

# 검출력 향상된 자기상관 공정용 관리도의 강건 설계 : 반도체 공정설비 센서데이터 응용

이 현 철

한국항공대학교 경영학과

## Power Enhanced Design of Robust Control Charts for Autocorrelated Processes : Application on Sensor Data in Semiconductor Manufacturing

Hyun Cheol Lee

Department of Business Administration, Korea Aerospace University

Monitoring autocorrelated processes is prevalent in recent manufacturing environments. As a proactive control for manufacturing processes is emphasized especially in the semiconductor industry, it is natural to monitor real-time status of equipment through sensor rather than resultant output status of the processes. Equipment's sensor data show various forms of correlation features. Among them, considerable amount of sensor data, statistically autocorrelated, is well represented by Box-Jenkins autoregressive moving average (ARMA) model. In this paper, we present a design method of statistical process control (SPC) used for monitoring processes represented by the ARMA model. The proposed method shows benefits in the power of detecting process changes, and considers robustness to ARMA modeling errors simultaneously. We prove benefits through Monte carlo simulation-based investigations.

**Keywords :** Statistical Process Control, Power, Semiconductor Manufacture, Autoregressive Moving Average

### 1. 서 론

공정의 주요 품질 특성에 대한 모니터를 통해 공정을 안정화 하는데 사용되는 관리도(control chart)는 가장 범용적인 통계적 공정관리(statistical process control) 기법 중 하나이다. Shewhart 형태의 전통적 관리도는 관리 대상이 되는 품질 특성의 평균 통계량과 분산 통계량을 이용하여  $[LCL, UCL] = \mu \pm c\sigma$  형태로 표시되는 관리 상/하한계선(upper/lower control limit)을 가지고 모

니터 하게 된다.  $c$ 는 오경보율을 설정하는데 사용되는 상수로 오경보율이 0.27%인 경우 3이다. 이때 관리도에 적용되는 품질 특성 관측치(data)의 통계적 특성은 상호 독립적이고 동일한 분포(iid)를 갖는다는 것을 가정한다.

최근 10여년 간 통계적 공정관리 연구에서 가장 큰 흐름 중 하나는 자기상관 특성을 갖는 관측치에 대해 관리도를 적용하는 것이다. 생산 공정상 계측설비의 비약적인 발전에 따른 빈번한 자동계측은 많은 양의 실

논문접수일 : 2011년 09월 19일    논문수정일 : 2011년 10월 25일    게재확정일 : 2011년 11월 23일

† 교신저자 hcllee@kau.ac.kr

※ 이 논문은 2011년도 한국항공대학교 교비지원 연구비에 의하여 지원된 연구의 결과임.

시간 관측치를 발생시킨다. 또한 공정에 대한 선행적 모니터와 생산 피해 물량을 최소화하기 위한 선제적 조치를 위해 설비 센서를 이용한 생산 설비상태의 직접적인 모니터와 관리가 생산현장에서 보편화 되고 있다. 이러한 자동 계측에 의한 관측치의 특성이나 설비상태를 측정하는 센서 데이터의 성질은 전형적인 자기상관 특성을 보인다.

반도체 웨이퍼를 생산하는 반도체 팹(fabrication)처럼 단위시간당 생산 물량이 매우 많은 경우에는 공정 변동에 의한 불량 생산의 최소화를 위해 최근 다양한 형태의 설비상태 모니터링 방법이 요구되고 있다. 메모리 반도체를 생산하는 반도체 팹에서 주력제품이 성숙 수율에 이르러 양산될 경우, 최소 월간 5만장의 웨이퍼가 생산된다. 웨이퍼의 크기가 300mm이고 design rule이 35nm 기술인 2giga byte DRAM의 경우, 대략 웨이퍼 1장당 1,800개의 반도체 칩이 생산되므로 일시적인 공정 불량에 의해서도 피해 생산량의 크기가 매우 크다는 것을 가늠할 수 있다. <표 1>은 DRAM 반도체 칩의 종류 및 design rule에 따른 웨이퍼 당 생산칩 수이다.

<표 1> 메모리 용량별/design rule별 웨이퍼당 칩 수  
DRAM/300mm 웨이퍼 기준

(단위 : 개수)

	1 giga	2 giga	4 giga
30nm	3,200~4,000	1,600~2,000	800~1,000
40nm	2,000~2,400	1,000~1,200	500~600
50nm	1,300~1,500	600~800	300~400

특히 최근 반도체 소자가 복잡해지고 공정 수가 증가함에 따라 설비 대수의 증가 및 이에 따른 설비관리 중요성의 증대는 필연적이라고 할 것이다. 반도체 생산의 경우 특정 제품의 수율이 70~80% 이상으로 성숙되면 생산량이 기하급수적으로 늘어난다. 이렇게 생산량이 매우 많은 경우, 특정 공정에서 이상요인에 의해 불량이 발생하면 금전적 피해 규모 또한 매우 크다. 이러한 상황에 대비하여, 최근 반도체 팹에서는 특정 공정 진행 후의 각종 품질 특성치, 예를 들어 패턴의 critical dimension(CD)과 증착필름의 두께 등에 대한 모니터는 물론이고, 특정 공정진행 중인 설비상태에 대한 모니터도 보편적으로 행해지고 있다.

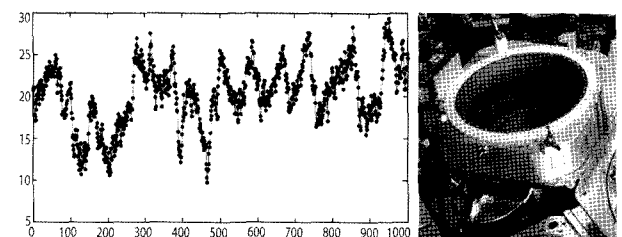
일반적으로 반도체 공정상 한 대의 설비에 대해 수십 개의 센서가 존재하고, 주요 20~30개의 센서 데이터가 집중 모니터 된다. 모니터링 센서의 선정은 공정 품질 불량 사고로 확인된 경우가 집계되어 선정되는 경우가 대부분이다. 이 중 통계적으로 자기상관 특성이 명확한 센서 데이터는 Box-Jenkins Autoregressive Moving

Average(ARMA) 모델로 잘 표현된다. <그림 1>은 전형적인 자기상관 특성을 보이는 센서 데이터로서 AR(1) 모델로 잘 표현된다. 왼쪽 그림은 금속배선(metalization) 공정 중 설비의 특정 chamber의 압력(=  $x_t$ )을 실시간으로 측정하는 센서 데이터이다. 오른쪽 그림은 금속배선 공정에 사용되는 설비의 chamber 이미지이다.

