

# 다수 위치 측정에서 최소 기준에 의한 공정능력지수

이 도 경

금오공과대학교 산업공학부

## The Process Capability Index of Minimum Base on the Multiple Measuring Locations

Dokyung Lee

Department of Industrial Engineering, Kumoh National Institute of Technology

Process capability indices (PCIs) have been widely used in manufacturing industries to provide a quantitative measure of process potential and performance. The previous studies have measured only one location on each part in the case of single variate. To calculate the reliable process capability, a couple of measuring locations on each part are required. In this paper, we propose a new system process capability index  $SC_{pm}(m)$  which is the minimum value of the location PCIs.

**Keywords :** Multiple Measure Points, System Process Capability Index

### 1. 서 론

공정능력이란 공정이 관리 상태에 있을 때, 그 공정에서 생산되는 제품의 품질변동이 어느 정도인지를 나타내는 척도이며, 이를 통하여 해당 공정의 수준을 나타내는 방법이다. Juran[10]에 의한 공정능력의 표현 방법은 '자연공차'라는 용어를 사용하며, 일반적으로 표준편차의 6배인  $6\sigma$ 로 나타낸다. 공정능력지수는 공정능력 즉,  $6\sigma$ 와 주어진 규격의 상한과 하한의 구간폭과 비교하여 이를 비율로서 나타낸 것이다. 이로써 해당 공정이 규격에 맞는 제품을 생산할 수 있는 능력이 어느 정도인지를 나타내는 지수이다. 공정이란 말에서 나타나듯이 공정능력지수의 사용처는 주로 산업 현장이며, 그 용도는 공정이 공차를 어느 정도 만족할 수 있을지 예측할 때를 비롯하여 제품 개발 및 설계 단계에서 설비의 선택, 그리고 부적합률의 예측 등에 사용된다. 공정능력

지수의 표현 기준이 '규격 대비  $6\sigma$ 의 비율'이므로, 공정능력지수를 산정하기 위해서는 규격이 주어지야 하며, 규격이란 단일 특성에 대해 주어지는 항목이다. 따라서 공정능력지수는 기본적으로 단일 특성항목에 적용된다.

지금까지 공정능력지수의 발전 방향을 살펴보면, 크게 네 가지 분야로 정리할 수 있다. 첫째는 단변량에 대해 규격, 치우침 그리고 목표 값 등을 고려하여 부적합률에 보다 근사히 표현하는 것이다. 일반적으로 모든 제품은 하나 이상의 품질 특성을 가지고 있다. 따라서 이들을 동시에 표현하기 위한 다변량 공정능력지수가 두 번째이다. 세 번째 분야는 일련된 순차적 공정에서 관심 대상 공정 전체에 대해 지수화한 시스템 공정능력지수다. 마지막으로 네 번째 분야는 측정 자료들이 정규성 결여나 자료들 간에 상관성이 있는 경우와 같이 공정의 특수 상황을 반영할 수 있는 지수의 개발이다.

단변량의 경우 공정능력 산출을 위해 해당 공정에

의한 품질특성을 한 곳에서만 측정함은 대단한 리스크를 가지게 된다. 따라서 대부분의 경우, 대상 공정 결과물의 여러 위치에서 특성치를 측정함이 일반적이다. 이 때 여러 위치를 통합하여 하나의 공정능력지수로 나타내어야 할 필요가 발생한다. 이 경우, 측정항목은 단변량이지만 위치에 따른 측정 자료들에 대한 구분 및 이의 반영이 필요하므로, 측정 자료 전체를 하나의 집단으로 처리하는 기존의  $C_p$ ,  $C_{pk}$  그리고  $C_{pm}$  등과는 구별된다. 또한 여러 측정 위치에 대해 공정능력을 통합해야 하지만 단변량이므로 다변량 공정능력 분야와도 구별된다. 이 경우 주로 시스템 공정능력지수 분야로 분류되어 왔다. 시스템 공정능력지수는 일련의 연속적인 공정에서 여러 품질특성의 공정능력을 동시에 반영한 평균 개념이다. 따라서 구조상 단일 공정과 여러 공정절차의 통합이라는 개념상 차이가 있으나, 본 연구의 다수 측정 위치에 의한 공정능력지수는 시스템 공정능력지수에서의 개별 공정을 개별 위치로 간주할 경우와 유사한 성격을 갖는다.

