대한수학교육학회지 <학교수학> 제 13 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.13, No.4 563-580. Dec. 2011

# 은유를 활용한 수학 학습 지도 방안 연구

김 지 연*

본 연구에서는 은유에 대한 인지언어학적 견해를 바탕으로 은유 이론을 수학교육에 적용함으로써 교사들에게 수학교육에 대한 새로운 시각을 제공하고 수학 학습 지도 방안으로서 은유를 활용하는데 그 목적이 있다. 먼저 은유에 대해 소개하고 은유를 수학교육의 관점에서 살펴보고 수학교육에서 은유가 갖는 의의를 알아보았다. 또한 은유가 가진 기능들을 중심으로 은유와 수학교육과의 관련성을 논의하고 은유를 활용한 수학 학습 지도 방안에 대한 아이디어를 제공하고자 하였다. 그 결과 은유가 설명적, 정교화, 표상적 기능을 가지고 있음을 밝혔고, 이를 수학적 개념 설명, 수학적 연결성 강화, 수학적 표상 학습에 적용하는 것이 은유를 활용한 수학 지도 방안이 될 수 있음을 예시하였다.

## Ⅰ. 서론

전통적으로 은유는 시나 문학작품에서 장식적인 역할을 하는 것으로, 인간의 일상 사고와는 무관한 것으로 여겨졌다. 하지만 Lakoff와 Johnson (1980)으로 대표되는 인지언어학자들은 은유에 대한 전통적인 시각을 비판하고 은유는 인간 사고의 문제이며 체험에 근거한 인지의 도구라고 주장한다. 그들은 우리가 새롭고 낯선 것을 대할 때 그 낯선 대상을 우리에게 익숙한 다른 것과 관련짓는 것을 은유를 통하여 이해하고 표현한다고 말한다. 그들이 주장한 개념적 은유에 의하면 인간은 은유적으로 사고하고 은유적인 개념체계를 가지며, 인간이 사용하는 언어에도 은유적 표현이 필수적이다. 은유에 대한 새로운 인지언어학적 견해는 수학교육에 있어서도 중요한 의미를 가진다. 새로운 수학적 개념을 표현하고 전달하기 위해서는 이미 알고 있는 지식이나 언어를 사용할 수밖에 없으므로, 은유를 사용하여 새로운 개념을 전달하게 되고 은유를 통하여 그 개념을 이해하게 된다. 즉 새로운 수학적 개념을 접하는 학생들에게 교사는 은유를 통해서 개념을 전달하고 이해시키게 되고, 학생들 역시 은유를 통해서 수학적 개념체계를 형성하게 되는 것이다.

실제로 인지언어학적 측면에서 접근한 은유적 이해를 교과교육에 반영하고자 하는 시도들이 이루어지고 있다. 특히 국어과에서 그 논의가 활발하게 이루어지고 있는데, 은유가 단순히 문학영역에서 표현의 효과를 높이기 위해 사용되는 특수한 문체상의 도구가 아니라, 일상생활 속의 학습자의 사고 작용 및 체험 등을 나타내는 언어 인지상의 도구라는 점을 강조하고 있다(유영옥, 2010). 한편, 수학교육에서의 은유에 관한 연구는 아직 다양하게 이루어지지 않았다. 주미경은 “수학적 은유의 사회 문화적 분석(2001)”에서 학습자는 자신의 개인적 경험에 기초한 은유를 통해 수학적 개념을 표상하지만, 그 경험이 수학 사회

* 성산고등학교 (youn9808@hanmail.net)

에 의해 공유된 문화적 모델에 부합하지 않는다면 그 은유를 통해 표상되는 은유는 부적절하다고 주장하였다. 또, 주미경, 권오남은 “학생들의 미분방정식 개념에 대한 수학적 은유 분석(2003)”에서 대학생들의 미분방정식 토의 과정에서 나타난 발화를 중심으로 ‘기계은유’, ‘가상적 운동 은유’의 사용 패턴을 탐구하였다. 그리고 김상미, 신인선은 “초등수학교실에 나타난 수학적 은유(2006)”에서 초등학교 4학년 학생들의 수학 일기를 분석하여 학생들이 이등변 삼각형의 성질을 이해할 때, 개념적 은유를 사용함을 논의하였다. 이처럼 수학교육에서의 은유에 대한 연구는 주로 학생들이 어떤 수학적 개념을 이해할 때 수학적 은유를 사용함을 논의하는 것이었다. 실제 인지언어학의 연구에 기반한 수학과에서 은유 활용에 대한 연구는 아직 부족한 실정이다. 따라서 본 연구에서는 Lakoff와 Johnson(1980)의 은유 이론을 수학 학습 지도에 적용해보고자 한다.

본 연구에서는 먼저 은유에 대해 소개하고 은유를 수학교육의 관점에서 살펴본 후 은유의 여러 기능들이 수학교육과 어떻게 관련되어 있는지 살펴보고자 한다. 그리고 이를 통하여 교사들에게 수학교육에 대한 새로운 시각을 제공하고 수학 학습 지도의 한 방안으로서 은유를 활용하는데 그 목적이 있다.

## II. 은유의 이해

은유(metaphor)라는 말은 희랍어의 ‘metaphora’에서 왔으며, 이 말은 ‘너머로’라는 의미의 meta와 ‘가져가다’라는 의미의 pherein에서 연유되었다(Hawkes, 1970). 즉 은유란 한 말에서 다른 말로 그 뜻을 실어 옮기는 것을 말하며, 언어학에서는 이러한 현상을 두고 의미의 전이라고 부른다(김욱동, 2000). 은유에 대한 연구는 Aristotle에서 시작되어 철학, 문학에서 연구되어 왔으며, 언어학에서는 20세기에 들어와서 은유에 관한 본격적인 연구가 이루어져 왔다. 그러다가 최근 들어 인지언어학자들이 은유와 사고와의 관계에 관심을 가지면서 은유에 대한 새로운 시각이 제시되었다. 본 연구자는 은유를 이해함에 있어서 은유를 수사적인 기능으로 보는가, 인지의 도구로 보는가를 기준으로 나누어 살펴보고자 한다. 따라서 본 장에서는 전통적 관점의 은유와 인지언어학적 관점에서 은유가 어떻게 이해되고 있는지 살펴보고자 한다.

### 1. 은유에 관한 전통적 관점

#### 가. 은유에 관한 철학적 관점

철학적 관점에서의 은유에 대한 논의는 은유의 의미와 관련하여 수행되어 왔다. 그 논의의 출발은 Aristotle이었는데, 그는 은유의 의미를 문자적인 의미로 환원하여 이해하였고, 그 이후 학자들에 의해 은유의 의미는 점차 문장의 의미와 상황의 의미로 확장되었다. 역사적으로 은유를 가장 먼저 철학적 과제로 논의한 고대 Aristotle로 거슬러 올라가보자. 그는 은유를 두 사물 간에 존재하는 유사성에 기초한 의미의 전이 현상으로 보았으며, 은유의 문제를 단어의 차원에서 일반적 언어행위의 일탈로 다루었다. 그는 은유를 한 대상의 이름을 다른 대상의 이름으로 대치하는 것으로 보고, 문자적 표현을 단순히 비유적 표현으로 바꾸는 장식적인 수단으로 이해하였다(심우진, 2004). 중세에도 은유가 문자적 진술을 대체한다는 생각은 계속되었다. 중세의 수사학과 신학은 신을 인간에 비유하여 나타낼 수밖에 없으므로 은유는 필수적이었다. 중세를 지나서 16～17세기 경험주의와 합리주의가 대두되면서 과학적 사고를 강조하는 철학자들은 은유를 배척하였다. 은유는 타당한

추론을 하는 것을 방해하고 모호한 결론에 이르게 하므로 은유를 사용하지 말 것을 주장하였다(조영심, 2002). 20세기에 들어서면서 은유에 대한 새로운 이해가 시작되었다. 그전에는 단어와 단어 사이의 대치로서 은유를 이해했다면 이제는 문장 안에서 그 대상의 특성을 함축하는 의미 해석으로 확장되었다. Black(1962)은 은유가 단순히 두 개의 단어 사이에서 이루어지는 것이 아니라 함축의미(connotation)의 복합체가 관련되는 것이라고 하였으며, 은유를 이해하는데 있어서 맥락의 중요성을 지적하였다. 또한 Ricoeur(1976)는 은유는 단어의 의미론과 관계하기 이전에 문장의 의미론과 관련을 가져야 하는 것이라고 하였다. 은유적 표현은 단어의 은유적 사용을 논의해야 하는 것이 아니라, 그 은유적 단어가 사용되는 은유적 상황에 대하여 논의해야 한다는 것이다. 정리하면, 철학적 관점에서 은유는 은유의 의미를 해석하는 문제에서 시작되었는데, 처음에는 단어의 차원에서 다루다가 점차 문장과 상황의 의미로 확장되어 갔다.

