

배치 인출 창고시스템에서 저장/인출 차량의 주문 인출 소요시간

장 석 화

인천대학교 산업경영공학과

The order Picking Time of the S/R Vehicle in a Batch Picking Warehouse System

Hwa Chang Suk

Department of Industrial and Management Engineering, University of Incheon

This paper addresses the analysis of the travel distance and order picking time of the vehicle in a aisle when items are picked by the batch in a warehouse system. Batching is to combine several orders in a single tour of the storage/retrieval machine. An advantage of batching is that the length of a tour for a batch of orders is shorter than the sum of the individual orders' tour lengths. The average travel distance and order picking time when a batch is picked in a aisle of the warehouse systems are analyzed for the batch size. And when the vehicle is idle, the dwell point of the vehicle to minimize to the response distance is analyzed. As the batch size is increased, average order picking time per item is decreased. The problem is analyzed and a numerical example is showed to explain the problem.

Keywords : Batch Picking, Warehouse System, Travel Distance, Order Picking Time, Dwell Point

1. 서 언

창고에서 고객의 주문품은 하나씩 인출될 수도 있지만 다수가 모여서 하나의 인출경로로 만들어져 차례로 인출될 수도 있다. 배치인출은 여러 개의 주문이 하나의 투어로 만들어져 인출되는 것을 말한다. 주문품이 하나씩 인출되는 경우는 고객의 주문 도착시 즉시 인출이 시작될 수 있지만 적절한 배치크기로 인출되는 경우는 배치크기에 해당하는 주문이 도착할 때까지 인출시작이 지연될 수 있다. 그러나 적절한 배치크기로 주문품을 인출하면 창고에서의 인출 소요시간은 줄일 수 있다. 인출과 관련된 비용이 창고운

영에서 발생하는 비용요소들 중에서 가장 큰 부분을 차지하고 있다[16]. 그러므로 창고에서 인출에 소요되는 시간을 줄이는 것은 창고운영에서 발생하는 비용을 줄이기 위해 중요하다.

일반적인 창고구조는 두 개의 랙이 서로 마주보면서 다수의 랙이 있다. 그리고 창고에서 S/R(storage/retrieval) 차량이 두 랙 사이의 통로를 왕복하면서 창고에 제품을 저장하고 창고로부터 제품을 인출하는 서비스를 한다. 창고의 랙에 제품의 보관을 위해 만들어진 셀을 보관위치로 정의한다.

그리고 인출경로는 배치에 포함된 제품들의 인출을 위해 보관위치를 방문하는 순서를 의미한다. 적절한 배

논문접수일 : 2011년 03월 09일 논문수정일 : 2011년 03월 22일 게재확정일 : 2011년 10월 14일

† 교신저자 shchang@incheon.ac.kr

※ 이 논문은 인천대학교 2011년도 자체연구비 지원에 의하여 연구되었음.

치크기로 제품을 인출할 경우에 창고 및 차량 등의 운영성과를 분석하기 위해 통로에서 차량의 적재 이동거리 및 인출 소요시간 등의 분석이 필요하다. 배치크기에 대한 이동거리 및 인출 소요시간 등의 분석은 창고 시스템을 설계하거나 운영하는데 있어 중요하게 사용될 수 있기 때문이다.

인출차량은 인출요청이 없거나 인출 요청수가 배치크기 단위에 미치지 못할 경우에 대기위치에 머무르게 된다. 차량이 쉬고 있을 때 차량이 통로의 어느 위치에 대기할 것인가는 중요하다. 이는 다음 배치 인출 요청에 대한 차량의 반응거리 및 반응시간에 영향을 미치기 때문이다. 반응거리는 차량의 대기 위치에서 다음 배치에 포함된 제품의 최초 인출 보관위치까지의 이동거리를 말한다. 배치크기에 대해 차량이 쉬고 있을 때 반응거리를 최소화하는 차량의 대기위치를 구할 필요가 있다.

창고에서 통로를 따라 서로 마주보고 있는 랙에서 보관위치는 수직 및 수평으로 배열되어 있다. 수평으로 동일한 열에 수직으로 있는 다수의 보관위치는 위치에 관계없이 수평으로 동일한 열 위치에 있게 된다. 차량은 수평으로만 통로를 따라 왕복으로 이동한다. 통로의 각 열의 보관위치에 보관되어 있는 제품 종류와 제품의 수요비율에 따라 각 열에서 제품이 인출될 확률이 정의될 수 있을 것이다.

자동 저장 인출시스템은 1950년대에 도입된 이후 분배와 생산 환경에서 널리 사용되어 왔다. 자동 저장 인출시스템은 보통 랙 사이에 있는 통로를 따라 가동되는 크레인에 의해 서비스되는 랙들로 이루어진다. AS/RS를 설계하는데 있어 많은 물리적인 설계와 통제 문제들이 이 시스템의 이점을 충분히 이용하기 위해 적절한 방법으로 언급되어 왔다. Matson and White[14]는 AS/RS에 관심이 있는 일련의 물류취급 연구 분야들을 조사하였다. Kusiak[12]는 AS/RS에 대한 설계, 저장과 주문의 통합 정책 등을 다루었다. Manda and Paleker[13]는 AS/RSs와 저장할당규칙에 대한 이동시간 평가에 대한 여러 논문들을 분석하였다. 창고설계와 통제에 대한 일반적인 전반적 조사가 연구되었다(Van den Berg[17], De Koster et al.[4], Roodbergen et al.[15]).

배치화의 장점은 주문의 배치에 대한 투어의 길이는 개별주문의 투어 길이의 합보다 적다. 그러나 어느 주문을 어느 투어에 넣을 것인지와 후에 주문을 분류하는 등과 같은 추가적인 노력이 필요하다. 배치의 크기는 차량의 능력 또는 필요한 반응시간의 상한 등에 의해 정해진다. 창고시스템에 대한 운영문제의 의사결정에서 배치화 하는 것과 인출의 순서를 정하는 문제 등이 있다.