본 연구에서는 첫째, 하나의 품질특성을 측정하지만 공정능력을 가능한 객관적으로 표현하기 위해 개별 부품에서 여러 위치를 측정하는 경우, 이들을 통합한 공정능력지수를 제안한다. 둘째, 개별 위치 공정능력 산정에 있어 목표값을 고려한  $C_{pm}$ 을 사용을 제안한다. 셋째,  $C_{pm}$ 의 산정에 있어서는 가장 엄격한(낮은) 공정능력지수 값을 부여하는 최소 기준인 합동추정량  $S_p$ 의 사용을 제시한다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 단일변량 공정능력지수

공정능력지수의 개념은 공정이 관리 상태에 있을 때, 공정에서 생산되는 제품의 품질변동이 어느 정도인가를 나타내는 양으로 공정능력지수  $C_p$ 는 공정의 자연공차에 대한 규격 폭의 비율로 나타낸다. 규격 상한(USL)과 규격하한(LSL)이 있고, 제품의 품질특성치의 산포가 양쪽 규격의 중앙에 치우침이 없이 되어 있다고 가정할 경우 Kane[11]의 공정능력지수 다음과 같다.

$$C_p = (USL - LSL) / 6\sigma$$

Kane[11]은  $C_p$ 가 공정평균의 치우침을 반영하지 않는 단점을 보완한 지수  $C_{pk}$ 도 제안하였다.

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right)$$

지수  $C_{pk}$ 의 도입 목적은 공정의 치우침을 고려하여 공정 불량률을 반영하고자 한 것이지만, 공정평균의 치우침을 과도하게 반영하여 불량률과 일치하지 않는 특성을 보임으로 말미암아 처음의 의도를 정확하게 반영했다고 볼 수 없다. 따라서 올바르게 공정능력을 나타내기 위해서는 일반적으로  $C_p$ 와  $C_{pk}$ 를 동시에 사용을 권한다.

규격에 의한 부적합 정도보다 공정평균이 공정 목표 값  $T$ 에 얼마나 근접한가에 관심이 있던 Hisang and Taguchi [9]는  $C_{pk}$ 가 이를 반영하지 못함을 지적하였으며, Chan, Cheng, 그리고 Spring[4, 5]은 이를 반영한 지수  $C_{pm}$ 을 제안하였다.

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E[(X - T)^2]}} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (1)$$

Pearn, Kotz and Johnson[15]은  $C_{pm}$ 에서  $C_{pk}$ 의 치우침 정도를 추가로 고려한 복합 형태의 지수  $C_{pmk}$ 를 제안하였다.

$$C_{pmk} = \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sigma} = C_{pk} / \sqrt{1 + (\mu - T)^2 / \sigma^2} \quad (2)$$

Benson[2]은 0 혹은 1을 취하는 파라메타  $u, v, w$ 를 설정하여  $C_p, C_{pk}, C_{pm}, C_{pmk}$  등 모든 공정능력지수를 나타낼 수 있도록 일반화하였다.

$$C_{psk}(u, v, w) = \frac{\min(USL - \mu - |u - T|, \mu - LSL - |u - T|)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{d - u|\mu - M| - w|M - \mu|}{3\sqrt{\sigma^2 + v(\mu - T)^2}}$$

$$\text{단, } d = \frac{(USL - LSL)}{2}, M = \frac{(USL + LSL)}{2}$$

### 2.2 다변량 공정능력지수

단변량 공정능력지수는 한 가지 특성항목에 대한 규격과 산포의 비교 척도이다. 그러나 하나 이상의 특성치를 갖는 공정이나 부품에 대해서는 여러 개의 단변량 공정능력지수를 개별적으로 적용하기는 부적합하다. 설사 이를 적용하려고 해도 이들 특성들 사이에 독립적인 관계를 가정해야만 가능하다. 따라서 여러 특성들을 기초로 그 부품의 통합적 공정능력을 판단함이 보다 바람직하다.

