

응답면 기법을 이용한 잔교식 안벽의 신뢰성 해석 Reliability Analysis of Pile Type Quaywall Using Response Surface Method

이상근* · 김동현**

Sang Geun Lee* and Dong Hyawn Kim**

요 지 : 응답면 기법을 사용하여 잔교식 안벽의 신뢰성 해석을 수행하였다. 잔교식 안벽은 중력식 안벽과 달리 상부가 강관파일에 의해 지지되는 유연구조물로 한계상태함수가 음함수로 존재한다. 따라서, 한계상태함수를 양함수로 근사하기 위해 응답면 기법을 사용하였다. 응답면 기법을 이용한 Level II 신뢰성 해석 방법을 통해 지진하중에 의한 잔교식 안벽의 신뢰도지수를 계산하고, 중요도 추출법을 통해 검증하였다. 수치해석으로는 직항식, 사항식을 각각 해석하였다.

핵심용어 : 잔교, 안벽, 신뢰성 해석, 응답면 기법, 항만 구조물

Abstract : Reliability analysis of pile type quaywalls were done by using response surface method. Pier structures have implicit form of limit state function since they are flexible in motion, which is different from gravity type quaywalls. To solve a reliability analysis problem with implicit limit state function, response surface method was applied. Reliability indices of structure under seismic load were found for pier structures Then, they were compared with those found by simulation method. In numerical analysis, both the inclined type and vertical type were analyzed.

Keywords : Pier, Quaywall, Reliability analysis, Response surface method, Coastal structure

1. 서 론

항만구조물에 작용하는 하중은 지진, 태풍, 해일 등 확률 변동성이 매우 큰 요소들로 이러한 설계변수의 확률적 특성을 설계에 직접 반영하는 신뢰성 설계의 필요성이 세계적으로 대두되고 있으며 국내에서도 활발한 연구가 진행되고 있다. 항만구조물의 신뢰성해석 관련 기존 연구로는 피복식 신뢰성 해석(서 등, 2003; 이, 2003, 2004; Kim et al., 2005; 김 등, 2009), 안벽구조물 신뢰성 해석(김 등, 2007; 윤 등, 2008; 김 등, 2009) 등이 있으며 주로 중력식 구조물에 대한 신뢰성 해석연구가 진행되었다. 이러한 이유는 항만구조물의 대부분이 중력식 구조물인 이유도 있으나 신뢰함수를 양함수(explicit function)로 표현할 수 있어 신뢰성해석이 용이하기 때문이다. 반면 잔교식 안벽은 중력식 구조물에 비해 유연한 안벽구조물로 신뢰함수에 포함되는 구조물의 응력 및 변위 등과 같은 성능변수가 유한요소 해석 등을 통해 얻을 수 있는 종속변수이기 때문에 신뢰함수가 음함수로 정의되며 이로 인해 신뢰성 해석을 수행하는데 제한이 따른다.

본 연구에서는 신뢰함수가 음함수로 존재하여 신뢰성해석이

다소 제한적인 잔교식 안벽에 대해 유한요소해석 결과를 이용한 응답면 기법을 적용하여 신뢰함수를 양함수로 근사화하는 방법으로 신뢰성 해석을 수행하였다. 직항식과 사항식 두 종류에 대해 각각 신뢰성해석(Level II)을 통해 파괴확률을 산정하고 모사법(Level III)으로 검증하였다.

2. 이론적 배경

2.1 신뢰성 해석(Level II)

Level II 신뢰성 해석은 근사 파괴면을 이용한 방법으로 모든 확률변수가 서로 독립인 정규분포를 갖는다는 가정 하에 한계상태함수를 정의하고 신뢰도지수를 계산하여 파괴확률을 산정하는 방법으로 본 연구에서는 일계신뢰도법(First Order Reliability Method, FORM)을 사용하였다(Hasofer et al., 1974).

FORM 방법은 기본적으로 설계점(Design Point, Most Probable Failure Point)을 찾는 과정으로 다음과 같은 최적화 과정으로 볼 수 있다. Fig. 1 에서와 같이 설계점은 좌표평면에서 원점에서부터 파괴경계면까지의 최단거리(β)이므로 신뢰도지수는 다음과 같이 정의된다.

