

## 편치형상이 팽창튜브의 파단불안전성에 미치는 영향

최 원 목<sup>1)</sup> · 권 태 수<sup>\*2)</sup> · 정 현 승<sup>2)</sup> · 김 진 성<sup>2)</sup>

과학기술연합대학원대학교 가상공학과<sup>1)</sup> · 한국철도기술연구원 철도구조연구실<sup>2)</sup>

### Effect of Punch Shapes on Failure Instability of Expansion Tube

Wonmok Choi<sup>1)</sup> · Taesu Kwon<sup>\*2)</sup> · Hyunsung Jung<sup>2)</sup> · Jingsung Kim<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Virtual Engineering, University of Science and Technology, Daejeon 305-333, Korea

<sup>2)</sup>Railroad Structure Research Department, Korea Railroad Research Institute, 360-1 Woram-dong, Uiwang-si, Gyeonggi 437-577, Korea

(Received 1 July 2010 / Accepted 23 August 2010)

**Abstract** : The rupture of an expansion tube is mainly affected by the expansion ratio and the external shape of the punch used to expand the tube. In order to prevent the tube from rupture, the effect of the external shape of the punch should be considered in the design. The aim of this paper is to confirm the effect of key design parameters of the punch on rupture of the tube using a finite element analysis with a ductile damage model. The results of the analysis indicated that the expansion ratio of the tube was mainly affected by variation of the radius of the punch. However, the rupture was more affected by variation of the punch angle than the radius of the punch. The existence of a specific punch angle at which rupture did not occur, even if the radius of the punch was increased, was found from the results.

**Key words** : Expansion tube(팽창튜브), Failure instability(파단 불안전성), Stress triaxiality(응력삼축), Shear failure model(전단파단모델), Expansion ratio(팽창비)

### 1. 서 론

튜브의 확관공정은 서로 다른 크기를 가진 두 개의 튜브를 연결시키거나 특수한 목적으로 튜브 끝단을 성형하는 소성가공공정으로 튜브확관시 발생하는 균일한 하중과 높은 비에너지(specific energy) 때문에 자동차와 철도산업에서 충돌에너지흡수부재로 널리 이용되고 있다.<sup>1)</sup> 확관튜브는 튜브내경보다 큰 외경을 가진 편치가 튜브를 확관시키면서 발생하는 소성변형에너지와 마찰에너지로 충돌에너지를 흡수한다. 이 때 발생하는 소성변형에너지는  $R_p/R_a$  ( $R_a$ : 실험 전 튜브외경,  $R_p$ : 실험 후 튜브외경)로 정의되는 팽창비에 비례하며 팽창비는 편치외경, 튜브두께 그리고 튜브내경크기에 따라 변한다. 팽

창튜브의 에너지흡수과정에서 팽창비가 너무 크거나 편치의 진행방향과 튜브의 축방향이 일치하지 않는 경우 팽창초기 또는 팽창되는 도중에 튜브에 파단이 발생한다. 이러한 파단은 소성변형률 그리고 응력상태와 밀접한 관계가 있기 때문에 튜브의 파단은 재료의 기계적 특성과 팽창비에 큰 영향을 받는다.

Shakeri와 Salehghaffari 등은 3가지 접촉조건 (blasting, no surface treatment, coating)이 팽창튜브의 에너지흡수에 미치는 영향을 준정적실험으로 확인하였으며, 에너지흡수량을 예측할 수 있는 수치모델을 제시하였다.<sup>2)</sup> 또한, Lucanin와 Tanaskovic 등은 준정적실험과 충돌실험을 통하여 팽창튜브의 에너지흡수특성에 대한 연구를 수행하였다.<sup>3)</sup> Karrech와 Seibi는 튜브의 압입하중과 흡수된에너

\*Corresponding author, E-mail: tskwon@krii.re.kr

지를 예측할 수 있는 수치모델을 만들었고 펀치의 최적형상을 제시하였다.<sup>4)</sup> Daxner와 Rammerstorfer 등은 튜브길이 가 끝단 가공시 튜브에 발생하는 국부좌굴(local buckling)와 넥킹(necking)불안전성에 미치는 영향을 준정적실험과 유한요소법을 이용하여 연구하였다.<sup>5)</sup> Alemeida와 Alves 등은 펀치가 튜브의 끝단성형한계인 좌굴과 파단에 미치는 영향을 확인하기 위하여 준정적실험과 유한요소해석을 수행하였다.<sup>6)</sup>

이전 연구는 튜브와 펀치사이의 접촉조건 그리고 변형률속도가 에너지흡수특성에 미치는 영향과 튜브의 끝단성형한계에 대한 연구가 주로 수행되었다. 팽창튜브가 에너지를 흡수하는 과정에서 펀치형상은 에너지흡수 뿐만 아니라 튜브의 파단에도 중요한 영향을 미치므로 안정적으로 충돌에너지를 흡수하기 위해서는 펀치형상이 튜브의 변형에 미치는 영향에 대한 연구가 수행 되어야 한다.

