

## 비선형 균열에 의한 초음파의 주파수 변조 특성

### Frequency Modulation of Ultrasound by Nonlinear Defects

김노유(한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부)  
 E-mail: nykim@kut.ac.kr

비선형 초음파는 음속이 변형률에 따라 비선형적으로 변화함에 따라 만들어지는데 재료 자체 혹은 결함의 비선형성에 의해 초음파 파형의 왜곡현상으로 나타난다. 이에 따라 초음파는 전파 과정에서 톱니모양(saw-tooth)이나 N자형의 파형으로 천이하게 되고 이 결과로서 변조파(modulation)가 발생한다. 그러나 재료에 기인한 비선형성은 대부분 낮은 차수의 고조파를 발생시키며 상대적으로 그 영향이 결함에 의한 비선형성에 비해 작다. 이에 비해 크랙과 같은 결함은 재료의 비선형성에 비해 비선형성이 크며 파형의 왜곡현상이 상대적으로 심하다. 이러한 특징으로 종래의 초음파 연구에서는 비선형 결함을 수동적인 산란체로서 취급되었던 반면에 지난 10년간의 비선형 초음파 기술(NNDT: nonlinear NDT)에서는 능동적으로 초음파 파형을 변화시키는 산란체로서 연구되어 왔다. 이러한 파형 변화는 독특한 주파수 변조특성을 나타내게 되며 이를 통해 국부적인 미세 결함의 위치나 크기를 검사하는데 중요한 도구로 사용되고 있다. 이러한 비선형 결함으로는 단힘 크랙이나 접합부의 미세 박리, 피로균열, 전이와 같은 불연속 결함이 대표적인데 이들의 검출과 영상화 기술은 주요 첨단소재의 초기 파손의 예단이나 방지를 위한 방법론의 하나로 받아들여 지고 있다. 이러한 비선형 메카니즘에 의해 나타나는 대표적인 변조 현상으로는 저조파(sub-harmonics)와 고조파(super-harmonics)가 발생하는 것인데 본 논문에서는 비선형 결함에 의해 발생하는 주파수 변조의 이론적 특성에 관해 기술한다.

#### 1. 비선형 결함에서의 고조파 발생 (Super-Harmonics)

파손을 방지하고 수명을 예측하는데 필수적인 초기균열의 발견과 검사는 새로운 비파괴 검사 기술에서 매우 중요한 분야이며 사고 방지와 예방을 위한 가장 기초적인 출발점이 되어왔다. 초기 균열은 대개 단힘 균열로 생각되며 단힘 균열은 소위 접촉음향 비선형성(CAN: contact acoustic nonlinearity)으로 불리는 비선형적인 거동을 나타내며 이로 인해 다수의 고조파를 발생시킨다. 이러한 결함은 접촉하고 있는 두 계면의 변형특성이 극도로 비선형적이기 때문에 나타나는데 그 메카니즘은 다음과 같다[1].

##### 1.1. 충격 메카니즘(Clapping Mechanism: Mechanical Diode)

충격 메카니즘(clapping mechanism) 또는 기계적 다이오드(mechanical diode)로 불리는 이 거동 특성은 비선형 균열면이 인장하중과 압축하중에 따라 달리 변형을 하기 때문에 발생한다. Fig. 1과 같이 초기 압축 하중(pre-load)에 의해  $\epsilon^0$ 의

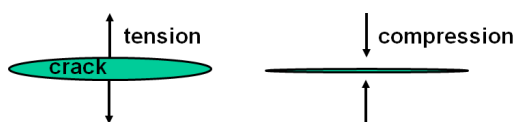


Fig. 1 입사 초음파에 의한 단힘크랙의 비대칭적 변형 특성

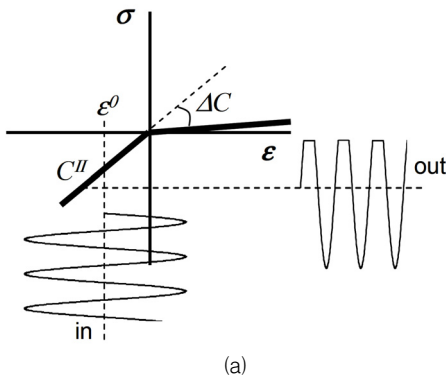
변형률을 가지는 크랙에 압축과 인장을 반복하는 초음파가 입사되는 경우를 고려하자.