Barrett[1]는 인력탑승 자동창고시스템에서 주문을 배치화의 문제를 다루었고, Elsayed[8]는 혼합정수계획으로 모형화 될 수 있는 이 문제가 NP-hard임을 밝혔다. 창고시스템에서 인출시간과 관련된 내용은 시스템의 성과측정과 관련되어 있다. 인출당 이동시간, 단위기간 동안 인출되는 요청 수, 여러 요청을 처리하는데 필요한 총시간 등이 있다.

Hausman et al.[10]은 단일 셔틀 유닛로드 AS/RSs에서 이동시간 모형을 처음으로 나타내었다. 저자들은 square-in-time 연속 랙에서 단일 명령 일정계획에 대한 평가를 제안하였다. Bozer and White[2]는 선입선출 이중 명령 일정계획과 무작위 저장방법을 고려하였다. 인력탑승 AS/RS은 하나의 투어에 다수의 위치가 포함되는 문제이다. 주어진 저장 할당과 일정계획 정책에서 방문할 위치의 수에 바탕을 두고 이동시간에 대한 상한과 하한에 대해 구하였다(Elsayed and Unal[7], Guenov and Raeside[9]). Hwang and Ha[11]은 단일 더블 carousel 시스템에서 이동시간 모형을 나타내었다. Roodbergen et al.[15]는 AS/RSs에서 시스템 구조, 이동시간 평가, 저장할당, 대기점과 요청순서 등의 여러 문제에 대해 기존의 논문을 분석하고 설명하였다.

대기점에 대한 Bozer and White[2]는 4가지 간단한 정적 대기점 전략을 도입하였다. Egbelu[5]은 요청 타입에서 변동에 반응할 수 있는 선형계획모형을 제안하였다. 이외에도 대기점에 대한 여러 연구가 이루어졌다(Egbelu and Wu[6], Chang and Egbelu[3]).

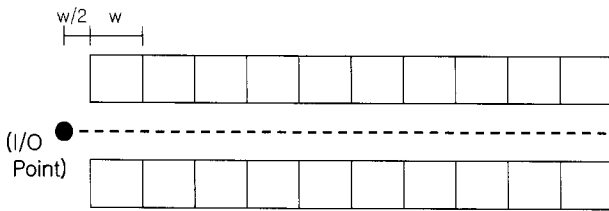
본 논문에서는 여러 주문품을 모아 배치로 하여 하나의 투어로 제품을 인출할 때 하나의 통로에서 발생하는 차량의 평균 이동거리 및 평균 인출 소요시간 등을 구하는 문제를 다루고 있다. 이 문제는 지금까지의 연구에서는 다루어지지 않았다. 배치크기에 대해 차량의 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간 등을 구하고, 그리고 차량이 쉬고 있을 때 다음 인출에 대비해서 배치에 포함된 제품의 최초 인출 보관위치까지의 이동거리를 최소화할 수 있는 차량의 대기점을 구한다. 제 2장에서는 문제를 분석하여 배치크기에 대한 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간 등을 구하고, 그리고 반응시간을 최소화할 수 있는 대기점을 구하는 내용을 나타내고, 그리고 해를 구하는 절차를 설명하였다. 제 3장에서는 수리적 예제를 제시하였다.

2. 인출 소요시간과 대기점 위치

창고는 마주보고 있는 두 개의 랙 사이에 차량이 이동하는 통로가 있다. 창고의 가능한 다수의 통로 중에

서 입의의 한 통로에서 차량 운영문제를 생각한다. 여기서 인출될 여러 제품으로 구성된 배치는 동일한 통로의 보관위치에서 인출되는 제품들로 이루어진다. 즉, 동일 배치에는 서로 다른 통로의 보관위치에서 인출될 제품들은 포함되지 않는다.

<그림 1>은 창고시스템에서 하나의 통로를 두고 두 개의 랙이 서로 마주보고 있는 구조를 위에서 본 것을 나타낸 것이다. 각 랙은 수평 및 수직으로 많은 보관위치가 있다. 통로를 따라 수평으로 있는 보관위치는 열로 정의한다. 랙에서 수평으로 동일한 열에 수직으로 다수의 보관위치가 있지만 수평으로는 동일한 열의 보관위치에 있게 된다. 랙의 보관위치들에 있는 제품을 인출하기 위해 차량이 멈추는 위치는 인출이 발생하는 열의 중앙이다.



<그림 1> 통로와 랙의 배치

배치 인출시 통로에서 차량의 이동거리는 인출될 배치에 포함된 제품의 보관위치들 중에서 출입구(I/O point)에서 가장 먼 인출 보관위치 열의 중앙에서부터 출입구까지의 거리로 정의한다. 인출대상에 포함된 여러 제품의 인출 보관위치들 중에서 인출시작은 출입구에서 가장 먼 보관위치부터 이루어지는 것이 바람직하다. 인출시작이 출입구에서부터 가까운 위치부터 행해지면 화물을 적재한 상태로 통로를 따라 이동하는 거리 및 시간이 증가하게 된다. 따라서 차량이 빈 상태로 출입구에서 가장 먼 인출 보관위치들로 이동하고, 배치에 포함된 주문품의 인출 보관위치를 차례로 방문하여 인출하면서 출입구 쪽으로 이동하는 것이 차량 이용에서 효율적이다. 예를 들어, 수평으로 위치한 보관위치에서 3, 7, 12번째 열에서 인출이 발생한 경우에 차량의 인출경로는 차량이 12번째 열로 이동한 후에 12번째 열부터 7, 3번째 열의 순서로 방문하며 인출한다. 그러면 이동거리는 12번째 열에서 출입구까지의 거리이고, 그리고 인출 소요시간은 12번째 열에서 출입구까지 이동한 시간에 3번의 인출로 인한 인출시간의 합이다.

