

◆ 특집 ◆ 기계장비 정밀도 시뮬레이션 기술

회전운동 시스템의 정밀도 시뮬레이션 기술

Accuracy Simulation of Precision Rotary Motion Systems

황주호^{1,✉}, 심종업¹, 홍성욱², 이득우³
Jooho Hwang^{1,✉}, Jong Youp Shim¹, Seong-Wook Hong² and Deug-Woo Lee³

1 한국기계연구원 초정밀기계시스템연구실 (Department of Ultra Precision Machines and Systems, KIMM)

2 금오공과대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Kumoh National Institute of Technology)

3 부산대학교 나노메카트로닉스공학과 (Department of Nano Mechatronics, Pusan National University)

✉ Corresponding author: jooho@kimm.re.kr, Tel: 042-868-7119

Manuscript received: 2011.2.2 / Accepted: 2011.2.4

The error motion of a machine tool spindle directly affects the surface errors of machined parts. The error motions of the spindle are not desired errors in the three linear direction motions and two rotating motions. Those are usually due to the imperfect of bearings, stiffness of spindle, assembly errors, external force or unbalance of rotors. The error motions of the spindle have been needed to be decreased to desired goal of spindle's performance. The level of error motion is needed to be estimated during the design and assembly process of the spindle. In this paper, the estimation method for the five degree of freedom (5 D.O.F) error motions of the spindle is suggested. To estimate the error motions of the spindle, waviness of shaft and bearings, external force model was used as input data. And, the estimation models are considering geometric relationship and force equilibrium of the five degree of the freedom. To calculate error motions of the spindle, not only imperfection of the shaft, bearings, such as rolling element bearing, hydrostatic bearing, and aerostatic bearing, but also driving elements such as worm, pulley, and direct driving motor systems, were considered.

Key Words: Spindle (회전주축), Index Table (인덱스 테이블), Rotational Accuracy Simulation (회전정밀도 시뮬레이션), Transfer Function Method (전달함수법), 5 DOF Motion Error Modelling (5 자유도 운동오차 모델링),

1. 서론

회전 주축과 회전 테이블로 대표되는 회전운동 유니트는, 축(샤프트)을 중심으로 정속운동 혹은 회전 위치결정의 기능을 수행한다. 이 때, 운동 명령이 주어진 회전 방향을 제외한 나머지 5 자유도 방향에서의 운동오차를 회전정밀도로 나타낸다. 공작기계 주축의 경우 회전정밀도는 공작물의 형상오차 및 표면조도에 직접 영향을 주며 따라서 주축의 정밀도 등급을 나타내는 기준으로 사용되

고 있다.

이러한 회전정밀도는 샤프트의 베어링 접촉부의 형상오차, 베어링의 결함, 동력전달 요소 등의 외력의 변화에 따라 달라지게 된다. 설계자는 설계 단계에서, 베어링의 형식, 공차, 구동기구 등 구동요소의 영향 등을 전체적으로 이해하고 성능을 해석해야 하지만 해석의 어려움으로 대부분 경험에 의존하여 선정하고 있다. 또한, 이러한 회전 유니트에 대한 기존의 연구는, 정밀 주축을 회전체의 관점에서 진동 안정성이나 강성 등을 해석하

는 선행연구가 대부분이며,^{1,4} 가공정밀도에 직접적인 영향을 주는 회전정밀도의 예측에 관한 연구는 거의 찾아볼 수 없다. 일부 회전정밀도와 관련된 연구는 회전오차의 크기 보다는 회전오차 진동성분에 대한 분석^{5,6} 과 회전정밀도의 측정방법이 주를 이루고 있다.⁷

본 논문에서는 회전운동 유니트의 설계 단계에서 운동요소의 설계 정보를 입력하면 5 자유도 방향으로의 회전오차 및 회전방향으로의 인덱스오차 등 6 자유도 운동오차를 예측할 수 있는 회전 정밀도 시뮬레이터의 개발 현황을 소개하고자 하였다. 이를 위해, 회전 정밀도 시뮬레이터의 전반적인 구성과 함께, 전달함수법을 이용한 회전 운동계의 오차 모델링, 해석 알고리즘을 제시하였으며 모터, 커플링 등 동력 전달요소의 영향을 포함한 오차 예측 방법 및 실제 적용을 가정한 시뮬레이션 예에 대하여 소개하고자 하였다.