이때 인장하중일 경우에는 크랙이 열리면서 하부 면에는 인장력이 거의 전달되지 않지만, 압축하중이 주어질 경우에는 크랙이 닫혀 접촉하면서 하중이 크랙 하부 면에 전달된다. 따라서 크랙은 비대칭적인 강성 특성(stiffness)이 나타나게 되고 이것이 Fig. 2(a)로 나타나 있으며 수학적 표현은 식(1)과 같다[2,3].

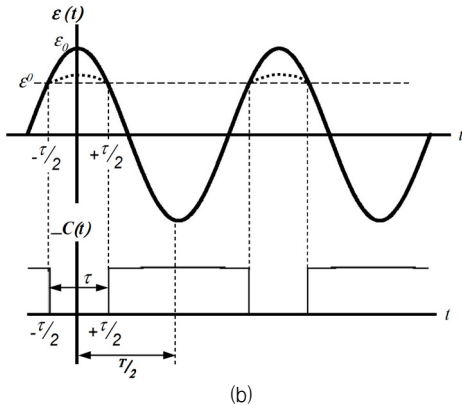
$$\sigma(\epsilon) = C[1 - \frac{\Delta C}{C}H(\epsilon)] \cdot \epsilon \quad (1)$$

여기서  $H(\epsilon)$ 는 heavy-side 계단함수이며  $C$ 는 선형 탄성계수이다.

이와 같은 응력-변형 특성은 마치 전기회로에서의 다이오드(diode)와 같은 것으로서 하중의 방향에 따른 이중계수(bi-modular)를 가진다. 이 때 비선형 결합(크랙)은 선형 초음파에서와는 달리



(a)



(b)

Fig. 2 단힘크랙의 비선형 응력-변형률 특성

입사초음파의 주파수 성분을 변화시키면서 파형을 왜곡하게 된다. 즉, Fig. 2(b)에 나타난 바와 같이 압축 하중에서는 탄성계수가 C이지만 인장 과정에서는  $C - \Delta C$ 의 크기를 가지므로 압축-인장을 주기적으로 반복할 때 강성계수의 변화는 1/2 주기를 가지는 펄스 형태의 변조특성을 가지게 된다. 그리고 잘 알려진 바와 같이 이러한 펄스 파형의 변조특성은 주파수 영역에서 sinc함수의 형태로 나타나며 그 포락선(envelope)은 다음 식과 같고 그 그림은 Fig. 3에 나타나 있다.

$$A_n = \epsilon_0 \Delta \tau \Delta C \{ \text{sinc}((n+1)\Delta\tau) + 2\cos(\pi\Delta\tau)\text{sinc}(n\Delta\tau) + \text{sinc}((n-1)\Delta\tau) \} \quad (2)$$

where,  $\Delta\tau = \frac{\tau}{T}$  and  $\tau = \frac{T}{\pi} \cos^{-1}(\frac{\epsilon^0}{\epsilon_0})$