본 연구는 펀치형상을 결정하는 주요 설계인자인 펀치반경과 펀치 각이 튜브의 변형과 파단에 미치는 영향을 해석적 방법으로 연구하기 위하여 상용 유한요소프로그램인 ABAQUS/explicit를 이용하였고 연성재료의 파단을 예측하기 위한 재료의 손상모델인 damage initiation criterion과 shear failure model을 적용하여 튜브의 파단발생여부를 판단하였다.<sup>7,8)</sup> 펀치반경의 영향을 확인하기 위하여 반경을 105 mm, 107.5 mm, 110 mm, 115 mm로 변화시키면서 유한요소해석을 수행하였고 펀치 각은 15°, 30°, 45°, 50°에 대해 각각 유한요소해석을 수행하였다. 또한, 재료의 손상과 파단을 정밀하게 예측하기 위하여 노치형상이 다른 3가지 시편을 가지고 인장시험을 수행하여 유한요소해석에 필요한 손상모델의 주요 인자를 결정하였다.

## 2. 재료와 손상모델

### 2.1 재료

팽창튜브를 제작하기 위하여 첫 단계로 단조가공된 SCM440 재료를 덩굴가공 하였고, 두 번째 단계로 튜브의 연신율을 높이기 위한 열처리를 수행하였다. 마지막으로 정밀기계가공을 통하여 팽창튜브 제작을 완료하였다. 열처리된 팽창튜브의 기계적

특성을 알아보기 위하여 봉형 인장시편을 제작하였고, UTM (Universal Test Machine)을 이용한 표준인장시험을 수행하여 진응력과 진변형률을 계산하였다. 인장시험을 통해 얻은 열처리된 SCM440의 진응력-진변형률 관계를 홀로만식(Holloman equation)으로 나타내면  $K$ 가 1 GPa이고  $n$ 은 0.189이다.<sup>9)</sup>

$$\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n \quad (1)$$

여기서  $K$ 는 강도계수(stiffness coefficient)이고,  $n$ 은 가공경화지수(work-hardening exponent)이다.

### 2.2 손상모델

SCM440같은 연성재료의 파단을 예측하기 위해서는 미시적 손상모델(microscopic damage model)이 필요하다. 외적요인에 의해 재료의 변형이 연성한계에 도달하면 내부에 기공이 발생(void nucleation)하고 이 기공은 소성변형에 의해 성장(void growth)을 한다. 기공이 지속적으로 성장하여 인근기공과 합체(void coalescence)되면 그 재료는 결국 파단되고 하중전달능력을 상실하게 된다. 유한요소법을 이용한 연성재료의 미시적손상과 파단을 예측하기 위하여 Gurson-Tvergaard-Needleman,<sup>10-12)</sup> Rice and Tracey,<sup>13)</sup> Cockcroft and Latham<sup>14)</sup> 그리고 shear failure model 등이 주로 사용된다. 외연적 유한요소법에서 이러한 파단모델은 각 시간증분마다 요소의 적분점에서 파단파라미터(failure parameter)를 계산하고 이 파라미터가 특정 값에 도달하면 그 요소를 모델에서 제거한다.

본 연구에서는 damage initiation criterion과 shear failure model을 사용하여 팽창튜브의 손상과 파단을 예측하였다. shear failure model은 적분점에서 계산된 상당변형률(equivalent strain)의 합이 파단변형률(failure strain)에 도달하면 재료가 파단된다고 가정한다. 식 (2)는 damage initiation criterion으로 손상에 의한 재료의 연화(softening)를 표현한다.  $\bar{\epsilon}_D^p$ 은 손상이 시작되는 상당소성변형률(equivalent plastic strain)이고  $\dot{\bar{\epsilon}}^p$ 은 변형률속도이다. 그리고  $\eta$ 은 식 (3)으로 정의되는 응력삼축(stress triaxiality)으로  $\sigma_H$ 와  $\bar{\sigma}$ 은 정수압응력( $\sigma_H = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ )과 상당응력