배치에 포함된 제품들의 가장 먼 인출 보관위치는 제품의 실질적인 보관위치가 아니라 보관위치들 중에서 인출 보관위치로 정해진 보관위치들 중에서 가장 먼 보관위치를 말한다. 예를 들어, 제품 1과 2를 배치로

인출할 경우에 제품 1의 보관위치는 1, 3, 4열에 있고, 제품 2의 보관위치는 2, 4, 5열에 있다고 하면, 실질적인 가장 먼 보관위치 열은 5열이 된다. 그러나 무작위로 제품을 인출할 경우에 제품 1은 4열, 제품 2는 2열이 인출 보관위치가 되면, 배치의 가장 먼 인출 보관위치 열은 제품 1이 보관되어 있는 4열이 된다.

하나의 통로에서 배치로 인출할 경우에 배치크기에 대한 평균 이동거리 및 평균 인출 소요시간을 분석하고, 차량이 쉬고 있을 때 다음 인출에 대비하여 평균 반응거리를 최소화할 수 있는 대기점을 구한다.

문제와 관련하여 가정과 부호를 정의한다.

(1) 가정

- ① 창고의 각 통로에는 하나의 차량이 있다. 그리고 차량은 주어진 통로에서만 수평으로 이동하면서 제품에 대한 인출 서비스를 한다.
- ② 통로에서 출입구의 위치는 첫 번째 보관위치열이 시작되기 전(보관위치의 넓이/2)에 있다. 예를 들면, 보관위치의 넓이가 1.5m이면 출입구의 위치는 첫 번째 열이 시작되기 전 0.75m에 있다.
- ③ 하나의 배치에 포함될 제품의 보관위치는 모두 동일 통로에 있다.
- ④ 동일 종류 제품의 보관위치가 여러 곳일 때 인출 보관위치의 결정은 무작위로 한다.
- ⑤ 통로에서 차량의 대기점은 차량이 쉴 경우에 다음 배치 인출 시작위치까지의 이동거리를 최소화 하는 위치로 한다.
- ⑥ 배치에 포함될 제품은 무작위로 발생하고, 각 제품에 대한 인출비율은 제품의 평균 수요비율과 일치한다.
- ⑦ 인출을 위해 배치에 포함된 제품의 재고량은 해당 통로의 보관위치에 충분히 있다.

(2) 부호

- i : 통로에서 수평으로 열을 나타내는 첨자
- K : 통로에서 수평으로 열의 수
- j : 제품 종류를 나타내는 첨자
- w : 창고에서 수평으로 하나의 보관위치의 넓이(m)
- p_i : 통로에서 수평으로 i 번째 열에서 제품이 인출될 확률
- P_i : 통로에서 수평으로 1, 2, ..., i 번째 열에서 제품이 인출될 누적 확률
- D_n : 배치크기가 n 일 때 최초 인출 시작위치부터 모든 인출을 완료하는데 소요되는 차량의 이동거리
- T_n : 배치크기가 n 일 때 최초 인출시작위치부터 모

든 인출을 완료하는데 소요되는 차량의 인출 소요시간

V : 창고의 통로에서 수평으로 차량의 평균속도

θ : 제품을 보관위치에서 차량에 적재하는데 걸리는 시간

o_j : 제품 j 의 수요비율

(3) 인출 소요시간과 대기점 위치

먼저 랙의 각 열이 하나의 배치에 포함된 제품들의 가장 먼 인출 보관위치 열이 될 확률을 구하고, 그리고 배치크기에 대해 차량의 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간 등을 구한다.

창고의 통로에서 수평으로 각 열의 보관위치에서 제품이 인출될 확률이 주어질 때, 배치에 포함된 모든 제품에 대해 인출시작에서 인출완료까지 차량의 평균 이동거리를 구한다. 이동거리는 배치에 포함된 제품의 보관위치들 중에서 출입구에서 가장 먼 인출 보관위치에서 출입구까지의 거리를 의미하게 된다. 통로의 i 번째 열의 보관위치에서 제품의 인출확률은 p_i 이고, 배치크기는 n 개일 경우에 i 번째 열이 출입구에서 가장 먼 인출보관위치 열이 될 확률은 $P_n(i)$ 로 정의하고 구한다. p_i 는 하나의 인출이 행해질 때 i 번째 열의 보관위치에서 인출될 확률을 의미한다. i 번째 열이 출입구에서 가장 먼 인출 보관위치 열이 되기 위해서는 배치크기 n 개 중에서 적어도 한 개는 i 번째 열의 보관위치에 있는 제품이고, 나머지는 $1, 2, \dots, i-1$ 번째 열의 보관위치에 있는 제품을 인출하는 경우에 해당한다. 확률 $P_n(i)$ 는 식 (1)과 같다.

$$P_n(i) = \sum_{r=1}^n {}_n C_r (p_i)^r (P_{i-1})^{n-r} \quad (1)$$

여기서,

$$P_{i-1} = \sum_{l=1}^{i-1} p_l$$

식 (1)은 n 개의 모든 제품이 i 번째 열보다 작거나 같은 열의 보관위치에서 인출될 확률에서 n 개의 모든 제품이 $i-1$ 번째 열보다 작거나 같은 열의 보관위치에서 인출될 확률을 뺀 값으로 식 (2)과 같다.

$$P_n(i) = (P_i)^n - (P_{i-1})^n, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