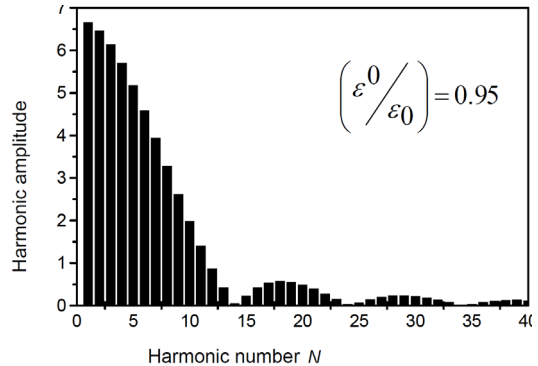


Fig. 3 펄스 형태의 비선형 특성에 의한 주파수 변조

이 곡선(Fig. 3)은 비선형 결합의 변조 특성을 잘 나타내고 있는데 입사 주파수  $\nu$ 에 대해  $n\nu$  고조파 성분이 n이 짝수이든 홀수이든에 관계없이 모든 배수의 주파수에서 나타난다. 이러한 변조특성은  $\epsilon > \epsilon^0$ 인 조건에서는 늘 발생하며 그 변조특성은 입사 초음파의 크기  $\epsilon_0$ 에 의해서도 변화한다. 즉 식(2)로부터 입사 주파수의 크기가 커지면  $\tau$ 는 0에서부터 T/2로 커지며 이것은 sinc함수의 포락선에 영향을 주게 된다. 이러한 특성은 비선형 초음파의 일반적인 특성으로서 선형초음파에서 입사파의 크기가 투과 초음파의 주파수 특성에 변화를 주지 않는 것과 대조적이다.

1.2. 비선형 마찰 메카니즘(Nonlinear Friction Mechanism)

비선형 결합부의 단면을 확대해 보면 Fig. 4와 같이 표면의 굴곡이 매우 불규칙하게 분포되어 있으며 이러한 면들의 미소 돌출부들이 횡파가 입사될 경우의 상대적인 운동을 방해하게 된다. 변형이 작을 경우에 이러한 상대운동은 근접한 돌출부에 의해서 마찰 저항을 받게 되고 미끄러짐이 저지되게 되는데 이러한 운동은 마이크로

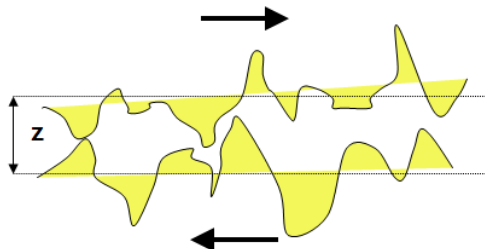


Fig. 4 접촉 계면에서의 마찰 운동

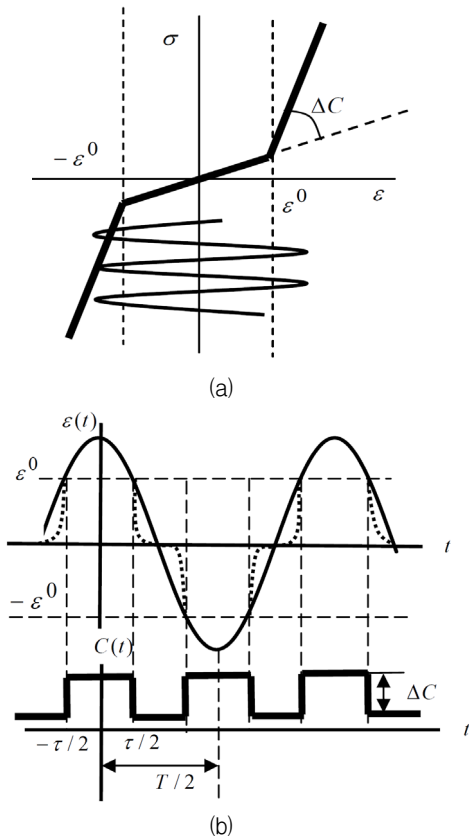


Fig. 5 마찰에 의한 비선형 계면에서의 응력-변형률 특성

슬립 모드라고 정의된다(micro-slip mode). 이 경우의 응력-변형률 곡선을 그려보면 Fig. 5(a)에서와 같이 초기에는 미끄러짐이 발생하다가 일정 변형 후에는 돌출부에 의해 접선 방향으로의 운동이 어렵게 되는 특징을 가지게 된다. 이러한 모드의 운동은 전단력 방향에는 무관하며 한 주기의 변형주기에 대해 두 번의 강성변화를 가지는 것이 특징이다. 그러므로 이 모드의 운동은 대칭적인 비선형성을 가지게 되고 홀수 배수의 고조파만을 발생시킨다. 이러한 비선형 결합은 앞절의 충격 메카니즘과 마찬가지로 펄스형태의 강성변화를 가지기 때문에 다음과 같은 sinc함수의 주파수 변조특성을 나타내며 그 특성을 Fig. 6과 식(3)에서 주파수 스펙트럼으로 보여주고 있다.