*군산대학교 해양산업공학과 해양건설공학전공 박사과정(Dept of Coastal Construction Engineering, Kunsan National University, Miryongdong, Kunsan 573-701, Korea, sg5579@naver.com)

**군산대학교 해양건설공학과 교수(Corresponding author : Dong Hyawn Kim, Dept of Coastal Construction Engineering, Kunsan National University, Miryongdong, Kunsan 573-701, Korea, welcomed@naver.com)

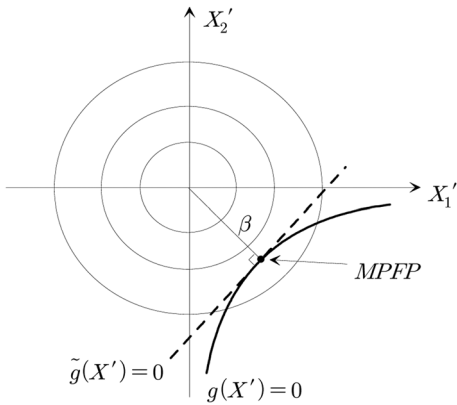


Fig. 1. Hasofer-Lind reliability index.

$$\beta = \frac{-\sum_{i=1}^n x_i^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^2}} \quad (1)$$

각 확률변수에 대하여 다시 표현하면 다음과 같다.

$$X_i^* = \mu_{X_i} - a_i \sigma_{X_i} \beta \quad (2)$$

여기서, a_i *는 축상에서의 방향여현(direction cosine)으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^2}} \quad (3)$$

2.2 중요도 추출법(Importance Sampling)

Level II방법은 한계상태함수를 근사화하여 파괴확률을 구하기 때문에 한계상태함수가 고차의 비선형 함수로 표현될수록 한계상태함수의 선형 근사화 과정에서 오차가 커진다. 반면 Level III 방법은 한계상태함수를 근사화 하지 않고 확률변수를 무작위로 추출하여 파괴확률을 구하는 방법으로 몬테카를로 모사법(crude Monte Carlo Simulation)이 대표적이다. 몬테카를로 추출법에서 추정된 파괴확률이 적절한 신뢰도를 갖기 위해서는 예상되는 파괴확률의 역수의 10~100배 이상의 값을 전체 추출횟수 N의 값으로 취하는 것이 일반적이기 때문에 파괴확률이 아주 작을 경우 정확한 파괴확률의 추정을 위해 필연적으로 추출횟수를 증가시켜 해석시간이 길어지는 문제점이 있다. 따라서, 효율성을 높인 모사법인 중요도 추출법(Importance Sampling)을 사용하였다.

중요도 추출법을 통한 파괴확률의 추정은 다음과 같이 새로운 확률밀도함수를 도입하여 설계 후보점 추출의 중심점을 평균이 아닌 한계상태식에 의해 정의되는 안전과 파괴의 경계면으로 옮겨 추출하는 방법으로 여기에서는 파괴확률을 다음과 같이 표현할 수 있다.

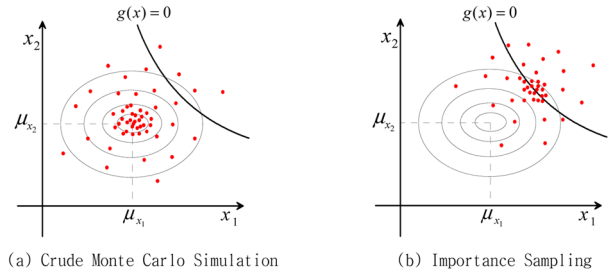


Fig. 2. Sectional Random sampling schemes of simulation methods.