( $\bar{\sigma} = \sqrt{(1/2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2])}$ ) 을 나타낸다. 여기서  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  그리고  $\sigma_3$ 는 주응력이다. 식 (4)는 shear failure model로  $\bar{\epsilon}_0^{pl}$ 는 상당소성변형률의 초기 값이고,  $\Delta\bar{\epsilon}^{pl}$ 은 상당소성변형률증분이다. 그리고  $\bar{\epsilon}_f^{pl}$ 는 파단이 발생하는 상당소성변형률이다.<sup>8)</sup> 식 (2)의 소성변형률과 식 (4)의 파단변형률은 응력삼축에 영향을 받기 때문에 팽창튜브의 파단을 정밀하게 예측하기 위해서는 응력삼축에 따른 변형률의 변화를 유한요소해석에 적용해야 한다.<sup>15,16)</sup>

$$w_D = \int \frac{d\bar{\epsilon}^{pl}}{\bar{\epsilon}_D^{pl}(\eta, \bar{\epsilon}^{pl})} = 1 \quad (2)$$

$$\eta = \frac{\sigma_H}{\bar{\sigma}} \quad (3)$$

$$w = \frac{\bar{\epsilon}_0^{pl} + \sum \Delta\bar{\epsilon}^{pl}}{\bar{\epsilon}_f^{pl}} = 1 \quad (4)$$

### 3. 손상 매개변수의 결정

#### 3.1 시편시험

Fig. 1은 연성재료의 응력삼축에 따른 파단변형률의 변화로 응력상태(압축, 전단 그리고 인장)에 따라 파단변형률이 변한다는 것을 알 수 있다. 유한요소해석으로 확인된 팽창튜브의 응력삼축은 -0.3에서 0.67까지 변하지만 파단이 발생하는 튜브외곽면의 응력삼축의 범위는 Fig. 1에 나타나 있듯이 0.33~0.67로 고응력삼축(high stress triaxiality)으로 분리된다. 고응력삼축의 파단변형률을 구하기 위하여 노치(R)가 있는 3가지 시편(R=2 mm, 4 mm, ∞)을 가지고 인장시험을 각각 수행하였고 동일한 조건으로 유한요소해석을 수행하여 응력삼축과 파단변형률을 계산하였다. Fig. 2는 인장시험에 사용된 시편의 형상과 주요치수로 인장시험을 위해 INSTRON사의 UTM(Universal Test Machine)을 사용하였고 노치부에 신장계(extensometer)를 부착하여 변형률을 측정하였다.

#### 3.2 요소망 크기 결정

요소에 발생하는 응력과 파단변형률은 요소망 크

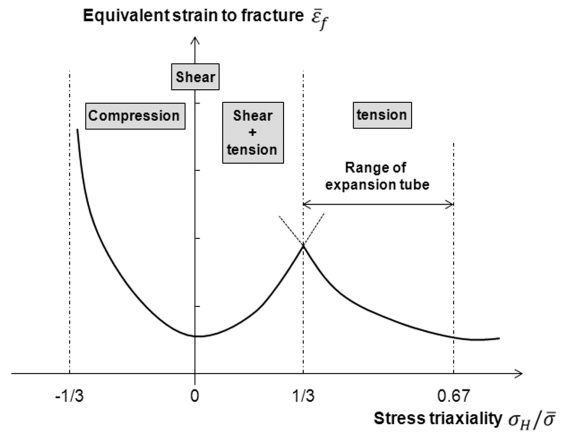


Fig. 1 Variation of equivalent strain to fracture with respect to stress triaxiality

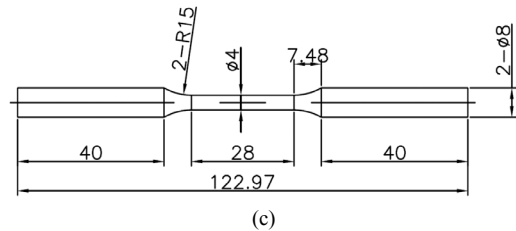
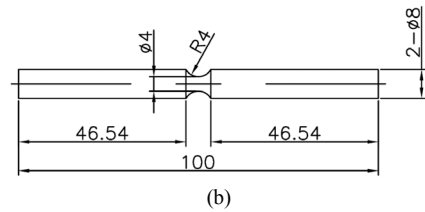
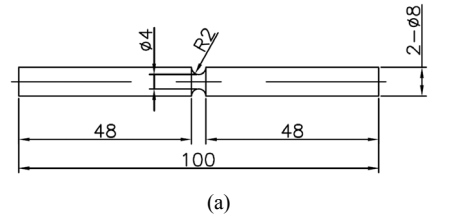


Fig. 2 Specimen configurations for tensile tests: (a) R=2 mm; (b) R=4 mm; (c) R=∞

기에 따라 변하기 때문에 튜브해석에 적합한 크기를 결정하기 위하여 요소망 크기에 가장 민감한 R=2 mm 시편시험과 유한요소해석결과를 비교하여 요소크기를 결정하였다. Fig. 3은 요소망의 크기를 변화시키면서 해석한 결과로 크기가 0.3 mm까지