2. 회전운동 유니트 시뮬레이터의 개요

본 연구에서 개발하고자 하는 회전운동 시뮬레이터는 주축, 인덱스 테이블과 같은 회전운동 시스템의 정적 강성, 회전정밀도(비동기성분 포함), 인덱스정밀도, 고유진동수, 모드형상 및 발열량 등을 예측하고자 하는 것이다.

Fig. 1 에 본 연구에서 개발하고자 하는 회전운

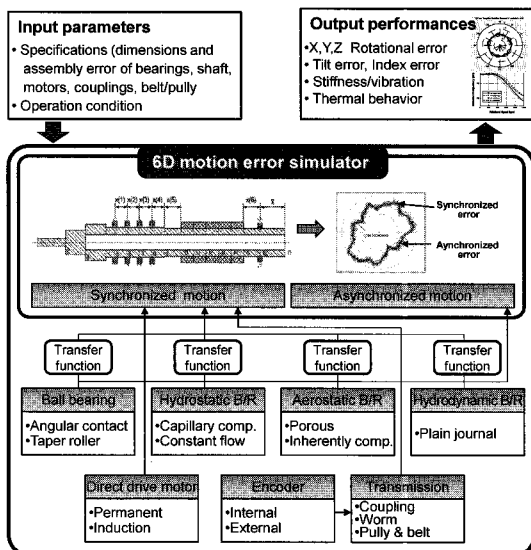


Fig. 1 Configuration rotational motion error simulator

동 시스템 정밀도 시뮬레이터의 구조를 나타내었다. 직선운동 유니트와 마찬가지로 기본적으로 회전운동 유니트에 대한 6 자유도 운동오차를 해석하게 된다. 회전운동요소 들은 기하학적으로 주기함수 형태의 운동을 하게 되므로 전달함수법의 적용이 매우 용이하게 되며 따라서 직선운동 유니트에서 적용한 전달함수의 개념을 그대로 적용함으로써 해석대상 요소를 병렬 구조 형태로 선정하여 해석할 수 있는 구조를 갖고 있다.

한편, 회전 운동의 경우에는 가공오차 등 기하학적인 오차에 의한 오차 이외에도 회전체의 언밸런스 및 유연체 운동 등에 따른 동적인 오차 들이 발생하게 되며, 모터나 베어링 등에서의 발열은 장시간 구동에 있어 축궤적의 변화를 통해 회전정밀도를 악화시키는 요인으로 작용한다. 본 연구에서는 유한요소 해석을 통해 이러한 축계의 거동을 동시에 해석할 수 있는 기능도 같이 개발하고 있다. 이러한 동적 오차나 열적 오차는 최종적으로 회전 비동기오차의 형태로 표시되며 기하학적 관계에 의한 회전 동기오차와 중첩하여 나타내게 된다.

이러한 시뮬레이션을 위한 주요 입력 정보로는 베어링, 샤프트, 모터, 커플링 등 주요 구성요소들의 치수 및 파악 가능한 성능들이며 기성품의 경우에는 카탈로그에서 제공하는 제원들을 데이터베이스화하여 설계자가 제작사와 모델을 선정하도록 구성된다. 또한, 제작사로부터 지원받지 못하는 발생력, 강성 등의 정보는 자체적인 모델링을 통해 해석을 진행하고 있다.

현재 개발된 알고리즘은 실험적인 검증 및 S/W 화 단계를 진행하고 있으며, 향후 가공 및 조립 공차에 따른 영향 해석 기능도 추가하여 개발할 예정이다.

3. 회전운동 유니트 정밀도 시뮬레이션

3.1.5 자유도 운동오차 모델

회전유니트의 회전운동오차는 기본적으로 힘의 평형조건에 의하여 결정되어 지게 된다. Fig. 2 와 같이, n 개의 베어링 열을 가지고 있는 주축에 있어 베어링 지지 부에서의 축 중심부의 위치는, 축의 변형을 무시하고 베어링 부위에서 변위가 발생한다고 가정하였을 때 식 (1)과 같은 기하학적 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} \delta_{bx1} &= \delta_{bx1} + (z_{bi} - z_{b1}) \cdot \theta_y \\ \delta_{by1} &= \delta_{by1} + (z_{bi} - z_{b1}) \cdot \theta_x \\ \delta_{bz1} &= \delta_z \end{aligned} \quad (1)$$

첫 번째 위치에 있는 베어링을 기준으로 하였을 때, 원하는 위치에서의 x, y, z 방향의 변위와 y 및 x 축에 대한 경사(tilt) 운동을 각각 $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \theta_x, \theta_y$ 로 나타내며 식 (2)와 같은 기하학적 조건을 갖게 된다.