여기서,

$$P_0 = 0$$

배치크기가 n 개일 경우에 출입구에서 가장 먼 인출 보관위치는 i 번째 열의 보관위치로 하고 이 보관위치부터 인출을 시작한다. n 개의 배치에 포함된 제품들에 대해 출입구에서 가장 먼 보관위치 열이 i 일 확률 $P_n(i)$ 을 사용하여 가장 먼 보관위치 열부터 출입구까지 평균 이동거리 D_n 는 식 (3)과 같다. D_n 는 배치크기가 n 개일 때 배치에 포함된 모든 제품들을 인출하면서 최초 인출 보관위치 열에서부터 통로의 출입구까지의 거리에 해당하는 것으로 차량의 평균 이동거리를 나타낸다.

$$D_n = \sum_{i=1}^K iwP_n(i) \quad (3)$$

인출 소요시간은 배치에 포함된 모든 제품을 인출하는데 소요되는 시간을 의미한다. 이 인출 소요시간은 최초 인출 보관위치부터 배치에 포함된 모든 제품을 인출하면서 통로의 출입구까지 이동하는데 걸리는 시간이다. 이 시간은 차량의 이동시간에 차량에 제품의 적재시간의 합이다. 배치크기가 n 개일 때 배치당 인출 소요시간, T_n 은 평균 이동거리를 차량속도로 나누고, 적재시간을 더한 것으로 식 (4)과 같다.

$$T_n = \frac{\sum_{i=1}^K iwP_n(i)}{V} + n\theta \quad (4)$$

인출당 소요시간은 식 (4)에서 구한 배치당 인출 소요시간을 배치크기로 나누면 구할 수 있다. 배치크기가 커질수록 하나의 배치에 포함된 모든 아이템을 인출하기까지 걸리는 총 인출 소요시간은 증가하지만 아이템당 평균 인출 소요시간은 감소한다.

다음으로 차량이 쉬고 있을 때 다음 배치인출을 대비하여 차량이 통로의 어느 위치에서 대기할 것인가를 구한다. 이는 하나의 배치에 포함된 제품의 보관위치들 중에서 출입구에서 가장 먼 인출 보관위치 열부터 시작하여 인출경로를 구성할 경우에 차량의 대기위치에서 배치의 최초 인출 보관위치까지의 이동거리를 최소화해야 하는 위치다.

인출 배치크기가 n 개이고, 차량이 쉬고 있을 때 통로에서 차량이 k 번째 열에 대기할 경우에 배치에 포함된 제품의 가장 먼 보관위치 열까지의 평균 이동거리, $d_n(k)$ 는 식 (5)과 같다.

$$d_n(k) = \sum_{i=1}^k (k-i)wP_n(i) + \sum_{i=k+1}^K (i-k)wP_n(i) \quad (5)$$

식 (5)의 값을 최소화하는 k 는 식 (6)을 만족하는 값이다.

$$k = \begin{cases} 1, & d_n(1) \leq d_n(2) \text{이면,} \\ i, & d_n(i-1) > d_n(i) \text{ and } d_n(i) \leq d_n(i+1), \\ & i = 2, \dots, K-1 \text{이면,} \\ K, & d_n(K-1) > d_n(K) \text{이면} \end{cases} \quad (6)$$

식 (6)은 차량의 대기위치 열에서 가장 먼 인출 보관 위치 열까지의 이동거리를 최소화할 수 있는 위치이다. 차량의 대기위치는 차량이 대기할 수 있는 인접한 두 열에 대해 이동거리를 비교하여 나타낸 것이다. 다음 정리 1은 $d_n(k)$ 을 최소화하는 식 (6)을 만족하는 차량의 대기위치 k 을 구하는 정리이다.

정리 1 : 차량의 쉬고 있을 때 하나의 배치에 포함된 제품들을 창고의 보관위치로부터 인출하기 위해 통로에서 반응거리를 최소화하는 차량의 대기위치 열은 다음을 만족하는 k 열이다.

$$\sum_{i=1}^{k-1} P_n(i) < 0.5 \leq \sum_{i=1}^k P_n(i)$$

증명 : 식 (6)을 다음과 같이 바꾸어 나타낸다.

$d_{i-1} > d_i$ 는 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{k-1} (k-1-i)wP_n(i) + \sum_{i=k}^K (i-k+1)wP_n(i) \\ & > \sum_{i=1}^k (k-i)wP_n(i) + \sum_{i=k+1}^K (i-k)wP_n(i) \end{aligned}$$

위 식을 정리하면, $1 - 2 \sum_{i=1}^{k-1} P_n(i) > 0$ 이다.

마찬가지로, $d_n(i) \leq d_n(i+1)$ 는 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{k+1} (k+1-i)wP_n(i) + \sum_{i=k+2}^K (i-k-1)wP_n(i) \\ & \geq \sum_{i=1}^k (k-i)wP_n(i) + \sum_{i=k+1}^K (i-k)wP_n(i) \end{aligned}$$

위 식을 정리하면, $1 - 2 \sum_{i=1}^k P_n(i) \leq 0$ 이다.

두 개의 식을 동시에 만족해야 한다. 그러므로 차량

의 대기위치 열에서 하나의 배치에 포함된 제품들 중에서 출입구에 가장 먼 인출위치 열까지의 평균 반응거리를 최소화하는 열 k 는 다음을 만족해야 한다.

$$\sum_{i=1}^{k-1} P_n(i) < 0.5 \leq \sum_{i=1}^k P_n(i)$$

정리가 증명되었다. ■

차량의 쉬고 있을 때 차량이 통로의 어느 위치에서 대기할 것인가를 구하였다. 통로를 따라 수평으로 있는 보관위치 열에 대해 출입구에서 가까운 열부터 먼 열의 순서로 번호를 정했을 때 각 열이 배치 인출에 포함된 품목의 인출을 위해 가장 먼 보관위치 열이 될 확률, $P_n(i)$ 을 이용하여 대기점은 구해진다. 즉, $P_n(i)$ 에 대해 $i = 1, 2, \dots$ 순서로 차례로 누적확률을 구해 누적확률이 0.5를 처음으로 포함하는 열이 차량의 대기위치 열로 대기점이 됨을 알 수 있다.

