

분수에 대한 교사의 PCK와 수업 실제의 비교 분석

김 보 민* · 류 성 림**

본 연구의 목적은 분수에 대한 PCK와 수업 실제를 알아보고 교사의 전문성 향상을 위한 함의점을 알아보는 것이다. 이를 위해 분수 영역에서 PCK 분석 준거를 설정한 후 PCK 질문지를 이용하여 교사의 PCK를 분석하였고, 분수 수업 실제를 관찰, 분석하였다. 3명의 교사를 대상으로 4학년은 '1. 분수의 덧셈과 뺄셈', 5학년은 '2. 분수의 나눗셈' 단원을 선정하여 수업을 관찰하여 교사의 PCK와 비교 분석하였다. 연구 결과는 다음과 같다. 교수 방법에 대한 지식과 실제 수업은 어느 정도 상관관계가 있는 것으로 보인다. PCK가 풍부한 A, C교사의 경우 교사가 갖고 있는 PCK를 실제 수업에서 적용하는 모습을 보였으나, 상대적으로 약한 B교사의 경우는 갖고 있는 PCK가 실제 수업에서는 발현되지 못하였다. 또 교사가 갖고 있는 PCK는 학습자의 태도, 학교 상황 등에 영향을 받기도 하였다. 따라서 교사의 분수에 대한 PCK를 향상시키기 위해서는 전문성 신장을 위한 연수 프로그램 확충과 예비교사를 위한 PCK 교육 프로그램의 개발이 필요하다.

1. 서론

교사가 학생들과 생활하면서 가장 큰 비중을 차지하는 수업에는 교사의 지식, 학생의 특성, 가르치는 내용, 자료 등의 다양한 변인이 작용한다. 따라서 교사는 좋은 수업을 위해 다양한 변인에 대한 전문적 지식을 가지고 학생들을 가르치려는 노력이 필요하다. 수학수업 속에는 내가 평상시 사용하는 어투, 표정, 수학적 지식, 강조하는 내용 등이 드러나기 마련이다. 특히 교사의 수학적 지식은 학생들의 학습에 큰 영향을 줄 수 있기 때문에 매우 중요하다. 평소 교사가 갖고 있는 수학적 지식에 어떠한가에 따라 수업 방향이 결정될 수도 있기 때문이다. Ma(1999)에 의하면 수업 외적인 요인과는 다르게 교사가 가지고 있는 지식의 수준이 수학 교

수·학습에 직접적인 영향을 미친다.

1980년대 후반 스탠포드 대학의 Shulman(1986)을 시작으로 한 교사의 지식에 대한 연구들은 교사의 지식이 가르치는 내용과 방법의 혼합물임을 강조하면서 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge; 이하 PCK)이라는 개념을 정의하였다. PCK는 다른 사람이 이해할 수 있도록 해당 교과목을 가르치는 방법에 대한 지식인데, 이는 수학 내용에 대한 지식, 학습자 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식으로 나뉘볼 수 있다(Grossman, 1990; Marks, 1990). 최근 National Council of Teachers of Mathematics(2000, 이하 NCTM)에서는 수학을 효과적으로 가르치기 위해서 교사는 수학 내용, 학습자로서의 학생들 및 교수법적 전략을 알고 이해해야 한다고 제시하며 PCK의 중요성을 강조하고 있다. 또한 NCTM(2007)은 PCK라는 용어를 사용하지는 않았지만

* 불로초등학교 (blackleopards@hanmail.net)

** 대구교육대학교 (srryu@dnue.ac.kr), 교신저자

수학 교수·학습에 대한 7개의 기준을 지식, 실행, 분석의 3개로 범주화하여 교수학적 내용 지식에 대해 언급하고 있다.

Hill, Schilling & Ball(2004)은 ‘수학 교수를 위한 내용 지식(content knowledge for teaching mathematics, CKT-M)’이라는 개념을 정의하고 이를 ‘공통’과 ‘특수’ 지식으로 구분하였다. 이 논의를 보다 정교화하여 Hill, Ball & Schilling(2008)은 교사에게 필요한 지식을 ‘공통 내용 지식’, ‘특수 내용 지식’, ‘내용과 학생에 대한 지식’, ‘내용과 교수에 대한 지식’의 네 가지로 구분하였다(박지혜, 2011, 재인용).

특히 교사가 지도할 때나 학생들이 학습할 때 가장 어려워하는 내용 영역이 분수라고 볼 때(김옥경, 1997; 김경미·강완, 2008), 교사들에게 분수의 PCK는 다른 내용 영역보다 더욱 필요하다고 생각한다. 지금까지 연구자의 경험이나 동료 교사들의 수업참관을 통해 살펴본 분수 수업은 대체로 구체적이고 다양한 상황을 제시하기 보다는 기호와 알고리즘이 주가 되어 진행되고 있다. 학생들에게 있어 분수와 관련된 내용은 생활주변에서 쉽게 접할 수 있는 수 개념이 아니어서 학생들이 이해함에 있어 어려움을 많이 느낀다. 이에 많은 연구자들이 학생들이 분수를 공부하면서 발생할 수 있는 오류 유형에 대한 연구를 많이 진행하였다(권오남·김진숙·이경아, 1997; 김경미·강완, 2008; 윤희태, 2002; 추은영, 2003; Ashlock, 2006; Tirosh, 2000). 또 분수에 대한 수학적 지식에 대한 연구는 예비교사들을 대상으로 한 연구가 일부 이루어졌다(Tirosh, 2000; 김경은, 2009). 그러나 현직 교사들을 대상으로 분수에 대한 교사의 PCK와 수업 실체에 대한 연구는 아직 부족한 실정이다. 분수의 개념에 대한 이해를 바탕으로 학년이 올라갈수록 분수의 연산으로 내용이 광범위해지고 심화되어진다. 이에 현직 교사들

을 대상으로 분수에 대한 PCK와 수업 실체에 대한 비교 연구가 필요하고 본다.

따라서 본 논문에서는 수학의 분수영역의 지도를 위해 필요한 교사의 PCK를 알아보고 수학 수업의 실체를 분석한 후, 교사의 PCK와 수학 수업의 실체를 비교 분석함으로써 교사의 전문성 신장을 위한 함의점을 찾아보고자 한다.

II. 이론적 배경

1. PCK

PCK(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK)란 ‘특정 내용을 특정 학생들의 이해를 촉진할 수 있도록 가르치는 방법에 대한 교사의 지식’을 말한다(Shulman, 1986; 1987). PCK에는 주제, 절차 및 개념에 대한 상당량의 교과 내용 지식 및 이들 간의 관계에 대한 이해가 포함된다. 잘 발달된 PCK를 갖춘 교사는 학생들의 잘못된 이해를 방지하면서, 심층적인 이해를 촉진할 수 있는 수업을 할 가능성이 있다. PCK는 본질적으로 교과 내용에 따라 달라지므로, 내용 상세 교수(content-specific pedagogy)라고도 불린다.

PCK를 뒷받침하는 교사 전문 지식의 영역들은 교과별로 다소 다를 수 있지만, 일반적으로 (1) 교과 내용 지식, (2) 교수 방법에 대한 지식, (3) 학생에 대한 지식 등이 공통으로 포함된다.

2. 수학과 PCK

수학과의 PCK는 교사가 자신의 교과 지식과 교수 경험을 통하여 발전시켜나가는 것으로, 특정한 수학 내용을 학생들이 이해할 수 있는 방

식으로 가르치는 방법에 대한 지식이다. 그러나 PCK는 주어진 교과 영역의 모든 교사들이 공유하는 동일한 단 하나의 실체가 아니며, 가르치는 맥락, 내용 및 교사 경험의 영향을 받아서 달라지는 개인 교사별로 고유한 전문성이다(이화진, 2006). 다른 교과도 마찬가지지만, PCK가 제대로 구현되고 발현되려면 무엇보다 가르치는 수학 내용에 대하여 정확한 개념적 이해를 갖추고 있어야 한다. 이러한 가르치는 영역에 대한 전문지식은 가르치는 절차, 전략 및 방법에 대한 전문성과 결합하여 수학과 내용 교수법이라는 혼합물의 수준을 넘어 화합물을 생성해내게 된다.

이화진(2006)은 수학과 PCK 개념은 교사가 학생이 교과 내용을 이해할 수 있도록 교과를 표현하고 구성하는 방법으로, 가르치는 주제를 표현하는 가장 유용한 형식, 가장 강력한 유추 사례, 설명, 논증 등을 포함한다고 주장하였다. 이런 의미에서 볼 때 수학과 PCK는 내용 전문가인 수학과 수학과 교사를 차별화시키는 교사 전문성의 요체에 해당하는 것으로 사회의 일반 구성원들이 교사가 반드시 가지고 있기를 기대하는 전문적 지식이기도 하다. 교사의 수업 전문성의 핵심에 해당하는 수학과 PCK를 학교 현장에 보급하는 것은 교사의 전문성 신장에 의미가 있으며, 특히 현장의 교사들이 가르치기 어려워하는 주제들을 찾아 그것을 가르치는 효율적인 지도 방법을 제공하는 것은 현장의 교사들에게 큰 도움이 될 것으로 기대된다.