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx = \int_{g(x) \leq 0} W(x) P_X(x) dx \quad (4)$$

여기서 $f_X(x)$ 는 본래의 확률밀도함수이며 $P_X(x)$ 는 파괴점을 평균으로 갖는 확률밀도함수이다. 또한, $W(x)$ 는 가중치 함수로 다음과 같다.

$$W(x^i) = \begin{cases} \frac{f_X(x)}{P_X(x)}, & (if \quad g(x) \leq 0) \\ 0, & (if \quad g(x) > 0) \end{cases} \quad (5)$$

식(4)에서 $P_X(x)$ 를 구하기 위한 파괴점은 최종 신뢰도지수를 구하기 전까지는 알 수 없는 값이므로 Level II 해석을 통해 사전에 구하여 사용한다. 이 방법은 몬테카를로 모사법에 비해 다수의 파괴점들이 모사과정에서 나타나므로 비교적 적은 추출횟수로 파괴확률의 수렴성을 향상시킬 수 있다.

2.3 응답면 기법(Response surface method)

응답면 기법은 음함수로 정의되는 한계상태함수를 다항식 형태의 양함수로 변환하여 신뢰성해석을 수행하는 방법이다. 이 때 변환된 한계상태함수에서 필요한 다항식의 계수들은 구조 해석 결과(응력 또는 변위)를 회귀분석 하여 추정한다. 해석 횟수를 최소화하여 구조해석점을 결정하기 위한 방법으로 S-D(Saturated Design)방법을 사용하였다(Box and Wilson, 1951). S-D방법에서 구조 해석점을 확률변수 공간상에 도시하면 다음과 같다.

지진하중에 의한 잔교식 안벽의 신뢰함수 식(6)에서 최대 응력(S_{max})은 지진하중과 지반스프링계수의 함수로 표현되며 응답면 기법을 통해 식(7)과 같이 2차방정식 형태의 응답면으로 표현할 수 있다.

$$g(S_y, f_{max}) = S_y - S_{max}(K_h, a_k) \quad (6)$$

$$S_{max} = C_0 + C_1 K_h + C_2 a_k + C_3 K_h^2 + C_4 a_k^2 + C_5 K_h a_k \quad (7)$$

구조해석을 수행할 구조해석점은 다음 식과 같이 결정한다. $X_{d_i} = X^* + k_i \sigma_h$ (8)

여기서 k 는 구조해석점을 결정하는 scattering index matrix

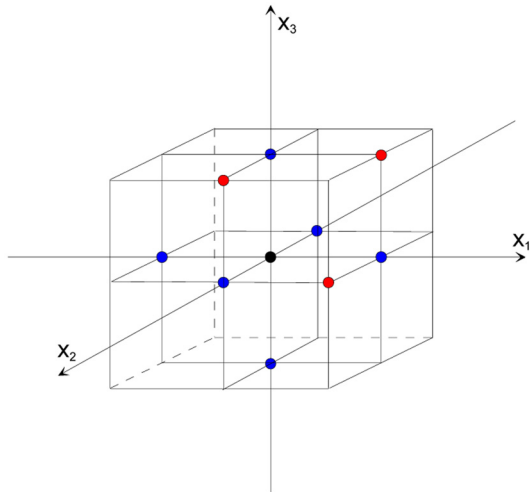


Fig. 3. design point in variables space

이며, h 는 확장폭이다. 확장폭은 표준편차에 곱해지는 값으로 중심점(파괴점)으로부터 얼마만큼 떨어진 설계점에서 구조해석을 수행 할 것인지 결정하는 값이다.

3. 수치해석

3.1 구조물 및 물성치

잔교식안벽은 상부가 지반에 고정된 강관파일에 의해 지지되는 안벽구조물로 본 연구에서는 Fig. 4와 같이 직향식 돌계 잔교와 사향식 횡잔교를 대상으로 신뢰성 해석을 선정하였다.

안벽 구조물의 단면정보는 Table 1과 같고 물성치는 Table 2와 같다.

지반 경계조건은 스프링으로 가정하였으며 심도에 따른 지반종류 및 적용 스프링계수는 Table 3과 같다.

Table 1. Dimensions of the pier

dimension			
vertical type	pile	Ø812.8 × 14t	corrosion thickness 2 mm
	slab	800 mm thick	
inclined type	pile	Ø700 × 12t	corrosion thickness 2 mm
	pile	Ø900 × 14t	
	beam	1.4B × 1.8H	
	slab	1000 mm thk	
	slab	1800 mm thk	

Table 2. Material properties

	pile	slab
elastic modulus(Pa)	205.94e9	28.62e9
poisson's ratio	0.3	0.18
density(kg/m ³)	7849.7	2450.4

3.2 지진확률 및 지진계수

구조물이 설치되어 있는 지역의 지진이 발생할 확률은 항만 및 어항설계기준(2005)에 의한 재현주기별 지진재해도를 통해 얻을 수 있다. 설계기준의 지진계수는 암반노두의 값이므로 지진구역의 구분표에 따라 중폭계수를 이용하여 Table 4와 같이 지표에서의 최대지진가속도를 얻을 수 있다.

