

# 부분 모드만을 고려하여 성형된 입력을 이용한 잔류 진동의 감소 효과

정 광 석\*

충주대학교 기계공학과<sup>1</sup>

## Reducing Effect of Residual Vibration Through Command Input Shaped Considering Partial Modes

Kwangsuk Jung\*

*\*Department of Mechanical Engineering, Chungju National University, Daehak-ro 50, Chungju 380-702, Korea*

*(2011. 03. 24 Received / 2011. 04. 30 Accepted)*

**Abstract** : Shaping an input command through considering the resonant modes of multi degrees of freedom system, it is possible to realize the wanted motion, without exciting the uncontrollable modes of the flexible system. But, an increase of modes to be considered brings inevitably about the time delay due to an excessive rising time. On the purpose of reducing the rising time, only the interesting and dominant modes can be considered to determine the timing pulses of input shaper. In this paper, an effect of shaper by the partial modes is analysed for a specific system and the input shapers by the partial modes are analysed for three d.o.f damped system, using Matlab simulation.

**Key words** : Command generation(명령 발생), Input shaper(입력 성형기), Modal analysis(모드 해석), Real-time convolution(실시간 컨볼루션), Residual vibration(잔류 진동)

### 1. 서 론

제어되지 않거나 제어될 수 없는 유연한 물체를 포함한 시스템의 제어시 입력 성형기법이나 디지털 필터 등은 유연 모드의 빠른 평형점 회귀에 큰 도움이 될 수 있다. 예로, 조작자에 의해 조정되는 크레인에 매달린 부유 물체나<sup>1)</sup> 대면적 스테이지의 가동부와 연동되는 고중량 광학 헤드 등 실제 제어되는 모드에 의해 가진되거나 진동이 증폭될 수 있는 복합 시스템의 경우<sup>2)</sup> 조정단의 입력이나 스테이지 구동기로의 입력에는 상기 비제어 유연 모드에 대한 고려가 반영되어야만 부유 물체의 스윙 동작없이 이동이 가능하거나 혹은 광학 헤드의 정착 시간을

최소화하여 택타임을 극소화하는 것이 가능하다. 유연 모드에 대응하는 디지털 필터로 선택 주파수를 회피하는 노치 필터를 들 수 있으며 이와 대비되어 입력 성형기법 역시 선택 주파수만을 회피하도록 입력을 형성하지만 디지털 필터와는 달리 선택 주파수를 제외한 나머지 주파수 대역에 대한 영향이 없다.<sup>3)</sup> 이는 시간 영역에서 Bang-Bang 제어와 유사한 특성을 지니며 강건성이나 멀티 모드를 고려한 다양한 형태의 성형기가 제시되고 있다.<sup>4,5)</sup>

본 논문에서는 제어되지 않는 모드가 2자유도 이상인 경우를 대상으로 각각의 진동 모드만을 선택적으로 입력 성형했을 경우 시스템의 응답 특성을 비교해보고 다자유도 모드의 고려로 인해 야기되는 과도한 시간 지연 문제를 방지할 수 있는 가능성을

\* Corresponding author. E-mail: ksjung@cjnu.ac.kr.

모색해본다.

## 2. 입력성형기 원리

일련의 임펄스열과의 콘벌루션에 의해 성형된 입력을 통해 잔류 진동을 제거하는 것이 입력 성형기의 기본적인 원리이며 계단 입력의 경우 두 임펄스 열에 의해 성형되면 결국 두 단계의 계단 입력 형태가 된다. 이는 두 개의 계단 입력에 대한 응답간의 연성을 통해 잔류치를 제거한다는 개념이며 이때 임펄스 열의 크기와 시간 위치 등은 소거하고자 하는 유연 모드에 의해 결정된다. 이러한 개념을 간략화하여 Fig. 1에 나타내었다. 이렇게 결정된 성형기 즉, 임펄스 열은 임의의 입력에 대해 작용하며 Fig. 2에서와 같이 성형된 입력은 되먹임 제어기에 반영되고 이를 되먹임하여 전체 루프를 구성하며 전술한 바와 같이 이러한 형태의 성형은 앞먹임 제어와 유사한 구조를 갖는다. 본 장에서는 가장 널리 이용되는 ZV(Zero Vibration) 성형기의 기본 구조를 일반적인 방법에 의해 유도한다.