다변량에서의 공정능력 표현은 여러 변량  $X_i$ 에 대해 개별적으로 주어진 규격 상한  $U_i$ 와 하한  $L_i$ 에 대해 변수들의 관계를 고려한 영역의 표현이 필요하다. 영역의 일반적 표현은 다음과 같다.

$$L \leq g(X) \leq U$$

$X_i$ 들이  $N(\mu, \Sigma)$ 의 다변량 정규분포를 따른다면( $\Sigma$ 는 공분산행렬),

$$g(X) = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu)$$

로 표현할 수 있다. 실제 공정자료의 산포 영역 대비 규격에 의한 영역의 비율을 기준으로 공정능력을 표현한다. 기존의  $C_p$  개념을 다변량으로 적용하면 공정능력은 다음과 같이 확장할 수 있다.

$$\frac{\text{영역}[(X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \leq U]}{\text{영역}[(X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \leq R]}$$

단,  $\Pr[(X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \leq R] = 1 - p$

Chen[6]은 다변량 공정능력지수  $MC_p$ 를 다음의 식을 만족하는  $R^{-1}$ 로 제시하였다.

$$\Pr\left\{ \max_{i=1 \dots m} \left\{ \frac{|X_i - M_i|}{(U_i - L_i)/2} \right\} \leq R \right\} = 1 - p \quad (3)$$

Shararai, Hubele and Lawrence[18]는 식 (3)의  $MC_p$  개념에 있어 실질적인 지수라 할 수 있는  $MCP_I$ 를 제안하였다. 이들은 실제 공정자료의 산포 영역을 Hottelling의  $T^2$ 통계량을 이용한 신뢰수준 영역으로 표현하였다.

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu)$$

Taam, Subbaiah and Liddy[19] 등은 다변량 정규분포 가정 하에 전체 공정자료의 분포에서 신뢰수준 99.73%에 해당하는 영역에 대한 규격 허용오차 내의 변형된 면적 혹은 부피의 비율로 나타내는  $MC_{pm}$ 를 제안하였다.

$$MC_{pm} = \frac{\text{규격 허용오차 영역의 변형 면적 또는 부피}}{\text{공정자료 영역의 면적 또는 부피}}$$

위의 지수에서 분모 영역은 기존 Chen[6]과 동일하다. 다른 방법으로 변수들의 수가 많고 이들의 상관관계가 매우 복잡한 경우, Wang and Chen[20]이 제안한 주성분분석을 이용하는 방법이 있다. 이 방법은 상관관계

가 복잡한 원 변수들에 대해 주성분분석을 실시하여, 사전에 서로 독립인  $k$ 개의 주성분을 구하고 이들에 대한 기하평균으로 공정능력을 구하는 방법이다.

$$MC_P = [\prod_{i=1}^k C_p(PC_i)]^{\frac{1}{k}} \quad (4)$$

$C_p(PC_i)$ 는  $k$ 개 주성분들 중  $i$ 번째에 대한 공정능력 지수이다.

### 2.3 시스템 공정능력지수

여러 개별 특성의 공정능력을 묶어 하나의 공정능력으로 표현한 공정능력지수를 시스템 공정능력으로 분류한다. 여러 특성을 하나의 공정능력 지수로 표현함에 있어 시스템 공정능력지수는 다변량 공정능력지수와 유사한 성격을 갖는다. Davis[7]의 언급처럼 다변량 공정능력지수는 여러 특성자료들에 대해 측정된 물리적 값들로써 지수를 구성하는 반면, 시스템 공정능력지수는 여러 단계의 개별 공정의 품질특성에 대해 단변량 공정능력지수로 표현 후, 이들로써 전체 공정능력으로 나타냄에 차이가 있다. 여러 특성들을 통합하여 하나의 지수로 표현함에 있어서는 다변량 공정능력지수와 동일하지만, 시스템 공정능력지수의 경우 이어지는 개별 공정들은 서로 독립이라는 전제를 가지고 있음이 다변량 공정능력지수와 차이점이라 할 수 있다.