배치크기가 n 개에 대해 제품을 인출하는 동안 차량이 쉬고 있을 때 차량의 대기점 열을 k^* 라 하면 차량의 대기점 열에서 최초 인출 보관위치 열까지의 평균 반응거리, RD_n 는 식 (7)과 같다.

$$RD_n = \sum_{i=1}^N |i - k^*| P_n(i) \quad (7)$$

다음으로 각 열에서 제품이 인출될 확률을 구한다. 앞의 식 (1)에서 사용된 열 i 에서 제품이 인출될 확률 p_i 을 구하는 방법을 설명한다.

창고의 보관위치에 있는 제품을 인출하기 위해 차량이 통로의 각 열을 방문할 확률은 각 열의 보관위치에 보관되어 있는 제품 종류와 제품의 수요비율을 고려하여 구한다. 통로의 각 열에서 인출될 확률은 인출시점에서 창고에 보관되어 있는 제품 종류와 제품의 보관 위치에 따라 인출시마다 다를 수 있다. 여기서는 확률은 하나의 배치를 모두 인출완료하기까지는 동일한 것으로 가정하고 다룬다. 다음 배치 인출을 시작할 때에는 인출확률은 열별로 새로이 정의되고, 배치에 포함된 모든 제품의 인출을 완료할 때까지는 확률은 동일하게 적용한다. 배치크기가 커질수록 하나의 배치 인출에서 처음 인출의 경우와 나중 인출의 경우에 각 열에서 인출확률은 변할 수 있지만 변화정도가 매우 적기 때문에 근사적으로 동일한 것으로 가정한다. 이는 제품별로 창고에 보관되어 있는 제품의 수에 비해 하나의 인출 배치에 포함된 제품의 수는 상대적으로 매우 적다. 따라서 동일 배치인출에서는 통로의 각 열에서의 인출확률은 인출순서에 관계없이 거의 변하지 않기 때문에

인출확률은 동일하게 가정해도 타당하다고 생각된다.

창고에 보관되어 있는 제품 j 의 평균 수요비율을 o_j 로 정의하였다. o_j 는 단위기간동안 발생한 총 수요량 중에서 제품 j 의 수요량의 비율이다. 통로에서 i 번째 열에서의 인출확률을 구한다. A_i 는 하나의 배치의 인출시작시점에서 제품들에 대해 i 번째 열의 보관위치에 있는 제품으로 정의한다. 그리고 배치 인출시작시점에서 창고에 보관되어 있는 제품 j 의 총 수량은 q_j 로 정의한다. 그리고 제품 j 중에서 i 번째 열에 보관되어 있는 수량은 z_{ij} 로 나타낸다. 만일 i 번째 열에서 제품 j 을 인출할 경우에 제품 j 는 총 수량 q_j 중에서 수량 z_{ij} 의 비율로 인출되는 것이다. 비율 z_{ij}/q_j 는 창고에 있는 제품 j 에 대해 총 수량 중에서 i 번째 열에 있는 수량의 비율이다. 그러면, 창고의 통로에서 수평으로 i 번째 열에서 제품의 인출이 발생할 확률 p_i 는 식 (8)과 같이 정의된다.

$$p_i = \sum_{j \in A_i} \frac{z_{ij}}{q_j} o_j \quad (8)$$

각 배치인출의 시작시점에서 창고에 보관되어 있는 제품들과 각 제품의 수요비율을 고려하여 통로의 각 열에서 제품의 인출확률을 구하는 방법을 설명하였다.

동일 종류의 제품이 여러 보관위치에 있을 경우에 인출될 보관위치를 무작위로 하면 제품의 보관위치 할당 방식에 관계없이 각 열에서 제품의 인출확률을 구할 수 있다. 제품의 보관위치 할당 방식이 무작위 방식일 경우라도 보관되어 있는 제품의 종류와 수요비율 등에 의해 각 열에서의 인출확률이 정해질 것이다. 마찬가지로 제품의 회전율을 고려하여 회전율이 높은 제품을 출입구에서 가까운 보관위치부터 보관하는 지정식 방식일 경우에도 각 열에 보관된 제품의 종류와 수요비율에 의해 각 열에서의 인출확률이 정해질 것이다.

(4) 해를 구하는 절차

배치인출시 평균 이동거리, 평균 인출 소요시간, 차량의 대기점 열과 평균 반응거리를 구하는 절차는 다음과 같다.

단계 1 : 창고의 보관위치의 넓이, 차량의 이동속도, 단위당 적재시간과 제품의 수요비율 등을 정의한다. 그리고 창고의 보관위치에 보관되어 있는 제품의 수를 제품 종류별로 구한다.

단계 2 : 열 i 에 보관되어 있는 제품 종류와 종류별 제품 수를 구한다. 그리고 열 i 에서 제품이 인출될 확률 p_i 을 식 (8)을 적용하여 구한다.

단계 3 : 주어진 배치크기 n 에 대해 열 i 에서 배치의 첫 번째 인출이 발생할 확률 $P_n(i)$ 을 식(2)를 적용하여 구한다.

단계 4 : 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간을 각각 식 (3)과 식 (4)를 적용하여 구한다.

단계 5 : 확률 $P_n(i)$ 에서 i 을 기준으로 누적확률을 구하고, 이 누적확률에 정리 1을 적용하여 차량의 대기점 열을 구한다.

