

## 쿼터니언을 이용한 6축 로봇 방위 보간법에 관한 연구

안진수\*, 정원지<sup>+</sup>

(논문접수일 2011. 02. 07, 수정일 2011. 07. 16, 심사완료일 2011. 08. 22)

### A Study on Orientations Interpolation of 6-Axis Articulated Robot using Quaternion

Jin-Su Ahn\*, Won-Jee Chung<sup>+</sup>

#### Abstract

This paper presents the study on orientations interpolation of 6-axis articulated robot using quaternion. In this paper, we propose a control algorithm between given two orientations of 6-axis articulated robot by using a quaternion with spherical linear interpolation. In order to study the quaternion interpolation, We created Inverse kinematics program and Interpolation program using LabVIEW<sup>®</sup>. The rotation angle of each axis were calculated using both euler orientations interpolation program and quaternion orientations interpolation program. The proposed control algorithm is shown to be effective in terms of motor angles and torques when compared to a conventional Euler angle interpolation, by using both LabVIEW<sup>®</sup> and RecurDyn<sup>®</sup>.

**Key Words :** Quaternion(쿼터니언), Spherical Linear Interpolation(구면 선형 보간), Euler Angle(오일러 각), 6-Axis Articulated Robot(6축 수직 다관절로봇), LabVIEW<sup>®</sup>(랩뷰), RecurDyn<sup>®</sup>(리커다인)

### 1. 서론

현재 로봇 관련 기술과 제어 기법들이 발전함에 따라 다양한 분야에서 로봇의 부드러운 운동과 정확한 방위 보간을 요구하는 곳이 많아지고 있다.

본 논문에서는 연구용으로 개발한 6축 수직 다관절 로봇을 대상으로 로봇의 방위 보간에 대해 연구해보고자 한다.

일반적으로 로봇에서 방위 보간은 오일러 각(Euler Angle)을 사용하여 방위 보간을 한다<sup>(1)</sup>. 하지만 오일러 각을 사용하여 방위 보간에 짐벌락(Gimbal Lock)<sup>(2)</sup>과 같은 특이점이 발생하여 실제 로봇 구동에서 시스템적으로 에러가 발생한다<sup>(3)</sup>. 또한 축 사이의 상호 연관성을 무시하여 간단한 선형 보간에서 원하지

않는 결과를 초래하기도 한다.

하지만 쿼터니언(Quaternion)을 이용한 방위 보간의 경우에는 이미 오일러를 이용한 방위 보간을 대신하여 3D 컴퓨터 그래픽 분야에 널리 이용되고 있다. 그 이유는 짐벌락과 같은 특이점이 발생하지 않고 매우 자연스러운 방위 보간이 가능하다는 장점을 가지고 있다.

또한 기존의 쿼터니언 방위 보간을 이용한 로봇 방위 보간 연구들은 로봇 시뮬레이션으로만 방위 보간을 구현하였지만<sup>(4~6)</sup>, 본 논문에서는 연구용 목적으로 자체 제작된 6축 수직다관절로봇으로 오일러 방위 보간법인 Linear Euler Interpolation과 쿼터니언 방위 보간법 중 하나인 SLERP(Spherical Linear Interpolation)<sup>(7)</sup>를 이용하여 두 방위 보간법을 비교하고자 한다.

\* 창원대학교 기계설계공학과 대학원

+ 교신저자, 창원대학교 기계설계공학과 (wjchung@changwon.ac.kr)

주소: 641-773 경남 창원시 의창구 퇴촌로 92

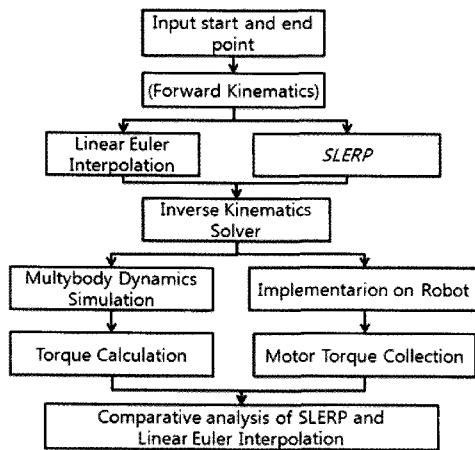


Fig. 1 Flowchart of this paper

Fig. 1은 본 논문의 플로 차트를 보여주는 그림으로써 먼저 로봇 암 끝단(End-effector)의 방위 보간을 시작할 방위와 끝의 방위를 입력한다. 단, 암 끝단이 이동할 경로는 임의로 사용자가 정하도록 한다. 다음으로 오일러 방위 보간법과 SLERP를 이용하여 방위 보간을 계산하여 역기구학으로 각 로봇 관절의 각도를 정해진 사이클 타임 별로 계산한다. 마지막으로 계산된 각 로봇 관절의 각도를 다물체 동역학 시뮬레이션과 실제 로봇에 적용하여 Linear Euler Interpolation과 SLERP를 비교하도록 한다.