시스템 공정능력지수를 나타내기 위한 두 가지 주된 방법론은 다음과 같다. 우선 개별 공정의 부적합률로 전체 부적합률을 계산하고 이를 다시 공정능력지수로 변환하는 방법이다. 여러 품질 특성들이 서로 독립이라는 가정 하에서 변량  $i$ 에 의한 부적합률을  $p_i$ 라고 할 때,  $f$ 개의 변량으로 구성된 전체 부적합률은 다음과 같다.

$$P(f) = 1 - \prod_{i=1}^f (1 - p_i)$$

전체 부적합률을 구해서 역으로 그 부적합률에 해당하는  $Z$  값을 찾아 전체 공정능력으로 전환할 수 있다. 같은 맥락으로 변량  $i$ 에 의한 공정능력지수를  $C_p(i)$ 라고 할 때, 개별  $C_p(i)$ 들에 의한 수율로 전체 부적합률을 나타내고, 표준정규분포에서 이 전체 부적합률에 해당하는 공정능력지수로 전환 가능하다[8].

두 번째 방법으로 개별 공정능력의 평균 개념을 이용하는 방법이다. Robert[17]는 다단계 공정의 전체 공정능력을 평가하기 위해  $SC_{pk}$ 를 제안하였다. 그는 각각의 하위 공정능력을 지수  $C_{pk}$ 로 계산하고,  $m$ 개의 하위

공정으로 구성되는 최종 공정능력을 표현함에 있어 이들 하위 공정능력들의 기하평균으로 표현하였다.

$$SC_{pk} = \left( \prod_{i=1}^m C_{pk}(i) \right)^{1/m} \quad (5)$$

$$= \left[ \prod_{i=1}^m \min \left( \frac{USL_i - \mu_i}{3\sigma_i}, \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sigma_i} \right) \right]^{1/m}$$

공정능력지수가 부적합률을 반영하고자 하는 의도는 있지만, 공정능력지수와 부적합률은 1대 1 대응 함수가 아니다. 따라서 이 방법은 원래 공정능력지수의 의미대로 공차와 산포의 비교에 의한 만족도를 나타내기 위해 개별 공정능력지수들의 값을 이용하여 이들의 평균 개념으로 전체 공정능력지수를 표현하였다.

측정 자료들이 정규성 결여나 자료 간에 상관성이 있는 경우와 같이 공정의 특수 상황에 대한 연구들에 대해서는 Kotz and Johnson[13]의 논문을 참조하기 바란다.

### 3. 연구 내용

#### 3.1 적용 대상

과거 연구들에서는 공정능력지수를 단일공정에서 생산하는 여러 부품들에 대해 개별 부품에서 정해진 한 곳의 위치를 측정하여 규격들과 함께 계산해 왔다. 그러나 해당 공정의 공정능력을 가능한 정확히 표현하기 위해서는 하나의 부품에서 한 곳의 측정이 아닌 여러 곳의 측정이 필요하다. 예를 들어, 철판이나 유리를 생산하는 공정의 품질 특성치인 그 두께는 서로 근접한 위치에서는 거의 변동이 없지만, 어느 정도 거리가 있는 경우 두께가 일정하게 유지가 된다는 보장은 없다. 따라서 두께에 대한 공정능력을 측정하기 위해서는 한 장의 유리에서 여러 위치를 선정하여 측정함이 타당하다.