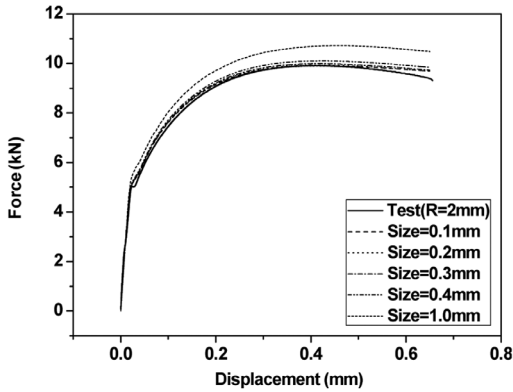


Fig. 3 Comparison of specimen test (R=2 mm) to finite element analysis with variation of mesh size (0.1 mm~1.0 mm)

시험결과와 잘 일치 하지만 그 이상이 되면 시험결과보다 큰 하중이 발생하였다. 그러므로 파단변형률과 응력삼축은 요소망크기가 0.3 mm인 시편모델로부터 계산되었다. 또한, 튜브해석에도 0.3 mm 크기의 요소망이 사용되었다.

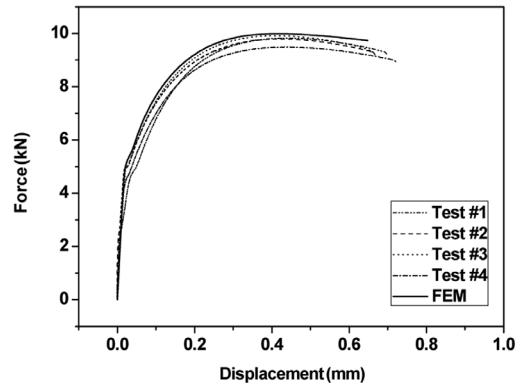
### 3.3 매개변수 결정

노치형상에 따른 파단변형률과 응력삼축을 계산하기 위하여 인장시험과 동일한 조건으로 유한요소 해석을 수행하였다. 파단은 시편의 중심부에서 시작되기 때문에 이곳에서 응력삼축과 변형률이 가장 크다.<sup>17,18)</sup> 유한요소해석을 위하여 1/4 축대칭모델을 사용하였고 중심부 요소의 적분점에서 응력삼축과 변형률을 계산하였다.

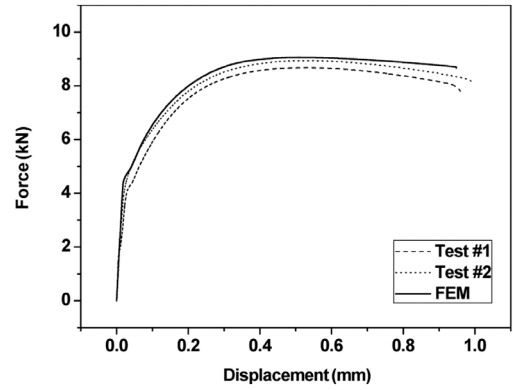
Fig. 4는 시편시험과 해석결과를 보여주는 그림으로 노치(R)가 작으면 연신율이 작아지는 반면에 하중이 커진다는 것을 알 수 있다. 유한요소해석결과 넥킹과 파단시 시편중심부에서 계산된 응력삼축과 변형률을 Table 1에 정리하였다.

Wierzbicki 등 이전의 저자들은 고응력삼축상태에서 응력삼축과 파단변형률의 관계를 식 (5)의 지수함수로 나타내었다.<sup>19)</sup> Fig. 5는 시편시험으로부터 계산된 응력삼축을 지수함수로 근사화한 그래프를 K와 n은 각각 0.277과 -0.847이다.

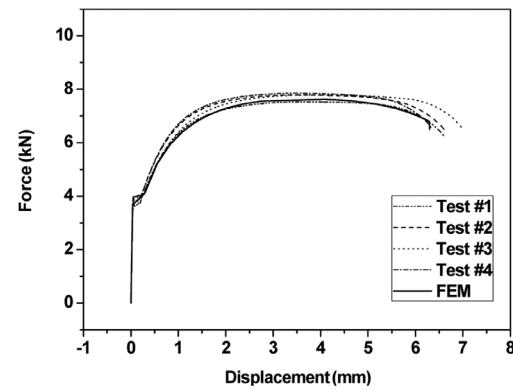
$$\bar{\epsilon}_f = K \left( \frac{\sigma_H}{\sigma} \right)^n \quad (5)$$



(a)



(b)



(c)