고유진동수와 댐핑비가 각각  $\omega, \zeta$ 인 특정 시스템에 인가된 일련의 임펄스로부터 발생하는 잔류 진동은 다음과 같이 묘사될 수 있다.<sup>3)</sup>

$$V(\omega, \zeta) = e^{-\zeta\omega t} \sqrt{C(\omega, \zeta)^2 + S(\omega, \zeta)^2} \quad (1)$$

여기에서

$$C(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega_d t_i) \quad (2)$$

$$S(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega_d t_i)$$

이며  $A_i, t_i$ 는 임펄스의 크기와 타이밍 위치를 나타낸다. 식 (1)에서 두 개의 연속된 임펄스에 의해 야기되는 잔류진동을 소거하는 조건으로부터

$$0 = A_1 + A_2 e^{\zeta\omega t_2} \cos(\omega_d t_2) \quad (3)$$

$$0 = A_2 e^{\zeta\omega t_2} \sin(\omega_d t_2) \quad (4)$$

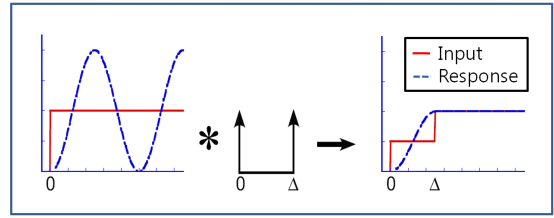


Fig. 1 Reduction of residual vibration through convolved input with two-sequent impulses

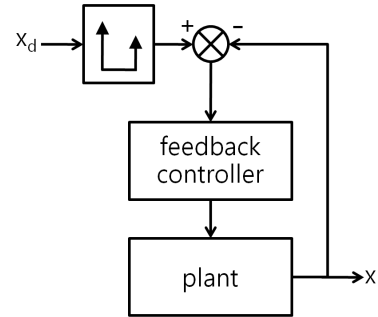


Fig. 2 Closed loop of feedback controller combined with input shaper (describing process of command generation)

이 성립하는데 계수  $A_i$ 가 모두 0이 아닌 의미있는 해를 도출하기 위해서 (4)에서 사인 항이 0이어야 한다. 따라서 다음 조건이 성립하는데

$$\omega_d t_2 = n\pi \quad (5)$$

진동 감쇠 기간을  $T_d$ 라 하면  $t_2 = \frac{n\pi}{\omega_d} = \frac{nT_d}{2}$ 로 표현될 수 있다. 단, n은 양의 정수이다. 임펄스 크기를 정규화 하기위해

$$\sum A_i = A_1 + A_2 = 1 \quad (6)$$

의 임펄스 크기 제한 조건을 식 (3)에 대입하면

$$A_1 = \frac{\exp\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}{1 + \exp\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \quad (7)$$

을 얻을 수 있다.  $K = \exp\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$ 라 하면 잔류 진동을 0으로 하는 두 개의 임펄스 크기와 타이밍 위치는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & K \\ 1+K & 1+K \\ 0 & 0.5T_d \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 3. 2자유도의 유연 모드를 갖는 시스템에의 입력 성형기 분석

전장에서 논의된 ZV 성형기를 이용하여 본 장에서는 Fig. 3과 같은 3자유도 시스템의 잔류 진동을 분석한다. 시스템의 제어 입력은 그림 상단의 외력 F를 통해 인가되며 따라서  $m_1$ 은 페루프 상태에 있지만 이와 연동되는  $m_2, m_3$ 는 제어 시스템에 부가된 유연 모드이다. 따라서 제어시 두 모드에 대한 고려가 없으며  $x_2, x_3$ 의 응답성뿐만 아니라  $x_1$ 의 응답까지 영향을 받아 정상 상태에 도달하는 시간이 과도하게 증가한다.

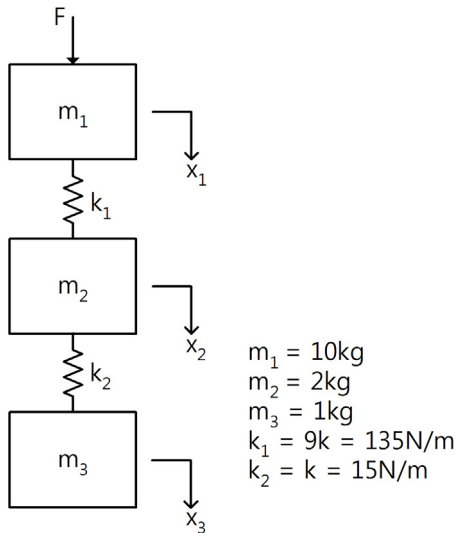


Fig. 3 Mass-spring system with two flexible modes

이러한 시스템을 대상으로 각 모드 고려를 통한 응답을 모의 시험한 결과를 논의한다. 우선, Fig. 3에 묘사된 시스템의 관성행렬  $M$ 과 강성행렬  $K$ 는 다음

