韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2011. 12. 제 14권, 제 3호, 317-328

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Dec. 2011, Vol. 14, No. 3, 317-328

예비초등교사들이 분수 포함제의 몫과 나머지 구하기에서 범하는 오류에 대한 분석

박 교 식 (경인교육대학교)
권 석 일 (경인교육대학교)

본 연구에서는 예비초등교사 65명을 대상으로 그 결과가 이산량과 나머지로 표현되는 포함제 맥락의 분수 나눗셈 문장제를 풀도록 하여 그 풀이과정을 수집하고, 65명 중 임의로 선발된 5명과의 심층 면담을 실시하여 이를 분석하였다. 분석 결과 예비초등교사 중 상당수는 분수 나눗셈의 계산 결과를 해석하는 과정에서 자연수를 제외한 진분수 부분 또는 1보다 작은 소수 부분의 의미를 정확하게 이해하고 있지 못했다. 포함제 맥락의 분수 나눗셈을 포함제 맥락의 자연수 나눗셈으로 바꾸어 계산해 버리는 오류를 범하는 경우도 있었다. 이러한 연구 결과는 예비초등교사들에게 문장제를 만드는 과정 뿐 아니라 문장제를 주어진 맥락에 맞게 해결하고 그 계산 결과를 주의 깊게 해석하는 경험을 포함하는 치밀한 교육프로그램을 제공할 필요가 있음을 시사한다.

I. 서 론

최근 교사의 교수 내용 지식의 중요성에 대한 인식을 바탕으로 교사 교육에 관련된 논의가 상당히 활발하게 이루어지고 있다(방정숙, 2002; 이헌수, 박형빈, 배강수, 2011). 초등교사 및 예비초등교사와 관련해서는 특히 분수와 관련된, 그 중에서도 분수 나눗셈과 관련된 연구가 활발하게 이루어지고 있다.

분수 나눗셈을 할 수 있다는 것과 분수 나눗셈의 의미를 이해하고 있다는 것은 같지 않다. 분수 개념의 이해와 분수 계산에 있어서의 오류에 대한 연구에 있어 학생의 오개념에 대한 것(김경미, 강완, 2008; 허혜자, 최정인, 2009)과 더불어, 교사 또는 예비교사들에 대한 것도 꾸준히 이루어지고 있다(Ball, 1990; Simon, 1993; Ma, 2002; 서관석, 전경순, 2000; 이대현, 서관석, 2003; 김민경, 2003; 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004; 김상룡, 2004; 이종욱, 2005; Kim, 2007; 방정숙, Li, 2008). 분수 나눗셈을 이해하기 어려운 이유 중 하나는 분수 나눗셈의 각 맥락에 따른 구체화가 쉽지 않기 때문이다(임재훈, 2007).

일반적으로 (분수)÷(분수)로 나타낼 수 있는 분수 나눗셈 맥락으로 보통 포함제와 등분제를 거론한다 (Behr & Post, 1992; 강시중, 1995; Huinker, 1998; Siebert, 2002; 남승인 외, 2004a; 남승인 외, 2004b; Gregg & Gregg, 2007; 이용률, 2010).[1] 그러나 실제로는 포함제와 등분제 이외에 몇 가지 맥락을 더 제시할 수 있다. 예를 들어 Musser과 Burger(1997)는 '실종 인수 찾기(missing factor) 맥락'을 제시하고 있다. $a=bc$ ($b\neq 0$)일 때 c는 $a\div b$로 구할 수 있는데, 그들에 의하면, 바로 이 c가 실종 인수이다. 이후 Ma(2002)가 '곱과 인수 모델'이라는 맥락을 제시한 바 있으며, Sinicrope, Mick과 Kolb(2002)는 '단위비율의 결정', '곱셈의 역', '카테시안 곱의 역'이라는 맥락을 제시하였다. 그들이 제시한 맥락 중 마지막 두 맥락은 Ma(2002)의 곱과 인수 모델 맥락을 더 세분한 것이라 할 수 있다. 또한, Flores(2002)가 제시한 '어떤 전체의 일부가 주어졌을 때 그 전체 찾기', '실종 인수 찾기'라는 맥락도 있다. 이것은 Musser과 Burger(1997)의 실종 인수 찾기 맥락을 더 세분한 것이라 할 수 있다.

이러한 여러 가지 맥락 중에서 포함제와 등분제는

* 접수일(2011년 11월 9일), 수정일(2011년 11월 20일), 게재확정일(2011년 12월 2일)
* ZDM 분류 : F49
* MSC2010 분류 : 97C70
* 주제어 : 분수, 나눗셈, 분수 포함제, 교사 교육

1) 본 연구에서 '분수'는 논의의 편의상 약분 등을 통해 자연수로 환원되지 않는 순수한 분수를 의미하기로 한다. 또, 0과 자연수를 한꺼번에 '범자연수'라고 부르기로 한다. 범자연수라는 용어는 영어 whole number를 번역한 것이라 할 수 있다. 이 용어는 강시중(1995), 배종수(1999), 최창우(2006)에서 볼 수 있지만, 일반화된 용어는 아니라고 할 수 있다.

(범자연수)÷(자연수)로 나타낼 수 있는 나눗셈 맥락을 제수와 피제수가 모두 분수인 경우로 확장한 것으로, 다분히 직관적인 맥락이라고 할 수 있다(Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985). 이 중에서도 포함제는 경우에 따라 다양한 맥락으로 변주되는 등분제와 달리 그 의미가 비교적 일관되게 사용된다. 예를 들어 Ma(2002)의 등분제는 Sinicrope, Mick과 Kolb(2002)의 '단위비율의 결정 맥락'과 Flores(2002)의 '어떤 전체의 일부가 주어졌을 때 그 전체 찾기 맥락'과 동일하다. 또한 등분제를 (분수)÷(자연수)로 나타낼 수 있는 분수 나눗셈 맥락으로 한정하는 경우도 있다(O'Daffer et al., 1998; Sinicrope, Mick & Kolb, 2002; Flores, 2002).