이 논문에서는 ARMA 모델로 표현이 가능한 설비 센서 데이터에 대해 사용될 수 있는 통계적 공정관리 설계 방법을 소개한다. 여기서 제안된 설계 방법은 ARMA 모델링 오차에 강건한 특징을 가지면서 기존의 강건 설계 방법들보다 공정 변경 검출확률(power),  $1-\beta$ ( $\beta$  = 공정 변동 미검출 확률)을 강화한 특징을 갖는다. 기본적으로 Apley and Lee[8]에서 도출된 ARMA 모델링 오차가 고려된 Exponentially Weighted Moving Average(EWMA) 분산 통계량의 신뢰구간 유도 결과를 이용하여 모델링 에러에 대한 강건성을 고려할 뿐만 아니라 신뢰구간의 하한 값을 이용하여 검출확률을 강화한다.

즉, 본 논문에서 제안하는 통계적 공정관리 설계 방법은 자기상관성을 갖는 관측치에 적용 가능한 새로운 형태의 EWMA 관리도이다. 이 설계방법은 관리한계선 설정시 ARMA 모델의 모수 추정량과 추정 모수의 공분산 행렬만 필요로 한다. ARMA 모델에 대해 모수 추정량과 공분산 행렬은 일반적인 시계열 모델링을 제공하는 소프트웨어를 통해 쉽게 구해질 수 있기 때문에 사용자 누구나 쉽게 제안된 방법을 사용하여 관리한계선을 계산 할 수 있다. 독자의 쉬운 이해를 돕기 위해 논문의 본문에서 예제를 이용해 설계 절차를 설명한다.

본 논문의 제 2장에서는 자기상관 데이터의 모니터를 위한 선행 연구 결과를 고찰한다. 제 3장에서는 이 논문에서 제안하는 자기상관 데이터 모니터 목적의 잔차 기반 관리도에 대한 강건 설계 방법을 설명하고 그에 필요한 수학적 근거를 제시한다. 제 4장에서는 5가지 저차수(low order) ARMA 모델에 대한 간단한 적용 수식을 제공한다. 제 5장에서는 예제를 통해 적용절차를 설명하고, 기존의 강건 설계 방법들과의 비교결과를 제시한다. 제 6장에서는 이 논문의 결과를 정리하고 결론을 맺는다.



<그림 1> chamber 압력( $x_t = 0.971x_{t-1} + a_t$ )

## 2. 선행 연구

자기상관 특성을 갖는 데이터에 대한 관리도의 적용은 크게 두 가지 방법에 의해 정의된다. 첫 번째 방법은 자기상관 성분 크기만큼을 관리도 분산 통계량에 반영하고 수정된 관리한계선을 이용하여 자기상관 특성을 갖는 데이터를 그대로 사용하는 방법이다. 생산 공정에서 흔히 발견되는 자기상관 특성의 데이터는 일반적으로 양의 자기상관관계를 나타내는 경우가 대부분으로 양의 자기상관관계의 크기가 분산 통계량에 반영되었을 경우 관리한계선이 넓어지게 된다(Johnson and Bagshaw[11], Vasilopoulos and Stamboulis[23], Schmid [19], Zhang[25], Lee et al.[3], Kim and Park[1]).

자기상관 특성을 갖는 데이터를 관리도에 적용하기 위해 사용되는 두 번째 방법으로는 자기상관 데이터를 Box-Jenkins ARMA 모델을 사용하여 모델링한 후, 데이터의 통계적인 특성이 서로 독립이면서 동일한 분포를 갖는 잔차를 발생시켜 사용하는 방법이다. 첫 번째 방법이 모니터 되는 데이터는 그대로 사용하면서 수정된 관리한계를 사용한 방법인 반면, 두 번째 방법은 관리한계는 그대로 사용되 모니터 되는 데이터의 형태를 수정하여 사용하는 방법이다. 두 번째 방법과 관련하여 Alwan and Roberts[4], Montgomery and Mastrangelo [17], Superville and Adams[20], Wardell et al.[24], Runger et al.[18], Lin and Adams[14], Vander Weil[22], Lu and Reynolds[15], English et al.[10], Lee and Lee[2] 등의 연구결과가 보고되었다.

첫 번째 방법과 두 번째 방법간 ARMA 모델링 오차에 대한 강건성 및 성능 평가를 위해 시뮬레이션 등의 방법을 통해 많은 비교가 이루어져왔다. 이러한 두 방법 간의 비교는 모델링된 ARMA 모델 종류는 물론 공정 평균 변동의 크기 및 형태 등에 따라 다양한 결과가 보고되었다. Lee[12]는 ARMA 모델링 오차에 대한 강건성 비교 평가를 시뮬레이션 등의 경험적(empirical) 방법이 아닌 수학적 표현에 의한 정량적 접근으로 그 결과를 비교하였다. 즉, ARMA 모델링 오차에 대한 분산 통계량의 변화율을 ARMA 모델 모수에 대한 편미분을 이용하여 정량화 하였다. ARMA 모델링 오차에 대한 정량화 결과를 통하여 EWMA의 경우, 잔차를 이용한 EWMA 관리도 보다 강건성 뿐만 아니라 성능에서도 우세함을 증명하였다(Apley and Lee[7]).