수학과 PCK는 다른 교과와 마찬가지로 내용, 학생, 상황 지식의 영향 하에 형성되지만, 이와는 독립적으로 존재하는 교사의 실천지식이다(최승현, 2007; Grossman, 1990; Marks, 1990). 즉 수학과 PCK는 수학과 수업의 배경 지식이 되는 수학과 자체의 수업 목표, 내용, 교수 방법 및 평가, 수학과 학습에 대한 학생 이해, 수학과

수업 상황 등의 구성요소로 이루어지며, 동시에 이러한 요소들이 서로 결합된 지식이라고 볼 수 있다.

3. 분수에 대한 PCK

가. 분수 연산에 대한 수학 내용 지식

1) 분수 연산의 의미

분수 연산의 의미는 기본적으로 자연수의 연산을 바탕으로 한다. 분수의 덧셈과 뺄셈은 자연수의 경우에는 더해지거나 빼지는 단위는 수 자체의 자릿값에 의해 결정되기 때문에 세어서 간단히 해결된다. 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 더해지거나 빼지는 단위가 분모에 의해 결정되고 같은 단위에서 더하고 빼야 하기 때문에, 동치 분수에 대한 이해가 필요하다. 학생들은 먼저 단위가 무엇인지 잘 찾지는 못하더라도 크기가 같은 단위를 더하거나 빼야 한다는 것을 깨달아야 한다(김옥경, 1997).

분수의 곱셈은 동수누가와 묶음의 의미, 넓이의 의미, 비율이 사용되는 상황, 연산자의 의미로 설명이 가능하다. 자연수의 곱셈의 정의를 이용하여 (분수) \times (자연수)도 동수누가의 의미로 생각할 수 있다. 예를 들어, $\frac{1}{2} \times 3$ 을 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 의 의미로 생각할 수 있다. 그러나 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$ 과 같이 (분수) \times (분수)의 경우에는 동수누가의 의미로 설명하기 어렵다. (분수) \times (분수)의 의미를 설명하기 위해서는 묶음에 의한 설명, 넓이에 의한 설명, 비율에 의한 설명 방법을 이용한다(Baroody & Coslick, 1998).

분수의 나눗셈은 포함제, 직사각형 넓이의 의미, 번분수의 의미로 설명할 수 있다.

2) 분수 연산 방법

분수의 덧셈과 뺄셈을 하는 방법은 분수의 분모가 동분모일 때와 이분모일 때로 구분할 수

있다. $\frac{2}{7}$ 는 $\frac{1}{7}$ 이 2개 모인 것이고, $\frac{4}{7}$ 는 $\frac{1}{7}$ 이 4개 모인 것이다. 따라서 $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$ 는 $\frac{6}{7}$ 이 된다. 이는 ‘사과 2개와 사과 4개를 합하면 모두 몇 개가 되는가?’와 같은 자연수의 덧셈을 확장한 것이다. 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 자연수의 덧셈, 뺄셈과 쉽게 관련지을 수 있더라도 구체적인 활동을 통하여 분수의 덧셈과 뺄셈을 이해시키는 것도 필요하다.

이분모 분수의 덧셈과 뺄셈은 단위의 크기가 다르기 때문에 직접 계산할 수 없다. 따라서 단위를 같게 만들어야 덧셈, 뺄셈이 가능하다는 사실을 인식시켜야 한다. 이는 이분모 분수의 대소를 비교할 때와 동일한 배경지식 즉 통분이 필요하다. 또한 통분을 통한 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 학습하기 전에 분수의 덧셈과 뺄셈의 결과를 어렵하여 보는 활동이 필요하다.

분수의 곱셈을 계산하는 방법은 임의의 두 분수가 있을 때 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱하는 것이다. 예를 들면, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ 이다. 이 때, 분모와 분자끼리 약분할 수 있는 경우는 약분을 해주면 된다.

분수의 나눗셈을 계산하는 방법은 동분모 분수일 경우와 이분모 분수일 경우로 생각해 볼 수 있다. 동분모 분수일 경우, 단위의 크기가 같으므로 분자의 나눗셈으로 계산할 수 있다. 예를 들어, $\frac{12}{13} \div \frac{5}{13}$ 는 $12 \div 5$ 로 생각하여 $\frac{12}{5}$ 가 된다. 이분모 분수를 나누기 위하여, 분모를 같게 하기 위해서 분수를 고쳐 쓸 수 있는데 임의의 $a, b, c, d(b, d \neq 0)$ 에 대하여 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ 를 공통분모를 가진 분수로 만들면 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \div \frac{bc}{bd} = \frac{ad}{bc}$ ($= \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$)와 같이 고쳐질 수 있다. 따라서 분수의 나눗셈은 분수를 나누는 대신에 제수인 분수의 역수를 곱하는 것과 같다. 예를 들면, $\frac{3}{7} \div \frac{5}{9} =$

$$\frac{27}{63} \div \frac{35}{63} = \frac{27}{35} = \frac{3}{7} \times \frac{9}{5} \text{가 된다.}$$

나. 분수 연산에 대한 학습자 이해 지식

분수 연산 오류에 관한 선행 연구를 살펴보면, 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 연구(추은영, 2003), 분수 곱셈과 나눗셈에 대한 오류(윤희태, 2002), 분수의 나눗셈에서 보이는 오류(김경미·강원, 2008), 학생들이 분수 연산에서 나타내는 오류(권오남 외, 1997)가 있다. 이를 바탕으로 학생들이 분수 연산에 대해 범할 수 있는 대표적인 오류를 정리하면 <표 II-1>과 같다.

다. 분수 연산에 대한 교수 방법 지식

1) 분수의 덧셈(뺄셈)에 대한 지도 방법

분수 학습을 잘 하기 위해서는 자연수와 분수의 개념의 이해에 중점을 두고 구체적인 여러 상황과 관련지어 의미를 알 수 있게 연산지도를 해야 한다. 학생들에게 의미있는 수업이 되기 위해서는 생활 장면을 소재로 하여 구체적인 조작활동을 통해 수업을 유도하고 조작활동에 대응하여 반구체물인 그림을 보고 추상화하여 식으로 나타낸다. 또한 조작활동으로 얻어진 결과로 이해하는 것뿐만 아니라 계산하는 방법을 학생들이 스스로 발견하도록 유도하여야 한다(배중수, 2005).

분수 막대만으로 학생들의 이해가 어려워므로 원이나 퀴즈네어 막대 같은 직관적 모델이 필요하다. 이러한 활동을 통해 분수의 덧셈과 뺄셈을 정확하게 계산하기 위해서는 통분의 필요성을 느끼게 하는 것이 좋다. 퀴즈네어 막대는 통분과 최소공배수의 개념을 충분히 익힌 다음 지도해야 한다.

2) 분수 곱셈에 관한 지도 방법

실생활 상황에서 문제를 도입하고 조작활동을 통해 분수의 곱셈을 지도할 수 있어야 한

<표 II-1> 분수 연산에서 범할 수 있는 오류 유형

오류 유형	예
분수의 덧셈(뺄셈)오류	<ul style="list-style-type: none"> • 분수와 자연수의 계산에서 자연수를 분자와 더한 경우 • 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 더하고 빼는 경우
통분 오류	<ul style="list-style-type: none"> • 공통분모를 찾아 분모는 서로 같게 고쳤으나 분자는 그대로 쓰는 경우 • 통분하기 위해 분모끼리의 최소공배수를 찾을 때, 큰 분모와 같게 하기 위해 나머지 작은 분모에 수를 더해 찾는 경우
약분 오류	<ul style="list-style-type: none"> • 분자끼리 약분하는 경우, 분모끼리 약분하는 경우 • 분수의 덧셈과 뺄셈에서 서로 다른 분수의 분자와 분모를 약분하는 경우 • 분수의 곱셈에서 대분수를 가분수로 변환하지 않은 채, 분자와 분모를 약분하는 경우
변환 오류	<ul style="list-style-type: none"> • 가분수에서 대분수 변환 오류 • 대분수에서 가분수로 변환의 오류
역수 오류	<ul style="list-style-type: none"> • 분수 곱셈에서 역수를 취하는 경우 • 역수를 제대로 취하지 못하는 경우
분수 구성의 오류	<ul style="list-style-type: none"> • 분수의 상호관련성을 연관짓지 못해서 생기는 오류
계산 순서 오류	<ul style="list-style-type: none"> • 혼합산일 때, +, -, ×, ÷가 섞여 있을 때 발생

$2 \times 2 = 4$	$\frac{1}{2} \times 2 = 1$
$2 \times 1 = 2$	$\frac{1}{2} \times 1 = 1$
$2 \times \frac{1}{2} = 1$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
$2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

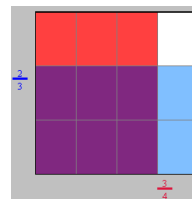
[그림 II-1] 자연수와 분수의 곱셈에 따른 패턴 변화 찾기

다. 현행 교과서에서는 (진분수)×(자연수), (대분수)×(자연수), (자연수)×(진분수), (자연수)×(대분수), (단위분수)×(단위분수), (진분수)×(진분수), (대분수)×(대분수)의 순으로 지도하고 있는데, 거의 그림을 이용한 조작활동을 통해 지도하고 있다. 한편 분수의 곱셈에서는 승수에 따른 변화를 이해하는 것이 중요하다. 자연수의 곱만 생각하여 곱셈이면 그 결과가 항상 커져야 한다고 생각하는 학생들에게 [그림 II-1]과 같은 일련의 과정을 거치면서 분수의 곱셈에

대한 성질을 찾아보게 하는 것이 유용하다.