Fig. 4 Result of specimen tests and finite element analyses with damage model: (a) R=2 mm; (b) R=4 mm; (c) R=∞

## 4. 팽창튜브의 파단예측

### 4.1 펀치의 설계변수

팽창튜브의 파단불안전성은 팽창비에 지배적인

Table 1 Failure parameters with respect to notch shapes (R)

R(mm)	Necking		Failure	
	$\bar{\epsilon}^{pl}$	$\eta$	$\bar{\epsilon}^{pl}$	$\eta$
2	0.141	0.81	0.33	0.859
4	0.174	0.603	0.383	0.647
$\infty$	0.152	0.333	0.68	0.348

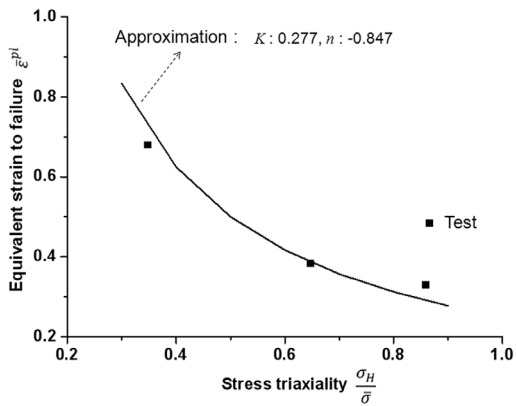


Fig. 5 Approximation of relationship between equivalent strain to failure and stress triaxiality

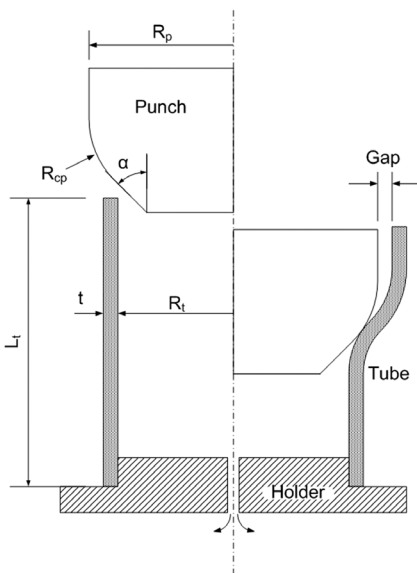


Fig. 6 Schematic diagram for finite element analysis

Table 2 Primary dimensions

Variable	$R_p$ (mm)	$R_t$ (mm)	$R_{cp}$ (mm)	$L_t$ (mm)	$t$ (mm)	$\alpha$ (deg)
Value	105,107.5, 110,115	93	20	350	11	15,30, 45,50

영향을 받으므로 펀치의 설계변수 중 팽창비에 영향을 주는 펀치반경( $R_p$ )과 경사면 각( $\alpha$ )을 변수로 정하였고 두 변수를 변화시키면서 유한요소해석을 수행하였다.<sup>6)</sup> Fig. 6은 팽창튜브해석의 개념도이고 Table 2는 펀치와 튜브의 주요치수와 변수범위이다.

#### 4.2 유한요소 모델

Fig. 7은 팽창튜브의 유한요소해석모델로 펀치는 강체(discrete rigid body)로 가정하였고, 팽창튜브는 1개의 적분점(reduced integration)을 가진 4절점 축대칭요소(axisymmetric element)로 구성하였다. 요소망의 크기는 0.3 mm이다. Fig. 8은 표준인장시험으로부터 구한 SCM440의 진응력-진변형률선도로 등방성(isotropic)재료로 가정하여 유한요소해석을 수행하였다. 또한, 튜브의 연화(softening)와 과단을 예측하기 위해서 damage initiation criterion과 shear failure condition을 유한요소해석에 적용하였다. 팽창튜브에 흡수되는 에너지양은 재료특성과 마찰조건에 의해 결정되지만 과단은 마찰과 상관없이 재료특성에만 영향을 받는다. 팽창튜브의 준정적실험( $R_p=107.5\text{mm}$ ,  $\alpha=30^\circ$ )과 유한요소해석에서 계산된 전단마찰인자(shear friction factor)인  $m=0.0421$ 를 모든 해석에 적용하여 마찰조건의 변화는 고려하지 않았다.<sup>20)</sup>