지금까지 ARMA 모델링 오차에 강건한 통계적 공정 관리 설계방법에 대한 연구결과가 많지는 않다. Apley [5]가 모델링 오차가 고려된 EWMA 분산 통계량의 평균을 이용하여 설계방법을 제시하였다. Apley and Lee

[12]는 EWMA 분산 통계량에 대한 최악의 경우를 가정한 1차 Taylor 근사법을 이용하여 설계방법을 제시하였고, Lee and Apley[13]는 EWMA 분산 통계량에 대한 정확한 근사를 위해 2차 Taylor 확장식과 Bayesian 방법을 이용하여 새로운 설계방법을 제시하였다. Testik [21]은 AR(1) 모델에 대해서 ARMA 모델링 오차에 강건한 통계적 공정관리를 제안하였다.

공정 데이터가 자기상관 관계를 가질 때 현재까지의 연구가 공정변동 검출확률에 대한 특성을 고려하지 않은 반면, 이 논문에서는 공정변동 검출확률을 강화하면서도 어느 정도 ARMA 모델링 오차에 대한 강건성을 고려하는 잔차 기반 EWMA 관리도 설계 방법을 제안한다.

## 3. 제안된 관리도 구조

### 3.1 Notation

제안된 관리도의 통계량을 유도함에 앞서 이 논문에서 사용되는 기호와 정의는 다음과 같다.

- $x_t$  : 자기상관 특성을 갖는 공정 관측치
- $a_t$  : 평균 0, 분산  $\sigma_a^2$ 인 iid random 데이터
- $\Phi(B)$  : 차수  $p$ 의 Autoregressive(AR) 다항식
- $\Theta(B)$  : 차수  $q$ 의 Moving Average(MA) 다항식
- $B$  :  $Bx_t = x_{t-1}$ 로 정의된 backward shift 연산자
- $\gamma$  : ARMA 모수 벡터
- $\hat{\gamma}$  :  $\gamma$ 의 추정량
- $z_t$  : EWMA 통계량
- $\lambda$  : EWMA 상수
- $L$  : 공정 안정상태의 평균 런 길이를 정의하는 상수
- $\sigma_z$  : EWMA 통계량의 불 가변 표준편차
- $V(\hat{\gamma})$  : ARMA 모수의 민감도 벡터
- $\sum(\hat{\gamma})$  : ARMA 모수 추정량의 공분산 행렬
- $\rho_k$  : 자기상관 함수

### 3.2 자기상관 모델

자기상관 특성을 갖는 관측 데이터는 아래의 일반적인 시계열 모델인 Box-Jenkins ARMA 모델로 표현이 가능하다(Box et al.[9]).

$$x_t = \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)}a_t \quad (1)$$

$x_t$ 는 자기상관 특성을 갖는 공정 관측 데이터,  $B$ 는  $Bx_t = x_{t-1}$ 로 정의된 backward shift 연산자,  $\Phi(B)$ 는  $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \dots \phi_p B^p$ 로 정의된 차수  $p$ 의 AR 다항식,  $\Theta(B)$ 는  $\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \dots \theta_q B^q$ 로 정의된 차수  $q$ 의 MA 다항식이고,  $a_t$ 는 평균 0, 분산  $\sigma_a^2$ 인 독립적이면서 동일한 분포를 갖는(iid) random 데이터이다. ARMA 모수를  $\gamma = [\phi_1 \phi_2 \dots \phi_p \theta_1 \theta_2 \dots \theta_q]$ 과 같이 벡터로 표시하고,  $\hat{\gamma}$ 를  $\gamma$ 의 추정량으로 정의한다.

Box-Jenkins 시계열 모델의 잔차는  $\Phi(B)$ ,  $\Theta(B)$ 의 추정량을 이용하여  $\hat{\Theta}(B)^{-1}\hat{\Phi}(B)x_t$ 에 의해 구할 수 있고, 만약 모델링 오차가 없다면 잔차는 자기상관 관계가 제거된다. 자기상관 특성을 갖지 않는 잔차는 통계적 공정관리가 가정하는 데이터 특성을 만족하게 됨에 따라 기존의 일반적인 통계적 공정관리가 적용 가능하다.

### 3.3 EWMA 관리도

EWMA 관리도는 통계적 공정관리 기법 중에서 가장 널리 사용되는 관리도 중 하나이다. 특히, 작은 크기의 공정 변동에 민감하게 대응할 목적으로 다양한 공정에서 사용되고 있다. EWMA 통계량( $=z_t$ )은 아래와 같이 정의된다.

$$z_t = (1 - \lambda)z_{t-1} + \lambda x_t \quad (2)$$

$\lambda$ 는 EWMA 상수로 0보다 크고 1보다 작거나 같다. 만약  $x_t$ 가 통계적으로 독립적이면, 불 가변적인(steady-state) EWMA 관리한계선은 다음과 같이 정의된다.

$$[LCL, UCL] = \pm L\sigma_z \quad (3)$$

$L$ 은 특정한 크기의 오경보 확률이나 또는 특정한 크기의 공정 안정상태의 평균 런 길이(in-control average run length)을 정의하는 상수이다. 예를 들어, 공정 안정상태의 평균 런 길이가 500인 경우,  $L$ 은 2.814이다(Lucas and Saccucci[16]).  $\sigma_z$ 는 EWMA 통계량의 불가변 표준편차로  $\sigma_z \lambda^{1/2} (2 - \lambda)^{-1/2}$ 로 계산된다. 여기서 안정상태의 공정 평균이 데이터로부터 차감 되어 현재  $x_t$ 는 0의 공정 평균을 취하고 있다고 가정한다. 만약  $z_t$ 가 관리하한인 LCL이나 관리상한인 UCL을 벗어나게 되면 공정이상이 발생했다고 판단하고 공정 불안정 상태(out-of-control)라고 지칭한다. 공정이상이 발생하면 작업자는 재빨리 이상 원인을 추적하여 제거하고 후속 조치를 취해야 한다.