나. 은유에 관한 언어학적 관점

앞에서 논의한 것처럼 철학에서 은유의 의미 해석 문제에 관심을 기울이자, 언어학에서도 이를 해석하려는 시도들이 나타났다. 언어학적 관점에서의 은유이론은 은유가 기본적으로 언어 현상이라는 사실에 기초하여 은유를 바라보았으며, 객관적이고 과학적인 방법을 통하여 은유의 구조를 밝히고자 하였다. 언어학에 있어서 은유의 문제는 통사론[2]과 화용론[3]의 입장에서 주로 다루어졌다. 우선 통사론 쪽에서는 Chomsky가 은유를 통사론에 기초하여 이해하고자 하였으며, 화용론에서는 새로운 의사소통의 모델을 세운 Grice가 언어학적으로 은유의 구조를 해명하고자 하였다(김욱동, 2000). Chomsky(1965)는 언어의 심층 구조를 밝히는데 온 힘을 기울인 언어학자로 평가받는데, 그는 자신의 책에서 이른바 '선택 제약'의 관점에서 은유를 설명한다. 그에 의하면 문장은 적격문과 비적격문으로 구분되고, 은유문은 선택 제약 규칙을 어긴 비적격문이라고 하였다.[4] 구조주의의 영향 아래 있었던 Chomsky는 논리적으로 언어 현상을 체계화하고자 하였기 때문에 논리성에 따라 문장의 옳고 그름을 판단하기에 적절하지 않은 은유적 표현들은 선택 제약의 규칙을 벗어나는 일탈적 표현으로 간주하였다. 화용론의 입장을 가지고 있는 Grice(1975)는 정상적인 의사소통이 가능하기 위해서는 지켜져야 하는 일정한 원칙이 있다고 가정하고, 이러한 조건을 통틀어서 대화상의 협력원칙[5]이라고 명명하였다. Grice에 의하면 은유는 대화상의 협력원칙 중 질의 격률을 일탈함으로서 발생된다. 한 대상이나 개념을 다른 어떤 것에 빗대어 말하는 은유는 진실된 것을 말하는 것과 거리가 멀기 때문이다. 이처럼 수사학에 뿌리를 둔 은유는 예로부터 철학에서 큰 관심을

---

2) 문장 내에서 받아들여질 수 있는 단어의 연결, 단어의 결합 및 기능과 관련한 규칙 혹은 그와 관련한 학문.
3) 말하는 이, 듣는 이, 시간, 장소 따위로 구성되는 맥락과 관련하여 문장의 의미를 체계적으로 분석하려는 의미론의 한 분야.
4) 촘스키는 문법규칙을 일탈한 부적격문 중에서 은유적 표현의 문장과 그렇지 못한 문장을 구분하기 위해서 부적격문을 하위범주화 규칙이 위배된 문장과 선택 제약 규칙이 위배된 문장으로 구분했다. 그리고 선택 제약 규칙이 위반된 의미적 이탈문은 하위범주화 규칙이 이탈된 이탈문과는 달리 적절한 문맥이 부여되면 선택 제약 규칙을 준수하는 적격문에 직접 유추함으로써 은유적 해석이 가능하다고 설명하였다.
5) 대화상의 협력원칙은 양, 질, 관련성, 방법의 네 가지 대화 격률로 구성된다. 양의 격률은 대화에 있어서 제공되는 양의 정보가 적절해야 한다는 것이고, 질의 격률은 대화에 제공되는 것이 진실이어야 한다는 것이며, 관련성의 격률을 동문서답식의 대화가 되어서는 안 된다는 것이고, 방법의 격률은 모호하거나 복잡하지 않고 명확하고 간결하고 질서 있게 정보가 제공되어야 한다는 것이다.

받아왔으며, 언어학에 의해 좀 더 객관적이고 과학적인 방법론을 통하여 이론적인 뒷받침을 받아 왔다.

### 2. 은유에 관한 대안적 관점 - 인지언어학적 관점

지금까지 논의한 철학적 은유 이론과 언어학적 은유 이론은 언어의 형식체계와 대화를 구성하는 요소들이 가지는 규칙에 근거하여 은유의 문제를 다루어왔다. 그러나 인지언어학자인 Lakoff와 Johnson에 이르러 은유에 대한 연구는 인지적 차원에서 다루어지게 된다. Lakoff와 Johnson(1980)에 의하면 은유는 단순히 표현의 문제가 아니라 인간 사고의 문제이며, 인간 사고를 구성하는 가장 기본적인 단위인 개념의 문제이다. Lakoff와 Johnson(1980)은 은유의 본질을 한 종류의 사물을 다른 종류의 사물의 관점에서 이해하고 경험하는 것으로 설명한다. 이들은 은유가 인간의 개념 차원과 관련성을 가지고 있다는 점을 지적하기 위해 개념적 은유란 단어를 사용하는데, 여기서 개념적 은유란 하나의 개념이 가지는 여러 측면들을 다른 개념의 관점에서 이해하고 경험하는 것이다. 예를 들어 "인생은 여행이다"라는 은유는 '인생' 개념을 '여행'의 관점에서 이해하고 있다는 것이다. "A는 B이다"라는 개념 은유는 근원영역에 해당하는 B에 대한 우리의 지식 구조의 일부를 목표 영역에 해당하는 A에 사상(mapping)하는 방식으로 성립된다. "인생은 여행이다"라는 은유는 여행 영역에 대한 경험과 인생 영역에 대한 경험 사이에 체계적인 대응 관계가 발생하며, 이러한 은유적 대응관계들은 규칙적이고 체계적으로 이루어진다. 말하자면 여행이란 개념이 가진 여러 가지 특징들 예를 들어 여행자, 여행의 목적, 여행의 어려움, 즐거움과 같은 특징들이 인생이라는 개념에 대응되어 인생의 나그네, 인생의 목적, 인생의 어려움, 인생의 즐거움으로 연상적으로 대응된다는 것이다. 그 결과 인생은 여행의 관점에서 이해되고, 인생은 여행의 개념으로 체계화된다. Lakoff와 Johnson(1980)에 따르면 인간의 개념 체계가 은유적이기 때문에 인간이 생각하는 방식, 경험하는 대상, 그리고 일상적 행동은 상당 부분 은유적이 된다. 즉 인간의 행동과 삶은 그 사람이 사물을 개념화하는 방식에 영향을 받는데 이러한 개념이 은유적이기 때문에 인간의 행동과 삶이 은유에 의하여 영향을 받는다는 것이다. Lakoff와 Johnson은 은유와 인지와의 상관성을 규명함으로써 은유에 대한 논의를 인지적 차원으로 확장시켜 주었으며, 은유가 인간 내면세계 구축과 인간 행동에 미치는 영향을 고찰할 수 있게 해주었다. 요약하면 은유는 고대 철학적인 수사의 기법으로 사용되는 기술이라는 이해에서 출발하였지만, 오늘날 인지언어학에서 은유는 인지의 도구로 이해되는 혁신적인 변화를 가져왔다. 이에 본 연구자는 은유가 인지의 도구로서 활용된다는 인지언어학 관점에서 은유를 이해하고, 은유를 수학교육에 반영할 수 있는 방안을 연구하고자 한다.

## III. 은유와 수학교육

본 장에서는 Lakoff & Núñez(2000)을 토대로 수학적 은유의 개념 및 그 유형을 예를 들어 알아보고, 이를 바탕으로 연구자는 수학 교육에서 은유가 갖는 의의를 생각해보고자 한다.