포함제는 그 의미가 직관적이고 명확한 반면 많은 오류 관련 연구의 소재이기도 하다. 예를 들어, 박교식·송상헌·임재훈(2004)은 포함제 맥락의 문장제를 만드는 과정에서 우리나라 예비초등교사들은 '개념적으로는 옳지만 교육적으로는 문제점이 있는'(Ma, 2002) 문장제를 많이 만들었다는 점을 지적한 바 있다. 그러나 이러한 분수 포함제 관련 오류 연구는 상당부분 분수 포함제 맥락 자체에 대한 이해나 맥락의 구성과 관련하여 이루어졌을 뿐 다루어지는 분수 포함제의 계산 결과의 '해석'과 관련해서는 많이 이루어지지 않았다(Ball, 1990; Ma, 2002 등). 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈에 대한 지식을 광범위하고도 세밀하게 조사한 방정숙과 Li(2008)의 연구를 보면 '계산 능력', '연산 감각', '연산 알고리듬' 등에 대하여 세밀한 분석이 이루어졌으나 분수 포함제 계산 결과의 해석에 대해서는 많은 내용이 다루어지지 않았다.

본 연구에서는 포함제에 한정하여, 우리나라 예비초등교사들이 분수 나눗셈의 의미를 진정으로 이해하고 있는가 하는 것을 계산 결과의 해석에 초점을 맞추어 분석한다. 이를 위하여 포함제 맥락의 분수 나눗셈에서 분수로 표현되는 몫이 이산량인 경우에, 피제수에 제수가 몇 번 포함되는지를 나타내는 몫과 그것을 제외한 나머지를 구하는 문제를 제시하여, 계산 결과의 자연수 부분과 진분수 부분을 해석하여 나머지를 구하는 과정에서 범하는 오류를 찾아 분석한다.

II. 포함제 맥락의 분수 나눗셈에서 몫과 나머지

다음 식은 Ball(1990)이 사용한 것이다. 그녀는 예비교사들이 이 식으로 나타낼 수 있는 분수 나눗셈 문장제를 잘 만들지 못한다는 것을 보였다. 이 식은 Ma(2002)에서 같은 용도로 사용되었다. 몇몇 국내 연구에서도 같은 용도로 이 식을 사용하였다(이대현, 서관석, 2003; 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004; 김상룡, 2004; 이종욱, 2005; Kim, 2007).

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

Ma(2002)는 미국과 중국의 초등교사들이 만든 문장제를 비교하였는데, 미국 초등교사들은 극단적인 실패를 보여 주었고, 중국 초등교사들은 놀라운 성공을 보여주었다. 그녀에 의하면, 중국 초등교사들은 포함제 맥락의 문장제를 (Ma가 사용한 의미에서의) 등분제 맥락의 문장제에 비해 상대적으로 많이 만들지 않았다. 이에 비해 박교식, 송상헌, 임재훈(2004)에 의하면, 우리나라 예비초등교사들은 포함제 맥락의 문장제를 많이 만들었다.

포함제 맥락의 문장제에서 분수로 표현되는 계산 결과에서 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 생각하지 않아도 되는 경우가 있다. 예를 들어 Ma(2002)와 이대현, 서관석(2003)에서 찾을 수 있는 다음의 문장제를 보자. 이 문장제는 각각 중국 초등교사와 한국 예비초등교사가 성공적으로 만든 포함제 맥락의 문장제이다.

[문제 II.1] 일꾼들이 매일 $\frac{1}{2}$킬로미터의 도로를 건설할 경우, $1\frac{3}{4}$킬로미터의 도로를 건설하려면 며칠이 걸리는가? (Ma, 2002, p.153)

[문제 II.2] 밭이 $1\frac{3}{4}$마지기가 있다. 철수가 매일 $\frac{1}{2}$마지기씩 밭을 갈면 모두 가는데 며칠이 걸리는가? (이대현, 서관석, 2003)

이 문장제를 해결하기 위해서는 다음의 계산을 해야 한다.

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

여기서 이 계산 결과를 이용하여 [문제 II.1]과 [문제 II.2]의 답을 모두

$$3\frac{1}{2}\text{일}$$

이라고 할 수 있다. 여기서 '일'이라고 하는 단위가 붙어 있다는 것이 중요하다. 1일이 24시간이고, 시간은 연속량이므로 이와 같이 분수를 사용해서 답하는 것이 가능하다. 이와 같이 이 문장제에서는 분수로 표현되는 계산 결과에서 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 생각하지 않아도 된다.

포함제 맥락의 문장제에서 분수로 표현되는 계산 결과의 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 생각하지 않는 경우는 일반적으로 그 계산 결과에 연속량을 나타내는 단위가 붙어 있을 때라고 할 수 있다. 그러나 다음과 같이 분수로 표현되는 계산 결과에 '배'가 붙는 경우에도 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 생각하지 않는다(Ma, 2002; 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004).

> [문제 II.3] $1\frac{3}{4}$개월 동안 다리 하나를 건설할 계획이었어요. 그런데 실제로는 $\frac{1}{2}$개월밖에 걸리지 않았어요. 계획한 기간은 실제로 걸린 기간의 몇 배인가요? (Ma, 2002, p.153)
>
> [문제 II.4] 언니는 하루에 $1\frac{3}{4}$L만큼의 우유를 먹고 나는 $\frac{1}{2}$L만큼을 먹는다. 언니는 나의 몇 배만큼의 우유를 먹는가? (박교식, 송상헌, 임재훈, 2004)

한편, 박교식, 송상헌, 임재훈(2004)에서 우리나라 예비초등교사들이 만든 포함제 맥락의 문장제와 Ma(2002)에서 중국 초등교사들이 만든 포함제 맥락의 문장제의 성격이 같지 않다는 것에 주의할 필요가 있다. 포함제 맥락의 문장제를 만드는 과정에서 우리나라 예비초등교사들은 '개념적으로는 옳지만 교육적으로는 문제점이 있는'(Ma, 2002) 문장제를 많이 만들었다(박교식, 송상헌, 임재훈, 2004). 이에 비해, 중국 교사들은 그러한 문장제를 거의 만들지 않았다. 박교식, 송상헌, 임재훈(2004), 그리고 이대현, 서관석(2003)에서 볼 수 있는 다음의 문장제가 바로 그러한 것이다. 이 문장제는 우리나라의 예비초등교사들이 성공적으로 만든 포함제 맥락의 문장제로 간주된 것이다. 그러나 Ma(2002)의 표현을 빌면, 개념적으로는 옳지만 교육적으로는 문제점이 있는 문장제라고 할 수 있다.