### 3.4 관리도 통계량 유도

Lee[12]는 ARMA 모델링 오차의 EWMA 분산 통계량에 대한 영향을 EWMA 분산 통계량과 ARMA 모수의 편미분을 이용하여 민감도 척도를 정의하고 일반화된 민감도 결과를 제시하였다. 이 결과를 이용하여 Apley and Lee[8]는  $\hat{\gamma}$ 이 평균 =  $\gamma$ , 공분산 행렬 =  $\Sigma(\hat{\gamma})$ 인 다변수의 정규분포를 따를 때  $\sigma_z^2 / \sigma_z^2$ 의 1차 Taylor 근사식이 평균 = 1, 분산 =  $V^T(\hat{\gamma}) \Sigma(\hat{\gamma}) V(\hat{\gamma})$ 인 정규분포를 근사적으로 따른다는 사실을 이용하여 모델링 에러가 포함된  $\sigma_z^2$ 에 대한  $(1 - \alpha)\%$  신뢰수준의 양방향 신뢰구간을 아래와 같이 제시하였다. 정의 된다.

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_z^2 (1 - z_{\alpha/2} \sqrt{V^T(\hat{\gamma}) \Sigma(\hat{\gamma}) V(\hat{\gamma})}) &\leq \sigma_z^2 \leq \\ \hat{\sigma}_z^2 (1 + z_{\alpha/2} \sqrt{V^T(\hat{\gamma}) \Sigma(\hat{\gamma}) V(\hat{\gamma})}) &\end{aligned} \quad (4)$$

$z_{\alpha/2}$ 는 표준정규분포의 상위  $\alpha/2$  변위치를 나타내고,  $V(\hat{\gamma})$ 는  $[S_{\hat{\phi},1} S_{\hat{\phi},2} \dots S_{\hat{\phi},p} S_{\hat{\theta},1} S_{\hat{\theta},2} \dots S_{\hat{\theta},q}]$ ,  $\Sigma(\hat{\gamma})$ 는 ARMA 모수 추정량의 공분산 행렬을 나타낸다.  $V(\hat{\gamma})$ 의 성분은 민감도 척도로 아래 식과 같이 정의된다.

$$S_{\hat{\phi},i} = 2 \sum_{k=0}^{\infty} P_k \rho_{i+k} : i = 1, 2, \dots, p, \quad (5)$$

$$S_{\hat{\theta},i} = -2 \sum_{k=0}^{\infty} Q_k \rho_{i+k} : i = 1, 2, \dots, q, \quad (6)$$

$\rho_k$ 는 자기상관 함수이고,  $\{P_k : k = 0, 1, 2, \dots\}$ 와  $\{Q_k : k = 0, 1, 2, \dots\}$ 는 각각  $\Phi^{-1}(B) = \sum_{j=0}^{\infty} P_j B_j$ 와  $\Theta^{-1}(B) = \sum_{j=0}^{\infty} Q_j B_j$ 의 임펄스 반응계수이다.

민감도 척도는 ARMA 모델링 오차에 대한 분산 통계량의 변화율을 ARMA 모델 모수에 대한 편미분을 이용하여 정량화한 척도로서 ARMA 모수 추정량의 함수이므로 모델링 에러가 포함된 ARMA 모수 추정량은 이 신뢰구간의 함수임을 알 수 있다. 따라서 이 신뢰구간은  $1 - \alpha$ 의 확률로 ARMA 모델링 에러가 고려된  $\sigma_z^2$ 의 존재 범위를 의미한다. 식 (4) 보다 정확한 신뢰구간으로 근사시키기 위해 지수 함수를 이용하여 아래와 같이 동일한 크기의 양방향 신뢰구간을 제시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_z^2 \exp[z_{\alpha/2} \sqrt{V^T(\hat{\gamma}) \Sigma(\hat{\gamma}) V(\hat{\gamma})}] &\leq \sigma_z^2 \leq \\ \hat{\sigma}_z^2 \exp[-z_{\alpha/2} \sqrt{V^T(\hat{\gamma}) \Sigma(\hat{\gamma}) V(\hat{\gamma})}] &\end{aligned} \quad (7)$$

위 식  $(1-\alpha)\%$  신뢰수준의 양방향 신뢰구간은 식 (8) 과 같이  $(1-\alpha)\%$  신뢰수준의 단방향 신뢰구간으로 변환 가능하다. 식 (7)의 양방향 신뢰구간의 하한을 이용할 수도 있으나 단방향 신뢰구간을 사용할 경우 양방향 신뢰구간을 사용할 때 보다 1/2 크기의  $\alpha$ 사용이 가능하다. 즉, 관리한계 설정시 필요한  $\alpha$ 의 크기를 1/2로 줄일 수 있다. 예를 들어, 단방향 신뢰구간에서  $\alpha=0.2$ 로 사용한 경우, 양방향 신뢰구간에서는  $\alpha=0.4$ 로 사용해야 한다. 이 경우 5장에서 제시될  $\alpha$ 의 크기( $0.1 \leq \alpha \leq 0.3$ )가 두 배가 되어 아래의 단방향 신뢰구간을 사용한다.

표기 편의상  $1-\lambda$ 를  $\nu$ 로 정의한 후, 잔차를 이용하는 EWMA 통계량의 민감도 척도는  $S_{\phi_i} = 2\nu^i/\Phi(\nu)$ 와  $S_{\theta_i} = -2\nu^i/\Theta(\nu)$ 로 간단하게 표현할 수 있다. 이 결과는 저차수 ARMA 모델에 대한 강건한 설계 방법의 일반식을 유도하는데 유용하게 사용된다.

$$\hat{\sigma}_z^2 \exp[z_\alpha \sqrt{V^T(\hat{\gamma}) \sum(\hat{\gamma}) V(\hat{\gamma})}] \leq \sigma_z^2 \quad (8)$$

이 논문에서는 식 (8)에서 제시된 신뢰구간의 하한을 새로운 EWMA 관리도의 분산 통계량으로 이용하여 ARMA 모델링 오차에 강건한 특성을 고려하는 잔차 기반 EWMA 관리도 설계 방법을 제시한다. 신뢰구간의 하한은 ARMA 모델링 오차를 고려한 잔차 기반 EWMA 분산 통계량의 최소값으로 이 최소값을 이용시 ARMA 모델링 오차에 강건하면서도 기존의 설계 방법들 보다 공정 변화에 대한 검출 능력이 우수할 것을 기대한다. 즉, 관리도의 공정변화 검출 확률인  $1-\beta$ 가 기존 방법들보다 우수하다. 제 5장에서 시뮬레이션을 통해 이를 증명한다. 결론적으로 이 논문에서 제안하는 새로운 관리한계선은 다음과 같이 정의된다.

$$[LCL, UCL] = \pm L\tilde{\sigma}_z \quad (9)$$

$\tilde{\sigma}_z$ 는  $\sqrt{\hat{\sigma}_z^2 \exp[z_\alpha \sqrt{V^T(\hat{\gamma}) \sum(\hat{\gamma}) V(\hat{\gamma})}]}$ 이다.  $L$ 은 Lucas and Saccucci[16]의 수치를 사용한다. 이는 제 5장에서 비교되는 기존의 방법들의 관리도 설계방법과 제안된 방법을 같은 조건으로 비교하기 위함이다.