이 때, 위치별로 측정된 특성치는 일반적으로 제조공정의 특성상 위치에 따른 경향성을 가지게 된다. 품질변동이나 문제가 발생했을 때, 제품의 전 부분을 조정하기 보다는 문제가 되는 위치에 대해서 부분적으로 관리를 함이 일반적이다. 이 때문에 단변량의 특성치 일지라도 기존의 단일량 공정능력지수와는 다른 접근 방식이 필요하다. 이러한 문제는 단변량에 있어 매우 기본적인 사항이며 대부분의 현장에서 발생하고 있으나, 이를 고려한 공정능력지수 분석에 대해서는 상대적으로 연구가 활발하지 않은 상황이다.

### 3.2 시스템 공정능력지수의 구성 기준

#### 3.2.1 최소기준의 시스템 공정능력지수

선행 연구 중에서, 이도경[1]은 위치- $i$ 의 공정능력을  $C_{pmk}(i)$ 로 설정하고, 전체 공정능력지수를 이들 중 가장 작은 값으로 제안하였다.

$$C_{pmk}^T(m) = \min C_{pmk}(i), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$C_{pmk}(i) = \min \left( \frac{USL - \bar{y}_{i.}}{3\sqrt{s_i^2 + (\bar{y}_{i.} - T)^2}}, \frac{\bar{y}_{i.} - LSL}{3\sqrt{s_i^2 + (\bar{y}_{i.} - T)^2}} \right) \quad (7)$$

Robert[17]는 위치- $i$ 의 공정능력을  $C_{pk}(i)$ 로 설정하고, 전체 공정능력지수에 대해 식 (5)에서와 같이 이들  $C_{pk}(i)$ 에 대한 기하평균으로 제안하였다. 두 연구의 차이점은 위치 공정능력지수의 선정과 이들 위치 공정능력지수에 의한 전체 공정능력지수의 산정기준에 있다.

먼저 위치 공정지수들에 의한 전체 공정능력지수 구성 기준 측면에서 본 연구에서 제시한 적용 대상은 독립적인 일련의 프로세스에 의한 기존의 시스템 공정능력지수와는 달리 단일 제품에 대한 것이다. 따라서 제품 입장에서의 부적합률을 반영하기 위해서는 Robert [17]를 포함한 기존의 선행 연구들에서 선정한  $m$ 개 위치 공정능력지수에 대한 기하평균 보다는 식 (6)과 같이 여러 위치 공정능력지수 중에서 최소값을 전체 공정능력지수로 나타냄이 타당하다.

#### 3.2.2 개별 위치에 대한 공정능력 산정

개별 위치에 대한 공정능력의 산정은  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  그리고  $C_{pmk}$  등의 단변량을 나타내는 여러 지수들을 사용할 수 있다. Robert[17]는 위치- $i$  대한 공정능력 산정에  $C_{pk}$ 를 사용했으며, 이도경[1]은  $C_{pmk}$ 를 사용했다.  $C_p$ 를 사용하는 경우, 목표값  $T$ 에 대한 고려사항이 결여된다.  $C_{pmk}$  경우는 Kotz and Lovelace[12] 및 Palmer and Tsui[14]의 지적처럼 공정의 부적합률이 공정이 정규성에서 멀어질수록, 동일한 부적합률에 대해 지수가 상대적으로 넓은 영역의 값을 갖기 때문에 신뢰도가 떨어진다. 그러므로 본 연구에서는 이들의 단점을 보완하여 위치 공정능력지수의 선정에 있어  $C_{pm}$  사용을 제안한다.