> [문제 II.5] 주스가 $1\frac{3}{4}$L 있다. 한 사람당 $\frac{1}{2}$L씩 나눠주면 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가? (박교식, 송상헌, 임재훈, 2004)
>
> [문제 II.6] $1\frac{3}{4}$m의 끈을 $\frac{1}{2}$m씩 자르면, 몇 개나 되는가? (이대현, 서관석, 2003)

이러한 문장제를 해결하는 과정에서 $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$을 만들게 되므로, Ma(2002)의 입장에 따르면, 이 두 문장제는 개념적으로 옳다고 말할 수 있다. 그러나 역으로 처음부터 이러한 문장제가 주어졌다고 생각해 보자. 과연 이 두 문장제는 문장제로서의 자격을 갖춘 것이라고 말할 수 있는가? 이러한 문장제를 해결하기 위해 $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$와 같은 계산을 해야 한다. 여기서 계산 결과를 해석할 때 [문제 II.5], [문제 II.6]의 답을 각각

$$3\frac{1}{2}\text{명},\ 3\frac{1}{2}\text{개}$$

라고 할 수는 없다는 것에 주목해야 한다. 이와 같이 분수에 이산량을 나타내는 단위 '명', '개'를 붙일 수 없다는 점에서 교육적으로 문제점이 발생한다. 이러한 문장제에서는 몫이 자연수로 표현되어야 의미가 있기 때문에, 자연수로 표현되는 몫을 제외한 분수 부분이 무엇을 나타내는지에 대한 명료한 진술이 있어야 올바른 문장제라고 할 수 있다. 그런 점에서 보면, Ma(2002)가 이러한 문장제를 교육적으로는 문제점이 있지만 개념적으로는 옳다고 한 것은 지나치게 관대한 평가라고 할 수 있다. 이러한 문장제는 사실상 포함제 맥락

의 분수 나눗셈을 교육적으로는 물론이려니와 개념적으로도 명확하게 이해하지 못한 증거라고 보아야 한다. 이런 문장제를 만든 예비초등교사들은 대개 문장제를 만드는 것에만 초점을 맞추었을 분, 자신들이 만든 문장제를 실제로 풀어보고 그 결과를 해석하여, 풀이 및 결과의 합리성을 검토하지는 않은 것이다.

Ma(2002)는 중국 초등교사가 만든 다음의 문장제를 올바른 포함제 맥락의 문장제로 소개하고 있다. 그녀는 개념적으로는 옳지만 교육적으로는 문제점이 있는 문장제를 거론했지만, 정작 그녀는 [문제 II.7]을 그러한 문장제로 간주하지 않았다. 그러나 사실상 이 문장제도, 앞의 두 문장제와 마찬가지로, 교육적으로는 물론이고 개념적으로도 문제점이 있는 문장제이다.

> [문제 II.7] 사과 하나를 네 조각으로 똑같이 나눕니다. 그 가운데 세 조각을 가져다가 다른 사과와 합칩니다. 이 사과 $1\frac{3}{4}$개를 가지고 $\frac{1}{2}$개씩 나눠준다면 몇 번이나 나눠줄 수 있을까요? (Ma, 2002, p.153)

[문제 II.7]에서 서로 다른 사과 두 개를 똑같은 사과로 간주하고 있지만, 그런 경우가 실제로는 일어날 수 없으므로, 그런 설정 역시 교육적으로 문제점이 있다. 따라서 이러한 비현실적 상황을 설정하는 문장제는 만들지 않게 하는 것이 바람직하다. 그러나 Ma(2002)는 이러한 비현실적 상황의 문제점에 대해서는 거론하지 않았다.

이와 같은 교육적이고 개념적인 문제점을 제거하기 위해 포함제 맥락의 문장제에서 분수로 표현되는 계산 결과의 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 [문제 II.5], [문제 II.6]을 각각 다음과 같이 수정할 수 있다.

> [문제 II.5*] 주스가 $1\frac{3}{4}$L 있다. 한 사람당 $\frac{1}{2}$L씩 나눠주면 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가? 남는 주스는 몇 L인가?
>
> [문제 II.6*] $1\frac{3}{4}$m의 끈을 $\frac{1}{2}$m씩 자르면, 몇 개나 되는가? 남는 끈은 몇 m인가?

이상에서 살펴본 바와 같이 포함제 맥락의 문장제에서 분수로 표현되는 계산 결과의 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 생각해야 하는 경우는 대략적으로 그 계산 결과에 이산량을 나타내는 단위를 붙일 때라고 할 수 있다. 본 연구에서는 [문제 II.5*]이나 [문제 II.6*]와 같은 패턴의 문제에 대한 학생들의 이해를 계산 결과의 해석과 관련하여 분석한다.

III. 연구 방법

1. 연구참여자

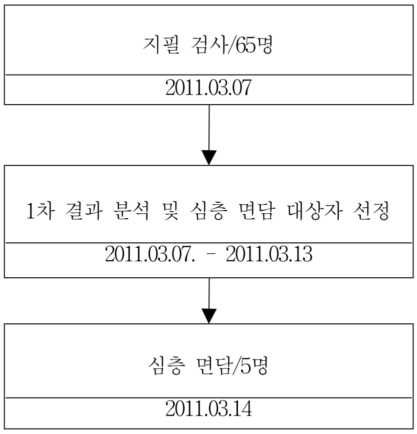
본 연구에 참여한 예비초등교사들은 G 교육대학교에서 '수학과교육 II'를 수강하는 3학년 학생들이다. 이 학생들은 동일한 강좌를 동일한 교수자에게 같은 요일에 수강하는 두 반으로 이루어졌다. 오전에 수강하는 학생(이하 A반)은 32명, 오후에 수강하는 학생(이하 B반)은 33명으로 구성되어 있다. 이 학생들은 '수학과교육 I'을 수강하여 수학 교과교육에 대한 기초지식은 가지고 있으나 본격적으로 초등학교 수학교과서 및 지도서 등을 분석적으로 살펴본 경험은 가지고 있지 않았다.