#### 4. 저차수 ARMA 모델 적용결과

저차수 ARMA 모델의 공분산 행렬은 간단한 식의 형태로 존재한다. 제 3장에서 유도된 일반식의 EWMA 분산 통계량의 결과와 간단한 형태의 공분산 행렬을 이

용하여 저차수 ARMA 모델별 등식 형태의 EWMA 분산 통계량의 결과를 제시한다. 사용자는 시계열 모델링의 결과가 아래 제시되는 5가지 경우 중 한 가지 경우에 해당되면 해당되는 모델의 EWMA 분산 통계량 결과를 그대로 적용하면 된다. 이 장에서 제시되지 않은 고차수(high order) 모델의 공분산 행렬은 ARMA 시계열 모델링을 제공하는 소프트웨어를 통해 구해지므로 일반식의 EWMA 분산 통계량의 결과와 쉽게 결합되어 사용될 수 있다.

#### 4.1 AR(1) 모델

AR(1) 모델은 가장 흔히 볼 수 있는 시계열 모델로서 반도체 설비 센서데이터 모델링에서도 가장 높은 빈도를 보이는 모델이다. 이 모델은 제 5장의 설비 센서예제를 통해서 관리도 설계 방법을 설명할 때 사용된다. AR(1) 모델의 공분산 행렬이  $1/n(1-\hat{\phi}_1^2)$ 이므로, 식 (8)을 이용한 EWMA 관리도의 분산 통계량은 아래와 같다.

$$\hat{\sigma}_z^2 \exp[z_\alpha \frac{2\nu}{1-\hat{\phi}_1\nu} \sqrt{\frac{1-\hat{\phi}_1^2}{n}}] \quad (10)$$

#### 4.2 AR(2) 모델

AR(2) 모델은 ARMA(1, 1) 모델과 함께 시계열 모델링시 AR(1) 모델 다음으로 빈번하게 사용되는 모델이다. AR(2) 모델의 공분산 행렬은 아래와 같으므로

$$\sum(\hat{\gamma}) = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1-\hat{\phi}_2^2 & -\hat{\phi}_1(1+\hat{\phi}_2) \\ -\hat{\phi}_1(1+\hat{\phi}_2) & 1-\hat{\phi}_2^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

식 (8)을 이용한 EWMA 관리도의 분산 통계량은 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_z^2 \exp[z_\alpha \sqrt{\frac{1+\hat{\phi}_2}{n} [S_{\hat{\phi}_1}^2(1-\hat{\phi}_2) - 2S_{\hat{\phi}_1}S_{\hat{\phi}_2}\hat{\phi}_1 + S_{\hat{\phi}_2}^2(1-\hat{\phi}_2)]}] \quad (12)$$

여기서  $S_{\hat{\phi}_1} = 2\nu/(1-\hat{\phi}_1\nu)$ ,  $S_{\hat{\phi}_2} = 2\nu^2/(1-\hat{\phi}_1\nu-\hat{\phi}_2\nu^2)$ 이다.

#### 4.3 MA(1) 모델

MA(1) 모델의 공분산 행렬이  $1/n(1-\hat{\theta}_1^2)$ 이므로, 식 (8)을 이용한 EWMA 관리도의 분산 통계량은 다음과

같다.

$$\hat{\sigma}_z^2 \exp\left[z_\alpha \frac{2\nu}{1-\hat{\theta}_1\nu} \sqrt{\frac{1-\hat{\theta}_1^2}{n}}\right] \quad (13)$$

#### 4.4 MA(2) 모델

MA(2) 모델의 공분산 행렬은 아래와 같으므로

$$\Sigma(\hat{\gamma}) = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1-\hat{\theta}_2^2 & -\hat{\theta}_1(1+\hat{\theta}_2) \\ -\hat{\theta}_1(1+\hat{\theta}_2) & 1-\hat{\theta}_2^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

식 (8)을 이용한 EWMA 관리도의 분산 통계량은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\sigma}_z^2 \exp\left[z_\alpha \sqrt{\frac{1+\hat{\theta}_2}{n} [S_{\hat{\theta}_1}^2(1-\hat{\theta}_2) - 2S_{\hat{\theta}_1}S_{\hat{\theta}_2}\hat{\theta}_1 + S_{\hat{\theta}_2}^2(1-\hat{\theta}_2)]}\right] \quad (15)$$

여기서  $S_{\hat{\theta}_1} = -2\nu/(1-\hat{\theta}_1\nu)$ ,  $S_{\hat{\theta}_2} = -2\nu^2/(1-\hat{\theta}_1\nu-\hat{\theta}_2\nu^2)$ 이다.

#### 4.5 ARMA(1, 1) 모델

ARMA(1, 1) 모델 또한 시계열 모델링에서 빈번하게 사용되는 중요한 시계열 모델로서 ARMA(1, 1) 모델의 공분산 행렬은 아래와 같고

$$\Sigma(\hat{\gamma}) = \frac{1-\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1}{n(\hat{\phi}_1-\hat{\theta}_1)} \begin{bmatrix} (1-\hat{\phi}_1^2)(1-\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1) & (1-\hat{\phi}_1^2)(1-\hat{\theta}_1^2) \\ (1-\hat{\phi}_1^2)(1-\hat{\theta}_1^2) & (1-\hat{\theta}_1^2)(1-\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (8)을 이용한 EWMA 관리도의 분산 통계량은 아래 식으로 표현된다.

$$\hat{\sigma}_z^2 \exp\left[z_\alpha \sqrt{\frac{1-\hat{\phi}_1\hat{\theta}_2}{n(\hat{\phi}_1-\hat{\theta}_2)^2} \times \sqrt{S_{\hat{\phi}_1}^2(1-\hat{\phi}_1^2)(1-\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1) + 2S_{\hat{\phi}_1}S_{\hat{\theta}_1}(1-\hat{\phi}_1^2)(1-\hat{\theta}_1^2) + S_{\hat{\theta}_1}^2(1-\hat{\theta}_1^2)(1-\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1)}}\right] \quad (17)$$

여기서  $S_{\hat{\phi}_1} = 2\nu/(1-\hat{\phi}_1\nu)$ ,  $S_{\hat{\theta}_1} = -2\nu/(1-\hat{\theta}_1\nu)$ 이다.