$$A_{2n+1} = 2\epsilon_0 \Delta\tau \Delta C [\text{sinc}(2(n+1)\Delta\tau) + \text{sinc}(2n\Delta\tau)] \quad (3)$$

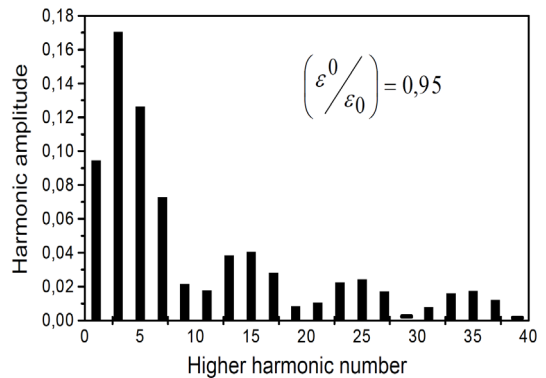


Fig. 6 마찰 비선형성에 의한 주파수 변조 특성

이 형태의 비선형성에서는 횡방향 성분의 표면력이 정지 마찰력보다 크게 되면 마이크로 슬립 운동이 미끄럼 운동으로 변하게 되며 이러한 결합에 횡파 초음파가 입사될 경우 마이크로 슬립과 미끄럼 운동이 반복적으로 일어난다. 이 과정은 비가역적인 과정이어서 한 주기 동안의 응력-변형률 곡선을 그려보면 강한 히스테리시스 특성이 나타난다. 마이크로 슬립과정 동안의 계면 강성계수는 정지마찰 계수에 의해 결정되고 미끄럼 운동(sliding)에서는 동마찰계수(dynamic friction coefficient)에 의해 결정된다.

2. 비선형 결합에서의 저조파 발생 (Sub-Harmonics)

기본 주파수의 정수배에 해당하는 고조파의 발생 외에도 접촉 계면에서의 비선형특성은 전혀 다른 메카니즘에 의해 광범위한 주파수 변조 현상을 유발시키는데 그것은 바로 저조파의 발생이다. 이 현상은 앞서의 고조파 발생과는 다른 기저로 만들어지는데 계면의 동적 불안전성에 기인하는 공진현상으로서 외부의 응답에 큰 변화를 발생시킬 수 있다. 이러한 특성 때문에 저조파(sub-harmonics)는 고조파에 비해 매우 높은 신호대 잡음비(SNR)를 가지며, 고조파를 발생시키기 위해서 매우 큰 에너지의 초음파를 발생시켜야 하는데 반해 저조파는 그렇지 않다. 이러한 비선형 결합의 불안전성과 공진 특성은 주로 비선형 발진기(nonlinear oscillator) 모델을 이용하여 설명된다. 일반적인 비선형 발진기 모델은 Duffing mode, Van Der Pol model 등 매우 다양하지만 비선형 비파괴검사(NNDT)에서 사용되는 간단한 모델 중 Solodov가 제시하는 모델을 이용하여 메카니즘을 기술한다[3]. 다음 그림 Fig. 7과 같은 등가 스프링-질량으로 구성된 운동계에 조화외력이 가해지고 비선형 접촉력(nonlinear interaction force)  $F_N$ 이 작용하고 있다고 할 때 그 운동방정식은 다음 식(4)와 같다. 이 식에서 접촉 비선형 특성을 나타내는  $F_N$ 는 변위의 함수이며  $\omega_0$ 는 계면 강성과 결합부 등가 질량에 의한 고유진동수,  $f(t)$ 는 외력으로서 조화진동(주파수  $\nu$ )을 나타낸다.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = f(t) + F_N(x) \tag{4}$$

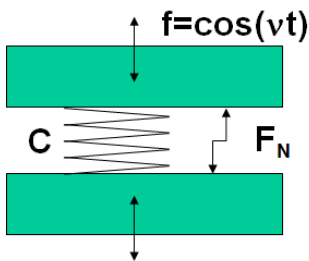


Fig. 7 비선형 발진기 모델(Nonlinear oscillator)