과 같이 유도된다.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Fig. 3에 기술된 물성치를 위 (9), (10)에 대입하여 모달 해석을 수행하면 시스템의 모달 변수를 얻을 수 있다. 세 개의 자유도지만  $m_1$ 의 경우 강체모드를 갖기 때문에 고유값은 0이며 두 번째 모드, 세 번째 모드의 고유진동수와 고유 벡터는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 3.85, \zeta_1 = 0.096 \\ \omega_2 &= 9.42, \zeta_2 = 0.24 \end{aligned} \quad (11)$$

위의 값을 이용하여 유도된 두 모드에 대한 성형기는 (8)을 이용하여 유도할 수 있다. 우선 (9), (10)으로 구성된 Fig. 3의 운동 방정식에  $x_1$ 의 목표 입력  $x_d$ 를 1로 설정할 경우 각 자유도의 응답을 구해보면 Fig. 4와 같다.  $x_1$ 의 경우 제어를 함에도 불구하고 정상상태에 도달하지 않고 오실레이션하는 것을 확인할 수 있으며  $x_2$ 는  $x_1$ 과 붙어있어 상대적으로  $x_1$ 과

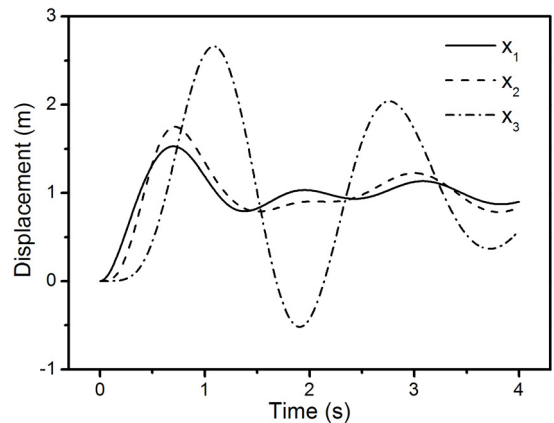


Fig. 4 Response of each mass through only the feedback controller, without input shaper

유사한 패턴으로 응답하는 것을 알 수 있지만  $x_3$ 의 경우 전혀 제어기 효과가 반영되지 않고 출렁거리는 것을 알 수 있다.

(11)을 통해 유도된 입력 성형기의 경우 실제 구성시 첫 번째 모드만을 이용하여 유도된 입력 성형기와 두 번째 모드에 대해 유도된 입력 성형기를 서로 콘벌루션하여 얻어진 입력 성형기로 설계 입력을 성형해야만 두 모드를 모두 고려한 효과를 얻을 수 있으나 이는 각각의 입력 성형기에 의해 야기되는 시간 지연이 중첩되어 과도한 상승 시간을 낳는다. 그러나 잔류 진동의 크기를 일정 수준 이내로 제한하는 형태의 구속 조건을 추가하면 시간 지연을 감소시킬 수 있는 효과를 얻을 수 있다. 이를 검증하기 위해 첫 번째 모드만을 이용하여 얻어진 입력 성형기에 대한 응답과 두 번째 모드를 이용하여 얻어진 입력 성형기에 대한 응답 그리고 두 모드에 대한 입력 성형기를 콘벌루션하여 얻어진 최종 성형기에 대한 응답을 Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7에 나타내었다.

우선,  $m_1$ 의 응답  $x_1$ 의 경우 1차 모드만을 이용할 경우에는 입력 성형이 없을 경우와 마찬가지로 초기 오버슈트가 과도하게 전개되는 것을 알 수 있는데 이는  $m_2$  모드에 대한 고려가 전혀 없으므로 굳이 반영하지 않아도 되먹임 제어기에서 일정 부분 보상되는  $m_1$ 를 고려했기 때문이다. 그러나 2차 모드를 고려한 경우에는 예상한 바와 같이 제어기에서 전혀 보상되지 않는  $m_2$ 를 보상하기 때문에 두 모드

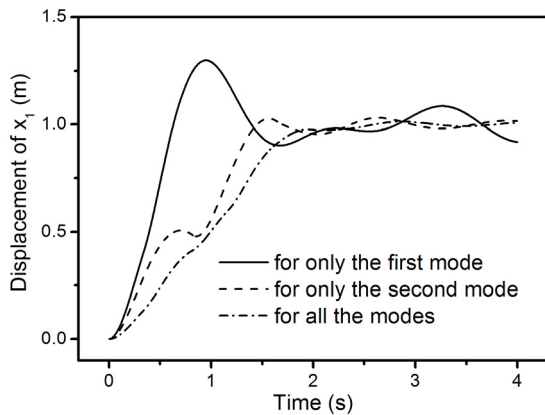


Fig. 5 Response of  $x_1$  according to the mode number considered in input shaper