### 5. 적용예제 및 성능비교

본 장에서는 제 2장에서 소개된 금속배선 공정설비

중 chamber의 압력을 실시간으로 측정하는 센서 데이터를 이용하여 제안된 방법의 적용 절차를 설명한다. 먼저 chamber의 압력 데이터는 전형적인 자기상관 특성을 보이는 센서 데이터로서  $\hat{\phi}_1$ 의 값이 0.971인 AR(1) 모델로 잘 표현이 된다. 이때 사용된 데이터 개수는 100개이고  $\hat{\sigma}_a$ 는 계산 편의상 1로 가정한다. 이 모델링 결과를 이용하여 AR(1)에 해당하는 EWMA 관리도의 분산 통계량을 찾으면 식 (10)과 같다. 만약  $\alpha$ 는 0.3, EWMA 상수( $\lambda$ )를 0.2로 하고 EWMA 분산 통계량을 계산하면

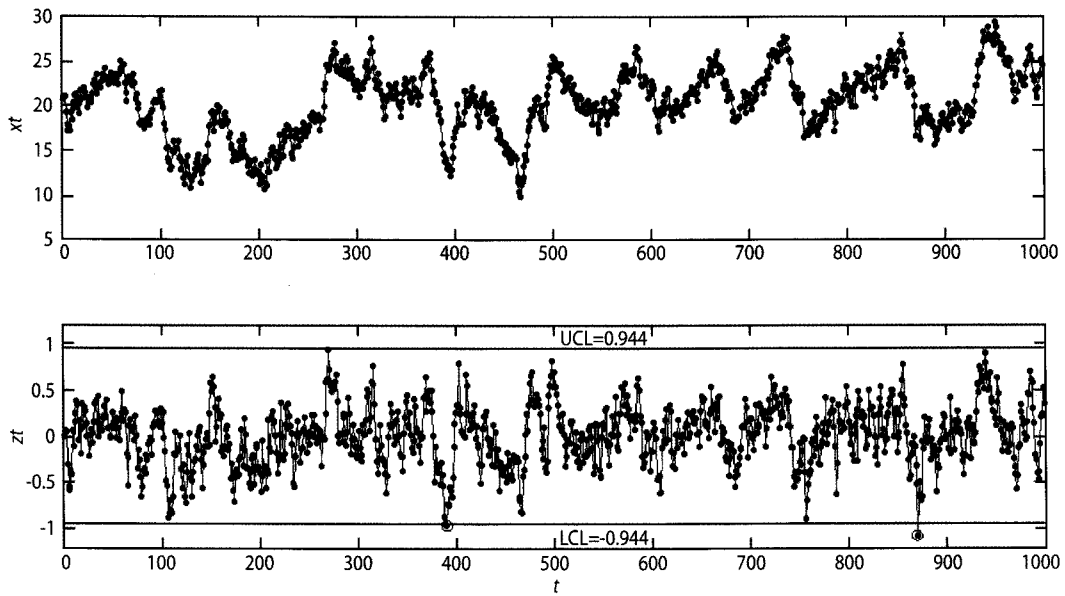
$$1 \times \left(\frac{1-0.8}{1+0.8}\right) \exp\left[-0.52 \times \frac{2 \times 0.8}{1-0.971 \times 0.8} \sqrt{\frac{1-0.971^2}{100}}\right]$$

= 0.102이다. 만약 공정 안정 상태의 평균 런 길이가 500인 ( $L = 2.962$ ) 경우를 가정하면, 식 (9)에 의해 관리한계선은  $\pm 0.944$ 이다. 제안된 방법에서  $\alpha$ 의 범위는 0.1부터 0.3까지 사용할 것을 추천한다. 다만 공정 안정상태의 평균 런 길이를 유지하기 위해서는 범위 중 비교적 큰 값의  $\alpha$ 값 사용을 권장한다.

<그림 2>는  $\phi_1$ 과  $\hat{\phi}_1$ 이 같다는 가정 하에, 즉 모델링 오차가 없다는 가정 하에 chamber의 압력 데이터를 관리한계선에 적용한 결과이다. 공정변화가 존재하지 않았기 때문에 그림에서 관리한계선을 벗어나는 관측치는 오경보이다. 공정 안정상태의 평균 런 길이가 500으로 설정된 관리도 이므로, 1,000개 중 두 개의 정보(390번째, 871번째 관측치)가 발생함은 예측 가능한 결과이다.

서론에서 논의된 바와 같이, 이 논문에서 우리는 ARMA 모델링 오차에 대한 강건성을 고려하면서도 동시에 관리도의 공정변화 감지 능력을 향상시키기 위해 EWMA 관리도의 표준편차 통계량으로 식 (9)의  $\hat{\sigma}_z$ 를 사용하였다. 기존 강건 설계 방법들과 관리한계선의 크기 및 공정변화에 대한 검출능력을 비교하기 위해 Lee and Apley[13]에서 사용된 예제를 사용한다. 비교대상으로 사용되는 설계 방법들은 Apley[5], Apley and Lee [6], Lee and Apley[13]이고 각각 A 방법, A&L 방법, L&A 방법으로 명명한다.