이 모델에 대해 비선형 가진력이 작다고 가정하여 진동응답을 섭동해(perturbation solution)로 전개하면,  $x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + \dots$ 로 표시할 수 있고 이로부터 비선형 항을 제외한 상태에서 1차 섭동해  $x_1(t)$ 를 구하면  $x_1(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \cos(\nu t)$ 의 형태가 된다. 이를 다시 식(4)에 대입하여 정리하면 2차 섭동해  $x_2(t)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다[4].

$$\ddot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 = F_N(x_1) \tag{5}$$

이 식(5)에서 비선형 접촉력은  $F_N(x_1) \sim \cos(\nu - \omega_0)t$ 로 근사될 수 있으므로 식 (5)의 응답인 2차 섭동해  $x_2(t)$ 는 가진 주파수인  $(\nu - \omega_0)$ 에 동기되어 나타난다. 이 가진 주파수가 만약 고유진동수가 같아진다면 공진이 발생하는데 즉,  $(\nu - \omega_0) = \omega_0$ 이면 공진이 발생하는데, 그 공진 주파수는  $\omega_0 = \frac{\nu}{2}$ 임을 알 수 있다. 다시 말해 가진 주파수의 1/2에 해당하는 주파수에서 공진이 발생하는 것을 나타내며 이것은 가진 주파수  $\nu$ 의 초음파가 비선형 결합에 의해 변조되어 만들어진 저조파 성분이라 할 수 있다. 더 나아가 접촉 비선형력  $F_N(x)$ 의 고차 성분인  $m\omega_0$ 항을 고려하면 가진 주파수가  $n\nu$ 인 외부 진동에 대해 발생하는 공진 저조파 성분은  $(n\nu - m\omega_0) = \omega_0$ 로부터  $\omega_0 = \frac{n\nu}{m+1}$ 가 된다. 다시 말해 n=1일

경우의 고차의 저조파 성분은  $\omega_0 = \frac{n\nu}{2}$ 이 되며 고차의 n값에 대한 저조파 성분도 이에 따라  $\omega_0 = \frac{n\nu}{3}, \frac{n\nu}{4}, \dots$ 로 나타날 수 있음을 뜻한다[5].

그런데 실제의 비선형 결합의 특성은 복잡해서 크랙 중앙부분과 크랙 선단부근의 동특성이 많이 다른데 이들을 해석하기 위해 서로 다른 공진특성을 가지는 두 개의 발진기가 결합된 모델을 사용한다. 이 때 각 발진기의 고유진동수를  $\omega_\alpha, \omega_\beta$ 라고 할 때 공진은 다음 두 가지 경우에 각각 모두 발생할 수 있다. 즉,

$$(\nu - \omega_\alpha) = \omega_\beta \quad \text{및} \quad (\nu - \omega_\beta) = \omega_\alpha \tag{6}$$

따라서 저조파 성분의 각각에 좌우로  $\omega_\alpha, \omega_\beta$  이 쌍으로 나타나는 것을 알 수 있다. 이렇게 비선형 결합의 발전 특성이 두 개의 주파수로 나누어지면 이에 따라 각각의 고차의 비선형 항들이 서로 교차하면서 다수의 저조파 성분들을 만들어 낸다. 즉, 기본적인 공진주파수  $\omega_\alpha, \omega_\beta, \nu$  사이에 많은 주파수 성분들을 발생시키게 된다. 이것은  $N$ 차 항의 비선형 접촉력을 고려할 때 다음 식(7) 처럼 나타낼 수 있는데 기본적인  $n\nu$  성분 이외에도  $(n\nu + m\omega_\alpha + p\omega_\beta)$ 와  $(n\nu + p\omega_\alpha + m\omega_\beta)$ 가 쌍으로 발생하는 것을 의미한다. 이 두 쌍은  $(n\nu + \frac{(m+p)\nu}{2})$ 를 중심으로 간격은  $(m-p)\Delta$ 만큼 떨어져 있게 된다 ( $\Delta = (\omega_\beta - \omega_\alpha)$ ).