위치 공정능력지수로서  $C_{pm}$ 을 적용한 최소기준의 시스템 공정능력지수는 다음과 같다.

$$SC_{pm}(m) = \min C_{pm}(i), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$C_{pm}(i) = \left[ \frac{(USL_i - LSL_i)}{6\sqrt{\hat{\sigma}_i^2 + (\hat{\mu}_i - T_i)^2}} \right] \quad (9)$$

$$(i=1 \dots m, j=1 \dots k, r=1 \dots n)$$

측정 대상 제품이 철강재와 같이 연속체를 일부 절단하는 경우, 개별 위치에서의 규격상한과 하한은 전체 위치에서 모두 동일하다. 그러나 PDP나 LCD와 같은 평판 패널 공정의 경우, 시야각 등의 이유로 한 제품 안에서 셀 폭의 규격은 패널 중심으로부터 거리상 서로 다르게 설계 되어있다. 따라서 식 (7)에서는 특성치가 단변량이므로 개별 위치에서의 규격상한과 하한이 모두 동일하다고 설정했으나, 본 연구에서는 위치-*i*에서의 규격에 대해 일반화하여  $USL_i$  및  $LSL_i$ 로 설정한다. 또한 동일한 이유에 의해 목표값  $T$ 에 대해서도 확장하여  $T_i$ 로 일반화 한다.

제안한 공정능력지수  $SC_{pm}(m)$ 은  $m$ 개 위치 공정능력지수 중 최소 값을 선택함에 따라, 동일한 부품에 대해 측정 위치수를 많이 잡을수록 시스템 공정능력지수 값이 작아진다. 따라서  $SC_{pm}(m)$ 은 측정 위치 수  $m$ 에 대한 함수이다.

### 3.2.3 표준편차의 추정

앞 절에서 제시한 위치-*i*의 공정능력지수  $C_{pm}(i)$  산정에 있어  $\mu_i$ 와 분산  $\sigma_i^2$ 에 대해서는 추정이 필요하다.  $\hat{\mu}_i = \bar{x}_{i..}$ 로서 위치-*i*의  $k$ 개 군에서의 측정자료  $kn$ 개의 평균이다.

공정능력 산정에 있어 본 연구에서는 장기 공정능력에 대해서는 고려하지 않는다. 실제로 모토로라에서는 1998년 이후 장기 공정능력 개념은 사용하고 있지 않다.

본 연구에서는 Pyzdek[16]이 분류한 단기 표준편차 추정 기준 다섯 가지 중에서 부분군 형성이 가능한 세 가지 기준  $S_p, \bar{R}/d_2$  그리고 부분군의 표준편차 평균  $\bar{s}/c_4$  ( $c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3}$ : S-관리도의 중심선 계수) 중에서 합동 추정량  $S_p$ 를 적용한다.  $S_p$ 를 사용하는 이유는 동일 자료에 대해  $S_p$ 가  $\bar{R}/d_2$ 와  $\bar{s}/c_4$ 에 비해 상대적으로 크게 추정함으로써 공정능력지수 값에 대해 엄격하기 때문이다. 따라서 이를 적용한 위치-*i*의 공정능력지수  $C_{pm}(i)$ 는 다음과 같다.

$$C_{pm}(i) = \left[ \frac{(USL_i - LSL_i)}{6\sqrt{S_p^2(i) + (\bar{x}_{i..} - T_i)^2}} \right] \quad (10)$$

$$S_p(i) = \sqrt{\sum_{j=1}^k \sum_{r=1}^n (x_{ijr} - \bar{x}_{ij.})^2 / \sum_{j=1}^k (n-1)} \quad (11)$$

$x_{ijk}$ : *i* 위치의 *j*군 *r*번째 자료

### 3.3 시스템 공정능력지수 산정 절차 및 예제

전체 시스템 공정능력지수를 계산하는 순서는 다음과 같다.

- 1) 자료의 측정 :  $k$ 개의 부품에서, 부품마다  $m$ 곳의 측정위치에서 각각  $n$ 개의 자료를 측정한다.
- 2) 측정 위치-*i*에 대한  $\bar{x}_{i..}$  및  $S_p(i)$  계산 : 위치-*i*, *j*군의  $n$ 개 자료에서 부분군 평균  $\bar{x}_{ij.}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{x}_{ij.} = \sum_{r=1}^n (x_{ijr} / n)$$

$\bar{x}_{i..}$ 를 식 (11)에 대입하여 위치-*i*의 표준편차의 합동추정량  $S_p(i)$ 를 계산한다.