### 1. 수학에서의 은유

#### 가. 수학적 은유의 개념

지금까지 은유의 모호성이나 애매함으로 인하

여 수학적인 연구에서 은유는 피해야 할 것으로 여겨져 왔으며, 수학자의 판단을 흐릴 수 있는 것으로 생각되어 왔다. 그러나 현대 은유이론은 '수학'을 보는 관점에 대한 변화를 요구한다. Lakoff & Núñez(2000)는 수학에 대한 기존의 관점은 수학의 본질이 보편적이고 객관적이며 인간의 마음과는 무관하다고 가정한다는 점에서 '마음과 무관한 수학(mind-free mathematics)'이라고 규정한다. 이에 반하여, 수학이 수학답게 되는 것은 의미 있는 수학적 아이디어라고 강조하면서 '마음에 근거한 수학(mind-based mathematics)'을 주장한다. 그들은 '마음에 근거한 수학'이라는 토대에서 수학적 아이디어의 본성에 대해 연구하고 수학적 은유를 체계적으로 밝히려고 시도한다. 수학적 은유는 예를 들면, "변수는 수가 들어있는 상자이다"(Chui, 1994)와 같이 덜 친숙한 '목표영역(변수)'을 친숙한 '근원영역(상자)'을 통하여 보는 관점이다. 은유는 공통의 경험에 토대를 두고 있기 때문에, 은유를 사용하는 수학적 아이디어는 대부분 일상적 용어의 관점에서 이해할 수 있다. Lakoff & Núñez(2000)는 산술의 은유, 집합론의 은유, 함수의 은유 등의 사례를 들어 수학적 은유를 은유적 사상으로 밝히고 있다. 예를 들어 다음 표에서 보듯이 "함수는 기계이다"은유에서는 함수의 정의역은 입력물의 집합, 치역은 출력물의 집합이며 함수의 조작은 각 입력물에서 유일한 출력물을 만드는 것으로 표현한다.

나. 수학적 은유의 유형

Lakoff & Núñez(2000)는 수학적 은유를 수학적 아이디어를 형성하는 은유로 보고, 기초 은유(grounding metaphor)와 연결 은유(linking metaphor)로 나누어 논의하고 있다. 기초 은유는 일상 경험을 근원 영역으로 하고 수학을 목표 영역으로 하는 것으로, 예를 들면 "산술은 사물의 구성이다"(Lakoff & Núñez, 2000), "산술은 움직임이다"(Chui, 1994), "집

<표 Ⅲ-1> <함수는 기계이다(FUNCTIONS ARE MACHINES)>

| 근원영역 기계 | → | 목표영역 함수 |
|---|---|---|
| 각 입력물에서 출력물을 만드는 것 | → | 함수의 행동 |
| 물리적으로 기계에 알맞은 입력물 | → | 정의역의 원소 |
| 가능한 입력물의 모임 | → | 정의역 |
| 출력물은 기계에 의하여 특정한 입력물로부터 일관되게 생산된다. | → | 치역의 원소는 함수에 의하여 특정한 정의역의 원소로부터 일관되게 생산된다. |
| 가능한 출력물의 모임 | → | 치역 |
| 공학적인 부분들은 관련된 기계와 공통적이다. | → | 절차적 구성요소들은 관련된 함수와 공통적이다. |
| 기계 G는 다른 기계 F의 출력물을 다시 각각 원래 입력물로 되돌리는 것이다. | → | 함수 F의 역함수 G |
| 각 입력물로부터 유일한 출력물을 만드는 기계 | → | 일대일 함수 |
| 모든 가능한 출력물을 만드는 기계 | → | 전사함수 |
| 가능한 입력물로부터 나온 실제적인 출력물의 모임 | → | 상 |

(Lakoff & Núñez, 2000)

합은 용기이다”와 같은 기초적인 것으로서, 인간의 지각적 경험을 근원으로 한다. Johnson(1987)은 “집합은 용기이다”라는 은유는 음식을 먹거나 토하는 것과 같이 사물을 넣거나 사물을 몸에서 꺼내는 신체적인 경험을 통하여 용기를 뚜렷하게 이해할 수 있다고 말한다. 교사는 학생이 집합을 용기처럼 생각하도록 도와줌으로써 집합을 도입할 수 있다. 즉 학생은 직관적으로 기초 은유의 근원을 이해할 수 있기 때문에 은유를 사용하여 수학적 아이디어를 구성할 수 있다. 결과적으로 교사는 은유를 효과적으로 사용하여 새로운 수학적 주제를 도입할 수 있다.

연결 은유는 수학의 한 영역을 다른 영역으로 연결시키는 은유로서, 예를 들면 “산술은 기하이다”(Chui, 1996)라는 은유는 기하의 직선 위의 점을 수로, 원점으로부터의 거리를 양으로 나타내는 것 등이다. 연결은유는 전형적으로 수학의 한 분야에 대한 이해를 다른 분야로 투사한다(Lakoff & Núñez, 2000). 연결 은유는 전형적으로 잘 이해된 수학의 분야를 다른 분야로 투사하여 양자 간의 관계에 대한 새로운 통찰을 만든다. “수는 집합이다”라는 연결 은유를 살펴보자. 먼저 집합에 대한 이해는 “집합은 용기이다”라는 기초 은유, 집합 표현에 대한 수학적 관계, 집합 연산의 절차 등을 포함하여 다양한 이해로 구성된다. 그리고 “수는 집합이다”라는 은유를 통하여 개인의 수학적 이해는 집합에 대한 이해에서 수에 대한 이해로 투사된다. 교사는 근원 영역의 수학을 학생들이 잘 이해하고 있는지 파악한 후, 그로부터 출발하여 적절한 은유로서 새로운 수학의 영역으로 학생들을 인도할 수 있다.

## 2. 수학교육에서의 은유

이전의 수학교육에서는 은유를 사용하여 가르치는 것을 직접 언급하지 않았지만, 사실 은유는 사적으로나 공적으로 수학 교수 학습에 영향을 주고 있다. 먼저, 학생들의 수학 학습 측면에서 살펴보자. 은유는 학생들이 어떤 수학적 개념을 이해하거나 또는 문제 해결에 있어서 문제를 이해하고 추론하는데 중요한 역할을 한다. 앞서 살펴본 선행연구에서 주미경・권오남(2003)은 대학생들이 미분방정식을 이해할 때 ‘기계은유’, ‘가상적 운동 은유’를 사용함을 밝혔고, 김상미・신인선(2006)은 초등학교 4학년 학생들의 수학 일기를 분석하여 학생들이 이등변 삼각형의 성질을 이해할 때, 개념적 은유를 사용함을 밝혔다. 또한 Chui(1994)는 미시적인 차원에서 초보자와 전문가가 음수 관련 문제를 은유적으로 해결하는 것을 분석하였다. 12명의 중학생 초보자와 5명의 석사과정 전문가에게 음수 관련 3가지 과제를 해결하게 하고 인터뷰를 녹화하여 분석하였는데, 두 집단 모두 공간적이고 양적인 다양한 은유를 통하여 문제를 이해하고 해결할 뿐만 아니라 풀이를 정당화하는 데에서도 은유적으로 추론하였다고 보고하였다. 연구 결과에서 전문가들에게 보다 많은 은유가 나타났으며, 은유를 통하여 선택적으로 추론하였다(김상미, 2005). 이처럼 학생들은 어떤 수학적 개념을 이해하거나 문제해결을 할 때 은유를 사용하는 경향이 강하므로, 앞으로 수학교육에서 학생들의 수학 학습 전략으로 은유를 활용할 수 있을 것이라 기대된다.