## 2. 6축 수직다관절 로봇

본 논문에 사용되는 로봇은 본 실험실에서 연구 목적으로 자체 설계 및 개발된 6축 수직 다관절 중량물용 핸들링용 1/4 사이즈 프로토타입 로봇으로 Fig. 2와 같으며 4-Bar Link 구조와 5축에 슬라이드방식을 이용한 링크 구조를 사용하여 로봇 끝단에 받는 하중을 지지할 수 있는 구조로 제작되었다<sup>(8)</sup>. 또한 로봇의 부하량을 고려하여 가반하중과 진동충격에 강하게 설계하였다. 또한 로봇의 높은 정밀도와 강성을 고려하여 감속비가 높은 감속기를 채택하였다. 로봇의 제어를 위해 NI

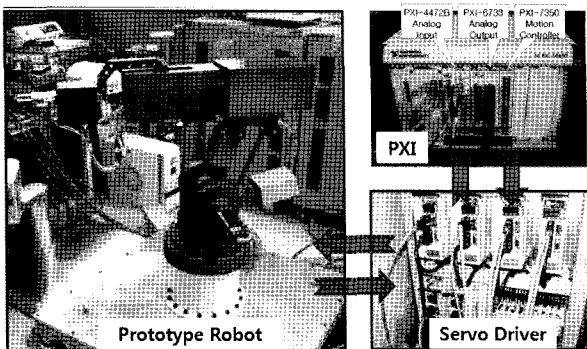


Fig. 2 Robot control system

PXI-7350장비의 Motion Controller를 이용하여 수직 다관절 로봇의 모션을 제어하도록 시스템을 구성하였다. 그리고 LabVIEW<sup>®</sup>를 이용한 그래픽컬 프로그래밍으로 로봇을 제어할 수 있도록 시스템을 구성하였다.

## 3. 순기구학과 역기구학 프로그래밍

### 3.1 순기구학 프로그램

본 논문에서 프로그래밍된 순기구학 프로그램은 LabVIEW<sup>®</sup>를 이용한 그래픽컬 프로그램으로 제작되었다. 이 프로그램은 로봇의 각 관절의 각도를 알고 있을 때 로봇의 암 끝단의 좌표 및 방위각을 계산할 때 사용된다. 또한 역기구학 프로그램의 결과 값을 검증할 때도 사용되지만 이 프로그램은 방위 보간법 계산 프로그램에서는 사용되지 않는다.

로봇 순기구학이나 역기구학에서 로봇을 해석할 때 각 링크의 정보를 표현할 때 Denavit - Hartenberg의 방법을 많이 쓰이며 로봇의 기본구조는 Fig. 3과 같으며 Table 1과 같이 정의된다<sup>(9)</sup>.

Denevit-Hartenberg parameter를 바탕으로 로봇의 관절  $i-1$ 에 대한 관절  $i$ 의 관계를 나타내는 동차 변환 행렬  ${}^{i-1}T_i$ 를 구하면 식 (1)과 같다.

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i - \cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

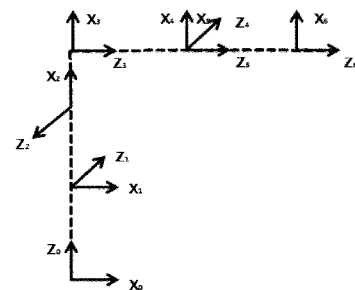


Fig. 3 Basic structure of articulated robot

Table 1 Denevit-Hartenberg parameter

Joint	$\theta$	d	a	$\alpha$
1	$\theta_1$	$d_1$	0	$-\pi/2$
2	$\theta_2 - \pi/2$	0	$a_2$	$\pi$
3	$\theta_3$	0	$a_3$	$\pi/2$
4	$\theta_4$	$d_4$	0	$\pi/2$
5	$\theta_5$	0	0	$-\pi/2$
6	$\theta_6$	$d_6$	0	0