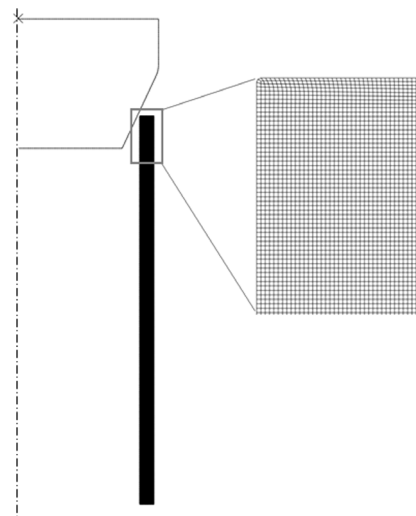


Fig. 7 Finite element model

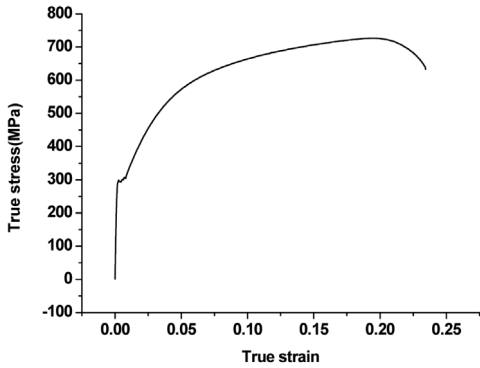


Fig. 8 True stress-strain curve of SCM440

5. 유한요소해석 결과

식 (6)은 식 (5)에서 유도된 것으로 튜브를 구성하고 있는 요소의 파단 여부를 판단하는 식이다. 만약 튜브를 구성하고 있는 요소가 식 (6)을 만족한다면 그 요소는 요소망에서 제거된다. 튜브는 확장공정 동안 bending과 unbending을 거쳐 확장되는데 파단은 unbending이 발생하는 펀치모서리( $R_p$ )부근의 외곽 면에서 발생하므로 튜브의 외곽요소에서 계산된 응력삼축과 유효변형률(equivalent strain)을 식 (6)에 대입하여 파단여부를 판단하였다.

$$D_f = \bar{\epsilon}^{pl} - K \left( \frac{\sigma_H}{\sigma} \right)^n \begin{cases} i f, D_f \geq 0 \rightarrow Failure \\ i f, D_f < 0 \rightarrow Safe \end{cases} \quad (6)$$

Table 3은 펀치반경과 펀치각도에 따라 튜브의 외곽요소에서 계산된  $D_f$ 를 정리한 것이고, Fig. 9(a)는 펀치반경에 따른  $D_f$ 의 변화를 보여주는 그래프이다. Fig. 9(a)를 보면  $\alpha=30^\circ$ 를 제외한 모든 펀치 각에서 펀치반경이 증가하면  $D_f$ 가 증가하였다.

$\alpha=30^\circ$ 에서는  $R_p=107.5$  mm까지  $D_f$ 가 증가하였고 그 이후로는 거의 변화가 없었다.  $\alpha=45^\circ$ 와  $50^\circ$ 인 경우  $R_p=110$  mm이면  $D_f$ 가 0에 가까웠고  $R_p=115$  mm가 되면 0보다 커져 파단조건( $D_f \geq 0$ )을 만족하였다.  $\alpha=45^\circ$ 와  $50^\circ$ 는  $R_p=110$  mm까지 거의 동일한 변화를 보였지만 그 이상이 되면  $50^\circ$ 가  $45^\circ$ 보다 더 큰 값을 보였다. Fig. 9(b)는 펀치각도에 따른  $D_f$ 의 변화를 보여주는 그래프로  $R_p=115$  mm를 제외한 나머지 펀치 외경에서는 더 이상  $D_f$ 가 증가하지 않는 특정 펀치 각(specific punch angle)이 존재함을 알 수 있다. 그리

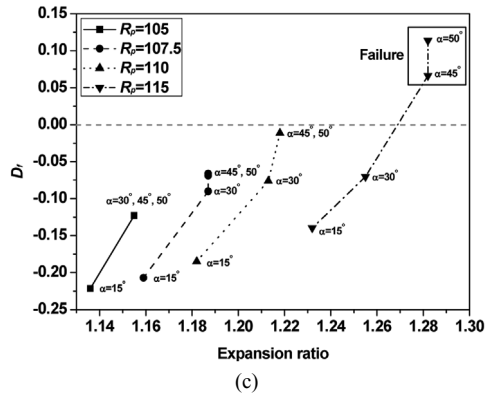
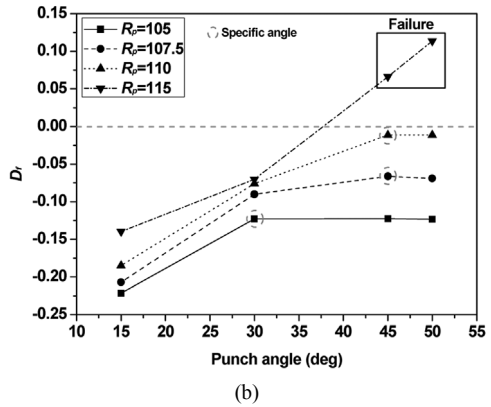
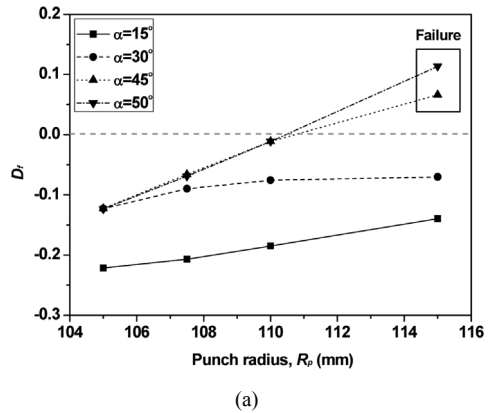