두 번째로 교사들의 수학 수업 측면에서 은유의 역할을 살펴보자. 새로운 수학적 개념을 표현하고 전달하기 위해서는 이미 알고 있는 지식이나 언어를 사용할 수밖에 없으므로, 교사나 교과서 저자는 은유를 사용하여 새로운 개념을 전달하게 된다. 여기서 일부의 은유들은 일상에서 너무 친숙해지면서 더 이상 은유라고 보이지 않는 것도 있다. 예를 들면, “등식

은 평형이다"라는 은유는 수학 수업에서 너무 나 익숙해져서 더 이상 은유로 보이지 않는다. 수학 수업에서 논의되거나 부각되는 은유들은 종종 너무나 관습화되어 교사에게는 마치 죽은 은유로 보일지 모르지만, 학습을 시작하는 학생에게는 생생한 은유일 수 있다. 바로 이 점에서 수학교육에서의 은유의 의의를 찾을 수 있다. 그리고 문학에서는 죽은 은유가 독자에게 감흥을 주지 못하거나 작품의 가치를 떨어뜨리는 경우가 있지만, 수학교육에서는 오히려 학습자들이 은유에 익숙해지는 것이 중요하다. 은유가 익숙해지면 그것을 통해 수학적 개념이 이해되고 기호화되어 그들이 더 높은 수준으로 나아갈 수 있는 것이다. 마치 아동들이 사칙계산이 자동화되면서 더 큰 작업용량을 사용할 수 있게 되는 것처럼, 학습자들은 은유를 통하여 새로운 개념을 이해하고 그것을 기억하게 되면 이후 더 높은 수준으로 도약할 수 있다. 이렇게 수학 수업에서 생성된 은유들은 교사의 은유 세계와 학생의 은유 세계를 서로 상호작용하게 하고, 그 일부는 수학 교실의 공유된 이해로 받아들여지기도 하며 수학 교실에서의 암묵적인 약속을 만들기도 한다. 이처럼 수학교육을 은유로서 접근하는 것은 교사와 학생의 수학 개념에 대한 이해를 드러내는 것으로 수학교육에서 중요한 의미를 가진다고 할 수 있을 것이다.

## Ⅳ. 수학 학습 지도 방안으로서의 은유

본 장에서는 은유가 가진 기능들을 중심으로 은유와 수학교육과의 관련성을 논의하고자한다. 먼저 은유가 설명적, 정교화, 표상적 기능을 가지고 있음을 밝히고 이어 연구자는 은유를 활용하여 수학적 개념을 설명하고, 수학적 연결성을 강화하고, 수학적 표상 활동을 지도하는데 이용할 수 있음을 보이고자 한다.

### 1. 개념 설명 방법으로서의 은유

#### 가. 은유의 설명적 기능과 수학교육

프랑스 철학자 Paul Ricoeur(1976)는 그의 책 《해석이론》에서 '우리가 다른 누군가에게 무언가를 설명해주는 것은 그가 이해할 수 있게 하기 위해서다.' 라고 했고, Anna Sierpinska (1996)는 그의 책《수학에서의 이해》에서 '설명은 새로운 토대 위에서 이해를 정립하는 것을 목적으로 한다.' 라고 하였다. 흔히 남이 이해할 수 있도록 설명할 수 없다면, 아직 자신도 그것을 완벽히 이해하지 못했다라고 한다. 그렇다면 설명이란 무엇인가? 국립국어원 표준국어대사전 (http://stdweb2.korean.go.kr)에서는 설명을 '어떤 일이나 대상의 내용을 상대편이 잘 알 수 있도록 밝혀 말함' 이라고 정의한다. 곧 설명이란 누군가가 어떤 것을 보다 쉽고 효과적으로 이해할 수 있도록 도와주는 말이다.

어떻게 하면 설명을 잘 할 수 있을까? 많은 설명의 방법 중 하나가 바로 은유라고 생각된다. 예를 들어 '시간의 가치'에 대해서 설명하고 싶다고 하자. '시간은 돈이다', '시간은 금이다' 라고 표현한다면 '시간의 가치'는 직관적으로 이해할 수 있을 것이다. 추상적이고 복잡한 대상을 명확하고 구체적인 대상으로 만드는 것이 은유이다. 즉 은유가 손에 잡히지 않는 어려운 개념을 이해하기 쉽게 만들어 준다는 이야기이다. 은유를 사용하지 않고 '시간의 가치'를 설명하는 것은 쉽지 않을 것이며 또한 은유를 사용한 경우보다 이해하기도 힘들 것이다. 이처럼 은유는 익숙하지 않은 개념을 친숙한 개념이나 경험의 범주 안에서 이해할 수 있도록 설명해주

는 기능을 수행한다. 즉 은유가 설명적 기능을 수행하고 있다고 할 수 있을 것이다. 선행연구를 살펴보면 Petrie(1979)는 '아주 새로운 것을 학습할 수 있는 가능성은 오직 은유와 유사한 작용을 가정함으로써만 설명이 가능하다'고 하면서 은유가 '이미 알고 있는 지식과 새로운 지식 사이의 인식론적 간격을 극복하게 하는 핵심적 도구 중의 하나'라고 말한다. 또한 심우진(2004)은 이러한 경향은 추상적인 개념일수록 더욱 절실하여, 우리들이 익히 사용하는 추상적인 개념들인 사랑, 희망, 열정 등은 대부분 은유를 사용하여 설명된다고 하였다.

은유가 가진 이러한 설명적 기능은 수학교육에 있어서도 매우 중요한 의미를 가진다. 수학에서 사용되는 개념과 기호들이 대부분 추상적인 것이기 때문이다. 실제로 수학에서 사용되는 수많은 추상적인 개념들과 추상적인 기호들이 은유를 통하여 설명되고 있다. 예를 들어 Lakoff & Johnson는 산술을 <움직임(MOTION)>은유로 설명한다. 이 은유에서 수는 수직선 위의 위치, 산술 연산은 수직선을 따라 움직이는 행위, 0은 출발점, 덧셈은 오른쪽으로 주어진 거리만큼 걸음을 옮기는 것으로 개념화한다. 또 집합을 <용기(CONTAINERS)>로 보는 은유에서는 집합의 원소를 그 안에 있는 대상으로, 부분집합은 용기 내의 용기 등으로 개념화한다. 이러한 은유들은 추상적인 개념들을 구체적인 경험의 차원에서 이해할 수 있도록 설명하고 있다.

### 나. 은유를 활용한 수학적 개념 설명

#### 1) 설명의 목적 : 학생의 이해

앞서 이야기한 설명에 대한 논의에 따르면 설명이란 누군가가 어떤 것을 보다 쉽고 효과적으로 이해할 수 있도록 도와주는 말이다. 곧 설명은 누군가의 이해를 목적으로 이루어진다는 것이다. 수학 학습 지도에서 설명의 목적은 수학적 대상을 학생들에게 잘 이해시키기 위한 것이다. 그렇다면 이해란 무엇인가? Brownell에 의하면 어떤 개념 또는 기능이 다른 것들과 어떻게 관련되고 연결되어 있는지 아는 것이 그 개념 또는 기능을 이해한 것이다(우정호, 2000, 재인용). Skemp(1987)는 이해를 네 가지 유형으로 나누고 그 중에서 관계적 이해를 강조하였는데, 관계적 이해는 방법과 이유를 아는 상태, 곧 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 법칙이나 알고리즘을 연역할 수 있는 상태라고 하였다. David N. Perkins & Chris Unger는 '이해란 무엇인가?'에 대한 현대 인지과학에서 가장 탁월한 기술적 대답은 그 대상에 관한 우수한 정신모델이나 스키마를 가지는 것이라고 하였다(Regeluth, 1999, 재인용). 즉 이해는 이해하고자 하는 대상과 기존의 지식과의 연결망을 잘 구축하는 것, 대상에 대한 적절한 스키마를 생성하는 것이다.

위의 연구들을 정리하면 이해를 위해서는 이해하고자 하는 대상을 기존의 지식과 관련시키는 것이 중요하다는 것이다. 그런데 이것을 도와줄 수 있는 방법 중의 하나가 바로 우리가 이야기하고 있는 은유라고 생각된다. 왜냐하면 추상적인 개념들을 구체적인 경험이나 익숙한 사전 지식과 관련시키는 것이 바로 은유의 역할이기 때문이다. 즉 수학적 개념을 학생들이 잘 이해하도록 설명하기 위해서는 은유를 활용하는 것이 효과적인 한 방법이고, 이것이 은유의 설명적 기능이라 할 수 있겠다. 물론 교실 안 학생들의 사전 지식, 수학적 사고 수준, 수학적 태도, 사회 문화적 상황 등이 모두 다르기 때문에 설명을 위한 적절한 은유를 찾는다는 것은 매우 힘든 일이다. 하지만 앞으로 이를 위한 교수학적 연구가 더 이루어진다면 학생들의 이해 과정을 쉽게 만드는데 방향을 제시해줄 수 있을 것이다.