2. 검사도구

본 연구에서는 예비초등교사들에게 계산 결과의 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 생각해야 하는 포함제 맥락의 분수 나눗셈 문장제를 제시하였다. 외형적으로 초등학교 6학년 학생이면 해결할 수 있는 정도의 문장제를 계산 결과의 자연수 부분과 진분수 부분을 구분해서 생각하도록 유도하는 질문을 덧붙여 제시하였다. 본 연구에서는 다음의 검사지에서 [문제 III.3]과 같은 문장제를 제시했을 때, 그들이 이 문장제를 해결하기 위해 (분수)÷(분수)라는 식을 만든 다음, 그것을 계산한 결과가 분수로 표현되는 경우에, 자연수를 제외한 진분수 부분을 어떻게 이해하고 있는가를 알아보았다. 예비교사들에게는 <표 III-1>의 모든 문항을 해결하도록 요구하였으나 이 연구에서 분석한 문항은 [문제 III.3]이다.

<표 Ⅲ-1> 학생들에게 사용한 검사 문항

[문제 Ⅲ.1] (분석되지 않음)	1m의 무게가 $\frac{4}{5}$kg인 철봉이 있다. 철봉의 길이가 $4\frac{3}{7}$m이면 이 철봉의 무게는 얼마인지 구하시오.
[문제 Ⅲ.2] (분석되지 않음)	밑변의 길이가 $1\frac{1}{8}$m이고 넓이가 $\frac{9}{14}$㎡인 평행사변형이 있습니다. 이 평행사변형의 높이를 구하시오.
[문제 Ⅲ.3] (분석됨)	$10\frac{3}{4}$m 길이의 끈이 있다. $2\frac{1}{2}$m 길이의 토막으로 자른다면 토막의 개수와 그 나머지가 얼마인지 구하시오.



<그림 Ⅲ-1> 자료 수집 절차

3. 자료수집 및 분석

자료의 수집의 절차는 <그림 Ⅲ-1>과 같다. 검사는 2011년 1학기 3월 7일에 오전(A반)과 오후(B반)로 나누어 이루어졌다. 예비초등교사들에게 10분 동안에 검사지의 세 문제를 기명으로 풀게 한 뒤에, 세 문제의 풀이과정과 답 모두를 제출하게 하였다. 본 연구에서는 포함제 맥락의 분수 나눗셈 문장제에서 계산 결과가 대분수로 나타날 때, 자연수를 제외한 진분수의 의미를 이해하고 있는지를 알아보는 것이 목적이었기 때문에, 65명의 예비초등교사들이 [문제 Ⅲ.3]의 해결을 위해 답안지에 기록한 내용을 전부 수합·분석하였다. 앞에서 언급한 바와 같이 [문제 Ⅲ.1]과 [문제 Ⅲ.2]의 해결 과정은 분석 대상에서 제외하였다.

수합된 답안지는 일차적으로 정답과 오답을 구분하고, 다음으로 유사한 오답을 유형별로 분류하였다. 오답을 제시한 예비초등교사들 중 임의로 5명(학생 A, B, C, D, E)를 선정하여, 3월 14일에 그들의 문제해결 과정에 관해 각각 10분 정도의 개별 면담을 하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 1차 분석 결과

예비초등교사의 반응을 토대로 정답자와 오답자로 구분하고 이를 다시 세분한 결과는 <표 Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 분수 포함제에서의 예비초등교사의 오류

		인원 (단위:명)	백분율
정답자		14	21.5%
구조적 오류	나머지 오해 오류(분수형)	31	47.7%
	나머지 오해 오류(소수형)	5	7.7%
	자연수 계산으로의 환원 오류	3	4.6%
계산 실수		4	6.2%
무응답		8	12.3%
합계		65	

65명의 예비초등교사의 [문제 III.3]의 해결 과정을 분석한 결과 그 해결 과정을 다음과 같이 세 단계로 구분할 수 있었다. 첫째, 포함제 맥락을 이해하여 식을 만든다. 둘째, 그 식을 계산한다. 셋째, 계산 결과를 포함제의 맥락에 맞도록 해석한다. 예비초등교사들은 대개 둘째 단계까지는 잘 수행하였지만, 셋째 단계에서 많은 경우 일관된 오류를 범하였다. 오답을 한 거의 모든 예비초등교사들은 [문제 III.3]을 해결하는데 필요한 수식

$$10\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$$

을 쉽게 만들었다. 이것은 그들이 [문제 III.3]이 포함제 맥락의 분수 나눗셈 문제라는 것 즉, 그들은

$10\frac{3}{4}$m에 $2\frac{1}{2}$m가 몇 번 포함되어 있는가?

를 구해야 한다는 것은 잘 알고 있다는 것을 말해준다. 다음으로 이 식을 만든 거의 대부분의 예비초등교사들이 별 어려움 없이, 그 식을 다음과 같이 계산하였다.

$$10\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{43}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{43}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{43}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{43}{10} = 4\frac{3}{10}$$

이것은 그들이 분수 나눗셈을 분수 곱셈으로 바꾸어 계산하는 분수 나눗셈 알고리즘을 매우 잘 알고 있다는 것을 말해준다. 그러나 오답을 한 거의 대부분의 예비초등교사들이 계산 결과인 $4\frac{3}{10}$을 해석하는 과정에서 오류를 범하였다. 이것은 그들이 이 계산 결과를 원래의 포함제 맥락과 잘 연결시키지 못한다는 것을 말해준다. 연구자는 예비초등교사들의 해석 과정에서의 오류에 대하여 각각 '나머지 오해 오류(분수형)', '나머지 오해 오류(소수형)', '자연수 계산으로의 환원 오류'라고 이름을 붙였다. 이 각각의 오류에 대해서 좀 더 자세하게 살펴보기 위하여 5명의 학생(A, B, C, D, E)들을 무작위로 선정하여 심층 면담을 실시하였다. 각각의 오류에 대한 보다 자세한 논의는 다음 절에서 다룬다. 한편, $10\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$를 $1\frac{18}{25}$라고 답하는 등의 계산 실수를 범한 4명과 아무런 반응을 하지 않은 8명의 학생에 대해서는 추가적인 논의를 생략한다.