Fig. 9 Effect of key parameter of the punch and expansion ratio on the  $D_f$ : (a) punch radius; (b) punch angle; (c) expansion ratio

고 특정 각은 펀치반경과 함께 증가하는 경향을 보였다. Fig. 9(c)는 팽창비의 영향을 보여주는 그래프로 펀치 각이 작으면 펀치반경에 대한  $D_f$ 의 증가율이 작고 펀치 각이 크면 펀치반경에 대한  $D_f$ 의 증가

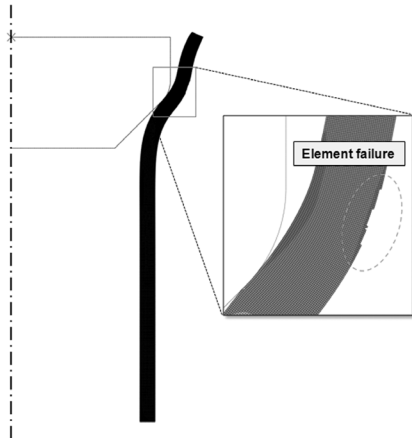


Fig. 10 Result of finite element analysis with  $R_p=115\text{mm}$ ,  $\alpha=45^\circ$

Table 3  $D_f$  and expansion ratio,  $D_f$  (expansion ratio)

$R_p(\text{mm})$ $\alpha(\text{deg})$	105	107.5	110	115
15	-0.221 (1.136)	-0.207 (1.159)	-0.185 (1.182)	-0.14 (1.232)
30	-0.123 (1.155)	-0.09 (1.187)	-0.076 (1.213)	-0.07 (1.255)
45	-0.123 (1.155)	-0.066 (1.187)	-0.011 (1.218)	0.066 (1.282)
50	-0.123 (1.155)	-0.069 (1.187)	-0.011 (1.218)	0.114 (1.282)

울이 크다는 것을 알 수 있다. Fig. 10은  $R_p=115\text{ mm}$ ,  $\alpha=45^\circ$ 의 유한요소해석결과로  $R_{cp}$ 부근의 튜브외각 면에서 파단이 발생한 것을 알 수 있다.

## 6. 결론

펀치의 주요설계인자인 펀치반경( $R_p$ )과 펀치 각( $\alpha$ ) 이 튜브의 파단에 미치는 영향을 해석적으로 연구하기 위하여 펀치반경과 펀치 각을 변경시키면서 연성재료의 손상모델인 damage initiation criterion과 shear failure model을 적용한 유한요소해석을 수행하였다. 또한, 튜브의 파단을 정밀하게 예측하기 위하여 3가지 노치형상을 가진 인장시험에 대해 인장시험을 수행하여 응력삼축에 따른 파단변형률을 계산하여 유한요소해석에 적용하였다.

해석결과  $\alpha=30^\circ$  이하면  $R_p$ 가 115 mm까지 커지더라도 튜브에 파단이 발생하지 않았다. 하지만 펀치 각이

커지면( $\alpha=45^\circ, 50^\circ$ )  $R_p$ 가 110 mm 이상일 때 튜브에 파단이 발생한다. 그러므로 튜브의 팽창비를 늘려 에너지흡수량을 증가시키기 위해 펀치반경을 키울 경우 펀치 각은  $30^\circ$ 를 넘지 않는 것이 좋다.  $R_p=115\text{ mm}$ 를 제외한 나머지 펀치외경에서는 펀치 각을 증가시키더라도  $D_f$  값이 더 이상 증가하지 않는 특정 펀치 각(specific punch angle)이 존재하였다. 그리고 이 펀치 각은 펀치반경이 증가함에 따라 같이 증가하는 경향을 보였다.  $D_f$ 는 팽창비에 영향을 받지만 비례하여 증가하지는 않았다. 팽창비는 펀치각보다 펀치반경에 더 큰 영향을 받지만  $D_f$ 는 펀치반경보다 펀치각에 더 큰 영향을 받는다. 즉, 펀치반경이 크더라도 펀치 각이 작으면  $D_f$ 가 작다는 것을 알 수 있다. 튜브에 발생하는 소성변형량은 펀치반경과 펀치 각에 영향을 받는다. 하지만 튜브에 파단이 발생하는  $R_{cp}$  부근의 소성변형량은 펀치반경보다는 펀치 각에 더 큰 영향을 받기 때문에 튜브의 파단은 펀치반경보다는 펀치각의 변화에 더욱 민감하다.