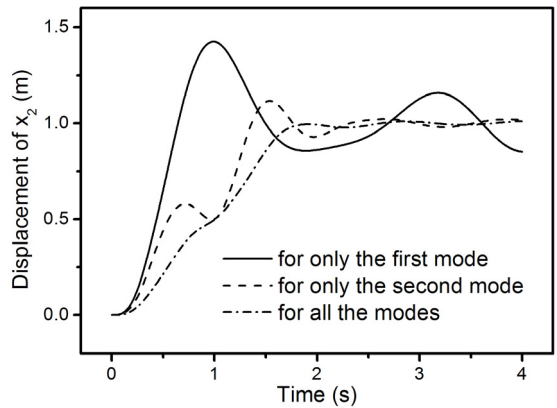


Fig. 6 Response of  $x_2$  according to the mode number considered in input shaper

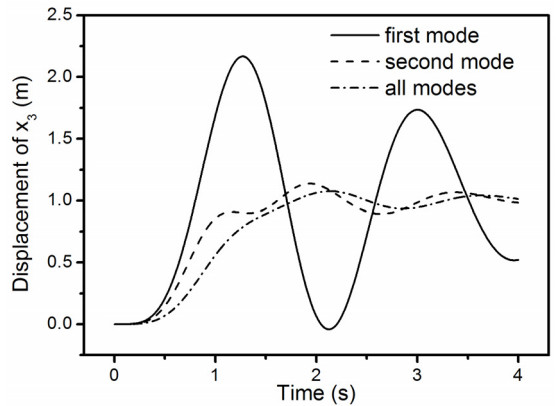


Fig. 7 Response of  $x_3$  according to the mode number considered in input shaper

를 전부 고려한 경우와 비슷한 형태의 응답 패턴을 갖는 것을 확인할 수 있다. 유일한 차이점은 정상 상태에 도달하는 과도 상태에서의 약간의 오실레이션 뿐이다. 이러한 경향은  $m_2$ ,  $m_3$ 의 응답인 Fig. 6, Fig. 7에서도 반복된다.  $m_2$ 의 경우에도 2번째 모드만을 고려한 경우나 전체 모드를 고려한 경우 정착시간이 거의 유사한 것을 확인할 수 있으며  $m_3$ 에 대한 응답인 Fig. 7 역시 마찬가지로 경향을 확연히 확인할 수 있다. 따라서 굳이 모든 모드를 고려하여 야기되는 과도한 응답 시간의 제약을 잔류 진동에 가장 지배적인 영향을 미치는 모드만을 고려하여 부분적으로 개선시키는 것이 가능한 것을 확인할 수 있다. 그러므로 복수개의 유연 모드 모두를 고려한 입력 성형

기의 콘벌루션 대신 제어 루프와 가장 멀리 떨어진 모드만을 고려하여 입력 성형을 하면 정상 상태 오차와 정착 시간에서도 거의 변화가 없는 동특성을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

시스템의 응답 곡선들은 모두 설계 입력의 크기가 1이고 계단 입력인 경우를 대상으로하여 얻어진 결과물인데 실제 계단 입력은 각각의 성형기에 의해 다단의 계단 입력 형태를 갖는다. 그 결과를 Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10에 나타내었다. 첫 번째 모드와 두 번째 모드만을 고려한 경우에 대한 각각의 성형된 계단 입력인 Fig. 8, Fig. 9는 둘 다 세 단계 계단 입력 형태를 갖고 있음을 알 수 있으며 각 단계별 크기와 계단 입력의 타이밍은 약간씩 다른 것을 알 수 있다. 두 모드에 대한 성형기를 콘벌루션한 성형기를 통한 입력인 Fig. 10은 Fig. 8의 세 단계 그리고 Fig. 9의 세 단계를 교차하여 전부 고려하므로 9단계를 갖음을 확인할 수 있다. 특이한 사항은 Fig. 9의 마지막 계단의 상승 시간과 Fig. 10의 마지막 계단의 상승 시간이 대단히 근접해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 두 번째 모드에 대한 고려가 전체 모드 고려에 대한 입력 형태와 전체적으로 아주 유사함을 간접적으로 드러내 주는 결과라 할 수 있다.