2. 심층 면담 결과

2.1. 나머지 오해의 오류(분수형)

나머지 오해의 오류는 $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = q\frac{f}{e} = q + \frac{f}{e}$를 $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = q \cdots \frac{f}{e}$로 보는 오류이다. 식을 만드는 과정, 식의 계산까지는 아무 문제없이 수행한 후 그 결과를 해석하는 과정에서 계산 결과의 진분수 부분(혹은 소수 부분)을 문제의 맥락에 맞게 해석하지 못하는 오류이다.

학생 A는 다음과 같이 풀이하였다.

$$\frac{43}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{43}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{43}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{43}{10} = 4 \cdots \frac{3}{10}.$$

4토막. 나머지는 $\frac{3}{10}$m

이 풀이와 관련해서 몇 가지 질문을 하고 학생 A의 대답을 들었다. 대화에서 R은 연구자를 의미한다.

R: 이 풀이 과정을 설명해 보세요. $4 \cdots \frac{3}{10}$의 의미가 무엇인가요?

A: $\frac{43}{4}$을 계산하면 몫이 4이고 나머지가 $\frac{3}{10}$이라는 뜻입니다.

R: $\frac{43}{10} = 4 + \frac{3}{10}$인데요?

A: 그러니까 $\frac{43}{10} = 4 \cdots \frac{3}{10}$이지요?

R: $\frac{43}{10} = 4 + \frac{3}{10}$을 $\frac{43}{10} = 4 \cdots \frac{3}{10}$이라고 쓴 것인가요?

A: 그렇습니다.

R: 검산해 봤나요?

A: 아니요. $\frac{3}{10}$이 $2\frac{1}{2}$보다 작으니까 그게 나머지잖아요.

학생 A는 자연수 4를 제외한 진분수 부분을 네 토막을 잘라내고 남은 나머지 즉, 남은 끈의 길이로 오해하고 있다는 것을 여실히 보여주고 있다. 학생 A는

$\frac{43}{10}=4+\frac{3}{10}$을 $\frac{43}{10}=4 \cdots \frac{3}{10}$으로 나타낼 수 있다고 믿고 있다. 이러한 혼동의 결과, $\frac{3}{10}$이 남은 끈의 길이를 나타낸다고 생각해서, 별 다른 의심 없이 그것에 m를 붙여 답한 것이다.

예비초등교사 중 일부는 다음에서 알 수 있듯이 역산 과정을 보여준 뒤에도 오류를 쉽게 수정하지 못하였다. 학생 B는 다음과 같이 풀이하였다.

$$\frac{43}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{43}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{43}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{43}{10} = 4 + \frac{3}{10}.$$

4토막. 나머지는 $\frac{3}{10}$m

이 풀이와 관련해서 몇 가지 질문을 하고 학생 B의 대답을 들었다.

R: 이 풀이 과정을 설명해 보세요.
B: 계산하면 $\frac{43}{4}$이니까 4토막이 되고, 나머지는 $\frac{3}{10}$. 그래서 $\frac{3}{10}$m입니다.
R: $\frac{43}{10}=4+\frac{3}{10}$에서 4의 의미는 무엇인가요?
B: 토막이 4개 있다는 것을 의미합니다.
R: 한 토막의 길이가 얼마인가요?
B: $2\frac{1}{2}$ 즉, $\frac{5}{2}$m.
R: 그러면 $\frac{5}{2}$m짜리가 4토막이니까 $\frac{5}{2}\times 4=10$(m)이고, 나머지가 $\frac{3}{10}$m라고 하면 전체는 $10+\frac{3}{10}=10\frac{3}{10}$(m)이 되는 것 아닌가요? 원래는 $10\frac{3}{4}$m라고 했지요?
B: 제 계산이 틀렸나요?
R: 계산은 틀리지 않았습니다.
B: $\frac{5}{2}$가 4개니까 10이고, $10\frac{3}{4}$에서 10을 빼면… $\frac{3}{4}$이네. 그냥 계산하면 $\frac{3}{10}$인데…
R: $\frac{3}{10}$이 왜 나머지가 된다고 생각하나요?
B: 몫이 4이고, 남는 게 $\frac{3}{10}$이니까…

학생 B도 자연수 4를 제외한 진분수 부분을 네 토막을 잘라내고 남은 나머지 즉, 남은 끈의 길이로 오해하고 있다. 학생 A처럼 $\frac{43}{10}=4+\frac{3}{10}$을 $\frac{43}{10}=4 \cdots \frac{3}{10}$로 나타내지는 않았지만, 그 역시 $\frac{3}{10}$이 남은 끈의 길이를 나타낸다고 보고, 그것에 m를 붙이고 있다.

한편 예비초등교사들 중에는 동수누감의 과정을 사용하여 주어진 맥락을 설명하는 가운데에서도 오류를 수정하기 어려워하는 학생도 있었다. 학생 C는 다음과 같이 풀이하였다.

$$10\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}=\frac{3}{10}\,(\mathrm{m})$$

이 풀이와 관련해서 몇 가지 질문을 하고 학생 C의 대답을 들었다.

R: 이 풀이 과정을 설명해 보세요.
B: $\frac{43}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{43}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{43}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{43}{10} = 4 + \frac{3}{10}$이고, $10\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$이니까 $2\frac{1}{2}$m짜리 4토막이 되고, 나머지는 $\frac{3}{10}$m입니다.
R: $10\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}$을 계산했나요?
B: 아니요. $\frac{43}{10}=4+\frac{3}{10}$에서 $2\frac{1}{2}$m짜리가 4토막이 있고, 나머지가 $\frac{3}{10}$m이지요.
R: $10\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}=10\frac{3}{4}-(2\frac{1}{2}\times 4)=10\frac{3}{4}-10=\frac{3}{4}$이 아닌가요?
B: 어? 그런가요? $\frac{43}{4}\div\frac{5}{2}$은 $\frac{43}{4}\times\frac{2}{5}$이고, 따라서 $\frac{43}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{43}{10}=4+\frac{3}{10}$이 되는데…
R: 그 계산은 안 틀렸습니다. $\frac{3}{10}$의 의미가 무엇이지요?
B: 나머지…