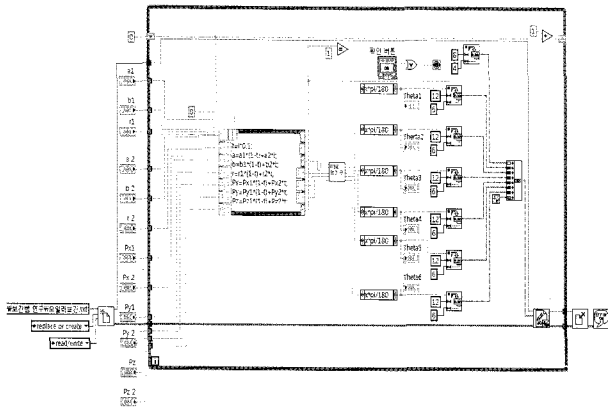


Fig. 6 Linear euler interpolation program block diagram

회전 행렬  $R$ 은 식 (3)과 같으며 순기구학 프로그램에서 계산된  ${}^0T_6$ 에서 구할 수 있다.

$$R = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x \\ n_y & s_y & a_y \\ n_z & s_z & a_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

식 (4)를 사용하여 회전 행렬  $R$ 을 오일러 각( $\alpha, \beta, \gamma$ )으로 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha &= \arccos(a_z) \\ \beta &= -\arctan2(a_x, a_y) \\ \gamma &= \arctan2(n_z, s_z) \end{aligned} \quad (4)$$

오일러 방위 보간의 시작 방위  $r_0$ 과 끝 방위  $r_1$ 이 있으면 오일러 방위 보간법은 식 (6)와 같다<sup>(7)</sup>.

$$Input: r_0 = (\alpha_0, \beta_0, \gamma_0), r_1 = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) \quad (5)$$

$$LinEuler(r_0, r_1, t) = r_0(1-t) + r_1t \quad (0 < t < 1) \quad (6)$$

위 식으로 제작된 오일러 방위 보간 프로그램은 Fig. 6과 같으며 로봇 암 끝단의 시작 방향과 끝 방향을 입력하면 방위 보간을 수행한다. 또한 사용자가 임의로 정해준 로봇 암 끝단 경로의 좌표와 보간된 방위각으로 하위 프로그램인 역기구학 프로그램을 통해 매 사이클 타임마다 로봇의 각 관절 각도를 계산한다.

#### 4.2 SLERP(Spherical Linear Interpolation)

본 논문에서는 Shoemake가 제안한 쿼터니언의 방위 보간 중의 하나인 SLERP를 적용하여 방위 보간을 실행하였다<sup>(11)</sup>. 이 보간 방법은 Fig. 7과 같이 원구의 중심으로부터의 중심각

$\theta$ 를 일정하게 증가시키면서 보간하여 원호의 길이를 동일하게 가져가서 회전변화에 따른 속력이 일정한 보간 방법이다. 쿼터니언은 식 (7)와 같은 Hypercomplex 형태로 정의된다.

$$q = w + (xi + yj + zk) \quad (7)$$

회전 행렬  $R$ 인 식 (3)에서 쿼터니언으로 변환하기 위해서는 식 (8)을 사용한다<sup>(12)</sup>.

$$\begin{aligned} w &= \frac{\sqrt{n_x + s_y + a_z + 1}}{2} \\ x &= \frac{s_z - a_y}{4w}, y = \frac{a_x - n_z}{4w}, z = \frac{n_y - s_x}{4w} \end{aligned} \quad (8)$$

SLERP의 입력 값인 로봇의 시작 방위를 나타내는  $q_1$ 과 끝 방위를 나타내는  $q_2$ 는 식 (9), (10)로 정의 할 수 있다.

$$q_1 = w + (x_1i + y_1j + z_1k) \quad (9)$$

$$q_2 = w + (x_2i + y_2j + z_2k) \quad (10)$$

이때 SLERP는 식 (11)과 같이 정의 된다<sup>(7)</sup>.

$$Slerp(t; q_1, q_2) = \frac{q_1 \sin((1-t)\theta) + q_2 \sin(t\theta)}{\sin \theta} \quad (11)$$