측정 위치-*i*에서  $k$ 개의  $\bar{x}_{ij.}$ 로부터 위치-*i*의 평균  $\bar{x}_{i..}$ 는 다음과 같다.

$$\hat{\mu}_i = \bar{x}_{i..} = \sum_{j=1}^k (\bar{x}_{ij.} / k)$$

- 3) 측정 위치-*i*의 공정능력지수  $C_{pm}(i)$  및 시스템 공정능력지수 계산 :  $\bar{x}_{i..}$ 와  $S_p(i)$  및 목표치  $T_i$ 와 규격( $USL_i, LSL_i$ )를 식 (11)에 대입하여  $C_{pm}(i)$ 를 계산한다.  $C_{pm}(i)$ 들 중 최소값을 전체 공정의 공정능력지수  $SC_{pm}(m)$ 으로 나타낸다.

수치 실험 및 분석을 위해 정규분포 하에서, 한 개의 부분군 크기  $n = 5$ , 부분군 수  $k = 20$ , 측정 위치 수  $m = 9$ 로 설정한다.  $USL = 11, LSL = 9, T = 10$ 으로 하여  $x_{ijk} \sim N(10, 0.4^2)$ 의 900개의 난수를 생성하여  $SC_{pm}(m)$ 의 계산 예를 보인다. 각 위치에서의 목표값과 규격 상한과 하한은 계산의 편의성을 위해 동일하게 설정한다.

위치	군	x1	x2	x3	x4	x5	군평균	제공합
1	1	9.49	9.88	10.48	10.51	10.69	10.21	1.021
1	2	9.13	9.91	10.44	9.57	9.72	9.75	0.919
1	3	10.52	9.32	9.26	9.61	9.69	9.68	1.017
1	4	9.15	9.77	9.84	10.05	9.85	9.73	0.467
...	...	...	...	...	...	...	...	...
9	19	9.79	9.68	10.10	10.88	10.77	10.24	1.226
9	20	10.31	10.45	9.34	10.20	9.70	10.00	0.864

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$S_p(i)^2$	0.181	0.146	0.163	0.160	0.167	0.190	0.131	0.153	0.200
$\bar{x}_{i..}$	9.99	10.07	10.02	10.01	9.99	10.07	10.03	9.95	9.99
$C_{pm}(i)$	0.783	0.858	0.825	0.833	0.815	0.755	0.919	0.843	0.745

위의 9개  $C_{pm}(i)$  중에서 최소 값은  $C_{pm}(9)$ . 그러므로 시스템 공정능력지수  $SC_{pm}(m) = 0.745$ 이다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 개별 부품 당 다수 측정이 요구되는 경우, 여러 측정 위치에서 얻어지는 품질 변동을 어떻게 전체의 공정능력지수로 나타낼 것인가에 대해서 연구하였다. 위치별 공정능력을 하위 개별 공정능력으로 간주하고 이들 개별 공정능력으로 전체 공정능력으로 구성하는 시스템 공정능력지수의 개념으로 접근하였다.

시스템 공정능력지수의 산정에 있어, 기존 연구들과는 달리 위치 공정능력지수들의 기하평균이나 부적합률에 관한 접근 방법이 아닌 위치 공정능력지수의 최소값으로 표현 하였다. 이는 제품의 특성상  $m$ 곳의 위치 중에서 한 곳에서라도 불량이 난다면 제품이 부적합품으로 처리되기 때문이다. 위치별 공정능력지수로  $C_{pm}$ 을 적용함으로써  $C_{pk}$ 와  $C_{psk}$ 를 적용한 기존 연구들에서의 단점을 부분적으로 보완할 수 있다.