분수의 곱셈은 자연수의 곱셈에서와 달리 곱셈의 결과가 곱해지는 수보다 작아지는 경우도 있기 때문에 이전에 학습한 구체물에 의한 지도보다는 일상생활의 예를 몇 가지 들어 설명해 주는 것이 좋고, ‘반 배’, 또는 ‘반의 반 배’라는 일상용어를 활용하여 곱이 항상 커지는 것이 아니라는 것을 지도하는 것이 바람직하다(김옥경, 1997).

(분수)×(분수)는 넓이의 의미를 이용하여 지도하는 것이 효과적이다. 예를 들면, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ 은 [그림 II-2]와 같이 지도하면 쉽게 이해할 수 있다.



직사각형의 세로의 $\frac{2}{3}$ 만큼, 가로로 $\frac{3}{4}$ 만큼 색칠하면 겹쳐진 부분은 $\frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$ 이다.

[그림 II-2] $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ 의 곱셈

3) 분수 나눗셈에 관한 지도 방법

분수의 나눗셈에서는 학생들이 알고리즘을 사용하여 역수를 취해 곱하는 것을 알게 되면, 분수 나눗셈의 의미는 곧 잊어버리는 경향이 있다. Armstrong & Bezuk(1995)는 제수가 자연수일 때 등분제를 이해하는 것은 어렵지 않지만(예, $\frac{3}{4} \div 8$), 제수가 분수일 때 등분제 나눗셈 상황을 이해하는 것은 어렵다(예, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$)라고 말한다. 그러나 Behr, Harel, Post & Lesh(1992)는 포함제뿐만 아니라 등분제에 대해서도 시각화함으로써 분수 나눗셈의 의미를 자연수에서와 마찬가지로 충분히 실제적으로 접근할 수 있다고 한다.

이분모 분수끼리의 나눗셈에서는 분모를 통분하여 $a \div b = \frac{a}{b}$ 의 성질을 이용하여 나타낼 수 있다.

분수의 나눗셈을 깊이 이해하기 위해서는 분배의 의미가 곱셈에 대한 묶음의 의미와 관련되는지 이해하여야 한다.

4. 선행 연구에 대한 고찰

분수는 학생들에게 지도하기에 어려운 개념 중 하나이다. 그러므로 분수 학습에 대한 연구는 끊임없이 계속 되어오고 있다. 이러한 연구를 끊임없이 하는 것은 궁극적으로 수업을 통해 학습자에게 올바른 개념을 정립시키고자 하는 것이다. 최근의 주된 연구는 학생들의 오류나 오개념 분석, 교사의 내용 지식과 수업과의 관련성에 대한 것이다.

분수 개념 이해와 관련된 선행연구를 살펴보면, 다음과 같다.

소성숙(2003)은 초등학교 학생들의 분수감각에 대한 실태 분석을 통하여 초등학교 5, 6학년 학생들의 학년별 분수 감각 실태에 대한 개선이 필요하다고 하였다. 초등학생의 낮은 분수감각을 높이기 위해서는 분수수업의 현재 상황을 진단하여 효과적인 교수법과 교구의 개

발, 타 영역과 유기적으로 관련된 지도법의 연구가 필요하다고 하였다.

김옥경(1997)은 분수 이해 실태를 진단한 결과 학생들의 분수의 크기와 양적인 이해가 부족하고 연산의 의미를 알지 못하며 알고리즘에 전적으로 의존하여 연산을 하고 연산을 구체적인 상황과 관련짓지 못하는 것으로 나타났다. 이러한 수업을 토대로 분수 수업에 대한 개선이 요구된다고 보아 초등학교 분수 수업에서는 첫째, 크기 비교나 연산 등에서 기호와 알고리즘에 의한 형식화는 개념 이해를 바탕으로 해야 한다고 하였고, 둘째 분수의 크기를 비교하고 분수 연산의 개략적인 어림을 할 수 있어야 한다고 하였으며, 셋째 연산과 구체적인 상황과 관련지어 보는 경험이 제공되어야 한다고 보았다.

최영주(2005)는 초등학교 학생들의 분수 오개념 분석 및 분수 개념 형성 지도방안에서 분수 개념 검사를 통하여 학생들이 나타내는 오개념의 원인을 찾아본 결과 그 원인들은 수학 학습 이론 및 교수학적 요인으로 설명될 수 있다고 하였다. 교과서가 잘못된 오개념을 줄이고 학생들이 의미 있는 활동들을 통하여 자신의 지식을 자주적으로 구성할 수 있도록 학생들의 다양하고 실제적인 활동을 위한 방향으로 개선되어야 한다고 하였다.

분수에 대한 PCK 연구를 살펴보면, 다음과 같다.

Tirosh(2000)는 분수의 나눗셈에 대한 예비교사의 PCK 연구에서 예비교사들은 분수의 나눗셈은 할 수 있었으나 학생들이 범할 오류와 원인에 대해서는 잘 이해하지 못했다. 예비교사들은 오류가 생기는 것은 학생들이 알고리즘을 기억하지 못하기 때문이라고 보았다. 즉 오류의 원인을 학생들의 부주의나 능력의 탓으로 돌리는 경향이 있다는 것이다.

이종욱(2005)은 분수에 대한 교사 지식의 변화

에 관한 연구에서 현직 교사를 대상으로 이루어지는 교사교육은 교사의 전문성 개발을 목표로 수학과에 대한 깊은 탐구를 통해 교사의 지식을 향상시켜야 한다고 하였다. 왜냐하면 교사의 수학적 지식과 교수법적 내용 지식의 변화는 결국 학생들이 보다 개념적으로 이해하면서 학습하는 상황으로 이어질 수 있기 때문이다.

김경은(2009)은 분수에 관한 예비 초등교사의 교수학적 내용 지식을 분석하였다. 예비 초등교사들은 학생들이 범하는 오류에 대한 지식뿐만 아니라 상황에 대한 이해가 부족하였다. 또한 분수 연산의 지도 계열에 대한 이해를 위해서 분수의 연산 지도 순서와 연산에 대한 의미 있는 이해를 교육시킬 수 있는 프로그램이 필요하다고 하였다. 분수의 곱셈과 나눗셈에서는 의미에 대한 명확한 이해가 부족하였고, 어떻게 설명할 것인지에 대한 교수 방법 지식의 측면에서 깊이 있는 이해가 요구된다고 보았다.

이상의 선행연구를 살펴본 결과 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있다.

첫째, 분수 학습에서 학생들의 오류들이 다양하게 나타나고 있는데, 이는 결국 교사들의 지도법에 대한 변화를 필요로 한다고 볼 수 있다. 지도법을 변화시키기 위해서는 학생들을 개념적으로 이해시키기 위한 교수 방법에 대한 깊이 있는 이해가 필요하다.

둘째, 분수에 대한 교수법적 지식의 변화를

가져오기 위해서는 초등학교 예비교사들에게 분수에 대한 PCK를 이해시키기 위한 심화된 수업이 필요하고, 일선 교사들에게도 지속적인 연수 프로그램을 제공할 필요가 있다.

지금까지 예비 교사나 교사들을 대상으로 하는 교수학적 내용 지식 분석은 있었지만(김경은, 2009; 방정숙, 2007; Tirosh, 2000), 수업에 실제에 관한 연구는 부족하므로 학생들이 어려워하는 개념 중의 하나인 분수에 대해 교사들이 가지고 있는 PCK와 수업의 실제와의 관련성을 찾아볼 필요가 있다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

학부에서 수학교육을 전공했거나 수업의 개선을 위해 노력하고 있는 초등학교 4학년 담임 교사 2명, 5학년 담임교사 1명, 총 3명을 선정하였다.¹⁾ A교사는 교육대학에서 수학교육을 심화과정으로 이수하고, 경력 5년의 초등학교 교사로 처음으로 4학년을 맡게 되었다. B교사는 교육대학에서 체육교육을 심화과정으로 이수한 경력 4년차의 교사이다. 4년차이긴 하지만 중소도시에서 근무하다 올해 임용고시를 새롭게 쳐 광역시에 근무하게 된 교사이다. 5학년만 3

<표 III-1> 연구 대상

교사	학부전공	학력 및 경력
A (4학년)	수학교육심화과정	5년차, 교육대학 수학교육과 졸업, 수학연구회 활동
B (4학년)	체육교육심화과정	4년차, 교육대학 체육교육과 졸업
C (5학년)	윤리교육심화과정	4년차, 교육대학 윤리교육과 졸업

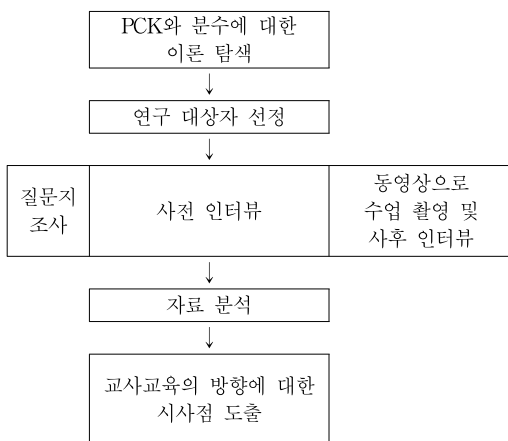
1) 본 연구는 분수라는 공통된 영역에 대한 교사의 수학 내용 지식, 학습자 이해 지식, 교수 방법에 대한 지식을 알아보고, 교사마다 가지고 있는 PCK가 수업에서 어떻게 나타나고 있는지에 대해 비교·분석해보는 사례연구이므로 학년이 같을 필요는 없다고 보았다.