2) 설명의 대상 : 수학적 개념

수학에서 수학적 대상의 존재에 관한 논의는 아직도 계속 되고 있어 한 마디로 말하기가 어렵다. 본 연구자는 수학적 대상은 개인이 구성하는 것이며 인간 마음의 산물이라는 입장이지만, 실제 중·고등학교 수학 수업에서는 교육과정에 따라 학생들이 도달해야할 수학적 대상이 그 자리에 존재한다고 본다. 즉, 현재 수학교실 수업에서 교사에게 지도를 받는 학생들에게는 수학적 대상은 실재성을 가진다는 말이다. Sierpinska(1996)에 의하면 학생들에게 있어 모든 것은 신화적인 인물인 피타고라스, 유클리드, 가우스나 르베그와 같은 이들에 의해서 이미 발명되고 발견되어져 그 자리에 있게 되어 이미 존재한다. 그리고 그 수학적 대상에 도달하게 하는 교육방법에 있어서도 '행동주의적' 교육 방법과 '구성주의적' 교육 방법을 주로 구분하고 있지만, 수학에서 어떤 것은 학생에게 '말해주어야'만 한다는 것이 보통 받아들여진다. 본고에서는 행동주의건 구성주의건 넓은 의미에서 수학적 개념의 지도를 위해서는 교사가 학생에게 의미 전달을 위한 어떠한 설명이 이루어진다고 보겠다.

3) 수학적 개념 설명의 예

다음 예를 보자.

여러 개의 도미노 막대가 일렬로 세워져있다. 이 도미노 막대들이 다음 규칙에 의해 넘어진다고 한다.

[규칙 1] 1번 막대가 넘어진다.

[규칙 2] $n$번 막대가 넘어지면 $(n+1)$번 막대가 넘어진다.

| **생각 전개** | 5번 막대가 넘어지는 과정을 설명해보자.

[규칙 1]에 의하여 1번 막대가 넘어진다.

1번 막대가 넘어지면 [규칙 2]에 의하여 2번 막대가 넘어진다.

2번 막대가 넘어지면 [규칙 2]에 의하여 3번 막대가 넘어진다.

3번 막대가 넘어지면 [규칙 2]에 의하여 4번 막대가 넘어진다.

4번 막대가 넘어지면 [규칙 2]에 의하여 5번 막대가 넘어진다.

| **생각 다듬기** | 도미노 막대의 개수가 아무리 많아도 위의 [규칙 1]과 [규칙 2]를 만족하도록 세우면 모든 도미노 막대가 넘어진다. 즉, 처음 막대가 넘어지고, 한 막대가 넘어지면서 다음 막대를 반드시 넘어뜨린다고 하면 모든 막대가 넘어짐을 알 수 있다.

(고등학교 수학I, (주)미래엔 컬처그룹, 2009)

<표 Ⅳ-1> <수학적 귀납법은 도미노이다>

| 근원영역 도미노 | → | 목표영역 수학적 귀납법 |
|---|---|---|
| 자연수 $n$ 번호의 도미노 막대 | → | 자연수 $n$에 대한 명제 $p(n)$ |
| 도미노 막대가 넘어진다. | → | 명제 $p(n)$이 성립한다. |
| 1번 막대가 넘어진다. | → | $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다. |
| 2번 막대가 넘어진다. | → | $n=2$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다. |
| 3번 막대가 넘어진다. | → | $n=3$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다. |
| … | | … |
| $n$번 막대가 넘어지면 $(n+1)$번 막대가 넘어진다. 즉, 한 막대가 넘어지면, 다음 막대도 반드시 넘어진다. | → | $n=k$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다. |

수학적 귀납법은 고등학교 수학I 과정에서 처음 나오는 개념으로, 수학적 증명에 있어서 매우 중요한 개념이다. 하지만 많은 학생들이 그 필요성을 인식하지 못하고 어려워하거나 포기해버리고, 교사들도 역시 가르치기 힘들어하는 부분이다(이민재, 2008). 위의 예는 수학적 귀납법을 도미노를 이용하여 설명하고 있다. 위의 예처럼 '수학적 귀납법으로 증명하는 것은 도미노 넘어뜨리기이다.' 라는 은유를 이용하면 학생들에게 보다 쉽게 수학적 귀납법의 원리를 설명할 수 있을 것이다(<표 Ⅳ-1>참조).

이처럼 은유는 수학 학습 지도에서 수학적 개념을 설명하는 방법으로 활용될 수 있을 것이다.

## 2. 개념 정교화 방법으로서의 은유

본 장에서는 은유의 정교화 기능에 대해 알아보고자 한다. 또한 은유를 수학적 연결성과 관련 지어 생각해보고 수학적 연결성을 분류하여 정리한 후 은유를 수학적 연결성을 강화하는데 이용할 수 있음을 보이고자 한다.

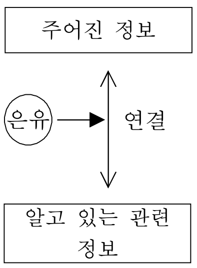
### 가. 은유의 정교화 기능과 수학교육

먼저 정교화에 대해서 알아보면, 정교화란 두 개 이상의 명제 표상을 하나의 명제로 결합하는 과정이다. 즉, 어떤 항목을 기억해 내는 데 도움이 되기 위해 제시된 항목만을 단순히 그대로 저장하지 않고 이 항목과 관련된 것들을 연합하여 기억하는 방법이다(이정모, 2003). 이러한 정교화는 주어진 정보를 우리의 기존 지식과 관련지음으로써 정보를 통합하고 보존하는 수단을 제공해주며 인출을 용이하게 한다. Levin(1988)에 따르면 정교화는 학습하려는 재료를 서로 멀리 떨어져있는 것으로 내버려두지 않고 서로 간에 연결을 형성시키는 과정이다. 연결은 학습하려는 것과 이미 알고 있는 정보들 사이의 것일수도 있다. 재료에 대하여 연결을 많이 형성시키면 시킬수록 기억 흔적은 더욱 풍부해지며 다시 그것은 기억할 가능성이 커진다. 이렇듯 정교화는 '배우게 되는 정보와 관련된 정보 사이에 관계를 분명하게 하거나 자세하게 기술하는 정보의 증진으로써 정의된다(Hamilton, 1997, 서범석, 2007, 재인용). 다음의 예를 보자. Stein & Bransford(1979)는 일련의 실험을 하였는데, 피험자들은 '뚱뚱한 사람이 표지판을 읽는다.' 와 같은 문장 10개를 기억해야 했다. 부정확한 정교화의 피험자들은 그 표지판의 크기가 2피트라는 정보를 함께 제시받았고, 정확한 정교화 조건의 피험자들은 그 표지판의 내용이 빙판에 관한 경고라는 정보를 함께 제시받았다. 그 결과 정확한 정교화 집단의 회상률이 훨씬 높음을 알 수 있었다(Anderson, 1995, 이영애 역, 2000).

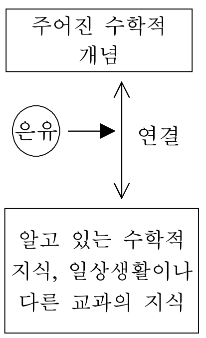
그렇다면 어떻게 하면 정교화를 잘 할 수 있을까? 효과적인 정교화 방법 중의 하나가 은유를 이용하는 것이라 할 수 있을 것이다. 앞서 살펴본 바에 따르면 개념적 은유는 "A는 B이다"라는 형식을 통하여 우리에게 친숙한 B라는 개념을 새로운 개념 A에 사상하는 것이다. 다시 말해 친숙한 개념 B와 새로운 개념 A를 연결하여 생각하게 하는 것이다. 즉, 은유가 정교화 기능을 수행하고 있는 것이다. 실제로 Reigeluth(1987)는 정교화 전략 중의 하나로 비유를 들고 있으며 학습에 있어서 비유의 중요성을 강조하였다. 이것은 수학적 개념을 획득할 때에도 마찬가지여서, 새로운 수학적 개념은 이미 알고 있는 수학적 지식과 연결하여 이해하게 된다. 즉 새로운 정보에 다른 것을 더하거나 또는 그것을 이미 알고 있는 다른 것에 관련시킴으로써 기억하려고 하는 것의 정보를 확대시키는 것이다. 이것은 수학교육에서 강조하고 있는 수학적 연결성의 관점과도 일맥상통한다고 할 수 있을 것이다. 여기서 수학적 연결성이란 수학의 영역 사이, 그리

고 영역 내의 개념을 서로 연결 짓고, 수학적 개념을 일상생활이나 다른 교과와 연결하는 모든 상황을 말한다.