$$F_N \sim \sum_{m,n,p} F_N(n\nu + m\omega_\alpha + p\omega_\beta), \quad (7)$$

$$m + n + p = N - 1$$

이것을 정리하면 홀수 차의 저조파 성분 주위에서는, 즉 저조파 성분이  $\frac{2a+1}{2}\nu$ 일 경우에는 ( $a$ 는 정수), 두 개의 저조파 쌍이 저조파 성분 좌우에  $\pm \frac{\Delta}{2} = \pm \frac{(\omega_\beta - \omega_\alpha)}{2}$ 만큼 떨어져 존재하게 되는데 그 이유는 이것은  $m + p = 2a + 1$ 로서 홀수이고  $m - p = 2(a - p) + 1$ 도 홀수이기 때문이다. 또한 짝수 차의 저조파 성분 주위에는, 즉 저조파 성분이  $b\nu$ 일 경우에는 ( $b$ 는 정수), 두 개의 저조파 쌍이 저조파 성분 좌우에

$\pm \Delta = \pm (\omega_\beta - \omega_\alpha)$ 만큼 떨어져 존재하게 된다 ( $m + p = 2b$  &  $m - p = 2(b - p)$ ). 이러한 주파수 변조 특성을  $N=8$ 에 대하여 Fig. 8에서 보여 주고 있다.

이러한 주파수 성분들은 비선형 계면의 불안정성에 기인하는 것으로서 특정 수준이상의 입력이 가해질 때에 한하여 발생한다. 그리고 이 성분들은 입력 신호의 크기와 주파수 불안정성, 히스테리시스에 의해서도 영향을 받게 되며 이러한 공진 불안정성은 급격한 응답 크기의 증가로 나타난다. 또한 이런 현상은 비가역적이어서 천이과정에 따라 달라지는데 이러한 특징은 비선형 공진을 수반하는 비선형계의 일반적인 성질이다.

### 참고문헌

- [1] Nohyu Kim and S. Yang, "Effect of hysteresis on interface waves in contact surfaces," *Journal of the Korea Society for Nondestructive Testing*, Vol. 30, No. 6, pp. 578-586 (2010)
- [2] I. Solodov, N. Krohn and G. Busse, "Nonlinear ultrasonic NDT for early defect recognition and imaging," Proceedings of 10th European Conference on Non-Destructive Testing, Moscow 2010, June 7-11 (2010)
- [3] I. Solodov, D. Doring and G. Busse, "New opportunities for NDT using non-linear interaction of elastic waves with defects," The 10th International Conference of the Slovenian Society for Non-Destructive Testing, September 1-3, 2009, Ljubljana, Slovenia, 1-16 (2009)
- [4] I. Solodov, J. Wackerl, K. Pfeleiderer and G. Busse, "A local defect resonance to enhance acoustic wave-defect interaction in ultrasonic nondestructive evaluation," *Appl. Phys. Lett.*, V. 84, Issue 26, pp. 5386-5388 (2004)
- [5] K. Yamanaka, Y. Ohara, S. Yamamoto and T. Mihara, "Ultrasonic evaluation of closed cracks using subharmonic / superharmonic phased array and a laser interferometer," 4th Pan American Conference for NDT, Oct. 22-26, Buenos Aires, Argentina (2007)

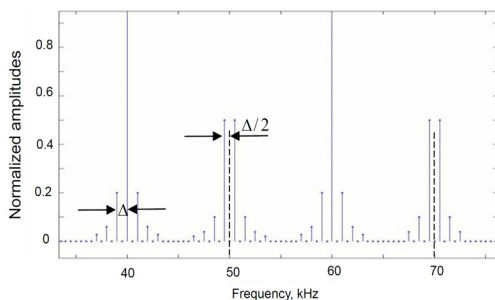


Fig. 8 비선형 결합에서의 고차수의 저조파 발생 특성 ( $\nu = 20\text{kHz}$ ;  $\omega_\alpha = 9\text{kHz}$ ;  $\omega_\beta = 11\text{kHz}$ ;  $N = 8$ )