번 답임을 맡았으며 5학년 지도에 있어 자신감을 보였다. C교사는 교육대학에서 윤리교육을 심화과정으로 이수한 경력 4년차의 교사이다. 현재 학교에서 4년 동안 근무하였으며 6학년 2번, 5학년 2번 교학년 위주로 답임을 하였다.

2. 연구 방법 및 절차

가. 연구 방법

교사의 분석 준거 설정 전에 문헌 조사를 통해 교사의 지식을 수학 내용 지식, 학습자 이해에 대한 지식, 교수방법에 대한 지식으로 구분하였다. 이를 바탕으로 분수의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈에 대한 단원을 선정하여 교사의 지식 준거를 설정하고 질문지 및 인터뷰 질문지를 작성하였다. 질문지의 내용에는 분수의 연산의 전반적인 내용을 모두 포함하고 있으며 교사의 수학 내용 지식, 학습자 이해에 대한 지식, 교수방법에 대한 지식을 알아보고자 하였다. 또한 본 연구에 참여한 교사를 대상으로 질문지 조사 후 수업 전에 교육관, 평상시 수업 방법, 수학에 대한 인식, 학습자에 대한 이해 정도를 인터뷰하고, 수업 후 수업에 대한 사후 인터뷰를 실시하였다. 각 교사별로 2회의 수업



[그림 III-1] 연구 방법.

관찰을 실시하였으며 평상시와 같은 수업을 촬영하였다.

연구 방법의 도식화는 [그림 III-1]과 같다.

나. 연구 절차

본 연구의 절차 및 세부 추진 내용을 살펴보면 <표 III-2>와 같다.

첫째, 분수의 개념과 연산에 관한 교사의 수학 내용 지식, 교사의 학습자 이해 정도와 교수 방법에 대한 지식을 알아보기 위해 수학 내용 지식, 학습자 이해 지식과 교수 방법에 대한 지식으로 나누어 지필 문항을 개발하고, 교사의 실제 수업 사례를 관찰하였다.

둘째, 교사들의 수학 내용 지식을 평가할 수 있는 타당하고 객관적인 평가 기준 마련을 위해서 질문지와 분석틀에 대해서 전문가 1인과

<표 III-2> 연구 기간 및 방법

기간	추진내용	연구방법
2009. 6~ 2010. 3	연구의 기본 방향 모색 및 연구계획 수립	각종 선행연구를 탐색한다.
2010. 3~7	문헌연구 연구대상 선정	참고 문헌을 탐색하고 자료를 수집한다.
2010. 7~11	질문지 조사 인터뷰 수업 녹화 및 분석	개별 조사 및 인터뷰 실시. 녹취된 내용을 분석한다.
2010. 10~12	결과 분석 및 정리	수집된 자료를 분석한다. 자료의 정리 및 보고서를 작성한다.

교사 3인의 검토를 받았다²⁾. 분수에 대한 PCK의 분석 틀을 마련하기 위해 연구대상 3인에게 검사를 실시하였고, 검사 결과를 바탕으로 보충이 필요한 내용이 있으면 추가로 인터뷰를 실

시하였다.

셋째, 질문지 내용을 바탕으로 교사의 PCK를 분석한 뒤 연구 대상자의 수업을 관찰하고 인터뷰를 통하여 교사의 PCK를 수업에 어떻게 적용하고 학생들이 오류를 보이거나 나타내는 반응에 대해 어떻게 반응하는지에 대해 관찰하고 분석하였다.

3. 자료 수집

가. 질문지

수학 내용 지식, 학습자에 대한 이해 지식, 교수방법에 대한 지식으로 나누어 교사의 응답을 살펴보았다. 이에 사용되는 문항은 문헌 검토를 통해 사전 학위 논문들을 종합하여 분석 준거에 따라 작성하였으며 질문지의 내용에 성실성의껏 답변해주기를 요청하였다. 연구대상 3인에게 질문지 작성 시간은 동일한 시간을 주었으며 질문지의 답변에 대해서는 인터뷰를 통해서 추가적으로 알아보았다.

나. 인터뷰

인터뷰는 <부록 2>의 질문지를 바탕으로 수업을 하기 전 설문지와 수업이 끝난 뒤에 각각 1회씩 실시하였다. 수업 전의 사전 인터뷰에서는 현재 반 아이들의 상태와 학습자에 대한 지식, 교수 방법, 수학에 대한 전반적인 것에 대한 것과 수업을 어떻게 준비해나갈 것인지 이야기하였다. 인터뷰를 시작하기 전 평상시 대화를 통해 인터뷰에 대한 거부감을 줄여나갔으며 장소는 연구 대상자의 교실에서 실시하였다. 인터뷰할 질문 내용에 대해 미리 인터뷰 질문지를 준 후에 답변에 대해 생각해볼 수 있도록 하였다. 인터뷰 질문지 이외의 내용에 대해 추

가할 내용이 있으면 덧붙여 질문하였으며 질문을 하는 동안 부드러운 분위기 속에서 대상자가 편안하게 대화할 수 있도록 하였다. 사후 인터뷰는 수업을 한 후 본인의 PCK를 수업에 적용할 때의 어려운 점이나 수업 관찰에서 연구자가 이해하기 어려운 말이나 행동 등에 대해 추가로 필요한 정보가 있는 경우 자유롭게 질문하여 자료를 수집하였다.

다. 수업관찰

연구 대상자 중 4학년은 '1. 분수의 덧셈과 뺄셈', 5학년의 경우 '2. 분수의 나눗셈' 단원을 관찰하였다. 각각 2차시 분량을 관찰하였고, 4학년은 '진분수의 덧셈', '대분수와 진분수의 뺄셈', 5학년은 '나눗셈을 곱셈으로 나타내기', '(대분수)÷(자연수)'의 계산을 관찰하였다. 수업 과정은 교실 한 쪽에 캠코더를 설치해서 녹화하였으며 교사의 발문과 수업을 실행해가는 과정을 중점으로 촬영하였다.

4. 분석 준거와 설문 문항

먼저 연구 문제와 관련하여 선행 연구에서의 PCK에 대한 분석 준거를 살펴보았다.

조성민(2006)은 교과 내용 지식으로는 개념과 연결성으로 세분화하였고, 교수학적 지식은 적절한 교수 방법의 구안(교재의 재구성, 학습자에 대한 인식)과 학습자에 대한 인식(개념 재해석, 피드백 제공)으로 세분화하였다.

안선영(2006)은 평면 도형에 대하여 수학 내용에 대한 지식, 학습자 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식으로 구분하였다. 내용에 대한 지식으로는 개념의 이해, 개념에 내재한 수학적 개념의 이해, 공식을 유도할 수 있는 지

2) 전문가는 수학교육 전공의 대학 교수로서 2006년 개정 수학과 교육과정에 따른 초등수학교과서 심의위원으로 활동하였다. 교사는 초등수학 전공 석사학위 취득자로서 교육경력 10년 이상의 현장 교육에 유능한 자들을 뽑았다.

식, 측정 단위에 대한 이해 지식으로 세분화하였고, 학습자의 이해에 대한 지식으로는 학생들의 오류에 대한 지식, 선행 개념에 대한 지식, 학생들이 어려워하는 이유에 대한 지식으로 세분화하였다. 또, 교수 방법에 대한 지식으로는 측정 영역의 일반적인 교수 전략에 대한 지식, 교육과정 이해 지식, 실생활의 예를 포함하는 다양한 표상에 관한 지식으로 세분화하였다.

최승현(2007)은 교수학적 내용 지식을 수학 내용 지식, 교수 방법 및 평가에 대한 지식, 학생 이해 지식, 수업 상황 및 제한된 자원에 대한 지식의 네 부분으로 구분하였다. 본 연구에서는 이들 네 범주 중 평가에 대한 지식과 수업 상황 및 제한된 자원에 대한 지식은 질문지와 수업 실재를 비교하기 어려울 수 있어서 안선영(2006)과 조성민(2006)의 선행 연구의 분석 준거를 바탕으로 교수학적 내용 지식을 수학 내용에 대한 지식, 학습자 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식의 세 영역으로 범주화

하고, 각각의 지식에 2가지의 하위 분석 준거를 설정하였다.