<표 2>는 특정 ARMA 모델링 결과가 주어졌을 때 제안된 방법과 비교대상인 A 방법, A&L 방법, L&A 방법에 의한 관리한계선 크기를 비교한다. 각각의 방법으로 관리한계선을 계산하기 위해 4가지 종류의 ARMA (1, 1) 모델이 이용되었고, 각각의 ARMA 모델을 추정 하는데 사용된 표본의 크기도 각각 4가지이다. 사용된 EWMA 상수는 0.2이고  $L$ 은 공정 안정 상태의 평균 런



<그림 2> chamber 압력 데이터와 제안된 관리한계선 적용

<표 2> 강건설계 방법별 EWMA 관리한계와 일반적 EWMA 관리한계와 크기 비교

$\hat{\phi}_1$	$\hat{\theta}_1$	표본개수	제안 방법		A 방법		L&A 방법		A&L 방법	
			관리한계	증감(%)	관리한계	증감(%)	관리한계	증감(%)	관리한계	증감(%)
0.9	0.6	50	0.8993	-8.9	1.0724	8.6	1.0889	10.3	1.0797	9.4
		100	0.9242	-6.4	1.0308	4.4	1.0394	5.3	1.0535	6.7
		200	0.9423	-4.6	1.0093	2.2	1.0137	2.7	1.0346	4.8
		500	0.9586	-2.9	0.9962	0.9	0.9980	1.1	1.0175	3.1
0.9	0.4	50	0.9106	-7.8	1.0642	7.8	1.0853	9.9	1.0786	9.2
		100	0.9324	-5.6	1.0265	4.0	1.0375	5.1	1.0527	6.6
		200	0.9482	-4.0	1.0071	2.0	1.0127	2.6	1.0340	4.7
		500	0.9624	-2.5	0.9953	0.8	0.9976	1.0	1.0171	3.0
0.8	0.6	50	0.8933	-9.5	1.0579	7.1	1.0902	10.4	1.0806	9.4
		100	0.9199	-6.8	1.0232	3.6	1.0400	5.3	1.0541	6.8
		200	0.9391	-4.9	1.0054	1.8	1.0140	2.7	1.0350	4.8
		500	0.9566	-3.1	0.9946	0.7	0.9981	1.1	1.0177	3.1
0.8	0.4	50	0.9090	-7.9	1.0495	6.3	1.0820	9.6	1.0806	9.4
		100	0.9313	-5.7	1.0189	3.2	1.0358	4.9	1.0541	6.8
		200	0.9474	-4.0	1.0032	1.6	1.0118	2.5	1.0350	4.8
		500	0.9619	-2.6	0.9937	0.6	0.9972	1.0	1.0177	3.1

길이가 500인 경우를 가정하였다. 증감(%)은 모델링 오차를 고려하지 않은 표준 EWMA 관리한계선 크기와 상대적인 크기 증감 비율을 의미한다. 전체적으로 제안된 방법의 관리한계선이 기존의 강건 설계 방법이 제시한 EWMA 관리도의 관리한계선보다 감소한 것을 알 수 있다.

<표 3>은 기존의 3가지 방법과 공정변화에 대한 검출능력을 비교한 결과이다. 사용된 예제는 Box et al. [9]의 Series A 데이터로 ARMA(1, 1) 모델로 잘 표현이 되고,  $\hat{\phi}_1$ 는 0.87,  $\hat{\theta}_1$ 는 0.48,  $\hat{\sigma}_\epsilon$ 는 0.313으로 추정되었다. 제안된 방법으로 예제에 대한 관리한계선을 ARMA

(1, 1) 모델의 해당 식으로 계산하면 0.192이다. 표의 모든 안정/불안정 상태의 평균 런 길이(in-control/out-of-control ARL)는 Monte carlo 시뮬레이션에 의해 계산되었다. 각각의 시뮬레이션에 대해 10,000번의 실험 회수가 사용되었다.

<표 3>에서 보면 제안된 방법이 제공하는 관리도가 모든 공정변동의 크기에 대해서 검출능력이 우수함을 볼 수 있다. 물론 제안된 방법의 공정 안정상태의 평균 런 길이는 500에 못 미침을 볼 수 있다. 하지만 검출능력의 향상분이 500에 못 미치는 차이를 만회할 만큼 검출 성능에서 우수함을 보이고 있다. 특히 제안

〈표 3〉 강건설계 방법간 공정변경 검출능력 비교

(단위 : 평균 런 길이(ARL))

관리도	관리한계	공정평균 변동크기( $\sigma_a$ 단위)					
		0	1	2	3	4	5
EWMA( $\lambda = 0.1$ )	0.192(제안 방법)	441	80.4	19.8	6.90	3.16	2.06
EWMA( $\lambda = 0.1$ )	0.202(표준 방법)	500	101	23.8	8.11	3.54	2.22
EWMA( $\lambda = 0.1$ )	0.208(A 방법)	612	115	25.5	8.58	3.79	2.30
EWMA( $\lambda = 0.1$ )	0.212(L&A 방법)	729	129	27.7	9.24	4.00	2.39
EWMA( $\lambda = 0.1$ )	0.237(A&L 방법)	2020	247	43.3	13.3	5.29	2.89
Shewhart	0.967(표준 방법)	500	366	168	49.1	7.83	1.38

된 방법은 검출력 측면에서 A&L 방법보다 월등함을 보이고 있다.  $1\sigma_a$  크기의 공정변화에 대해서는 3배 정도의 빠른 검출력을 보이고,  $5\sigma_a$  크기의 변화를 제외한 나머지 모든 크기의 공정변화에 대해 약 2배 정도 빠른 감지 능력을 보이고 있다.

시뮬레이션을 통한 기존 방법과의 비교결과는 공정 불안정상태의 평균 런 길이 관점에서 제안된 방법이 강점이 있음을 알 수 있었다. 기존의 ARMA 모델링 오차에 대한 강건 설계 방법이 공정 안정상태의 평균 런 길이를 보장하기 위해 관리 한계를 늘려 주는 반면, 공정변동에 대한 검출 능력이 표준 EWMA 관리 한계 보다 감소되는 결과를 보였다. 제안된 방법은 일정량 모델링 오차를 고려하면서 동시에 빠른 공정변화를 탐지하는데 효과적임을 알 수 있다.