$$\begin{aligned} \delta_x &= \delta_{bx1} + (z - z_{b1}) \cdot \theta_y \\ \delta_y &= \delta_{by1} + (z - z_{b1}) \cdot \theta_x \\ \delta_z &= \delta_{bz1} \end{aligned} \quad (2)$$

이때 회전 축계에 작용하는 힘의 평형방정식을 5 방향에 대하여 정리하면 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\delta\} = [A]^{-1} (\{F_b\} + \{F_{ex}\}) \quad (3)$$

$$\{\delta\} = \{\delta_x \ \delta_y \ \delta_z \ \theta_x \ \theta_y\}^T$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^n K_{bx,i} & 0 & 0 & 0 & -\sum_{i=1}^n K_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1}) \\ 0 & -\sum_{i=1}^n K_{by,i} & 0 & \sum_{i=1}^n K_{by,i}(z_{bi} - z_{b1}) & 0 \\ 0 & 0 & -\sum_{i=1}^n K_{bz,i} & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^n K_{by,i}(z_{bi} - z_{b1}) & \sum_{i=1}^n K_{bx,i} \cdot y_{bi} & -\sum_{i=1}^n K_{by,i}(z_{bi} - z_{b1})^2 & 0 \\ -\sum_{i=1}^n K_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1}) & 0 & \sum_{i=1}^n K_{bx,i} \cdot x_{bi} & 0 & -\sum_{i=1}^n K_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1})^2 \end{bmatrix}$$

$$\{F_b\} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n f_{bx,i} \\ \sum_{i=1}^n f_{by,i} \\ \sum_{i=1}^n f_{bz,i} \\ -\sum_{i=1}^n f_{by,i}(z_{bi} - z_{b1}) + \sum_{i=1}^n f_{bx,i} \cdot y_{bi} \\ \sum_{i=1}^n f_{bx,i}(z_{bi} - z_{b1}) - \sum_{i=1}^n f_{bz,i} \cdot x_{bi} \end{Bmatrix}, \{F_{ex}\} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^m f_{\alpha,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{\phi,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{\sigma,j} \\ -\sum_{j=1}^m f_{\phi,j} z_{r,j} + \sum_{j=1}^m f_{\alpha,j} y_{r,j} \\ \sum_{j=1}^m f_{\sigma,j} z_{r,j} - \sum_{j=1}^m f_{\alpha,j} x_{r,j} \end{Bmatrix}$$

여기서 [A]는 강성 매트릭스를, $\{F_b\}$ 는 베어링 면의 형상오차에 의한 반력을, $\{F_{ex}\}$ 는 동력기구에 의한 작용력을 의미하며 회전 각도에 따라 $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \theta_x, \theta_y$ 를 구하면 기하학적 오차에 의한 회전운동 오차를 구할 수 있게 된다.

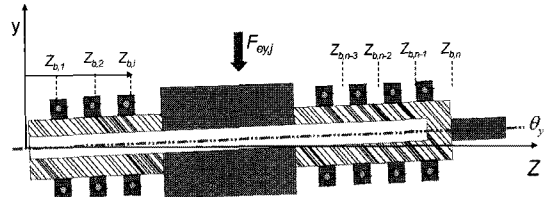


Fig. 2 Geometrical models of spindle

3.2 전달함수

직선 운동오차에 대한 시뮬레이터에서와 마찬가지로 회전 운동오차의 해석에 있어서도 해석의 용이성 및 해석 시간의 단축을 위해 전달함수법⁸을 적용한다.

회전운동에서의 전달함수는, 주축 또는 회전테이블내 샤프트가 공간주파수 성분 ω 를 갖고 베어링내에서 한 주기만큼 회전했을 때, 그에 의해 발생하는 반력의 변화의 비로 정의하며 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$TF(\omega) = \frac{f_b(\omega)}{e(\omega)} \quad (4)$$

여기서 $e(\omega)$ 는 공간주파수 ω 의 진폭을 나타낸다.

위에서의 전달함수의 정의를 이용하면 식 (3)에 있어 샤프트의 형상오차에 의하여 발생하는 내부 반력 $\{F_b\}$ 는 형상오차의 푸리에 변환을 이용하여 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f_b(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} TF(2\pi \cdot k) (a_k \cos 2\pi \cdot k + b_k \sin 2\pi \cdot k) \quad (5)$$

이 식 (5)를 이용하여 x, y, z 방향에 있어 형상오차에 의한 반력을 구할 수 있게 된다.