지진계수의 확률분포는 식 (9)와 같은 Type III 극치분포를 사용하였으며 Fig. 5와 같이 회귀분석을 통하여 확률분포의 모수를 구할 수 있었다. ($b = 7.554 \times 10^{-4}$, $k = 0.374$).

$$F_X(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^k\right] \quad (9)$$

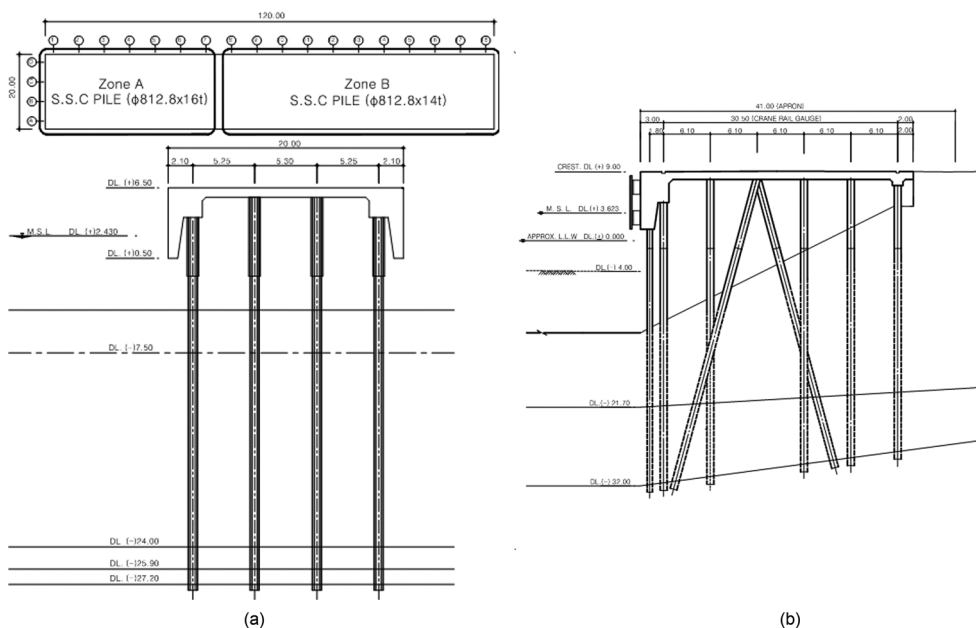


Fig. 4. Sectional drawing of steel pile type pier.

Table 3. Material properties of soil layers

depth(m)	soil type	coeff. soil spring(tf/m)
0~13	Marine clay	100
13~22	"	800
22~30	Silty sand	3900
30~31	Gravel	5700
31	Soft rock	57700(Vertical)

(a) vertical type

depth(m)	soil type	coeff. soil spring(tf/m)
0~9.7	Marine clay	800
9.7~20	Residual soil	2700
20	Soft rock	57700(Vertical)

(b) inclined type

Table 4. Peak ground accelerations

return period(years)	peak ground acceleration(g)	
	Outcrop	Surface
50	0.025	0.0295
100	0.040	0.0472
200	0.055	0.0649
500	0.075	0.0885
1000	0.110	0.1298
2400	0.170	0.2006
4800	0.190	0.2242

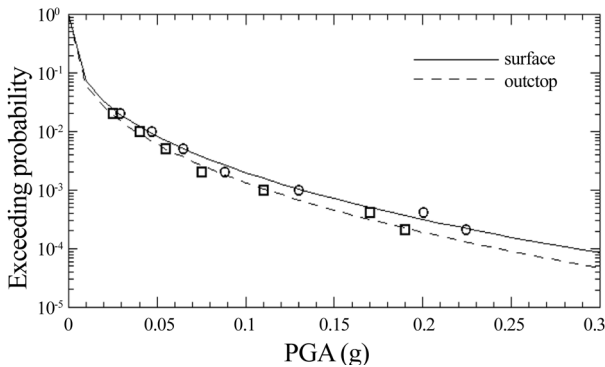


Fig. 5. Exceeding probability of seismic coefficients.