먼저 수학 내용에 대한 지식은 분수의 의미 바르게 파악하고 있는지 분수에 대한 개념을 그림으로 나타내어 보고, 실생활 속에서 분수를 나타낼 수 있는 경우를 적어보도록 하였다. 그리고 분수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 직접 해결하도록 하였다. 분수 지도에 대한 교육과정 이해 지식을 알아보기 위해서 분수에 대한 개념도를 그려보도록 하고³⁾, 분수 나눗셈에 대한 지도 계열을 쓰고 설명하도록 하였다.

학습자 이해에 대한 지식은 많지만 분수에 관한 연구를 바탕으로 가장 중요하다고 생각하는 오류와 선수학습에 대한 지식으로 국한하였다. 분수를 가르치면서 나타날 수 있는 학습자 오류에 대한 대처 방안과 계열성에 따른 학습이 이루어지지 않을 경우 부진아가 발생하므로 분수 학습을 하기 전 학생들이 가지고 있어야 할 선수지식에 대해 알아봄으로써 부진 학생이 생겨났을

<표 III-3> 분수에 대한 교사의 PCK 분석 준거 및 설문 문항

PCK영역	분석 준거	세부 분석 항목	관련 문항
1. 수학 내용에 대한 지식	가. 분수의 개념 지식	• 분수 개념 • 생활과의 관련성 • 분수 연산	I-1, 2, 3, 6
	나. 분수 지도에 대한 교육과정 이해 지식	• 교육과정에 대한 이해	I-4, I-5
2. 학습자 이해에 대한 지식	가. 학습자 오류에 대한 지식	• 분수 학습에서 나타날 수 있는 학습자 오류에 대한 대처 방안	II-1, II-3 (1),(2),(3)
	나. 학습자의 선수 학습에 대한 지식	• 분수 지도를 위해 알고 있어야 하는 지식	II-2
3. 교수 방법에 대한 지식	가. 분수에 적합한 교수 학습 전략에 대한 지식	• 개념형성, 원리탐구, 문제해결 중 적합한 교수 전략 및 지도방법	III-1, 2, 3
	나. 수학교과서 및 익힘책 활용과 교육과정 재구성에 대한 지식	• 교과서 내용의 재구성 • 수학교과서 및 익힘책의 활용	III-4, 5, 6

3) 교육과정에서 분수와 관련된 내용이 많기 때문에 분수에 관한 교육과정 이해를 파악하기 위해서는 개념도가 적절하다고 판단하였다.

때 어떻게 가르쳐야 하는지 알아보고자 하였다.

교수 방법에 대한 지식은 분수 학습에 필요한 교수 학습 전략을 물어보고 왜 그 전략이 필요한지 물어보았다. 그리고 수학교과서 및 지침책을 어떻게 활용하는지에 대해 알아봄으로써 학습의 정도를 파악하고자 하였다.

세부 분석 항목에 따라 관련 질문지를 설계하였으며, 분석 준거를 종합 정리하면 <표 III-3>과 같다. 표에서와 같이 수학 내용에 대한 지식이 6문제, 학습자 이해에 대한 지식이 3문제, 교수 방법에 대한 지식이 6문제로 이루어졌다.

교수학적 내용 지식을 절대적으로 나누는 근거는 매우 어려운 일이어서, 본 연구에서는 분석 준거로 질문지 작성 과정에서 드러난 교사들의 PCK 수준이 어떠한지를 파악한 뒤, 수업에서 교사들의 PCK 분석 준거에 의거하여 어떠한 차이가 있는지 파악하여 각 교사별 PCK와 수업의 실제간 비교를 논의하고자 하였다.

IV. 연구 결과

이 장에서는 수학 내용에 대한 지식, 학습자 이해에 대한 지식, 교수방법에 대한 지식의 세 관점에서 교사의 PCK와 수업 실체를 비교 분석하였다. 각각의 경우 PCK 질문지 내용과 수업 실제에 대한 내용, 이들을 비교한 내용을 요약하여 표로 제시하였고, 표로 정리하기 전에 간단히 수업 실제에서의 관찰 내용과 인터뷰 사례를 제시하였다.

1. 수학 내용에 대한 지식 비교

수학 내용에 대한 지식을 비교했을 때, A, B, C 교사의 PCK 수준은 비슷했다. 여기서는

수업 실제에 대한 분석을 바탕으로 논의하고자 한다.

A교사의 첫 번째 수업 관찰은 진분수의 덧셈에 대한 것이었는데, 이 수업에서 A교사는 전시학습 내용에 대해 두 문제를 제시하여 직접 풀어보았고, 분수에 대한 개념을 알아보기 위해 진분수, 가분수 용어를 사용하여 연산 활동 전에 필요한 분수의 개념에 대해 재차 언급했으며, 교사의 시범을 보면서 학생들이 원리를 스스로 탐구하는 학습활동을 전개하였다. 다음은 A교사와의 사후 인터뷰 내용이다.

연구자: 전시학습을 안내할 때 문제로 제시하는 이유는 무엇입니까?

교사A: 예전에 수학과 학습과 관련해서 연수를 받은 적이 있었는데 그 선생님께서 수학에서 동기유발도 중요하지만 전차시 학습 내용에 대한 이해가 바르게 되어 있어야 본차시 학습이 이뤄질 수 있으므로 학생들의 학습 수준을 파악하기 위해서는 간단한 문제를 제시해서 알아보라고 하였습니다.

연구자: 학생들이 이해하였는지는 어떻게 평가 하나요?

교사A: 수업 시작 전에 문제를 적어놓고 수업 중을 침과 동시에 공책을 문제 내용을 풀니다. 퀘간 순시하면서 학생들이 알고 있는 정도를 파악하고, 대체적으로 제가 직접 문제를 풀이하고, 학생들이 잘 이해하지 못하였다고 생각될 때에는 전차시 내용에 대한 문제를 좀 더 내거나 보충 설명합니다.

(사후 인터뷰 녹취, 9월 20일)

B교사의 수학 내용에 대한 지식의 경우는 질문지를 통해 교육과정에 대한 이해는 다소 부족하였음을 알았고, 두 차시 수업 모두에서 수업을 할 때 분수의 개념에 대해 이야기하였으며, 분수 연산에서 학생들의 이해를 돕기 위해 그림을 이용하여 설명하였다. 학습문제 제

시는 교과서에 제시되어 있는 학습활동을 읽으면서 학습을 시작하였는데 문제 상황을 읽고 오늘 배울 내용이 무엇일까 물어본 뒤 학생들에게서 공부할 문제를 유도하는 것이 인상적이다. 교과서를 가르쳐야 하는 것으로 보고 순서대로 가르치고 있었다. 다음은 발문으로 공부할 문제를 유도하는 사례이다.

<에피소드1-발문을 통해 공부할 문제 유도하기>

(교과서에 제시된 생활에서 알아보기를 읽고 난 뒤)

T : 문제에서 구하려고 하는 것은 무엇입니까?

S : 영희가 받은 거요

T : 영희가 얼마만큼씩 받았죠?

S : $\frac{4}{5}$ 요, $\frac{2}{5}$ 요.

T : 그렇다면 오늘 공부할 문제는 뭐지요?

S : 더하기요.

T : 무엇을 더하는 겁니까?

S : 분수를 더하는 겁니다.

T : 어떤 분수?

S : 진분수입니다.

(첫 번째 수업 ‘진분수의 덧셈’ 관찰 녹취, 9월 7일)

C교사는 지난 시간에 배웠던 내용을 학생들에게 질문하여 오늘 배울 내용과 연관 지었으며 분수의 의미를 물어볼 때에도 몇 분의 몇은 분모는 전체를 나눈 것, 분자는 나눈 것 중에 가지는 것이라는 의미에 대해 설명하고 분수 연산이 끝나고 난 뒤에는 꼭 약분해야 한다는 것을 설명하였으며, 분수 연산 내용을 예를 들어 설명해주고 설명한 것을 바탕으로 학생들이 원리를 찾도록 하였다. 다음은 C교사가 (대분수) \div (자연수) 수업을 하기 전 학생들에게 오늘의 공부할 문제를 유도하는 방법이다.