단계 6 : 구한 대기점 열에 대해 차량의 반응거리, RD_n 을 식 (7)을 적용하여 구한다.

3. 수치적 예제

고려하는 예제는 작은 규모의 창고시스템이다. 작은 규모라 하더라도 여기서 적용한 방식을 실질적인 큰 규모의 창고시스템에 동일하게 적용할 수 있을 것이다. 하나의 통로에 15개의 열이 있고, 각 열에는 양쪽 랙에 6개씩 12개의 보관위치가 있다. 그러면 창고에서 하나의 통로에 있는 보관위치의 수는 180개가 된다. 각 보관위치의 넓이는 수평으로 1.5m이다. 통로에서 출입구(I/O point)의 위치는 창고의 첫 번째 열이 시작되기 전 0.75m인 곳이다. 차량의 평균속도는 수평으로 분당 20m이고, 차량에 아이টে를 싣는데 소요되는 시간은 아이টে 당 0.5분이다. 그리고 창고에 보관되는 제품의 종류는 15개다. 현재 창고 통로의 각 열의 보관위치에 보관되어 있는 제품의 종류는 <표 1>과 같고, 각 제품의 평균 수요비율은 <표 2>와 같다.

현재 <표 1>에 있는 자료와 같이 랙의 보관위치에 보관되어 있는 제품에 대해 자료를 분석하면 총 재고량은 147개이고, 제품 종류별로 현재 재고량은 <표 3>과 같다.

식 (8)을 이용하여 1열에서의 인출확률을 구한다. 현재 1열에서는 재고량은 제품 1이 6개, 제품 2가 3개, 제품 3이 2개, 제품 4가 1개이다. p_1 을 구하기 위해 식 (8)에 대입하면 다음과 같다.

$$p_1 = (6/18) \times 0.12 + (3/13) \times 0.12 + (2/16) \times 0.10 + (1/12) \times 0.10 = 0.0885$$

통로의 2열부터 15열까지의 모든 열에 대해 각 열에서의 인출확률은 1열에서 구한 것과 동일한 방식을 적용하여 구할 수 있다. <표 4>는 주어진 창고에서 통로의 모든 열에 대해 각 열에서 제품이 인출될 확률을 구한 것이다.

<표 1> 창고 통로의 재고 현황

위치 \ 번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	2		4	5	1	3	3		1					
2	1	2	8	1		1	3		10		4	12	12	9	12
3	1	2	3	2	5	4	6	8	4	4	9	14	10	14	11
4	2	3	9		6	4	6	8	7	8	9	8	11	12	15
5	2	1		2	7		5	4		13	10	10	8	15	14
6	2	1	3	6	2	5	4	11	5	5	11	15	15		12
7	3	4	3	2	4	6	3	6	3		6	9	11	10	
8	3	4	9	3	5	2	3	1	3	15	10	6	11	13	
9	1	3	2	5		5	3	5	1	10	8	13	13	7	13
10	1	2	1	1	7	8		9	13	7	14	7	9	10	14
11	1	5	1	12	10	14	1	8	8	9		9	9	12	15
12	4									11		11			

<표 2> 제품의 수요비율, o_j

제품	수요비율	제품	수요비율	제품	수요비율
1	0.12	6	0.08	11	0.05
2	0.12	7	0.07	12	0.04
3	0.10	8	0.07	13	0.03
4	0.10	9	0.05	14	0.02
5	0.08	10	0.05	15	0.02

<표 3> 제품의 현재 재고량, q_j

제품	재고량	제품	재고량	제품	재고량
1	18	6	8	11	8
2	13	7	6	12	6
3	16	8	10	13	7
4	12	9	10	14	6
5	11	10	9	15	6

<표 4> 열에서 인출확률, p_i

열	인출확률	열	인출확률	열	인출확률
1	0.0885	6	0.0741	11	0.0623
2	0.0867	7	0.0735	12	0.0609
3	0.0583	8	0.0708	13	0.0539
4	0.0786	9	0.0695	14	0.0502
5	0.0783	10	0.0591	15	0.0353

배치크기에 대하여 통로에서 차량의 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간을 구하고, 차량이 쉬고 있을 때 차량의 대기점 위치와 평균 반응거리 등을 구한다. 배치크기, $n=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 으로 한다. 이는 현재 제품의

재고량이 최소인 것이 6개로 모두 동일한 제품 종류만으로 인출 배치가 구성될 경우에 가능한 최대 배치크기는 6개가 되기 때문이다. 차량의 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간은 식 (3)과 식 (4)를 각각 적용하고, 차량의 대기점 위치는 정리 1을 적용한다. <표 5>는 배치크기에 대한 확률 $P_n(i)$, 평균 이동거리, 평균 인출 소요시간, 대기점 위치 및 평균 반응거리 등을 나타낸다.

인출당 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간은 배치당 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간을 배치크기로 각각 나누면 구할 수 있다. 당연한 결과지만 배치크기가 증가할수록 배치당 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간은 증가하지만 인출당 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간은 감소한다.

배치크기가 커질수록 평균 이동거리는 증가하고, 배치인출 시작위치 열은 출입구에서 멀어진다. 또한 차량의 대기점도 배치크기가 증가함에 따라 출입구에서 먼 위치로 이동함을 확인할 수 있다.

본 논문에서 평균 이동거리는 해석적인 방법으로 구한 것이다. 해석적으로 유도된 본 결과가 정확한 것인지를 파악하는 것은 이론적인 추론의 정확성을 확인하는 것이다. 본 결과는 이론적으로 정확하게 유도된 것으로, 시뮬레이션을 사용하여 결과를 비교하려고 한다. <표 1>과 <표 2>에서 제시된 예제에 대해 시뮬레이션으로 실험하여 평균 이동거리를 구한다. 평균 이동거리를 구하는 시뮬레이션 절차는 다음과 같다.