<은유를 활용한 정교화>




<은유를 활용한 수학적 연결성>




다시 말해 정보의 정교화를 위한 방법 중의 하나가 은유이고, 이를 수학교육에 적용하면 수학적 연결성을 강화하는 방법 중의 하나로 은유를 활용할 수 있을 것이다.

나. 은유를 활용한 수학적 연결성 강화

본고에서는 수학적 연결성이란 수학의 영역 사이, 영역 내의 개념을 서로 연결 짓고, 수학적 개념을 일상생활이나 다른 교과와 연결하는

<표 Ⅳ-3> <수는 직선위의 점이다>

| 근원영역 선 위의 점 | → 목표영역 수의 모임 |
|---|---|
| 선 위의 점 P | →수 P' |
| 점 O | →0 |
| 점 O의 오른쪽 점 I | →1 |
| 점 Q의 오른쪽 점 P | →수 P'는 수 Q'보다 크다 |
| 점 Q는 점 P의 왼쪽에 있다 | →점 Q'는 수 P'보다 작다 |
| 점 P는 점 Q와 같은 위치에 있다 | →수 P'는 수 Q'와 같다 |
| 점들은 O의 왼쪽에 있다 | →음수 |
| 점 O와 점 P사이의 거리 | →P'의 절댓값 |

(Lakoff & Núñez, 2000)

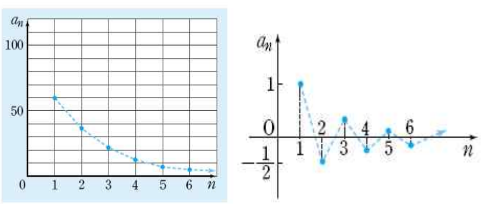
<표 Ⅳ-2> 수학적 연결성

| | |
|---|---|
| 대수적 지식<br>-기하학적 지식 | 대수적 식을 기하학적으로 표현하고, 또한 기하학적 도형을 대수적인 식으로 나타내는 것은 식과 도형의 성질들을 쉽게 이해하게 해주고 다양한 문제해결에 많은 도움이 된다. 예를 들어, \|a-b\|를 구하는 것은 수직선 위의 두 점 a, b 사이의 거리를 구하는 것이며, 함수식의 근을 구하는 것은 함수의 그래프와 $x$축의 교점을 구하는 것이며, 함수의 극댓값 찾기는 함수 그래프의 극대점을 찾는 것이며, $y=af(bx+c)+d$로 함수를 표현하는 것은 $y=f(x)$의 그래프의 변환을 나타낸다. |
| 순수 수학적 지식<br>-응용 수학적 지식 | 실생활의 비구조화된 문제를 보고 순수 수학적 개념이나 법칙을 찾아내거나, 학습한 수학적 개념이나 법칙을 실생활에 응용해보는 것이 이에 해당된다. 이 때 필요한 것이 수학적 모델링이다. |
| 선언적 지식<br>-절차적 지식 | 선언적 지식은 무엇이 어떻다는 것을 아는 것(knowing what)이고, 절차적 지식은 무엇을 어떻게 하는가를 아는 것(knowing how)이다. 선언적 지식과 절차적 지식의 연결은 문제해결에 있어 필수적이다. 개념과 절차의 적절한 연결은 자동화된 기본 기능의 획득에도 도움이 되며 이를 바탕으로 고차적인 사고를 할 수 있게 되어 수학적 개념의 획득에 많은 도움이 된다. |
| 유추적 지식<br>-분석적 지식 | 유추적 수학과 분석적 수학의 연결이라는 것은 아동들이 직접 측정하고 체험하면서 터득한 수학적 개념들이 수학적 기호와 엄밀한 증명으로 이루어진 수학적 개념들과 자연스럽게 연결되었다는 것을 의미한다. 예를 들어, 초등학교에서 학생들은 원을 몇 개의 삼각형으로 쪼개어 붙인 다음 그 도형의 넓이를 측정해봄으로써 원 넓이의 근삿값을 구하는 것을 학습하게 된다. 이는 이후에 $S=\pi r^2$ 이라는 수식과 연결되고, 구분구적법을 통해 정확한 원 넓이를 엄밀하게 증명하는 것으로 연결되어야 한다는 것이다. |

모든 상황을 뜻하는 것으로 정의하겠다. 그리고 이를 바탕으로 본 연구자는 수학적 연결을 <표 Ⅳ-2>와 같이 나누어 살펴보았다.

이 중에서 대수적 지식과 기하학적 지식의 연결을 예를 들어 보자. 이 연결에서 핵심적인 은유 중에 하나는 ‘수는 직선 위의 점이다’라는 은유이다. 이 은유는 <표 Ⅳ-3>과 같이 선 위의 점들을 수의 모임에 대응함으로써 유클리드 기하를 산술로 사상시킨다. 이 은유는 수를 선 위의 점들로써 이해하게 만들고, 이를 토대로 직선 위를 따라가는 점의 움직임을 통해서 산술의 기초를 획득하게 된다. 이러한 점의 위치를 통한 수의 이해는 일상생활에서 움직임으로의 산술을 통해서 획득되며 이것은 어릴 때부터의 경험에 의한 신체화의 결과이다. 이 은유를 통해서 얻어진 수의 개념은 이후 음수 확장과 산술 법칙 이해에 도움을 주며, 일상생활의 ‘두 수는 얼마나 가까운가?’ 와 같은 표현의 토대가 되기도 한다. 또한 이후 기하와 대수를 연결하는 해석기하학의 기초가 되는 은유이기도 하다.

이처럼 은유는 정교화 기능을 통하여 수학적 지식들을 서로 통합하여 주고 학습자가 그것을 내면화 할 수 있게 함으로써 수학적 연결성 강화에 중요한 역할을 하고 있다. 교과서에 제공되는 여러 가지 예, 실생활 문제, 시각적인 표현들이 모두 은유의 정교화 기능을 통해 학생들의 기억을 쉽게 하기 위한 것들이라 할 수 있을 것이다. 다음 [그림 Ⅳ-1]의 예를 보자. 이것은 “수는 직선 위의 점이다”를 확장하여 “수는 좌표평면 위의 점이다”라는 은유이다. 이 은유를 토대로 좌표평면 위를 따라가는 점의 움직임을 통해서 극한 개념을 제시하고 있다. 즉, 이 은유는 시각적 은유로서 정교화 기능을 통해 극한 개념의 기억을 용이하게 해주며, 대수와 기하를 연결하는 역할을 한다. 또 다음 예를 보자.




[그림 Ⅳ-1] <수는 좌표평면 위의 점이다>의 시각적 은유.
(고등학교 수학I, (주)중앙교육진흥연구소, 2007)

> $n$이 한없이 커짐에 따라 제$n$항 $a_n$은 어떻게 변하는지 살펴보자.
> (고등학교 수학I, (주)중앙교육진흥연구소, 2007)

이것은 “수열은 함수이다”라는 은유를 통하여 수열을 함수와 연결시켜 생각하는 은유이다.

<표 Ⅳ-4> <수열은 함수이다>

| 근원영역<br>함수 | 목표영역<br>수열 |
|---|---|
| 정의역 | → 자연수 전체의 집합 $N$ |
| 치역 | → 실수 전체의 집합 $R$ |
| 함수식 $f(n)$ | → 일반항 $a_n$ |
| 독립변수 | → $n$ |
| 종속변수 | → $a_n$ |

이처럼 수학적 연결성을 강화하는 방법 중의 하나로 은유를 활용할 수 있을 것이다.

## 3. 수학적 표상의 방법으로서 은유

은유가 표상적 기능을 하고 있음을 선행연구를 통해 밝히고, 이를 활용하여 수학적 표상 활동에서 내적 표상과 외적 표상을 연결하는데 은유를 활용할 수 있음을 보이고자 한다.

### 가. 은유의 표상 기능과 수학교육

먼저 표상에 대해 살펴보자. 지금까지는 ‘표상’이라는 용어의 정의가 분명하게 정의되어 있지

않아 학자마다 조금씩 다르게 사용하고 있다. Golden & Janvier(1998)(재인용, 김민경, 2010)는 표상에 대한 다양한 해석이 있음을 서술하면서, 그 해석에는 다음과 같은 내용이 포함되어 있다고 하였다.