<표 IV-1> 분수 내용에 대한 지식 비교

구분	교사의 PCK	수업의 실제	비교 분석
A교사	<ul style="list-style-type: none"> • 분수 연산 문제를 해결함 • 분수 개념을 여러 가지 방법으로 제시함 • 생활 속에서 분수가 사용되는 예를 4가지이상 제시함 • 분수의 나눗셈 지도 순서를 빠르게 이해하고 있음 	<ul style="list-style-type: none"> • 전시학습과 연관지어 문제를 풀게 함 • 실생활 자료를 이용하여 학생들에게 분수의 개념을 이해시킴 • 교과서에 제시된 합병과 첨가의 순서로 가르치기보다 개념을 구별하지 않고 학생들의 사고위주로 수업을 전개함 	<ul style="list-style-type: none"> ◎질문지에서 분수가 생활 속에서 사용되는 예를 잘 들었는데, 실제 수업에서도 이를 적용하여 가르침 ◎분수 나눗셈 지도 순서는 알고 있으나 수업에서는 순서보다는 사고력 신장을 위한 의도가 수업에 드러남
B교사	<ul style="list-style-type: none"> • 분수 개념을 다양한 모양으로 나타냄 • 연산 방법을 설명할 때 그림으로 나타냄 	<ul style="list-style-type: none"> • 학습문제를 읽고 학습내용을 파악함 • 학생들의 이해를 위해 칠판에 그림으로 제시하고 식으로 설명함 • 별다른 과정 없이 교과서에 제시된 순서대로 가르침 	<ul style="list-style-type: none"> ◎질문지에 그림을 이용한 연산 방법을 실제 수업에서도 활용함 ◎합병과 첨가, 구잔과 구차의 방법으로 교과서 순서에 제시되어있지만 차이점에 대한 생각보다 교과서에 제시된 순서대로 가르침
C교사	<ul style="list-style-type: none"> • 분수에 대한 개념을 나타낼 때 직사각형, 원으로 나타냄 • 연산에 대해 설명할 때 식과 그림으로 나타내며 분수의 나눗셈을 넓이의 의미로 설명할 수 있음. 	<ul style="list-style-type: none"> • 약분하여 문제를 해결하는 함을 강조함 • 오늘 배울 내용과 관련된 개념에 대해 재지도하며 등분제의 개념을 사용하여 분수의 나눗셈을 설명함 	<ul style="list-style-type: none"> ◎질문지의 분수 개념에 대한 이해를 잘 하였듯이 개념에 대한 중요성을 강조하는 수업을 전개하고, 마지막에는 원리를 강조함

<에피소드2 - 선수학습 개념 떠올리기>

- T : 지난 시간에 뭐 배웠지?
 S : 진분수, 가분수
 T : 두 개의 공통점이 무엇이었죠?
 S : 자연수로 나눈다, 분자와 분모가 있다.
 T : 분자와 분모로만 이루어진 분수였지요? 분자와 분모로만 이루어지지 않은 분수도 있나요?
 S : 대분수.
 T : 대분수는 어떤 분수지요?
 S : 자연수와 분자 분모로 이루어진 수입니다.
 T : 자연수와 진분수로 이루어진 게 대분수죠. 그럼 오늘은 (대분수) \div (자연수)를 익히 배웠던 방법을 이용해서 활용해보시다. (두 번째 수업 ‘(대분수) \div (자연수)’ 관찰 녹취, 9월 16일)

분수의 개념에 대해서는 3명의 교사 모두 방법을 다르게 하면서 지도하였으며, 그 중에서

<표 IV-2> 학습자 이해에 대한 지식 비교

구분	교사의 PCK	수업의 실제	비교 분석
A교사	<ul style="list-style-type: none"> • 학생들에게서 생기는 오류를 읽 • 오류를 지도할 때 실물이나 모형 자료의 사용을 강조함 	<ul style="list-style-type: none"> • 용어나 필요한 개념을 수업 중간에 설명함 • 오류의 지도시 그림으로 그려 이야기함 	<ul style="list-style-type: none"> ◎질문지에서 오류 지도시 실물이나 모형 사용을 강조하였는데 수업에서도 그림을 그려 적용함 ◎필요한 개념에 대해 재설명함
B교사	<ul style="list-style-type: none"> • 학습자의 오류 경향을 알고 있으나 지도대책에 대한 설명이 미흡함 • 분수의 오류 지도시 실물보다 배운 학습을 바탕으로 과정을 중시함 	<ul style="list-style-type: none"> • 학생들이 발생하는 오류에 대해 재지도하며 쉽게 설명하려고 함 • 학습 부진아에 대해 개별지도보다 전체지도로 효율적이지 못한 수업이 이루어짐 • 용어의 혼돈으로 오류가 생길 수 있음 	<ul style="list-style-type: none"> ◎질문지에서는 용어에 대한 혼란이 없었으나 수업에서는 가끔 용어의 혼란으로 인하여 학습내용에 대한 혼란이 우려됨 ◎개별지도와 전체지도를 효율적으로 활용하지 못함
C교사	<ul style="list-style-type: none"> • 학습자의 오류를 어느 정도 알고 있으며, 학생들의 선수 개념에 대해 강조함 • 기본적인 개념형성을 강조함 	<ul style="list-style-type: none"> • 학생들에게 나타내는 오류를 보고 개별적으로 재지도함 • 선수학습 내용에 대한 전체적인 재지도를 함 	<ul style="list-style-type: none"> ◎질문지에서 선수개념과 개념형성을 강조하였는데, 수업에서는 선수학습을 바탕으로 학생들에게 원리를 찾도록 하는 수업을 전개함

A교사는 사고력 중심으로, C교사는 개념의 중요성을 강조함과 동시에 원리 찾도록 하는 것이 인상적이었다. 분수의 수학 내용에 대한 지식 비교는 <표 IV-1>과 같이 정리하였다.

2. 학습자 이해에 대한 지식 비교

교사가 학생이 학습을 하면서 생길 수 있는 오류와 공부하기 위해 알고 있어야 할 선행 지식에 대한 이해를 잘 하고 있다면, 그 교사는 수업을 활발하게 진행시키고 학생들의 사고력을 신장시킬 수 있다. A, B, C 교사 모두 학생들의 오류에 대한 지도 방식에 대해 설명할 수 있었으며, 실제 수업에서도 그러한 방식으로 지도하였다. A교사의 학습자 이해에 대한 지식의 경우 오류지도에 그림을 그리면서 설명해나갔다. 수직선을 활용하여 분수의 덧셈에 대해

시각적으로 보여주어 학생들이 훨씬 이해하기 쉬웠으며 교사와 학생의 상호작용을 통해 학습 내용을 이해하였다.

B교사의 경우 학습 지도 후 학생들이 오류가 발생한 경우 개념을 이해하지 못한 학생을 가르치는 것이 아니라 전체학생을 재지도하여 학습 내용을 알고 있는 학생에게 지겨움을 유발하였다. 그림을 그려 분수의 덧셈과 뺄셈에 대해 지도하였으며 교사가 설명한 뒤 학생들에게 이해 여부를 묻고 문제를 푸는 식의 수업으로 나아갔다.

다음은 B교사의 학생 이해를 위한 수업의 사례이다. 분수의 뺄셈을 지도하기에 앞서 자연수의 뺄셈에 대한 설명은 학생들의 분수의 뺄셈 이해를 지도하기에 적절했지만 분수의 변환을 ‘받아내림’이라는 용어의 사용으로 인하여 학생들에게 혼돈이 생길 수도 있다는 생각이 들었다.

<에피소드3 - 용어의 혼돈>

T : 선생님이 분수끼리 못 뺄 때는 어떻게 하라고 했지요?

S : 자연수를 분수로 바꾸어서 계산하라고 했습니다.

T : 옳지. 우리가 뺄셈할 때 일의 자리를 못 빼주면 십의 자리에서 받아내리죠? 그런 것처럼 자연수를 받아내려서 분수로 바꾸어주면 됩니다. $3\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$ 를 뺄 때 분수끼리 못 빼니까 자연수 3에서 1을 받아내려 분수로 바꾸면?

S : $\frac{3}{3}$ 이요.

T : 그러니까 $2\frac{4}{3}$ 에서 $1\frac{2}{3}$ 를 빼면?

S : $1\frac{2}{3}$ 가 됩니다. (두 번째 수업 ‘대분수의 뺄셈’ 수업 관찰 녹취, 9월 10일)

C교사의 경우 학생들에게 “너희가 스스로 생각하고 정리해야 한다.”는 말을 하여 학생들이

스스로 탐구할 수 있는 의식을 고취시키고 풀이 과정에 대해 공책에 적어보는 활동으로 전개하였다.

학습자 이해에 대한 지식 비교는 <표 IV-2>와 같이 정리하였다.

3. 교수 방법에 대한 지식 비교

수업은 본 내용을 가르치기 위해 가장 적합하고 효율적인 방식으로 전개되어야 한다. 그 방법이 바로 교수법이다.

A교사의 교수 방법에 대한 지식의 경우 생활 속에서 활용되는 분수를 예로 들어 개념을 설명하였고, 학생들이 이해하기 쉬운 자료를 사용하여 나갔다. 동기유발을 통해 수업 내용에 대해 파악하고 난 뒤, 배운 개념에 대해 자신만의 풀이방법으로 적어보도록 하여 학생이 스스로 발견하는 기회를 제공하였다. 교과서에 제시된 순서보다 활동을 적절하게 재구성하여 활용하였다. 익힘책은 학습에 대한 평가자료로 활용하였으며 익힘책을 학생들이 다 풀고 이해할 수 있도록 하였다. 특히 공책에 말로 자신의 생각을 적어보게 하는 활동을 강조하였다. 다음은 A교사의 사례이다.

