fig. 4 강상판형 교량 모델링

수치해석을 수행한 결과는 다음 Table 3과 같다.

Table 3 편심거리에 따른 교량중심선상 지점으로부터 위치별 처짐 (m).  $N_x = 10^5 N$ ,  $q = 1,770 (N/m)$

편심거리 위치	0.2m	0.4m
1	0.013807012	0.012062557
3	0.036204658	0.032046802
5	0.044708658	0.039722499
7	0.036210142	0.032052536
9	0.013810345	0.01206609

### 5. 결론

모든 상관구조물은 아무리 간단한 이론을 적용해도 최소한 2차원 복합적층판 이론으로 해석되어야 한다. 그러나 일반 기술자들에게 이 이론은 너무 어려워 1차원의 보 이론이 사용되고 있다. 본 논문에서는 일반 기술자를 위하여 어떻게 2차원 복합적층판 이론을 사용하는가에 대한 방향을 제시하였다. 본 연구에서는 콘크리트 슬래브 철도교량과 포스트텐션된 강상판형 교량을 복합적층판 이론을 이용하여 정확한 해석을 할 수 있도록 하였다. 해석결과를 이용하여 실무에서 간편하게 사용할 수 있도록 하였다.

(1) 본 논문에서는 복합적층판 이론을 응용하여 콘크리트 슬래브 철도교량의 정확하고도 간단한 해석 방법을 제시하였다.

(2) 본 논문에서 제시한 해석방법을 응용하면 실무에서 보다 간편하게 콘크리트 슬래브 철도교량과 포스트텐션된 강상판형 교량을 해석 할 수 있다.

(3) 본 논문에서 제시한 해석방법을 사용하면 기존의 설계방법보다 경제적임을 알 수 있었다.

(4) 본 논문에서 제시하고 있는 해석방법은 기존의 콘크리트 슬래브 철도교량 및 강상판형 교량 구조물의 유지 및 보수, 보강 분야의 설계시 적용할 수 있다.

### 참 고 문 헌

- Ashton, J.E (1970) Anisotropic Plate Analysis- Boundary Condition, *Journal of Composite Materials*. pp. 162-171.
- Han, B.K. and Kim, D.H (2001) Analysis of Steel Bridges by means of Specially Orthotropic Plate Theory, *Journal of KSSC*, Vol 13 , No. 1, pp. 61-69.
- Han, B.K. and Kim, D.H. (2004), Simple Method of Vibration Analysis of Three Span Continuous Reinforced Concrete Bridge with Elastic Intermediate Supports,

- Journal of the Korea Society of Composite Materials,  
Vol 17.
4. Han, B.K, and Kim, D.H. (2009) Analysis of Design of Steel Slab System by means of Special Orthotropic Plate Theory, Proc. of KISM, Vol 1 No.1, pp. 87-90.
  5. Han, B.K, and Kim, D.H. (2010) Analysis of Reinforced Concrete Slab Bridge by the Composite Laminates Theory, Journal of the Korean Society for Advanced Composite Structures, Vol 1 No.1, pp. 9-15.
  6. Kim, D.H. and Han, B.K.(2001) The Effect of Neglecting the Longitudinal Moment Terms in Analyzing  $[90, 0, 90]_r$  Type Laminates with Increasing Aspect Ratio, *Journal of KSSC*, Vol 13 , No. 1, pp. 53-60.
  7. Kim, D. H.(1995), Composite Structures for Civil and Architectural Engineering, E & FN SPON, Chapman & Hall, London.
  8. Tsai, S. W.(1998), Composite Design, 4th Ed., *Think Composites*, Dayton
  9. Vinson, J. R. and Sierakowski, R. L.(1987) *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, Martinus Nijhoff, Dordrecht
  10. Whitney, J.M. and Leissa, A.W.(1970) Analysis of a Simply Supported Laminated Anisotropic Rectangular Plate, *Journal of AIAA*, Vol. 8, No. 1 pp. 28-33.