재현주기 T 년에 해당하는 지진계수 K_h^T 는 식(10)과 같이 쓸 수 있다.

$$K_h^T = F_{K_h}^{-1}(1 - 1/T) \tag{10}$$

여기서 $F_{K_h}^{-1}$ 는 극치분포 Type III(Weibull)의 누적분포함수의 역함수이다. 계수 b, k 는 식(11)과 같이 재현주기 T 와 이에 해당하는 지진계수 K_h^T 와의 관계로부터 회귀분석을 통하여 구할 수 있다.

Table 5. Characteristics of random variables

random variables	ratio of mean value	mean	Cov	distribution
S_y	1	376.74 MPa	0.08	normal
a_k	1	1	0.755	lognormal
K_y	1	$(b = 7.554 \times 10^{-4}, k = 0.374)$		Type III

$$K_h^T = b(\ln T)^{1/k} \tag{11}$$

3.3 확률변수

신뢰성해석에 사용된 확률변수는 Table 5와 같고, 지반 반력계수 및 항복응력의 변동계수는 Nagao(2001)의 연구를 참고하였다. 여기서 각 지층에 적용된 스프링계수를 각각의 독립적인 확률변수로 가정하게 되면 해석횟수의 증가로 효율성 측면에서 불리하므로, 각 지층별 스프링계수의 변동계수는 동일하다고 가정하여 스프링계수에 동일한 로그정규분포 확률변수 a_k 를 곱하여 스프링계수 전체에 대한 확률 변동성을 고려할 수 있도록 간략화 하였다.

FORM(일계신뢰도법)은 표준정규분포 확률변수의 공간상에서 한계상태함수를 근사화 하여 기하학적으로 정의되는 신뢰도 지수 β 를 계산하고 파괴확률을 산정하므로, 한계상태식을 정의하는 모든 확률변수가 정규분포 확률변수일 경우에만 적용이 가능하다. 여기서 지진가속도는 극치분포 Type III(Weibull)이기 때문에 Rackwitz-Fiessler변환법에 의해 등가의 정규분포 확률변수의 평균과 표준편차를 정의할 수 있다.

3.4 유한요소해석 모델 및 경계조건

범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS(R12)를 사용하여 Slab 및 강관 파일을 각각 Shell과 Beam요소를 사용하여 Fig. 6과 같이 모델링 하였으며 사용된 요소와 노드의 개수는 Table 6과 같다.

지반에 대한 경계조건은 강관 파일에 대해 수직 및 수평 방향에 대해 Spring 요소를 사용하여 각 심도별 지반 물성에 따른 스프링계수를 적용하였다.

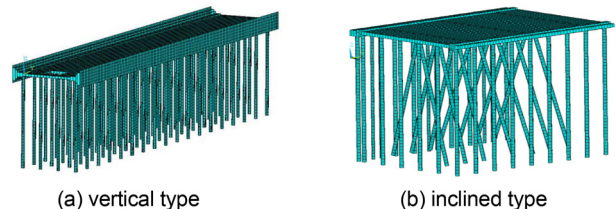


Fig. 6. FEM model.

Table 6. Total number of element and node

	element	node
vertical type	12678	12854
inclined type	9843	9827

3.5 Level II 신뢰성 해석(FORM)

응답면 기법을 통해 정의된 한계상태함수를 사용하여 Level II 신뢰성 해석 방법인 FORM을 수행하였으며, 신뢰성 해석의 순서는 Fig. 7과 같고 점선으로 표시한 부분이 신뢰성 해석 내부에 응답면 기법을 적용한 부분이다.