<에피소드4 - 공책에 원리 찾아 자신의 말로 표현하기>

T : 지난 시간 배웠던 것을 생각하면서 $\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$ 을 어떻게 해결하면 좋을지 그림을 그려도 좋고 식으로 나타내도 좋습니다.

S : (학생들 공책에 열심히 적는다.- 교사가 중간순시 하면서 다양한 방법으로 푼 학생들을 눈여겨 두고 발표시킨다.)

T : 한 번 발표해 볼 사람?

S : $\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$ 을 계산할 때 분모는 그대로 두고 분자끼리 더해서 답은 $\frac{5}{4}$ 입니다.

S : 저는 색종이를 4등분한 것 중에 2등분, 4등분 한 것 중에 3등분을 합치면 $\frac{5}{4}$ 가 됩니다. (첫 번째 수업 '진분수의 덧셈' 수업관찰 녹취, 9월 6일)

A교사는 공책에 적도록 하는 이유는 학생들이 자신의 말로 적을 수 있다는 것은 완벽하게 이해했다고 생각하는 것이기 때문에 그렇게 지도한다고 하였다. 학생들이 적다보면 머리 속에서 사고가 정리가 되고 자신의 말로 바꾸기 위해 노력하기 때문에 내용에 대한 이해가 쉬워지고, 비고츠키가 주장한 말처럼 자신의 비계가 설정되는 것이라고 하였다.

B교사는 교과서 중심으로 수업을 진행하였으며 활동역시 교과서를 그대로 따라하는 정형화된 수업이었다. 학습의 전개에 있어서도 교사의 설명이 많았으며 학생들과 단답형으로 대

화를 주고받는 정도였다. 교과서에 있는 익히기 문제를 풀고 공책은 따로 사용하지 않았다. 익힘책은 수업 시간 내에 다루도록 노력하였고 시간이 부족하면 평가 자료로 활용하였다.

C교사의 경우 분수 연산 지도를 위한 방법으로는 개념형성방법으로 나아가야 한다고 이야기하였고, 실제 수업은 개념의 강조와 함께 원리탐구의 방법으로 전개하였다. 분수 자체의 개념을 이용해서 원리를 탐구해야 한다고 생각한 것 같다. 특히 오늘 배울 학습 내용과 관련된 전시 내용을 제지도하였으며, 수업 시간에 개념은 물론 원리의 중요성에 대해 강조하였다. 다음은 C교사의 원리를 강조하는 수업의 사례이다.

<에피소드5 - 원리에 대한 중요성 강조하기>

T : (대분수)÷(자연수)의 방법을 말하는 듯이 공책에 적어봅시다.

S : (학생들이 적는다.)

<표 IV-3> 교수 방법에 대한 지식 비교

구분	교사의 PCK	수업의 실제	비교 분석
A교사	<ul style="list-style-type: none"> 교육과정의 재구성할 수 있으나 계열성에 대한 이해는 부족함 분수학습에 필요한 수학수업은 원리탐구라고 생각함 익힘책을 수학교과서의 보조 자료로 활용함 	<ul style="list-style-type: none"> 교육과정을 고려하여 차시 내용을 적절하게 재구성하고, 원리탐구 수업을 함 익힘책을 평가와 익히기로 활용함 공책의 사용을 강조함 	<ul style="list-style-type: none"> ◎질문지와 수업 실제 모두 교육과정을 재구성하는 능력이 있고, 원리탐구 수업을 함 ◎익힘책을 완전학습을 위한 자료로 활용함 ◎공책에 말로 자신의 생각을 적어보게 하는 활동을 함
B교사	<ul style="list-style-type: none"> 원리탐구의 방법으로 분수 수업을 전개해나가야 한다고 생각함 	<ul style="list-style-type: none"> 교사 주도식의 수업으로 나아감 	<ul style="list-style-type: none"> ◎교사의 설명이 많은 수업이며 학생들의 사고를 신장하는 질문보다 단답형이 많음
C교사	<ul style="list-style-type: none"> 교구가 있으면 필요하다고 하였으나 의도적으로는 잘 사용하지 않음 익힘책을 원리를 익히는 연습으로 활용함 분수 연산은 개념형성이라 함 	<ul style="list-style-type: none"> 교구를 활용하지 않음 수업 시간내에 시간을 주어 익힘책을 풀고 과정을 풀이함 원리탐구의 방법으로 가르침 	<ul style="list-style-type: none"> ◎수업 모형에 대한 이해가 부족한 듯함 ◎질문지는 연산지도시 개념형성 방법을 강조하였지만 실제로 원리를 강조하는 수업을 전개함

T : 밑에 있는 익히기 문제를 푸는 것보다 너희가 적고 있는 것을 찬찬히 생각하면서 적는 게 더 중요하다고 이야기했죠? (대분수) \div (자연수)의 계산 방법 발표해볼 사람?

S : 네. 선생님. 대분수를 가분수로 고치고 자연수를 역수로 고친 뒤 계산합니다.

T : 옳지. 여기서 계산은 무슨 계산이예요? 사칙 연산 중에서?

S : 곱셈이요.

T : 정리해서 다시 발표해볼 사람?

S : 대분수는 가분수로 고친 다음 자연수는 역수를 취한 뒤, 나눗셈은 곱셈으로 고쳐서 계산하면 됩니다. (두 번째 수업 ‘(대분수) \div (자연수)’ 수업 관찰 녹취, 9월 16일)

교수 방법에 대한 지식 비교는 <표 IV-3>과 같이 정리하였다.

전체적으로 3명의 교사 모두 교구 사용에 있어서 필요하긴 하나 어떠한 교구를 사용해야 할지 잘 모르겠다고 하였다. 또, 교구가 있더라도 사용법에 대한 이해가 부족하므로 교구 사용에 대한 전문적인 연수나 안내가 필요하다고 생각된다.

V. 결론

본 연구를 통해 나타난 분수에 대한 교사의 PCK와 수업의 실재를 비교·분석하여 특징을 결론적으로 논의하면 다음과 같다.

첫째, 분석 준거를 통해 분수에 대한 교사의 PCK와 수업의 실재를 비교한 결과, 교수 방법에 대한 지식과 실제 수업은 어느 정도 상관관계가 있는 것으로 보인다. PCK가 풍부한 A, C 교사의 경우 교사가 갖고 있는 PCK를 실제 수업에서 적용하는 모습을 보였으나, 상대적으로 약한 B교사의 경우는 갖고 있는 PCK가 실제 수업에서는 발현되지 못하였다. A교사는 교수

방법에 대한 지식에서는 선수 학습에 대한 이해를 바탕으로 원리를 강조하였는데 이를 수업에 실제 반영하였다. C교사는 질문지에서 개념형성 방법을 강조하였고, 실제 수업에서는 개념 형성과 함께 원리 탐구를 강조하는 수업으로 진행하는 경향이 있었다. B교사의 경우는 원리 탐구를 강조하는 듯했지만, 실제 수업에서는 교사 주도적인 수업으로 이끌어가는 경향을 보였다.

둘째, 교사가 갖고 있는 PCK는 학습자의 태도, 학교 상황 등에 영향을 받기도 하였다. 분수 내용과 학습자 이해에 대한 지식은 세 명의 교사가 거의 높게 갖고 있었다. 그러나 이들의 수업은 학습자의 태도와 학교 상황에 영향을 받는 것 같았다. 예를 들어, A교사가 있는 학교의 학생들은 교수·학습에 대한 선행학습이 되어 있고 이해도가 높아 수업이 원활한 반면, B, C교사의 학교 환경은 다소 열악하고 학습자 수준이 떨어져서 반복, 연습 학습에 대한 강조가 밑바탕에 깔려 있었다. 특히 B교사의 경우 학생들의 오류를 잘 지도하려다 보니 지속적인 전체학습의 반복이 되어 학습의 지루함마저 느껴지게 하는 경향이 생기기도 하였다. 또 A, B 교사의 경우를 비교해 보면, 같은 4학년 학습을 지도하고 있지만 각각 다른 환경에서 근무하고 있어 교사가 갖고 있는 PCK가 학습자의 태도, 학교 상황 등에 영향을 받아 실제 수업에 반영되는 것을 알 수 있었다.

본 연구의 결과를 바탕으로 다음의 제언을 할 수 있다.

첫째, 교사의 PCK를 향상시키기 위해서는 자가 연수와 현직 연수를 통해 효과적으로 개선시킬 필요가 있으며, 예비교사를 위한 PCK 교육 프로그램을 마련하여 적극 활용해야 한다고 판단된다. 특히 교사가 갖고 있는 PCK를 학교 상황이나 학습자의 수준에 따라 실제 수업에 어떻게 활용할 것인지에 대한 논의도 있어

야 할 것이다.

둘째, 교사 스스로 전문성 신장을 위해 노력하려는 분위기가 요구된다. 아무리 좋은 프로그램과 국가 수준의 연수 지원이 있다 하더라도 스스로 노력하려는 마음가짐이 가장 중요하다. 익힘책 학회와 연구회 등에 교사가 자발적으로 참여하고, 학회나 연구회에 관련된 정보를 제공해주고 많이 참여할 수 있는 여건을 조성해 준다면 교사의 질이 더욱 높아질 것이다.