식 (11)에서  $\theta$ 는 두 쿼터니언이 이루는 각으로 쿼터니언의 내적을 통해 식 (12)와 같이 구할 수 있다.

$$\theta = \cos^{-1}(q_1 \cdot q_2) \quad (12)$$

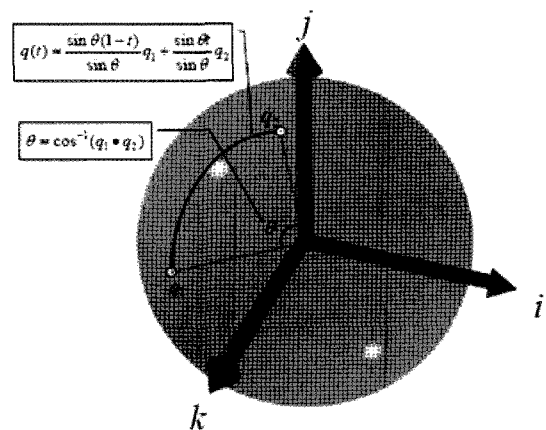


Fig. 7 Spherical linear interpolation

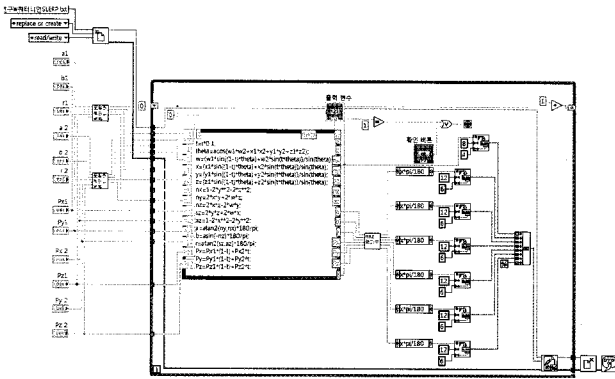


Fig. 8 SLERP program block diagram

위 식을 바탕으로 제작된 SLERP 프로그램은 Fig. 8과 같다. SLERP 프로그램도 오일러 방위 보간 프로그램과 같이 로봇 암 끝단의 시작 방위와 끝 방위를 입력하면 방위 보간을 수행한다. 또한 사용자가 임의로 정해진 로봇 암 끝단 경로의 좌표와 보간된 방위각으로 하위프로그램인 역기구학 프로그램을 통해 매 사이클 타임마다 로봇의 각 관절 각도를 계산한다.

### 5. 시뮬레이션

오일러 각 보간과 쿼터니언 보간을 비교하기 위해 앞에서 LabVIEW<sup>®</sup>를 이용하여 제작한 Linear Euler Interpolation과 SLERP 프로그램을 로봇의 각 관절의 각도를 계산하였다.

먼저 로봇 암 끝단의 경로를 사용자가 임의로 정하고 방위

보간을 수행할 시작 방위와 끝 방위를 입력하여 보간을 수행한다. 본 논문에서는 입력 값이 Fig. 9의 아래에 표시된 값과 같다. 경로는 시작 지점과 끝 지점을 로봇 중심에서 원형으로 회전하도록 하였다. 방위 보간 계산 결과로 Fig. 9 과 같이 시간에 따른 로봇의 각 관절의 각도 그래프를 얻을 수 있다.

Linear Euler Interpolation 프로그램에서는 입력하는 방위 각인 오일러 각도 중의 하나를 90°에 근접한 회전 값을 주면 프로그램 계산 도중에 에러가 발생하는데 오일러 각으로 인해 짐벌락이 발생한 것으로 판단되며 오일러 각 중 하나가 90°일 때 각도 뒤에 소수점 이하의 숫자를 더하여 문제를 해결 하였다.

Fig. 9에서 계산된 로봇 각 축의 회전 값을 이용하여 두 보간법을 비교하기 위해서 Fig. 10과 같이 다물체 동역학해석 프로그램인 RecurDyn<sup>®</sup>으로 다물체 동역학 시뮬레이션을 실행하