응답면을 추정하기 위해 수행한 구조해석 결과는 Fig. 8과 같다. 이와 같이 얻은 구조해석 결과(응력)를 이용하면 식 (12)와 같이 정의된 한계상태함수의 계수 $C_i(i=0\sim5)$ 를 회귀 분석으로부터 구할 수 있다.

$$g(K_h, a_k) = S_{max} - (C_0 + C_1 K_h + C_2 a_k + C_3 K_h^2 + C_4 a_k^2 + C_5 K_h a_k) \quad (12)$$

신뢰성 해석시 최초 파괴점을 평균으로 가정한 상태에서 추정된 응답면을 통한 응답을 점으로 표시하고, 실제 구조해석을 통해 얻은 응답을 그리드 형태의 면으로 확률변수 공간상에 표현하면 Fig. 9와 같이 표현 할 수 있다. 이 때 응답면을 구하기 위한 지반반력계수의 확장폭(h)은 대수정규분포의 변동

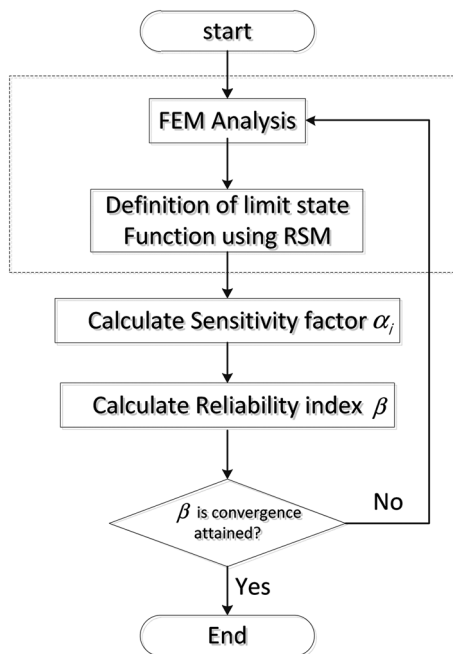


Fig. 7. Flowchart of reliability analysis.

계수가 크기 때문에 설계점이 음수가 나오지 않게 하기 위하여 0.2를 사용하였다.

실제 구조해석을 통한 응답과 추정된 응답면을 통해 구한 응답의 평균 상대 오차는 0.23%로 매우 작기 때문에 응답면 기법을 통해 추정된 응답면이 실제 응답을 잘 표현할 수 있다고 판단된다.

Level II신뢰성 해석결과 신뢰도지수 β 는 Fig. 10과 같이 직항식과 사항식 각 각 3.4846, 3.8937로 수렴하였다. 추정된 응답면을 도시한 Fig. 9에서 확인할 수 있듯이 추정된 응답면의 비선형성이 크지 않기 때문에 신뢰도 지수는 빠르게 수렴하였으며, 반복 횟수별 세부내용은 Table 7과 같다.

3.6 중요도 추출법을 통한 검증

응답면 기법을 사용한 신뢰성 해석결과를 검증하기 위해 중요도추출법(Importance Sampling, IS)을 수행하였다(김 등, 2009). 구조해석 환경은 OS : Windows XP 32bit, CPU : 듀얼 코어 3.0 GHz, RAM : 2 G에서 이루어 졌으며 구조해석 1회시 소요되는 시간은 직항식과 사항식 각 각 14.4초, 6.5초 이며, 해석결과 다음과 같이 수렴하였다.

중요도 추출법과 FORM방법의 각각 계산된 파괴확률을 비교한 결과 Table 8과 같이 두 방법 사이의 오차가 매우 적은 것으로 확인되어 응답면 기법을 사용한 신뢰성 해석 결과를 신뢰할 수 있다고 본다.

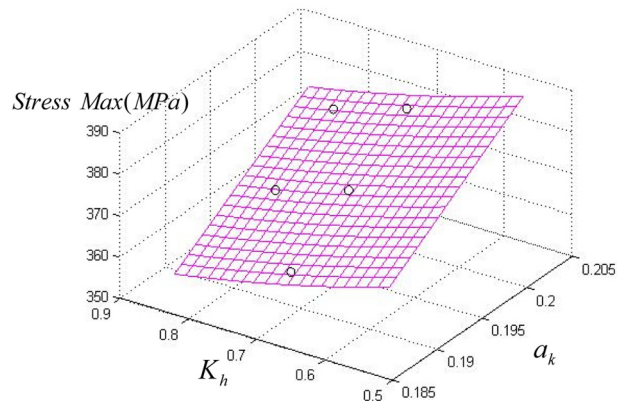


Fig. 9. Estimated Response surface.