$10\frac{3}{4}$m에 $2\frac{1}{2}$m가 4번 포함되어 있으므로, 남은 끈의 길이는

$$10\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}$$

이다. 그런데 이것을 계산하면

$$10\frac{3}{4}-(2\frac{1}{2}\times4)=10\frac{3}{4}-10=\frac{3}{4}$$

이므로, 남은 끈의 길이는 $\frac{3}{4}$m이어야 한다. 그러나 학생 C는 이렇게 계산하는 대신,

$$10\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}=\frac{3}{10}(\mathrm{m})$$

라고 믿은 것이다. 이 식은

$$10\frac{3}{4}=2\frac{1}{2}\times4+\frac{3}{10}$$

을 의미하지만, 실제로는 이 등식이 성립하지 않는다. 신중하게 검산을 했다면, 이러한 착각을 하지 않았을 수도 있었을 것이다. 그러나 학생C는

$$10\frac{3}{4}=2\frac{1}{2}\times4\ \cdots\ \frac{3}{10}$$

과 같이 해석했고, 따라서 남은 끈의 길이를 $\frac{3}{10}$m라고 한 것이다. $\frac{3}{10}$에 별 의심 없이 단위 m을 붙였다는 것은, 학생 C가 $\frac{3}{10}$의 의미를 이해하고 있지 못하고 있음을 말해준다.

실제로는 계산 결과에서 자연수 4를 제외한 진분수 $\frac{3}{10}$은

$$2\frac{1}{2}\mathrm{m}의\ \frac{3}{10}$$

을 의미하므로, 남은 끈의 길이는

$$2\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}=\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}(\mathrm{m})$$

와 같이 구해야 한다. 그러나 본 연구의 조사 결과는 적지 않은 수의 예비초등교사들이 이 과정을 인지하지 못하고 있음을 말해 준다. 이것은 그들이 $\frac{3}{10}$이 1보다 작기 때문에, 그것을 나머지라고 생각하는 것이다. 즉, 그들은 분수 나눗셈에서 1보다 작으면 그것이 나머지라고 생각하는 것이다. 본 연구에서는 $\frac{43}{10}=4+\frac{3}{10}$에서 1보다 작은 $\frac{3}{10}$을 나머지로 보는 오류를 '나머지 오해'의 오류(분수형)라고 부르기로 한다. 오답자 43명 중에서 31명이 이러한 오류를 범하고 있었다.

2.2. 나머지 오해의 오류(소수형)

학생 D는 다음과 같이 풀이하였다.

$$\frac{43}{4}\div\frac{5}{2}=\frac{43}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{43}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{43}{10}=4.3$$

4토막 나머지 0.3 m

이 풀이와 관련해서 몇 가지 질문을 하고 학생 D의 대답을 들었다.

R: 이 풀이 과정을 설명해 보세요.
D: $\frac{43}{10}=4.3$에서 4토막이고 나머지는 0.3 m입니다.
R: 한 토막의 길이가 얼마인가요?
D: $\frac{5}{2}$ m.
R: $\frac{5}{2}$ m짜리가 4토막이니까 $\frac{5}{2}\times4=10(\mathrm{m})$이고, 나머지가 0.3m라고 하면 전체는 10+0.3=10.3(m)가 되는 것 아닌가요? 주어진 끈의 길이는 $10\frac{3}{4}$ m이고, 이것을 소수로 고치면 10.75(m)가 되는군요?
D: 아. 그러네요.
R: 0.3이 왜 나머지가 된다고 생각하나요?
D: 4.3에서 4를 빼면 0.3이 남잖아요.

학생 D는 소수일 때도 '나머지는 1보다 작다.' 또는 '1보다 작은 것이 나머지이다.'라는 오개념을 가지고 있는 학생이 있음을 보여준다. 이러한 오류도 '나머지 오해'의 오류(소수형)로 볼 수 있다. 오답자 43명 중에서 5명이 이러한 오류를 범하고 있었다.

2.3. 자연수 계산으로의 환원 오류

진분수 부분 내지는 소수 부분에 대한 해석에 실패하는 이상의 오류와 달리 자연수 계산으로 환원하여 계산한 후 그 결과를 잘못 해석하는 오류를 범하는 학생도 있었다.

학생 E는 다음과 같이 풀이하였다.

$$10\frac{3}{4}\div2\frac{1}{2}=43\div10=4\ \cdot\cdot\cdot\ 3$$

따라서 4토막 나머지는 3 m

이 풀이와 관련해서 몇 가지 질문을 하고 학생 E의 대답을 들었다.

R: 이 풀이 과정을 설명해 보세요.

E: $10\frac{3}{4}\div 2\frac{1}{2}$을 계산하는 대신 분모를 같게 해서 43÷10을 계산할 수 있고, 43÷10=4 … 3에서 4토막이고 나머지는 3 m입니다.

R: 어떻게 $10\frac{3}{4}\div 2\frac{1}{2}$을 43÷10으로 바꿀 수 있나요?

E: $10\frac{3}{4}\div 2\frac{1}{2}=\frac{43}{4}\div\frac{5}{2}=\frac{43}{4}\div\frac{10}{4}=43\div 10$입니다.

R: 43÷10을 문제로 바꾸면 "43 m길이의 끈이 있다. 10 m 길이의 토막으로 자른다면, 토막의 개수와 그 나머지가 얼마인지 구하여라."가 되지요?

E: 그렇지요?

학생 E가 범한 오류는 앞의 오류와 그 성격이 다르다. 우선, 나머지는 1보다 작아야 한다는 생각을 하지 않았으며, 분수 나눗셈을 자연수 나눗셈으로 환원한 후 다시 복귀하지 못하였다는 점에서 나머지 오해의 오류와 다르다.