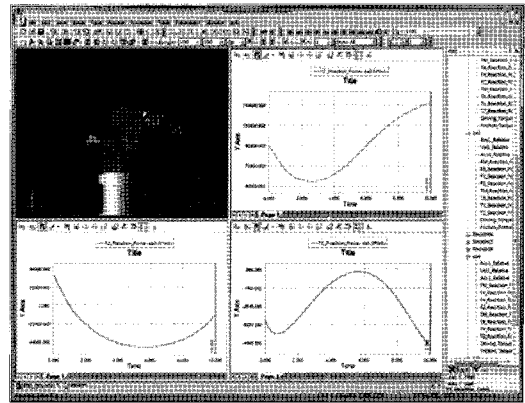


Fig. 10 Robot simulation using RecurDyn<sup>®</sup>

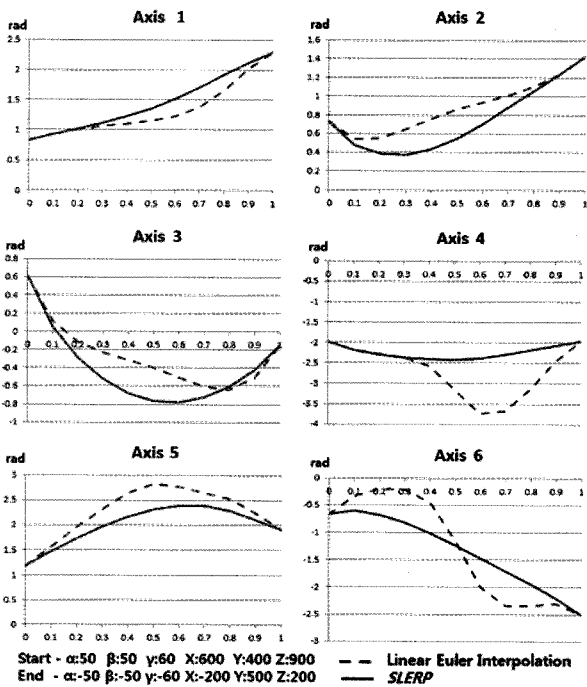


Fig. 9 Simulated angle of each joint

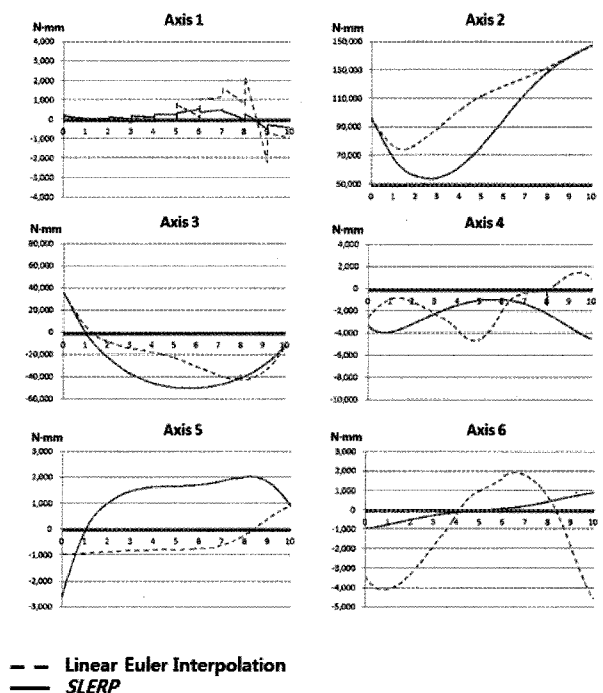


Fig. 11 Torque of each joint

Table 2 Motor max torque data

Joint	Euler	SLERP
1	2,209	520
2	147,578	146,293
3	-42,895	-50,393
4	-4,723	-4,577
5	2,025	871
6	-4,591	-978

(단위: N · mm)

Table 3 Motor max torque data

Joint	Euler	SLERP
1	0.17	0.15
2	0.59	0.50
3	0.64	0.57
4	0.80	0.75
5	0.16	0.15
6	0.35	0.34

(단위: V)