1. 수학적으로 묘사하거나 수학적인 아이디어로 구체화하는 과정인 외적이고 물리적 상황구조
2. 구문론적이고 어의론적인 구조적 특징을 강조하여 문제를 제기하고 수학적으로 논의할 때 나타나는 언어적 구체물이나 언어체계
3. 상징이나 상징체계를 통하여 표현하는 형식적인 수학적 구조
4. 수학적 사고와 문제 해결 과정의 몇몇 현상을 묘사, 행동을 통해 추론하는 내적이고 개인적인 인지형태

또한 이종희(1998)는 "표상이란 불특정 대상이 아니라 특정 대상을 따라 떠오른 내적인 생각, 그리고 그러한 생각이 담긴 외적인 표현물 모두를 의미한다"고 하였다. 일반적으로 표상은 내적표상과 외적표상으로 구분하여 생각한다(장혜원, 1997). 학습자가 가지고 있는 사전 지식이나 경험에 비추어 정신적으로 이미지를 형성하는 내적 입장을 내적 표상이라 정의하고, 내적 표상에 대하여 그림을 그려본다거나 목록을 작성해나가거나 상징기호나 방정식을 세움으로써 내적 표상을 도와주는 외적 입장을 외적 표상으로 정의한다(박경은, 2004). 숫자나 데카르트 좌표, 대수적 표현과 방정식, 함수의 그래프, LOGO같은 컴퓨터 언어 등은 우리가 수학에서 외적표상이라고 부르는 대표적인 예이다. 내적 표상은 학생이 수학적 기호의 의미를 이해하는 것, 문제 해결 전략과 발견법, 수학적 관계에 대한 사고 작용, 정보를 부호화하고 저장, 복구하는 정신적 구조 등을 포함한다. 2000년 NCTM에서는 수학교육에서의 표상활동을 강조하면서 공식적으로 Representation을 하나의 규준(standard)으로 소개하였다. 우리나라에서도 장혜원(1997)을 비롯하여 표상과 관련된 연구들이 진행되어왔다. 그 중에서도 특히 문제해결에서의 문제표상과 관련된 연구와 수학적 개념 형성에서의 개념 표상과 관련된 연구가 많이 진행되어 왔으며, 문제 해결이나 수학적 개념 이해에 표상활동이 효과적이라고 말하고 있다.

여기서는 이러한 표상활동을 위한 방법 중의 하나로 은유를 생각해보기로 하겠다. "A는 B이다"로 이루어지는 은유는 생소한 개념인 A를 친숙한 개념인 B와 관련하여 생각하는 것이다. 즉 A라는 개념을 B를 통하여 보고 이해하는 것이다. 다시 말하면 B는 A를 대신하여 표면으로 드러난 생각이나 그 형상이 되는 것이다. 이는 B가 A에 대한 하나의 표상이 된다는 말이다. 예를 들어, "변수는 수가 들어있는 상자이다"라는 수학적 은유는 덜 친숙한 '목표영역(변수)'을 친숙한 '근원영역(상자)'을 통하여 보는 관점이다. 이를 수학적 표상의 관점에서 본다면, '상자'는 '변수'에 대한 표상이 되는 것이다.

Goldin(1992)(재인용, 박경은, 2004)은 수학을 학습하는 활동에서 내적 표상과 외적 표상의 역할을 설명하면서 모호함은 필수적이라고 하였다. 그러나 모호함은 결국 주어진 문맥상의 실행에 의해 해결되며, 이는 표상 체계에 다양한 상황에서 사용가능한 유연성과 응용력을 제공한다고 하였다. 이때, 은유, 환유, 심상 그리고 상징은 개인의 표상에 포함된 본질적인 모호성 사이에서 구조화할 수 있도록 돕는 필수적인 요소라고 하면서, 그 중 은유는 원개념을 생략하고 비유할 목적을 숨기면서 표면에 직접 그 형상만을 꺼내어 읽는 이의 상상력으로써 그 본질적인 상사성을 알게 해 나간다고 하였다. 따라서 효과적인 은유의 활용은 수학적 표상 활동을 위한

하나의 방법이 될 수 있을 것이라 생각된다.

나. 은유를 활용한 외적표상과 내적표상의 연결

Janvier, Girardon and Maorand(1993)(재인용, 박경은, 2004)은 다양한 상징들에 대한 근본적인 모호성을 설명하는 수학 학습에서 동의어(synonymy)와 이의어(homonymy)가 학생들에게 어려움을 주고 있다고 지적했다. 그들은 외적 표상은 이의어에 의해 둘 이상의 내적 표상과 관련되며, 동의어는 하나의 내적 표상에 둘 이상의 외적 표상이 관련된다고 했다. 따라서 이의어는 은유를 이해하기 위한 구조를 제공하고 동의어는 환유를 위한 구조를 제공한다는 것이다. 결국 은유와 환유의 수학 교육적 입장은 학생들의 다양한 표상 활동의 연결 및 활용이라 할 수 있다고 하였다. 이를 바탕으로 연구자는 은유를 활용한 외적표상과 내적표상의 연결의 몇 가지 예를 생각해보고자 한다.

**외적표상**

무대의
좌석 배치도

**내적표상 1**

수나 문자를 직사각형 모양으로 배열하여 좌석을 쉽게 찾을 수 있도록 한 그림

**내적표상 2**

수나 문자를 직사각형 모양으로 배열한 후 한꺼번에 처리하고 계산하기 위한 행렬

이것은 '무대 좌석 배치도'가 '행렬'에 대한 은유로 작용한 것이다. 이는 행렬이라는 새로운 수학적 개념의 이해 과정에 나타난 은유라고 할 수 있겠다.

다음 예를 보자. '도미노'가 '수학적 귀납법'에 대한 은유로 작용하였다. 이는 '수학적 귀납법'이라는 새로운 수학적 개념의 이해 과정에 나타난 은유라고 할 수 있겠다.

**외적표상**

도미노 막대

**내적표상 1**

일렬로 세워진 여러 개의 도미노 막대가 차례로 넘어지는 이미지

**내적표상 2**

수학적 명제를 증명하는 방법 중의 하나인 수학적 귀납법의 원리

다음 문장제 문제를 보자.

> 매달 100만 원의 돈을 버는 사람이 그 달에 번 돈과 이전부터 이월된 돈의 합계의 40%를 매달 소비한다고 한다. 이와 같이 한없이 반복할 때, 남게 되는 금액을 구하여라. (고등학교 수학I, (주)지학사, 2009)

**외적표상**

'한없이 반복'
이라는 언어

**내적표상 1**

유한 과정의 연속된 반복 수행에 대한 이미지(수행의 결과물이 있음)

**내적표상 2**

무한등비수열의 수렴값 구하기

무한 과정은 처음과 끝이 불분명하고 수행의 결과를 알 수 없지만, 유한 과정은 처음과 끝이 있고 수행이 끝난 후의 결과물을 바로 알 수 있다. 유한 과정의 반복으로 무한을 나타내는 은유이다. 이는 문장제 문제의 해결 중 문제 이해 과정에서 나타난 은유라고 할 수 있겠다.

이처럼 은유는 하나의 개념과 관련된 정보들을 표상하는 기능을 수행하므로, 수학적 개념을 표상하는 활동이나 수학적 문제 해결의 표상 활동의 지도 방안으로 은유를 활용할 수 있을 것이다.

## Ⅴ. 결론

전통적으로 은유는 장식적인 역할을 하는 것으로 여겨졌으나, Lakoff와 Johnson(1980)에 의하면 은유는 한 종류의 사물을 다른 종류의 사물의 관점에서 이해하고 경험하는 것으로 은유는 인간 사고의 문제이며 인간의 개념체계를 구축하는 인지적 도구이다. 이러한 인지언어학적 견해는 수학교육에서도 중요한 의미를 가진다. 새로운 수학적 개념을 표현하고 전달하기 위해서는 이미 알고 있는 지식이나 언어를 사용할 수 밖에 없으므로, 교사는 은유를 사용하여 새로운 개념을 전달하게 되고 학생은 은유를 통하여 그 개념을 이해하게 되는 것이다. 때로 그것이 교사들에게는 너무나 익숙한 은유일지라도 새로운 개념을 접하는 학생들에게는 그것이 생생한 은유로 다가오게 되므로 수학교육에 있어서 은유의 사용은 학생들에게 효과적인 수학 학습 전략이 될 수 있을 것이다. 수학교육에의 은유의 사용을 좀 더 구체적으로 살펴보자. 첫째, 은유는 익숙하지 않은 개념을 친숙한 개념이나 경험의 범주 안에서 이해할 수 있도록 설명해주는 기능을 수행하므로, 수학적 개념을 설명하는 수학 학습 지도 방법으로 은유를 활용할 수 있을 것이다. 둘째, 은유는 새로운 개념과 친숙한 개념을 관련짓고 통합하는 정교화 기능을 수행하므로, 새로운 수학적 지식을 기존의 개념체계와 연결하여 수학적 연결성을 강화시켜줄 수 있을 것이다. 셋째, 은유는 하나의 개념과 관련된 정보들을 표상하는 기능을 수행하므로, 수학적 개념이나 수학적 문제 해결의 표상 활동의 방법으로 은유를 활용할 수 있을 것이다.