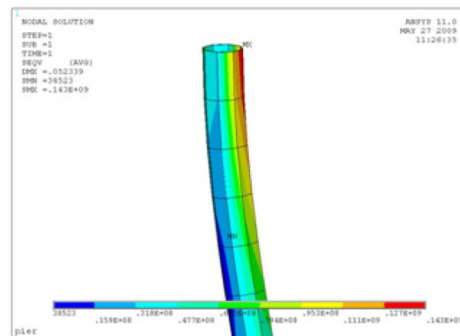
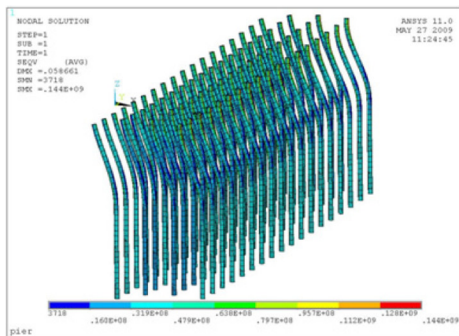


Fig. 8. FEM analysis.

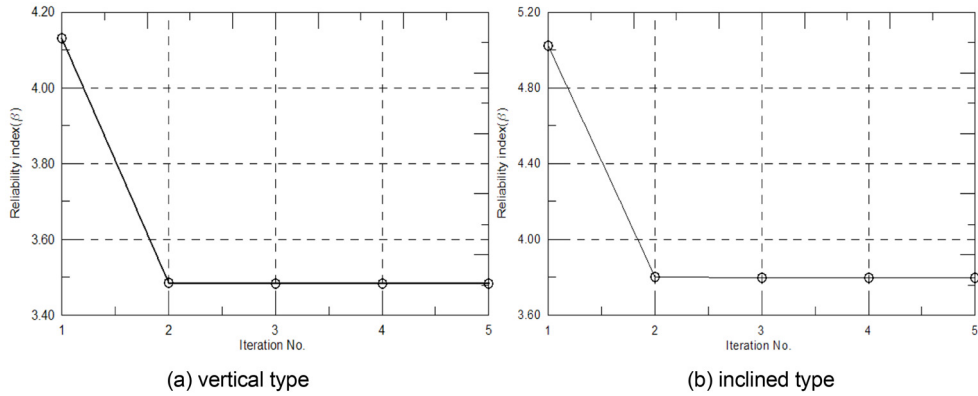


Fig. 10. Convergence of reliability index.

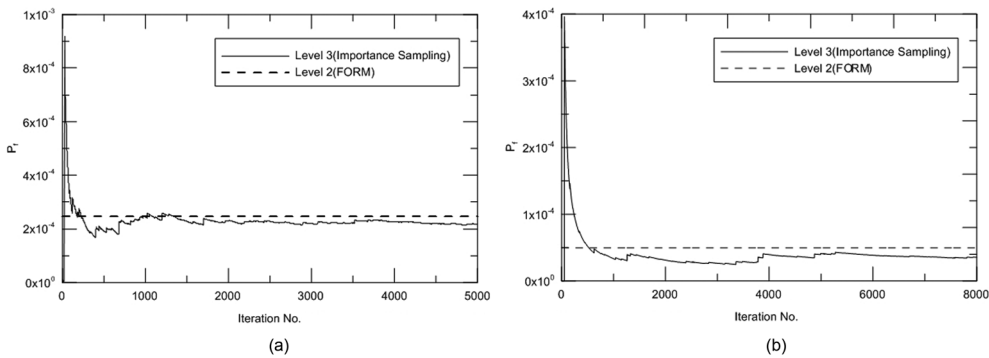


Fig. 11. Convergence of importance sampling method.