전달함수는 베어링 형식에 따라 달라지게 되는데, 특히, 회전운동 중 베어링의 위치의 변화가 없는 유정압이나 공기베어링과 공전운동에 의해 1회전후 볼의 위치가 변화하는 볼베어링은 전달함수의 특성이 크게 다르게 나타나게 된다. Fig. 3과 Fig. 4는 각각 유정압 베어링과 각 접촉(angular contact) 볼베어링을 적용한 경우의 전달함수를 구한 예를 보여주고 있다. 유정압 베어링의 경우, 공간주파수에 따라 반력변화가 크게 차이가 있어 회전오차에 영향을 미치는 정도가 달라짐을 보이고 있으며 전반적으로는 공간주파수가 증가할수록

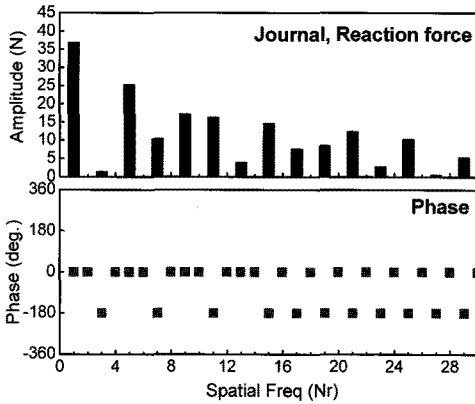


Fig. 3 Transfer function of a 4-pad hydrostatic bearing

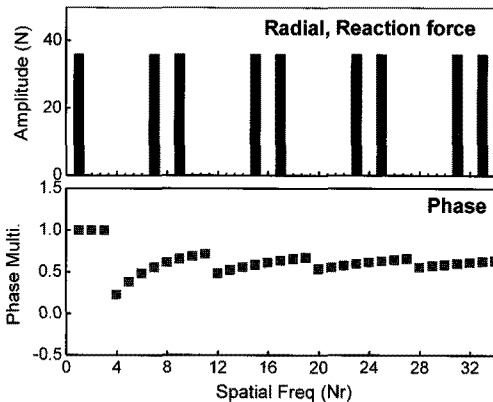


Fig. 4 Transfer function of NSK 6204Z bearing

반력은 감소하여 운동오차에 미치는 영향은 작아지는 것을 보이고 있다. 반면, 구름베어링의 경우, 공전 운동에 의해 Fig. 4의 아래 그림에서와 같이 공간주파수별 반력의 위상이 변화하는 특성을 갖는다. 또한 유정압베어링과는 달리 공간주파수가 증가해도 반력이 감소하는 경향은 없으며 회전오차에 영향을 미치는 공간주파수도 특정 주파수에 한정됨을 보이고 있다. 이러한 현상은 베어링 결합에 의한 진동주파수 연구결과에 있어 지배적 주파수^{5,6}를 구한 결과와 일치된 결과를 보여주고 있다.

3.3 동력전달 요소

본 연구에서는 내장형 모터, 벨트 및 풀리, 커플링 등 동력전달 요소가 회전정밀도에 미치는 영향에 대한 해석을 진행중에 있으며, 이 경우 식 (3)의 $\{F_{ex}\}$ 로 나타낸 바와 같이 힘의 평형식을 통해 그 영향을 해석하게 된다.

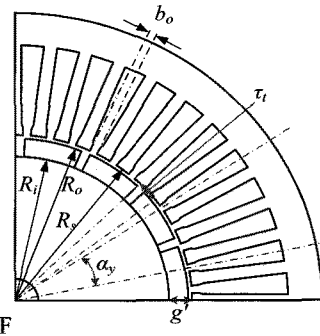


Fig. 5 Geometric model for PM built-in motor

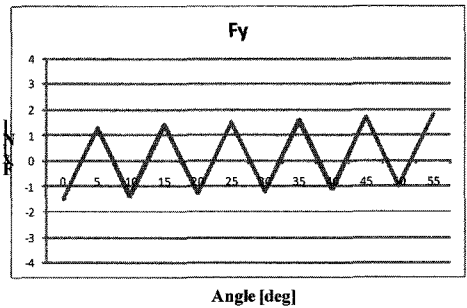


Fig. 6 Radial force variation of PM built-in motor

Fig. 5는 내장형 모터가 미치는 영향을 해석하기 위해 모델링한 예를 보여주고 있으며, 모터내 슬롯과 영구자석의 상대 위치에 따라 Fig. 6과 같은 외력의 변동이 있음을 보여준다.