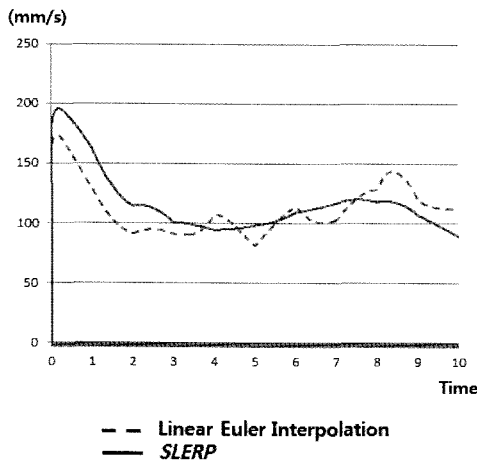


Fig. 12 Velocity of objective point of end-effector

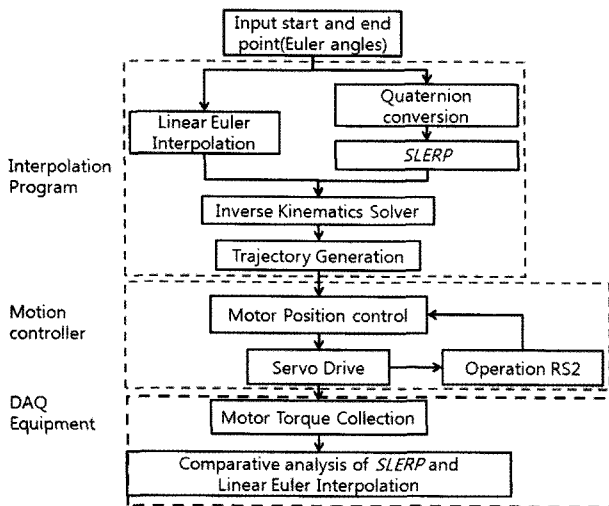


Fig. 13 Flow chart of implementation of two orientation interpolation

였다. 먼저 실제 로봇을 모델링하여 각 관절에 구속 조건을 주고 각 관절의 시간에 따른 회전 값을 Fig. 9에서 계산된 값으로 입력하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과 Fig. 10과 같이 각 회전축에 발생하는 각 축의 토크를 계산해 볼 수 있었으며 토크 그래프는 Fig. 11과 같다.

Fig. 11를 보면 다물체 동역학 시뮬레이션으로 도출된 토크 그래프가 SLERP에서는 부드러운 곡선을 그리는 반면에 Linear Euler Interpolation의 경우는 SLERP보다 변화가 심하게 나타난다. Table 2의 최대 토크를 비교하면 전체적으로 SLERP의 토크가 적게 나타나며 특히 1, 5, 6축에서 차이가 많이 나타났다. 또한 SLERP가 Linear Euler Interpolation보다 부드러운 움직임을 구현하는 것을 확인하기 위해 로봇이 작업물을 핸들링하고 있다고 가정하고 로봇 암 끝단에서 30mm 앞의 지점을 Fig. 12와 같이 속도그래프를 계산하였다. 속도그래프를 보면 SLERP가 Linear Euler Interpolation보다 좀 더 부드럽게 움직이는 것을 확인하였다. SLERP와 같은 쿼터니언을 이용한 방위 보간은 좌표계의 영향을 받지 않기 때문에 회전 순서를 고려할 필요가 없으므로 짐벌락이 없으며 또한 오일러보다 자연스러운 방위 보간으로 부드러운 움직임을 가능하게 하며 용접이나 도장 작업, 핸들링 등 다양한 방면에 생산성 향상을 기대할 수 있다.

## 6. 실제 로봇을 통한 방위 보간법 구현

그림 Fig. 13은 실제 로봇에 두 개의 방위 보간법을 구현하기 위한 플로우 차트로써 3단계로 나뉜다. 첫 단계는 본 논문에서 제작한 두 개의 방위 보간 프로그램을 이용하여 방위 보간을 계산한다. 프로그램에서 입력 조건은 앞의 시뮬레이션에서의 조건과 같다.

두 번째 단계는 첫 단계에서 계산한 두 개의 방위 보간 결과 값인 로봇의 각 관절 각도 데이터를 이용하여 로봇을 구동시키는 단계로써 위치제어를 통해 구동되며 로봇의 각 관절 각도를 NI PXI-7350 Motion Controller를 통해 미쓰비시사의 서보 모터드라이버로 위치제어 지령을 준다. 여기까지가 방위 보간을 실제 로봇에 구현하려는 방법이다. 하지만 앞의 시뮬레이션에서 로봇의 부드러운 움직임을 표현하기 위한 각 관절의 토크 계산 값을 검증하기 위해서 세 번째 단계에서는 실제 로봇에 발생하는 토크를 측정하기 위한 단계로써 서보 모터 드라이버에서 출력하는 토크의 출력 전압을 LabVIEW®의 DAQ

장비를 이용하여 데이터를 획득하였다. 서보모터드라이버에서 출력하는 토크의 출력 전압은 최대  $\pm 8V$ 이며 로봇 구동과 동시에 출력 전압을 수집하도록 하였다. 각 축에 발생하는 토크의 최대 출력전압은 Table 3과 같으며 로봇의 감속기 등에 의해 시뮬레이션과는 차이가 있지만 *SLERP*의 최대 출력전압이 Linear Euler Interpolation보다 상대적으로 작으며 시뮬레이션에서의 Table 2와 마찬가지로 *SLERP*를 이용할 경우 모터의 토크가 Linear Euler Interpolation보다 감소하는 것을 알 수가 있다.