Table 7. sensitivity factor & reliability index by FORM

Iteration No	1	2	3	4	
vertical type	α_{S_y}	0.2242	0.0851	0.0811	0.0810
	α_{K_h}	-0.9741	-0.9955	-0.9958	-0.9958
	α_{a_k}	0.0290	0.0427	0.0428	0.0428
	S_y^*	348.811	367.801	368.224	368.234
	K_h^*	0.2003	0.2130	0.2133	0.2133
	a_k^*	0.9249	0.9619	0.9624	0.9624
	β	4.1324	3.4859	3.4846	3.4846
inclined type	α_{S_y}	0.2067	0.0874	0.0838	0.0837
	α_{K_h}	-0.9783	-0.9961	-0.9964	-0.9964
	α_{a_k}	-0.0051	0.0134	0.0078	-0.0069
	S_y^*	348.893	366.481	366.901	366.913
	K_h^*	0.3253	0.3426	0.3431	0.3432
	a_k^*	0.6698	0.7637	0.7817	0.7838
	β	4.4683	3.8947	3.8937	3.8937

Table 8. Relative error of reliability analysis

	Level I	Level II	
vertical type	reliability index	3.4846	3.5169
	probability of failure	2.46e-4	2.18e-4
inclined type	reliability index	3.8937	3.9730
	probability of failure	4.935e-5	3.547e-5

4. 결 과

지진하중에 의한 잔교식 안벽의 신뢰성 해석 Level II 방법(FORM)을 사용하여 파괴 확률을 산정하였다. 음함수로 존재하는 잔교식 안벽의 한계상태함수를 양함수로 근사하기 위한 방법으로 응답면 기법을 사용하였다. Level III 신뢰성 해석 방법인 중요도 추출법을 사용하여 응답면기법을 검증하였고 파괴확률 오차가 매우 적은 것으로 확인되었다. 수치해석결과 신뢰도지수는 직항식과 사항식 각각 3.4846, 3.8937로 수렴하였으며, 이를 파괴확률로 환산하면 0.024%, 0.0049%이다. 본 연구에서는 비록 모든 설계변수를 확률변수로 적용하지 못한 제한사항이 있기는 하나 응답면 기법을 통한 잔교식 안벽의 신뢰성 해석을 성공적으로 수행하였고 향후 유연구조물의 신뢰성해석 연구에 활용할 수 있을 것으로 기대한다.

감사의 글

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구이다(과제번호: R01-2008-000-20442-0).

참고문헌

- 김동현, 조홍연, 김두기, 조병일 (2007). 잔교식 안벽구조물의 확률론적 지진위험도해석, 한국해양학회·해양공학회지, 19(3), 237-243.
- 윤길림, 김동현, 김홍연 (2008). 안벽구조물의 신뢰성 해석, 한국해양·해양공학회지, 20(5), 498-509.
- 김동현, 윤길림 (2009). 부분안전계수를 이용한 케이슨식 안벽의 신뢰성 설계법, 한국해양·해양공학회지, 21(3), 224-229.
- 김동현, 윤길림, 케이슨식 안벽의 신뢰성해석을 위한 중요도추출법의 적용, 한국해양공학회논문집, 2009. 10. 21(5), 405-409.
- 양영순 등 (2002). 구조 신뢰성 공학, 서울대학교 출판부.
- 해양수산부 (2005). 항만 및 어항 설계기준.
- Nagao, T. and Fujimori, S. (2007). A study on the Estimation of Failure Probability of Pile-supported Wharves against a Level-One Earthquake Ground motion by using First-Order Second-Moment Method, TECHNICAL NOTE of National Institute for Land and Infrastructure Management.
- Ang, A.H.S. and Tang, W.H. (1975). Probability concepts in engineering planning and design, vol. I & II, basic principles, John Wiley & Sons, Inc.11.
- Haldar, A. and Mahadevan, S. (2000). Reliability assessment using stochastic finite element analysis.
- Hasofer, A.M., Lind, N.C. (1974). Exact and invariant second-moment code format, J. of Eng. Mech. Div. ASCE, 100, pp. 111-121.
- Rackwitz, R. Flessler, B. (1978). Structural reliability under combined random load sequences, Computers and Structures, 9(5), 484-494.

원고접수일: 2011년 7월 1일

수정본채택: 2011년 11월 8일

게재확정일: 2011년 11월 25일