본 연구에서 제시한  $SC_{pm}(m)$ 은 규격의 상한과 하한, 목표값, 측정 위치 수 그리고 표준편차 등 많은 항목으로 구성되어 있다. 이들을 모두 고려하기에는 너무 많은 경우수와 파라메타 분석이 요구되므로, 예제에서는 단순히  $SC_{pm}(m)$ 을 계산하는 절차만 제시하였다. 추후 이들 항목들의 변화에 대한  $SC_{pm}(m)$ 의 특성 분석에 대한 연구가 필요하다고 생각한다.

#### 참고문헌

[1] 이도경, 이현석; “다수 측정위치를 갖는 단일 공정의 공정능력지수”, 한국산업경영시스템학회지, 30(3) : 28-36, 2007.  
 [2] Benson, E. D.; “Statistical Properties of a System of Fourth-Generation Process Capability Indices  $C_{psk}(u, v, w)$ ,” Ph. D. Dissertation, University of Maryland, U.S.A, 1994.  
 [3] Breyfogle III F. W.; Implementing Six Sigma, second Ed., John Wiley and Sons, Hoboken, NJ, U.S.A. : 2003.  
 [4] Chan, L. K., Cheng, S. W., and Spring, F. A.; “A New Measure of Process Capability,” *Journal of Quality*

*Technology*, 20 : 162-175, 1988.  
 [5] Chan, L. K., Cheng, S. W., and Spring, F. A.; “A Multivariate Measure of Process Capability,” *International Journal of Modeling and Simulation*, 11 : 1-6, 1991.  
 [6] Chen; “A Multivariate Process Capability Index Over A Rectangular Solid Tolerance Zone,” *Statistica Sinica*, 4 : 749-758, 1994.  
 [7] Davis, R. Bothe; “A Capability Index For Multiple Process Streams,” *Quality Engineering*, 11(4) : 613-618, 1999.  
 [8] Davis, R. Bothe; “Composite Capability Index For Multiple Product Characteristics,” *Quality Engineering*, 12(2) : 253-258, 1999-2000.  
 [9] Hisang and Taguchi; “A Tutorial on Quality Control and Assurance the Taguchi Methods,” *ASA Annual Meeting*, Las Vegas, 1985.  
 [10] Juran, J. M.; *Quality Control Handbook*, 3rd Edition, Mcgraw-Hill, New York, 1974.  
 [11] Kane, V. E.; “Process Capability Indices,” *Journal of Quality Technology*, 18(1) : 41-52, 1986.  
 [12] Kotz, S. and Lovelace, C.; *Introduction to Process Capability Indices*, Arnold, London, U.K., 1998.  
 [13] Kotz, S. and Johnson, N. L.; “Process Capability Indices-A Review, 1992~2000,” *Journal of Quality Technology*, 34(1) : 2-19, 2002.  
 [14] Palmer, K. and Tsui, K. L.; “A Review and Interpretations of Process Capability Indices,” *Annals of Operation Research*, 87 : 31-47, 1999.  
 [15] Pearn, W. L., Kotz, S., and Johnson, N. L.; “Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices,” *Journal of Quality Technology*, 24(4) : 216-231, 1992.  
 [16] Pyzdek, T.; How Do I Compute  $\sigma$ ? Let Me Count The Ways, *Quality Digest*, May : 1998.  
 [17] Robert, D. Plante; “Process Capability : A Criterion for Optimizing Multiple Response Product and Process Design,” *IIE Transactions*, 33 : 497-509, 2001.  
 [18] Shararai, H., Hubele, N. F., and Lawrence, F. P.; “A Multivariate Process Capability Vector,” *Proceedings of the 4th Industrial Eng. Conference*, Vashville, TN : 303-308, 1995.  
 [19] Taam, W., Subbaiah, P., and Liddy, J. W.; “A Note on Multivariate Process Capability Indices,” *Journal of Applied Statistics*, 20 : 339-351, 1993.  
 [20] Wang, F. K. and Chen, J. C.; “Capability Index Using Principal Components Analysis,” *Quality Engineering*, 11(1) : 21-27, 1998-1999.