참고문헌

- 권오남·김진숙·이경아(1997). 초등학교 6학년 학생들의 분수와 소수 연산에서 나타나는 오류 유형 분석. **초등수학교육**, 1(1), 45-58.
- 김경미·강 완(2008). 초등학생들이 분수의 나눗셈에서 보이는 반복적 오류 분석. **초등수학교육**, 11(1), 1-19.
- 김정은(2009). **분수에 관한 예비 초등교사의 교수학적 내용 지식 분석-학습자 이해와 교수 방법을 중심으로-**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김옥경(1997). **초등학교 6학년 학생들의 분수 개념 이해 및 분수 수업 방안에 대한 연구**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박지혜(2011). **분수의 나눗셈에 대한 교사의 PCK 분석**. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 방정숙(2007). **초등 교사를 위한 수학 교수 내용 지식**. 교과교육공동연구 학술세미나: 우리나라 교과교육 연구의 나아갈 길(203-220). 한국교원대학교부설 교과교육공동연구소.
- 배중수(2005). **초등수학교육 내용지도법**. 서울: 경문사.
- 소성숙(2003). **초등학교 학생들의 분수 감각에 대한 실태분석**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 안선영(2006). **평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식과 수업 실제와의 분석**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 윤희태(2002). **초등학생들의 기초 계산 오류에 대한 분석적 연구**. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이종욱(2005). **분수에 대한 교사 지식의 변화에 관한 연구**. 한국교원대학교 교육대학원 박사학위논문.
- 이화진(2006). **수업컨설팅 지원 프로그램 및 교과별 내용 교수법(PCK) 개발 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2006-1.
- 조성민(2006). **교육과정 실행의 관점에서 분수학교사 지식과 수업의 관련성 연구**. 이화여자대학교 교육대학원 박사학위논문.
- 최승현(2007). **교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식(PCK)연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2007-3-2.
- 최영주(2005). **초등학교 학생들의 분수 오개념 분석 및 분수 개념 형성 지도방안**. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 추은영(2003). **이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서 오류와 원인 분석**. 춘천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Armstrong, B. E., & Bezuk, N. (1995). Multiplication and Division of Fractions: The search for meaning. *Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle Grades*, 85-119, New York, NY: State University of New York Press.
- Ashlock, R. B.(2006). *Error Patterns in Computation Using Error Patterns to Improve Instruction*(NINTH EDITION). Pearson Merrill Prentice Hall.

- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates. 권성룡 외 11인 공역(2005). 수학의 힘을 길러주자, 왜? 어떻게? 서울: 경문사.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion, In D. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296-333). NY: Macmillan.
- Grossman, P. L.(1990). *The making of a teacher: Teacher Knowledge and teacher education*. New York: Teacher College Press.
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11-30.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for research in mathematics education*, 39(4), 372-400.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 신현용 · 승용조 역. 초등학교 수학 이렇게 가르치라. 서울: 승산.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher Education*, 41(3), 3-11.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 류희찬 외 5인 옮김(2007). 학교 수학을 위한 원리와 기준. 서울: 경문사.
- NCTM (2007). *Mathematics Teaching Today*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-21.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conception: The case of division of fraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.

Comparative Analysis of Teachers' PCK and Their Educational Practice about Fraction

Kim, Bo Min(Bullo Elementary School)

Ryu, Sung Rim(Daegu National University of Education)

This study was designed to understand PCK to improve professionalism of teachers and derive implications about proper teachings methods. For achieving these research purposes, different PCK and teaching methods in class of three teachers were compared and analyzed targeting arithmetic operation unit of fraction.

For this study, criteria of PCK analysis of teachers was set, PCK questionnaires were produced and distributed, teachers had interviews, PCK of teachers were analyzed, two times fraction class was observed and analyzed, and PCK of teachers and their classes were compared.

Followings are results to analyze PCK of teachers

about fraction.

In relation to PCK of three teachers, first of all, A teacher accurately understood concepts of fraction and learners' errors that may occur when they study fraction. Also, he/she proposed concrete teaching strategies for fraction based on manipulated materials. B teacher also understood concepts of fraction and learners' errors accurately too. On the other hand, C teacher laid stress on knowledge to stress principles and taught that they are bases for every class.

These results mean that self-training and in-service-training should be efficiently upgraded to improve PCK of teachers.

* key words : fraction(분수), PCK(pedagogical content knowledge, 교수학적 내용 지식)

논문접수 : 2011. 11. 1

논문수정 : 2011. 11. 22

심사완료 : 2011. 12. 9

<부록 1> PCK 질문지

I. 분수

1. 분수 $\frac{3}{4}$ 의 의미를 나타낼 수 있는 여러 가지 그림을 모두 그려주세요.
2. 분수 $\frac{3}{4}$ 이 생활 속에서 사용되는 상황을 모두 제시해주세요.
3. $1\frac{1}{4} \div 3$ 이 $1\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$ 가 되는 것을 그림이나 식으로 설명해주세요.
4. 분수를 지도하기 위해 알고 있어야 할 학습 내용에 대한 개념도를 가능한 한 많은 내용으로 그려주세요.(마인드맵 등으로)
5. 다음 보기에 있는 분수 나눗셈을 보고 현행 교과서의 지도 순서대로 적고 왜 그렇게 선택했는지 자신의 생각을 적어주세요.

① $\frac{2}{3} \div 4$	② $\frac{5}{6} \div \frac{1}{6}$
③ $3 \div \frac{5}{8}$	④ $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$

6. 계산과정을 쓰고 답을 구하시오.

- (1) $3\frac{1}{4} \div 2 =$ (2) $5\frac{3}{8} - \frac{5}{8} =$
 (3) $\frac{3}{7} - \frac{1}{5} =$ (4) $2\frac{3}{8} \times 4 =$

II. 학습자 이해

1. 지금까지 학생들을 가르치면서 분수에서 많이 나오는 오류로는 어떤 것들이 있습니까? 나오는 유형을 모두 적어주세요.
2. 분수의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈을 배우기 전에 필요한 선수 지식으로는 어떤 것이 있는지 설명하세요.
3. 다음은 분수의 연산에서 학생들이 보인 오류입니다. 이러한 오류가 나타난 원인과 지도 대책을 쓰시오.

(1) $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 1 = \frac{2}{4}$

원인 :
지도대책 :

(2) $\frac{1}{4} + \frac{2}{6} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

원인 :
지도대책 :

(3) $\frac{4}{9} \times 8 = \frac{4}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{4}{72}$

원인 :
지도대책 :

III. 교수 방법

1. 분수를 지도할 때 수학의 개념형성, 원리탐구, 문제해결학습 중 어느 모형에 가장 적합하다고 생각합니까? 그 이유는 무엇입니까?
2. 다음의 문제를 어떻게 지도할지 다음 예를 이용하여 설명해 보시오. (이해를 돕기 위한 자료나 교사의 설명, 학생 활동 방법 등을 자세히 설명해 주세요)

$$\text{(예)} \quad 2\frac{1}{8} - \frac{3}{8}$$

3. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ 이라는 것을 아이들에게 어떻게 지도하시겠습니까? 그림이나 식이든 어떤 방법으로도 나타내어 보세요.
4. 분수를 지도할 때 필요한 수학적 도구(펜토미노 등)가 있다면 어떤 것을 활용하면 좋다고 생각하십니까?
5. 수학 시간에 수학교과서 및 익힘책을 어떻게 활용하고 있는지 써보세요.
6. 현행 분수 지도는 4학년 2학기 분수의 덧셈과 뺄셈에서 분모가 같은 진분수의 덧셈, 분모가 같은 진분수의 뺄셈, 분모가 같은 대분수의 덧셈, 분모가 같은 대분수의 뺄셈, 분모가 같은 대분수와 진분수의 덧셈과 뺄셈에 대해 각각 차시 구성을 몇 차시로 하면 좋을지 적고, 왜 그렇게 생각하는지 적어주세요. (1학기에 진분수, 가분수, 대분수의 개념에 대해 배웠습니다.)

<부록 2> 사전 인터뷰 질문지

1. 학생들에게 수학을 잘 가르치기 위해서 교사가 갖추어야 할 것은 어떠한 것이 있을까요?
2. 학생들이 수학을 어려워할 때, 주로 어떤 방법을 사용해서 이해하도록 합니까?
3. 평소 수학을 가르칠 때, 어떤 교구, 방법으로 가르치나요?
4. 새로운 개념을 설명할 때 선생님께서는 주로 어떤 방법을 하십니까?
5. 평소 수학 교육에 대해 어떤 관심이 있으십니까?
6. 수학 영역 중 지도하기 쉬운 영역은 어떤 영역이라고 생각하십니까?
7. 분수 지도할 때 어려웠던 점은 무엇입니까?
8. 평소 수학 지도를 하기 전에 교재 연구 시간은 얼마나 됩니까?
9. 학생들이 수업을 제대로 이해하지 못했을 때 어떤 방법으로 지도하십니까?