단계 1 : <표 2>에 대해 제품번호 순서로 누적확률을 구한다.

단계 2 : 구하고자 하는 배치크기를 정의하고, 배치크기의 수만큼 난수를 생성한다. 생성된 각

〈표 5〉 배치크기에 따른 평균 이동거리 및 평균 인출 소요시간, 차량 대기점 및 평균 반응거리

배치 크기	확률, $P_n(i), i=1, 2, \dots, 15$	평균 이동거리 (m)	평균 인출 소요시간 (분)	차량 대기점 (열)	평균 반응거리 (m)
1	$P_1(1)=0.0885, P_1(2)=0.0867, P_1(3)=0.0583$ $P_1(4)=0.0786, P_1(5)=0.0783, P_1(6)=0.0741$ $P_1(7)=0.0735, P_1(8)=0.0708, P_1(9)=0.0695$ $P_1(10)=0.0591, P_1(11)=0.0623, P_1(12)=0.0609$ $P_1(13)=0.0539, P_1(14)=0.0502, P_1(15)=0.0353$	10.8507	1.0425	7	5.3433
2	$P_2(1)=0.0078, P_2(2)=0.0229, P_2(3)=0.0238$ $P_2(4)=0.0429, P_2(5)=0.0550, P_2(6)=0.0633$ $P_2(7)=0.0737, P_2(8)=0.0812, P_2(9)=0.0895$ $P_2(10)=0.0837, P_2(11)=0.0958, P_2(12)=0.1011$ $P_2(13)=0.0957, P_2(14)=0.0943, P_2(15)=0.0694$	14.4455	1.7223	10	4.4819
3	$P_3(1)=0.0007, P_3(2)=0.0047, P_3(3)=0.0074$ $P_3(4)=0.0177, P_3(5)=0.0291, P_3(6)=0.0407$ $P_3(7)=0.0555, P_3(8)=0.0699, P_3(9)=0.0864$ $P_3(10)=0.0889, P_3(11)=0.1105, P_3(12)=0.1260$ $P_3(13)=0.1274, P_3(14)=0.1330, P_3(15)=0.1022$	16.3279	2.3164	11	3.7379
4	$P_4(1)=0.0000, P_4(2)=0.0009, P_4(3)=0.0020$ $P_4(4)=0.0065, P_4(5)=0.0137, P_4(6)=0.0233$ $P_4(7)=0.0372, P_4(8)=0.0536, P_4(9)=0.0743$ $P_4(10)=0.0840, P_4(11)=0.1133, P_4(12)=0.1396$ $P_4(13)=0.1509, P_4(14)=0.1667, P_4(15)=0.1339$	17.4978	2.8749	12	3.1600
5	$P_5(1)=0.0000, P_5(2)=0.0002, P_5(3)=0.0005$ $P_5(4)=0.0023, P_5(5)=0.0061, P_5(6)=0.0126$ $P_5(7)=0.0234, P_5(8)=0.0386, P_5(9)=0.0600$ $P_5(10)=0.0744, P_5(11)=0.1090, P_5(12)=0.1450$ $P_5(13)=0.1675, P_5(14)=0.1959, P_5(15)=0.1645$	18.3013	3.4151	13	2.7732
6	$P_6(1)=0.0000, P_6(2)=0.0000, P_6(3)=0.0001$ $P_6(4)=0.0008, P_6(5)=0.0026, P_6(6)=0.0065$ $P_6(7)=0.0142, P_6(8)=0.0267, P_6(9)=0.0465$ $P_6(10)=0.0634, P_6(11)=0.1008, P_6(12)=0.1447$ $P_6(13)=0.1787, P_6(14)=0.2211, P_6(15)=0.1940$	18.8898	3.9445	13	2.4373

난수에 대해 단계 1에서 구한 누적확률과 비교하여 품목 종류를 찾는다. 예를 들어 발생된 난수가 0.45일 때, 누적확률이 제품 번호 3에서 0.40, 4에서 0.47이면, 발생된 제품 종류는 4가 된다.

단계 3 : 생성된 수요 품목들에 대해 <표 1>에서 무작위로 인출 보관위치를 구한다. 동일 배치에 대해 동일 종류의 제품이 다수 포함된 경우는 인출 보관위치가 중복되지 않도록 제품의 인출보관위치를 구한다.

단계 4 : 배치에 포함된 제품들의 인출 보관위치들 중에서 출입구에서 가장 먼 인출 보관위치 열을 찾는다. 이 인출보관위치 열에서 출입

구까지가 이동거리가 된다.

단계 5 : 주어진 시뮬레이션 실험횟수만큼 단계 2부터 단계 4까지의 절차를 반복하여 실험한다. 실험별로 이동거리를 구하고 기록한다.

단계 6 : 주어진 모든 실험을 완료하면 실험에서 얻은 이동거리를 합한 값을 실험횟수로 나누어 평균 이동거리를 구한다. 평균 이동거리는 구하려는 결과이다.

Matlab 6.0으로 시뮬레이션 프로그램을 개발한 후에 배치크기별로 평균 이동거리를 구하는 실험을 하였다. 실험은 배치크기별로 10,000회씩 반복 실시하여 평균 이동거리를 구하였다. 배치크기에 대해 시뮬레이션으로

얻은 평균 이동거리는 <표 6>의 2번째 열에 있다. <표 6>에서 3열은 이론적으로 구한 평균 이동거리이고, 4열은 이론적으로 얻은 평균 이동거리와 시뮬레이션으로 얻은 평균 이동거리의 오차이다.