## References

- 1) J. W. Kim, J. S. Koo and J. S. Lim, "Modeling Method for the Force and Deformation Curve of Energy Absorbing Structures to Consider Initial Collapse Behavior in Train Crash," Transactions of KSAE, Vol.18, No.3, pp.116-126, 2010.
- 2) M. Shakeri, S. Salehghaffari and R. Mirzaeifar, "Expansion of Circular Tubes by Rigid Tubes as Impact Energy Absorbers: Experimental and Theoretical Investigation," International Journal of Crashworthiness, Vol.12, pp.493-501, 2007.
- 3) V. Lucanin, J. Tanaskovic, D. Milkovic and S. Golubovic, "Experimental Research of the Tube Absorbers of Kinetic Energy During Collision," FEM Transactions, Vol.35, pp.201-204, 2007.
- 4) A. Karrech and A. Seibi, "Analytical Model for the Expansion of Tubes under Tension," Journal of Materials Processing Technology, Vol.210, pp.356-362, 2010.
- 5) T. Daxner, F. G. Rammerstorfer and F. D. Fischer, "Instability Phenomena during the

- Conical Expansion of Circular Cylindrical Shells,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.194, pp.2591-2603, 2005.
- 6) B. P. P. Almeida, M. L. Alves, P. A. R. Rosa, A. G. Brito and P. A. F. Martins, “Expansion and Reduction of Thin-walled Tubes a Die : Experimental and Theoretical Investigation,” *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol.46, pp.1643-1652, 2006.
  - 7) H. Hooputra, H. Gese, H. Dell and H. Werner, “A Comprehensive Failure Model for Crashworthiness Simulation of Aluminium Extrusions,” *International Journal of Crashworthiness*, Vol.9, No.5, pp.449-464, 2004.
  - 8) ABAQUS Verson 6.6, User's Manual, Hibbitt Karlsson and Sorensen Inc, 2006.
  - 9) J. H. Holloman, *Trans. AMIE* 162, p.268, 1915.
  - 10) A. L. Gurson, “Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I-Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media,” *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol.99, Issue 2, pp.2-15, 1977.
  - 11) S. Ghosh, M. Li and A. Khadke, “3D Modeling of Shear-slitting Process for Aluminum Alloys,” *Journal of Materials Processing Tehcnology*, Vol.167, pp.91-102, 2005.
  - 12) V. Uthaisangsuk, U. Prael, S. Münstermann and W. Bleck, “Experimental and Numerical Failure Criterion for Formability Prediction in Sheet Metal Formaing,” *Computational Materials Science*, doi:10.1016/j.commatsci.2007.07.036.
  - 13) J. R. Rice and D. M. Tracey, “On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields,” *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.17, pp.201-217, 1969.
  - 14) M. G. Cockroft and D. J. Latham, “Ductility and Workability of Metals,” *J. Inst. Metals*, Vol.96, pp.33-39, 1968.
  - 15) Y. Bao and T. Wierzbicki, “On Fracture Locus in the Equivalent Strain and Stress Triaxiality Space,” *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.46, pp.81-98, 2004.
  - 16) G. Mirone, “Role of Stress Triaxiality in Elastoplastic Characterization and Ductile Failure Prediction,” *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.74, pp.1203-1221, 2007.
  - 17) Y. Bao and T. Wierzbicki, “A Comparative Study on Various Ductile Crack Formation Criteria,” *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol.126, Issue 3, pp.314-325, 2004.
  - 18) J. W. Hancock and A. C. Mackenzie, “On the Mechanisms of Ductile Failure in High-strength Steels Subjected to Multi-axial Stress-states,” *Journal of the Mechanics Science*, Vol.31, pp.453-61, 1996.
  - 19) T. Wierzbicki and O. Muragishi, Calibration of Ductile Fracture from Compression and Tension Tests, Impact & Crashworthiness Laboratory, Report No.21, MIT, 1999.
  - 20) W. M. Choi, T. S. Kwon and H. S. Jung, “Quasi-static Experimental Study on Energy Absorbing Characteristic of Expansion Tube,” FISITA2010 World Automotive Congress, F2010D041, Scientific Society for Mechanical Engineering, 2010.