학생 E는 [문제 III.3]의 분수 나눗셈을 완전히 자연수 나눗셈으로 바꾸어 계산했다. 그러나 이 계산에서

$$10\frac{3}{4}\div 2\frac{1}{2}=\frac{43}{4}\div\frac{5}{2}=\frac{43}{4}\div\frac{10}{4}=43\div 10=4\frac{3}{10}$$

이 되어야 한다. 그런데 43÷10=4 … 3과 같이 계산함으로써 오류가 생기게 되었다. 학생 E는 분수 나눗셈을 자연수 나눗셈으로 바꾸어 계산할 수 있지만, 문제의 조건을 바꾸면 전혀 다른 문제가 된다는 것을 인식하지 못하고 있었다. 만약 주어진 문제를 주의 깊게 읽었다면 남의 끈의 길이가 3m일 수 없다는 것을 분명하게 알 수 있지만, 학생 E는 3m가 $2\frac{1}{2}$m보다 길다는 것을 인식하지 못했다. 본 연구에서는 이러한 오류를 '자연수 계산으로의 환원 오류'라고 부르기로 한다. 이 오류는 자연수로 바꾸어 나눗셈을 하게 되면 그 결과의 해석이 주의깊게 이루어져야 함에도 불구하고 원래의 맥락으로 되돌아오지 못했기 때문에 생긴 오류이다. 오답자 43명 중에서 3명이 이러한 오류를 범하고 있었다.

이상에서 살펴본 바와 같이 분수 포함제 맥락에서 그 계산 결과를 주어진 맥락에 비추어 이산량인 몫과 그 나머지를 구분하여 해석하여야 함에도 불구하고 절반 이상의 학생이 나머지 오해의 오류와 자연수 계산으로의 환원 오류를 범하였다.

V. 결 론

본 연구에서는 우리나라 예비초등교사들 중 상당수가 분수 포함제의 의미를 충분히 이해하지 못하고 있음을 보이고 계산 결과의 해석과 관련된 오류 유형을 살펴보았다. 기존의 연구에서는 분수 나눗셈과 관련하여 주로 특정한 (분수)÷(분수) 모양의 식을 주고, 그 식을 만족하는 분수 나눗셈 문장제를 만들어 보게 하였다. 이러한 방법을 통해 적지 않은 수의 교사 또는 예비교사들이 그러한 문장제를 잘 만들지 못한다는 것이 드러났고, 그것은 그들이 분수 나눗셈에 대한 깊은 이해가 없기 때문이었다. 본 연구에서는 이와는 다른 방법으로 분수 나눗셈에 대한 깊은 이해가 부족한 우리나라 예비초등교사들이 꽤 있다는 것을 보이고 있다.

본 연구에서 사용한 방법은 포함제 맥락의 분수 나눗셈 문장제인 [문제 III.3]을 제시하고, 그것을 해결하는 과정에서 나머지를 어떻게 처리하는지 살펴보는 것이었다. 이러한 방법은 그들이 포함제 맥락의 분수 나눗셈에서 무엇을 깊이 이해하고 있지 못한지를 구체적으로 드러내 준다. [문제 III.3]을 해결하는 과정에서 오답을 했던 우리나라 예비초등교사들은 '나머지 오해'의 오류를 가장 많이 범했다. 나머지 오해의 오류는 $\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=q\frac{f}{e}=q+\frac{f}{e}$를 $\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=q\cdots\frac{f}{e}$로 보는 오류이다. 그들은 [문제 III.3]을 해결하기 위한 올바른 식을 만들었고, 또 그것을 알고리즘에 따라 올바르게 계산했다. 그러나 그들은 계산 결과를 해석하는 과정에서 자연수를 제외한 진분수 부분 또는 1보다 작은 소수 부분에 의심 없이 m를 붙여 그것을 나머지 즉, 남은 끈의 길이라고 답했다. 즉, 그들은 분수 나눗셈의 계산 결과를 해석하는 과정에서 자연수를 제외한 진분수 부분 또는 1보다 작은 소수 부분의 의미를 정확하게 이해하고 있지 못했다. 이것은 그들이 (분수)÷(분수)의 결과가 대분수로 주어지는 경우, 그 대분수에서 자연수를 제외한 진분수의 의미를 정확히 이해하고 있지 못하다는 것을 보여준다. 한편, 포함제 맥락의 분수 나눗셈을 포함제 맥락의 자연수 나눗셈으로 바꾸어 계산해 버리는 오류를 범하는 경우도 있었다. 분수 나눗셈을 자연수 나눗셈으로 바꾸어 계산할 수 있지만, 그 결과를 자연수 범위에서 해석해서는 안 된다는 것을 인식하지 못하고 있었다.

강문봉(2011)이 말하고 있듯이 다양한 나눗셈 맥락에서, 나머지는 사용되는 대상과 관련된다. 어떠한 대상과 관련되는가에 따라서 계산의 결과를 주의깊게 해석하여야 한다. 본 연구의 결과는 예비초등교사들이 분수 나눗셈 맥락에서 다루어지는 대상에 주의를 깊게 기울이지 않는다는 것을 보여준다. 이는 전평국·박혜경(2003)이 지적한 바와 같이 분수에 대한 경험이 특정한 상황에 국한되어 있기 때문이라고도 해석할 수 있다. 예비초등교사들에게 문장제를 만드는 과정 뿐 아니라 문장제를 주어진 맥락에 맞게 해결하고 그 계산 결과를 주의 깊게 해석하는 경험을 제공할 필요가 있다.

본 연구에서 밝혀진 바와 같이 우리나라 예비초등교사들은 나머지는 1보다 작아야 한다는 오해를 가지고 있는 등, Tirosh(2000)의 용어로 '직관에 기초한 오류'를 상당 수 가지고 있었다. 이는 초등학생들이 가지고 있는 전형적인 오류 유형 중 하나이다(Tirosh, 2000). 특히, 분수 나눗셈 맥락 가운데 가장 직관적이면서 명확한 맥락인 포함제 맥락에서 이러한 종류의 오류가 발견된다는 것에 주목할 필요가 있다. 이는 예비초등교사가 가지고 있을 오류에 대하여 보다 본격적인 연구가 필요함을 시사한다. 나귀수(2010)는 예비교사들의 미흡한 수학적 지식이 쉽게 개선되지 않았음을 보고한 바 있는 바 있으며 본 연구의 결과 분석에서도 알 수 있듯이 연구자가 다양한 힌트를 제공하였음에도 예비교사들은 자신의 오류를 쉽게 수정하지 못하였다. 이는 분수 문장제 만들기, 만들어진 문장제를 맥락에 맞게 풀기, 분수 계산과 관련하여 초등학생들이 범하는 오류, 분수에 대한 수학적 내용 지식 등을 치밀하고 체계적으로 다루는 예비교사 교육프로그램이 필요하다는 것을 시사한다.