6가지 배치크기에 대해 평균 이동거리에 대해 시뮬레이션 해와 이론적 해 사이의 오차는 평균 0.0027로 0.27%이다. 오차의 크기는 매우 작다. 이는 이론적으로 구한 결과가 정확함을 보여주고 있다고 판단된다. 다른 추가적인 예제를 들더라도 거의 동일한 수준의 오차가 발생할 것으로 생각된다.

<표 6> 평균 이동거리에 대한 이론적 해와 시뮬레이션 해의 비교

배치 크기	시뮬레이션 해, a	이론적 해, b	오차율, $\frac{ a-b }{b}$
1	10.8365	10.8507	0.0013
2	14.5253	14.4455	0.0055
3	16.3167	16.3279	0.0007
4	17.4369	17.4978	0.0035
5	18.3411	18.3013	0.0022
6	18.9438	18.8898	0.0029

제시된 예제는 작은 규모의 창고시스템이다. 이는 배치크기가 증가할수록 인출시마다 창고에서 각 열에서 제품이 인출될 확률이 변할 수 있다. 그러나 일반적인 창고는 인출 배치크기에 비해 창고의 보관위치의 수가 매우 많고, 또한 보관되어 있는 각 제품의 재고수도 매우 많다. 이는 하나의 배치인출에서 인출 순서에 관계없이 각 열에서 제품이 인출될 확률 p_i 가 평균적으로 변하지 않고 안정 상태를 유지한다.

4. 결 론

창고에서 두 개의 랙이 서로 마주보고 있는 하나의 통로에서 여러 주문들을 모아서 배치로 인출할 경우에 배치크기에 대해 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간 등을 구하였다. 또한 인출서비스를 하는 차량이 쉬고 있을 때 다음 배치 인출에 대비하여 반응거리를 최소화 하는 차량의 대기점을 구하였다. 창고의 통로에서 배치 인출시 배치크기에 대해 차량의 평균 이동거리와 평균 인출 소요시간 등을 체계적으로 분석하였다. 효율적인 창고시스템의 설계와 운영에 연구를 통하여 얻어진 결과가 사용할 수 있을 것이다.

배치크기에 대해 해석적으로 구한 평균 이동거리에 대해 유효성을 확인하기 위해 시뮬레이션을 적용하였

다. 해석적인 결과와 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 양 방법 사이에 오차가 거의 발생하지 않음을 확인하였고, 이는 해석적 추론이 유효함을 확인할 수 있었다.

추후에 배치크기가 다양한 경우를 고려할 수 있을 것이다. 배치크기가 다양하고, 다양한 각 배치크기에 대한 분포가 알려지면 창고시스템에서 평균 인출 소요시간을 분석할 수 있을 것이다. 또한 창고운영과 관련하여 발생한 비용을 고려하여 경제적인 배치크기를 정하는 문제를 연구할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] Barrett, B. G.; "A further digression on the over-automated warehouse : Some evidence," *Interfaces*, 8(1) : 46-49, 1977.
- [2] Bozer, Y. A. and White, J. A.; "Travel time models for automated storage/retrieval systems," *IIE Transactions*, 16(4) : 329-338, 1984.
- [3] Chang, S. H. and Egbelu, P. J.; "Relative pre-positioning of storage/retrieval machines in an automated storage/retrieval systems to minimize maximum system response time," *IIE Transactions*, 29(4) : 303-312, 1997.
- [4] De Koster, R., Le-Duc, T., and Roodbergen, K. J.; "Design and control of warehouse order picking : A literature review," *European J. of Operational Research*, 182(2) : 481-501, 2007.
- [5] Egbelu, P. J.; "Framework for dynamic positioning of storage/retrieval machines in an automated storage/retrieval system," *International J. of Production Research*, 29(1) : 17-37, 1991.
- [6] Egbelu, P. J. and Wu, C. T.; "A comparison of dwell point rules in an automated storage /retrieval system," *International J. of Production Research*, 31(11) : 2515-2530, 1993.
- [7] Elsayed, E. A. and Unal, O. I.; "Order batching algorithms and travel time estimation for automated storage/retrieval systems," *International J. of Production Research*, 27(7) : 1097-1114, 1989.
- [8] Elsayed, E. A.; "Algorithms for optimal material handling in automatic warehousing systems," *International Journal of Production Research*, 19(5) : 525-535, 1981.
- [9] Guenov, M. and Raeside, R.; "Zone shape in class based storage and multicommand order picking when storage/retrieval machines are used," *European J. of Operational Research*, 58 : 37-47, 1992.
- [10] Hausman, W. H., Schwarz, L. B., and Graves, S. C.;

- “Storage-retrieval interleaving in automatic warehousing systems,” *Management Science*, 23(9) : 935-945, 1976.
- [11] Hwang, H. and Ha, J. W.; “Cycle time models for single/double carousel system,” *International J. of Production Economics*, 25 : 129-140, 1991.
- [12] Kusiak, A.; “Material handling in flexible manufacturing systems,” *Materials flow*, 2 : 79-95, 1985.
- [13] Manda, B. S. and Palekar, U. S.; “Recent advances in the design and analysis of material handling systems,” *J. of manufacturing Science and Engineering*, 119 : 841-848, 1977.
- [14] Matson, J. O. and White, J. A.; “Operational research and material handling,” *European J. of Operational Research*, 11 : 309-318, 1982.
- [15] Roodbergen, K. J. and Vis, I. F. A.; “A survey of literature on automated storage and retrieval systems,” *European J. of Operational Research*, 194 : 343-362, 2009.
- [16] Tompkins, J. A., White, J. A., Bozer, Y. A., Fraselle, E. H., Tanchoco, J. M. A., and Trevino, J.; *Facilities Planning*, John Wiley and Sons, Inc, NY, 1996.
- [17] Van den Berg, J. P.; “A literature survey on planning and control of warehousing systems,” *IIE Transactions*, 31 : 751-762, 1999.