본 연구의 의의는 앞으로 은유를 활용한 구체적인 수학 교재나 수학 수업 모형이 개발될 수 있는 가능성을 제시했다는 점이다. 앞으로 개념적 은유에 근거한 수학 학습 지도 방안을 더 연구한다면 수학 교육의 발전에 긍정적인 영향을 미칠 것으로 기대한다. 본 연구를 토대로 수학과 학습 지도 방법으로 제시된 은유가 실제 수업을 구성하는데 활용되는 구체적인 모습과 학습자의 반응 등에 대한 향후 연구의 필요성이 제기된다.

## 참고문헌


김경용(1994). **기호학이란 무엇인가.** 서울: 민음사.

김민경(2010). **수학 문제 해결에서 학업성취도에 따른 표상 활용 능력과 특징 분석.** 고려대학교 대학원 석사학위 논문.

김상미(2005). **초등교사 <나>의 수업 이야기로 보는 수학 수업의 은유.** 한국교원대학교 대학원 박사학위 논문.

김상미・신인선(2006). 초등수학교실에 나타난 수학적 은유. **한국수학교육학회 수학교육 프로시딩,** 36, 17-31.

김선현(2007). **문제설정을 통한 고등학교 1학년 학생들의 수학적 연결성에 관한 분석.** 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.

김욱동(2000). **은유와 환유.** 서울: 민음사.

남진영(2007). **수학적 지식의 구성에 관한 연구.** 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

박경은(2004). **수학적 표상활동: 문헌 연구를 중심으로.** 고려대학교 대학원 석사학위 논문.

박정희(2006). **은유의 양상과 기능.** 경성대학교 대학원 석사학위 논문.

서범석(2007). **세포개념의 정교화 비유 교재의 개발 및 적용.** 경북대학교 대학원 석사학위 논문.

우정호(2000). **수학 학습-지도 원리와 방법.** 서울: 서울대학교출판부.

유희찬・조완영・손홍찬・조정묵・이병만・김용식 외 7명(2009). **고등학교 수학 I**. 서울: (주)미래엔 컬처그룹.

유영옥(2010). **은유를 이용한 고등학교 영어 교재 개발 연구**. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.

이강섭・왕규채・송교식・양인웅(2009). **고등학교 수학 I**, 서울: (주)지학사.

이민재(2008). **수학적 귀납법의 지도 방향에 대한 연구**. 부산대학교 대학원 석사학위 논문.

이승우(2001). **학교수학에서의 유추와 은유**. 서울대학교 대학원 석사학위 논문.

이정모・김민식・감기택・김정오・박태진・김성일 외 12명(2003). **인지심리학**. 서울: 학지사.

이종희(1998). 표상의 개념: 상징, 이미지, 모방과의 관계. **아동교육연구, 19**(1). 55-68.

장혜원(1997). **수학학습에서의 표현 및 표상에 관한 연구-표상모델 개발을 중심으로**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

조영심(2002). **은유의 인지언어학적 연구**. 전주대학교 대학원 박사학위논문.

주미경(2001). 수학적 은유의 사회 문화적 분석. **대한수학교육학회지 수학교육학연구, 11**(2), 239-256.

주미경・권오남(2003). 학생들의 미분 방정식 개념에 대한 수학적 은유 분석. **대한수학교육학회지 학교수학, 5**(1), 135-149.

최봉대・강옥기・황석근・이재돈・김영욱・홍진철(2007). **고등학교 수학 I**. 서울: (주)중앙교육진흥연구소

하미영(2008). **개념적 은유에 근거한 도덕과 수업방안**. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.

Sierpinska, A. (1996). Understanding in mathematics. 권석일 외, 역(2010). **수학에서의 이해**. 서울: 경문사.

Aristotle (1922). De Arte Poetica Liber. Oxford University Press. 천병희 역(2006). **시학**. 서울: 문예출판사.

Black. M. (1962). *Model and Metaphors Studies in Language and Philosophy*. NY: Cornell University Press.

Chiu, M. M. (1994). Metaphorical reasoning in mathematics: Experts and novices solving negative number problems. *Paper Presented at the Annual Meeting of the American Education Association,* April, 4-8. LA: New Orleans (ERIC Document Reproduction Service No. ED 374-988).

______ (1996). Exploring the origins, uses and interactions of student intuitions: Comparing lengths of paths. *Journal for Research in Mathematics Education* 27, 4, pp. 478-504.

Chomsky, Noam. (1965). *Aspects of Theory of Syntax.* Cambridge: Harvard University Press.

English, L. D. (1997) Mathematical reasoning analogies, metaphors, and images. Lawrence. 권석일 외 역(2009). **수학적 추론과 유추, 은유, 이미지**. 서울: 경문사.

Gagné, E. D., Carol Walker Yekovich, Yekovich, F, R.(1993). The Cognitive Psychology of School Learning. 이용남 외 역(2005). **인지심리와 학교학습**. 서울: 교육과학사.

Grice, H. P. (1975). *Logic and Conversation.* New York: Academic Press.

Hawkes, T. (1970). Metaphor. 심명호 역(1978). **은유**. 서울: 서울대학교 출판부.

James Hiebert et al. 김수환, 박영희, 이경화, 한대희(역)(2004). **어떻게 이해하지? 수학교실 연구시리즈 I**. 서울: 경문사.

John Robert Anderson(1995). Cognitive Psychology and Its Implications. 이영애 역(2000). **인지**

**심리학과 그 응용.** 서울: 이화여자대학교 출판부.

Lakoff, G., & Núuñnez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from.* NY: Basic Books.

Lakoff, G., Johnson, M. (1980). Metaphors We Live By. 노양진, 나익주 역(2006). **삶으로서의 은유.** 서울: 도서출판 박이정.

NCTM. Principles and Standards for School Mathematics. 류희찬 외 역(2007). **학교수학을 위한 원리와 규준.** 서울: 경문사.

Reigeluth, C. M.(1987). *Lesson blueprints based on the elaboration theory of instruction.* New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Reigeluth, C. M.(1999). Instructional-Design Theories and Models A New Paradigm of Instructional Theory. 최욱 외 역(2005). **교수설계 이론과 모형.** 서울: 아카데미프레스.

Ricoeur, Paul. (1976). Interpretation. 김윤성, 조현범 역(1995). **해석이론.** 서울: 서광사.

Skemp, R, R.(1987). The Psychology of Learning Mathematics. 황우형 역(2000). **수학학습심리학.** 서울: 사인언스북스

Stephen, K. R. Cognition: Theory and Applications. 박권생 역(2006). **인지심리학: 이론과 적용.** 서울: 시그마프레스.

# A Study of Teaching Methods Using Metaphor in Mathematics

Kim, Ji Youn (Daegu Seongsan Hign School)

This study is centered on the application of metaphor theory to math education from the cognitive-linguistic view. This study, at first, introduced what metaphor is, and looked into it from the math-educational view. Furthermore, on the basis of that, this study examined the significance of metaphor to math education, and dealt with its relevance to math education, focusing on the functions that metaphor has. This study says that metaphor has the function of explanation, elaboration and representation. In addition, this study examplifies that using metaphor can be an effective math learning strategy for mathematical concept explanation, mathematical connection and mathematical representation learning.

* key words : metaphor(은유), the function of metaphor(은유의 기능), the function of explanation(설명적 기능), the function of elaboration(정교화 기능), the function of representation(표상적 기능)

논문접수 : 2011. 10. 16
논문수정 : 2011. 11. 21
심사완료 : 2011. 12. 8