참 고 문 헌

강문봉 (2011). 자연수의 나눗셈 지도에 대한 고찰 - 2007 개정 교육과정의 초등수학 교과서와 지도서를 중심으로 -. 수학교육학연구, 21(1), 1-16.

강시중 (1995). 수학교육론. 서울: 교육출판사.

김경미·강완 (2008). 초등학생들이 분수의 나눗셈에서 보이는 반복적 오류 분석. 초등수학교육, 11(1), 1-19.

김민경 (2003). 나눗셈 개념에 대한 초등예비교사의 이해도 분석. 학교수학, 5(2), 223-240.

김상룡 (2004). 예비교사의 초등수학 내용 지식에 관한 연구. 대구교육대학교 논문집, 39, 169-186.

나귀수 (2010). 초등학교 예비교사의 수학적 지식 구성에 대한 연구 - 구성주의적 교수실험을 중심으로 -. 학교수학, 12(2), 151-176.

남승인·박성택·신준식·류성림·조정수·김옥경·백선수·권점례 (2004a). 초등교사교육을 위한 수학 교과교육 프로그램 개발. 교사교육프로그램 개발 [문제 III.1] 2003-9-3. 교육인적자원부.

남승인·신준식·류성림·권성룡·김남균·백선수·권점례 (2004b). 초등교사교육을 위한 수학 프로그램 적용 및 확산 연구. 교사교육프로그램 개발 및 적용 [문제 III.1] 2004. 교육인적자원부.

박교식·송상헌·임재훈(2004). 우리나라 예비초등교사들의 분수 나눗셈의 의미 이해에 대한 연구. 학교수학, 6(3), 235-249.

방정숙 (2002). 수학교사의 교수방법에 영향을 미치는 요소에 관한 소고. 수학교육, 41(3), 257-271.

방정숙·Li, Yeping (2008). 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈에 대한 지식 분석. 수학교육, 47(3), 291-310.

배종수 (1999). 초등수학교육내용지도법. 서울: 경문사.

서관석·전경순 (2000). 예비초등교사들의 분수 연산에 관한 내용적 지식과 교수학적 지식 수준에 대한 연구: 교육연구적 시사점. 수학교육학연구, 10(1), 103-113.

송근영·방정숙 (2008). 소수연산에 관한 예비초등교사의 교수내용지식 분석. 한국초등수학교육학회지, 12(1), 1-25.

이대현·서관석 (2003). 초등수학 예비교사들의 분수에 대한 표상의 분석. 초등수학교육, 7(1), 31-41.

이용률 (2010). 초등학교 수학의 중요한 지도 내용. 서울: 경문사.

이종욱 (2005). 초등교사의 분수 지식 실태 분석. 수학교육, 44(1), 67-85.

이헌수·박형빈·배강수 (2011). 무리 지수를 갖는 수에 대한 예비교사들의 인식과 오류. 수학교육 논문

집, 25(2), 323-339.

임재훈 (2007). 카테시안 곱의 역 맥락에서 분수의 나눗셈. 학교수학, 9(1), 13-28.

전평국・박혜경 (2003). 분수 나눗셈의 개념적 이해를 위한 관련 지식의 연결 관계 분석. 수학교육 논문집, 15(1), 71-76.

최창우 (2006). 초등수학교육의 이해(제2판). 서울: 경문사.

허혜자 · 최정임 (2009). 수학과 디지털교과서 자기주도적 학습에서 나타난 오개념에 대한 연구: 분수의 나눗셈을 중심으로. 학교수학, 11(4), 643-664.

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teacher's understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education,* 21(2), 132-144.

Behr, M. & Post, T. (1992). Teaching rational number and decimal concepts. In T. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8: Research-based methods* (2nd ed.) (pp. 201-248). Boston: Allyn and Bacon.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S. & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education,* 16(1), 3-17.

Flores, A. (2002). Profound understanding of division of fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 237-246). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Gregg, J. & Gregg, D. U. (2007). Measurement and fair-sharing models for dividing fractions. *Mathematics Teaching in the Middle School,* 12(9), 490-496.

Huinker, D. (1998). Letting fractions algorithms emerge through problem solving. In L. J. Morrow & M. J. Kenny (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics* (pp. 170-182). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kim, Y. O. (2007). Middle school mathematics teacher's understanding of division of fractions. 수학교육학연구, 17(2), 147-162.

Ma, L. (2002). 초등학교 수학 이렇게 가르쳐라. 신현용・승영조(공역). 서울: 승산. (영어 원작은 1999년 출판)

Musser, G. L. & Burger, W. F. (1997). *Mathematics for elementary teachers*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

O'Daffer, P., Charles, R., Cooney, T., Dossey, J. & Schielack, J. (1998). *Mathematics for elementary school teachers*. Menlo Park, MA: Addison Weslet Longman, Lnc.

Siebert, D. (2002). Connecting informal thinking and algorithms: The case of division of fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 247-261). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teacher's knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.

Sinicrope, R.; Mick, H. W. & Kolb, J. R. (2002). Interpretations of fraction division. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 153-161). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.

A study on errors committed by Korean prospective elementary teachers in finding and interpreting quotient and remainder within measurement division of fraction

Park, Kyo Sik
Gyeongin National University of Education
Gyesan-ro 62, Gyeyang-gu, Incheon, Korea 407-753
E-mail : pkspark@ginue.ac.kr

Kwon, Seokil
Gyeongin National University of Education
Gyesan-ro 62, Gyeyang-gu, Incheon, Korea 407-753
E-mail : steinein@ginue.ac.kr

We analyzed errors committed by Korean prospective elementary teachers in finding and interpreting quotient and remainder within measurement division of fractions. 65 prospective elementary teachers were participated in this study. They solved a word problem about measurement division of fractions. We analyzed solutions of all participants, and interviewed 5 participants of them. The results reveal many of these prospective teachers could not tell what fractional part of division result means. Thses results suggest that teacher preparation program should emphasize interpreting calculation results within given situations.

* ZDM Classification : F49
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C70
* Key Words : teacher education, fractions, division of fractions, measurement division