## 7. 결론

본 논문은 로봇에서 두 개의 방위를 보간하기 위해 기존에 널리 사용하는 오일러 각을 이용한 방위 보간법인 Linear Euler Interpolation과 쿼터니언을 이용한 방위 보간법인 *SLERP*(Spherical Linear Interpolation)를 사용하여 실제 로봇에 구현하는 것을 목적으로 LabVIEW<sup>®</sup> 그래픽 프로그래밍을 통해 순기구학, 역기구학 및 두 개의 방위 보간 프로그램을 제작하였다. 또한 다물체 동역학 시뮬레이션인 RecurDyn<sup>®</sup>을 이용하여 두 개의 방위 보간을 비교하였으며 *SLERP*가 Linear Euler Interpolation에 비해 모터 토크가 감소하고 자연스러운 방위 보간으로 부드러운 움직임을 가능하게 하는 것을 확인하였다. 실제 로봇에 구현하기 위해 NI PXI-7350 Motion Controller를 통해 위치제어로 방위 보간을 구현하였으며 *SLERP*를 이용할 경우 모터의 토크가 Linear Euler Interpolation보다 감소하는 것을 확인 하였다.

## 후 기

“이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2011-0013902)”

## 참 고 문 헌

- (1) Fu, K. S., Gonzalez, R. C., and Lee, C. S. G., 1987, *Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence*, McGraw-Hill, New York, pp. 22.
- (2) Hoag, D., 1963, *Apollo Guidance and Navigation: Considerations of Apollo IMU Gimbal Lock*, MIT Instrumentation Laboratory.
- (3) Jones, E. M., and Fjeld, P., 2002, viewed February 2011, “Gimbal Angles, Gimbal Lock, and a Fourth Gimbal for Christmas,” <<http://www.hq.nasa.gov/office/pao/History/alsj/gimbals.html>>.
- (4) Purwar, A., Jin, Z., and Ge, Q. J., 2006, “Computer Aided Synthesis of Piecewise Rational Motions for Spherical 2R and 3R Robot Arms,” *Annual mechanisms and robotics conference*, pp. 1209~1222.
- (5) Ahlers, S. G., and McCarthy, J. M., 2000, “The Clifford Algebra of Double Quaternions and the Optimization of TS Robot Design,” *Applications of Clifford Algebras in Computer Science and Engineering*, Birkhauser Inc.
- (6) Chung, W. j., Kim, K. J., and Kim, S. H., 2005, “Steering Control Algorithm of an Inter-block Locomotion Robot Using a Quaternion with Spherical Cubic Interpolation,” *Systemics cybernetics and informatics 2005*, Vol. 2, pp. 374~379.
- (7) Dam, E. B., Koch, M., and Lillholm, M., 1998, *Quaternions, interpolation and animation*, Technical report DIKU-TR9815, Department of Computer Science, University of Copenhagen.
- (8) Ahn, J. S., and Chung, W. J., 2010, “On Design Prototype and Gain Optimization for Heavy Duty Handling Articulated Manipulator (HDHAM) with 6 DOF,” *The 14th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics: WMSCI 2010*, Vol. 2, pp. 174~179.
- (9) Spong, M., and Vidyasagar, M., 1989, *Robot Dynamics and Control*, John Wiley and Sons, New York.
- (10) Ahn, J. S., and Chung, W. J., 2010, “A Study on 6-axis Articulated Robot Using a Quaternion Interpolation,” *KSMTE of Spring Conference 2010*, pp. 294~300.
- (11) Shoemake, K., 1985, “Animating Rotation with Quaternion Curves,” *In Proceedings of the 12th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 245~254.
- (12) Mebius, J. E., 2007, “Derivation of the Euler-Rodrigues Formula for Three-dimensional Rotations from the General Formula for Four-dimensional Rotations,” *arXiv General Mathematics 2007*.