## 6. 결 론

반도체 산업에서 시장 점유를 위한 선진사간의 치열한 생산능력 확대는 이윤의 극대화와 직결된다. 잘 알려진 바와 같이, 반도체 산업은 집중 투자 및 대량 생산의 특징을 보인다. 이와 같은 대량 생산 환경에서의 재빠른 공정변화의 탐지 및 불량 감소의 노력은 기업의 이익과 직접적으로 관련된다. 이 논문에서는 이러한 선행적인 공정관리를 위해 공정진행 중인 설비의 상태를 모니터링하는 통계적 공정관리 방법을 제안한다. 이 논문에서 제안된 방법은 ARMA 모델링 오차를 일정량 고려하면서 공정변화의 재빠른 검출에 목적을 둔 공정 관리에서 최적의 대안으로 사용될 수 있다. 특히 대규모 생산이 이뤄지는 반도체 공정설비 관리에 효과적으로 사용될 수 있다. 물론 기존의 강건 설계 방법이 공정 안정상태의 평균 런 길이 보장관점에서 강점이 있음을 감안하면 공정의 상황 및 공정관리의 목적에 따라 주어진 강건 설계 방법들을 상호 보완적으로 사용하면 더욱 효과적일 것이다.

## 참고문헌

- [1] 김윤배, 박대수; “분계점 붓스트랩 방법을 이용한 자기상관을 갖는 공정의  $\bar{X}$  관리도”, 품질경영학회지, 28(2) : 39-56, 2000.
- [2] 이재준, 이종선; “자기상관 공정에 대한 누적합관리도에서 설계모수 값의 결정”, 품질경영학회지, 36(4) : 87-92, 2008.
- [3] 이정형, 전대운, 조신섭; “자기상관을 갖는 공정의 로버스트 누적합관리도”, 품질경영학회지, 27(4) : 123-142, 1999.
- [4] Alwan, L. C. and Roberts, H. V.; “Time-Series Modeling for Statistical Process Control,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 6(1) : 87-95, 1988.
- [5] Apley, D. W.; “Time Series Control Charts in the Presence of Model Uncertainty,” *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 124(4) : 891-898, 2002.
- [6] Apley, D. W. and Lee, H. C.; “Design of Exponentially Weighted Moving Average Control Charts for Autocorrelated Processes With Model Uncertainty,” *Technometrics*, 45(3) : 187-198, 2003.
- [7] Apley, D. W. and Lee, H. C.; “Robustness Comparison of Exponentially Weighted Moving-Average Charts on Autocorrelated Data and on Residuals,” *Journal of Quality Technology*, 40(4) : 428-447, 2008.
- [8] Apley, D. W. and Lee, H. C.; “The Effects of Model Parameter Deviations on the Variance of a Linearly Filtered Time Series,” *Naval Research Logistics*, 57(5) : 460-471, 2010.
- [9] Box, G., Jenkins, G., and Reinsel, G.; *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, 4th Edition, John Wiley and Sons, Inc., New Jersey, 2008.
- [10] English, J. R., Lee, S., Martin, T. W., and Tilmon, C.; “Detecting changes in autoregressive processes with  $\bar{X}$  and EWMA charts,” *IIE Transactions*, 32(12) :



- 1103-1113, 2000.
- [11] Johnson, R. A. and Bagshaw, M.; "The Effect of Serial Correlation on the Performance of CUSUM tests," *Technometrics*, 16(1) : 103-112, 1974.
- [12] Lee, H. C.; "Robust Design of Control Charts for Autocorrelated Processes with Model Uncertainty," *Ph.D. Dissertation*, Texas A&M University, College Station, Texas, U.S.A., 2004.
- [13] Lee, H. C. and Apley, D. W.; "Improved Design of Robust Exponentially Weighted Moving Average Control Charts for Autocorrelated Processes," *Quality and Reliability Engineering International*, 27(3) : 337-352, 2011.
- [14] Lin, W. S. and Adams, B. M.; "Combined Control Charts for Forecast-Based Monitoring Schemes," *Journal of Quality Technology*, 28(3) : 289-301, 1996.
- [15] Lu, C. W. and Reynolds, M. R., Jr.; "EWMA Control Charts for Monitoring the Mean of Autocorrelated Processes," *Journal of Quality Technology*, 31(2) : 166-188, 1999.
- [16] Lucas, J. M. and Saccucci, M. S.; "Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes : Properties and Enhancements," *Technometrics*, 32(1) : 1-12, 1990.
- [17] Montgomery, D. C. and Mastrangelo, C. M.; "Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data," *Journal of Quality Technology*, 23(3) : 179-193, 1991.
- [18] Runger G. C., Willemain, T. R., and Prabhu, S.; "Average Run Lengths for Cusum Control Charts Applied to Residuals," *Communications in Statistics : Theory and Methods*, 24(1) : 273-282, 1995.
- [19] Schmid, W.; "On EWMA Charts for Time Series," *Frontiers of Statistical Quality Control*, 5 : 115-137, 1997.
- [20] Superville, C. R. and Adams, B. M.; "An Evaluation of Forecast-Based Quality Control Schemes," *Communications in Statistics : Simulation and Computation*, 23(3) : 645-661, 1994.
- [21] Testik, M. C.; "Model Inadequacy and Residuals Control Charts for Autocorrelated Processes," *Quality and Reliability Engineering International*, 21(2) : 115-130, 2005.
- [22] Vander Weil, S. A.; "Monitoring Processes That Wander Using Integrated Moving Average Models," *Technometrics*, 38(2) : 139-151, 1996.
- [23] Vasilopoulos, A. V. and Stamboulis, A. P.; "Modification of Control Chart Limits in the Presence of Data Correlation," *Journal of Quality Technology*, 10(1) : 20-30, 1978.
- [24] Wardell, D. G., Moskowitz, H., and Plante, R. D.; "Run-Length Distributions of Special-Cause Control Charts for Correlated Processes," *Technometrics*, 36(1) : 3-17, 1994.
- [25] Zhang, N. F.; "A Statistical Control Chart for Stationary Process Data," *Technometrics*, 40(1) : 24-38, 1998.