논의된 계단 입력외에 초기 급가속 문제를 고려한 S형태 입력 곡선에 대한 결과는 전술한 일부 모드만을 고려하여 유도된 결과의 수용 가능성을 재차 확인시켜주었으며 따라서 가장 지배적인 유연 모드만을 선택적으로 고려하여 성형기를 구성해

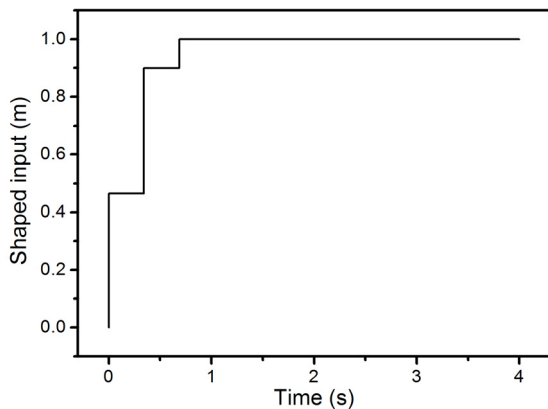


Fig. 8 Real input convolved from input shaper considering the first resonant mode

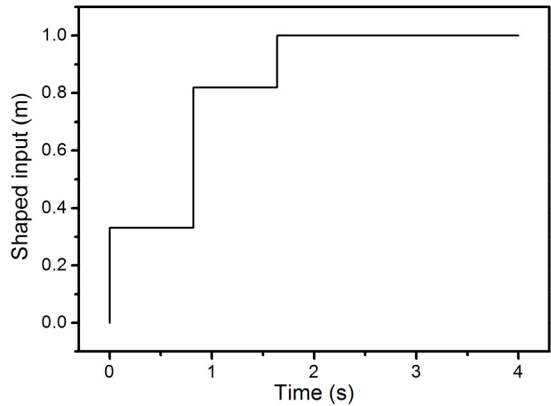


Fig. 9 Real input convolved from input shaper considering the second resonant mode

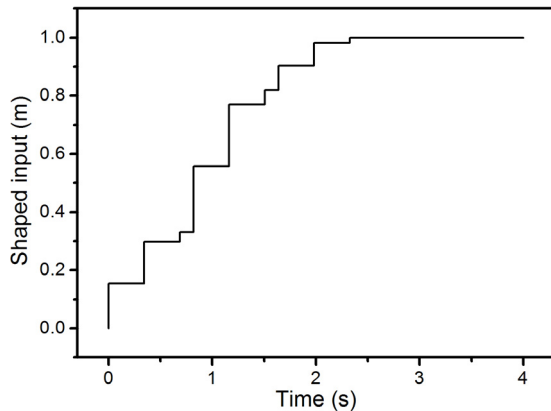


Fig. 10 Modified input about step input convolved from input shaper considering all the modes

도 전체 모드를 고려한 것과 크게 다르지 않은 동적 응답 특성을 얻을 수 있다.

#### 4. 결론

디지털 필터보다 유연 모드에 의한 잔류 진동 제거에 더욱 효과적인 것으로 알려진 입력 성형기를 대상으로 모든 유연 모드를 고려하는 것 대신에 제어 루프와 물리적으로 가장 멀리 있는 모드만을 선택적으로 고려하여 얻은 잔류 진동의 제거 특성이 모든 모드를 고려하여 얻은 입력 성형기에 의한 잔류 진동 제거 특성과 크게 다르지 않음을 간략한 3자유도 시스템에 대해 보였다. 이러한 제 특성은 복수 모드 고려에 의해 필연적으로 수반되는 과도한 시간 지연을 부분적으로 보

상할 수 있는 방법이며 따라서 실제 사례에서 효과적으로 이용할 수 있다.

### References

- 1) M. Kenison and W. Singhose, "Concurrent design of input shaping and proportional plus derivative feedback control", *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 124, pp. 398-405, 2002.
- 2) S. Park, S. Hong, H. Choi, and W. Singhose, "Discretization effects of real-time input shaping in residual vibration reduction for precise XY stage", *Trans. on Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol.16, No. 4, pp. 71-78, 2007.
- 3) N. Singer, W. Singhose, and W. Seering, "Comparison of filtering methods for reducing residual vibration", *European J. of Control*, Vol. 5, pp. 208-218, 1999.
- 4) S. K. Yoon, "Development of input shaping technique for multi input multi output system", Master Thesis, KAIST, 1999.
- 5) W. Singhose, " Command generation for flexible systems, Ph.D. Thesis, MIT, 1997.