3.4 샤프트의 진동 특성

축계의 진동은 3.3 절의 외력과 고속운전 중 발생하는 언밸런스력 등에 의하여 축계가 진동하는 특성을 의미한다. 이러한 진동특성에 대한 지배방정식은 식 (6)으로 표현할 수 있으며 이 경우, 1차원 유한 요소를 통하여 해석이 가능하다.

$$\begin{aligned}
 & [M^{s+d}]\{\ddot{q}\} + \Omega[G^{s+d}]\{\dot{q}\} + \{[K^s] + [K^b]\}\{q\} = \{f\} \\
 & \{q\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}, \quad \{f\} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} \quad (6)
 \end{aligned}$$

식 (6)에 있어 각 항은, 좌측으로부터 가속도, 속도, 변위 항이 되며 질량, 감쇠, 강성 행렬 및 작용 외력과의 관계에 의하여 진동특성을 구할 수 있게 된다. 해석에 필요한 정보는 전달함수를 구하는 베어링 해석모델과 동력전달 요소 해석모델로부터 제공받으며 해석결과 얻어진 진동의 크기

는 회전오차 가운데 회전각도에 대하여 비동기적으로 나타나는 회전 비동기오차의 예측에 활용하게 된다.

4. 구성요소의 영향 해석

4.1 베어링의 영향

식 (3)에서 제시된 모델에 의한 영향 특성을 보기 위하여 Fig. 7 과 같이, 단순지지 형태의 축계에 대한 해석을 수행하였다.

베어링 지지면에 Fig. 8 과 같이 1 μm 의 돌기 형태의 형상오차를 갖으면서 각각 Fig. 3 및 Fig. 4 와 같은 전달함수를 갖는 유정압 베어링 및 각접촉 볼베어링이 설치되어 있다고 가정했을 때의 해석 결과를 비교, 분석해보았다.

Fig. 9 는 유정압 베어링이 적용되었을 때의 예이며 (a), (b), (c)그림은 각각 반경방향(δ_x, δ_y 의 합) 축방향 (δ_z)오차와 Tilt 오차(θ_x, θ_y)로 나타내어진다.

Fig. 9(a)는 5 회전에 해당하는 레이디얼 방향 궤적을 중첩하여 극좌표로 나타낸 것으로, 4 산 성분 궤적을 갖는 것은 해석 대상 유정압베어링이 4 개의 포켓을 가지고 있는 것으로 가정했기 때문이다.

Fig. 10 은 같은 조건하에 유정압 베어링 대신 각 접촉 볼베어링이 적용되었을 때의 회전오차 분석 결과를 보여 주고 있다. Fig. 10(a)로부터 매 회전성분이 공간적으로 일정한 위상 지연을 갖는 궤적을 보이고 있으며 이것은 앞서 Fig. 4 에서 설명했듯이 볼의 공전운동에 의해 반력이 공간 위상을 갖게 되어 비회전 동기오차를 보이게 되는 특성에 의한 것이다.

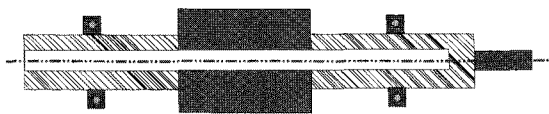
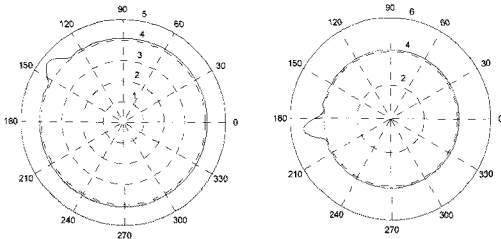
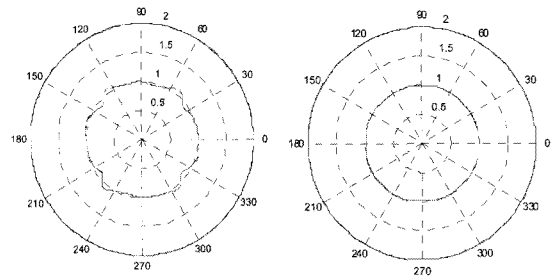


Fig. 7 Application example for the spindle



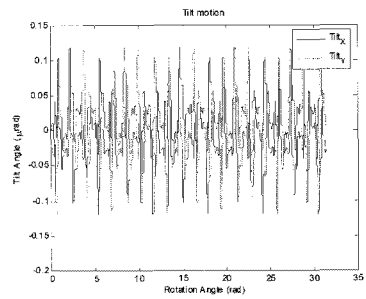
(a) bearing 1 (b) bearing 2

Fig. 8 Profile errors of the shaft



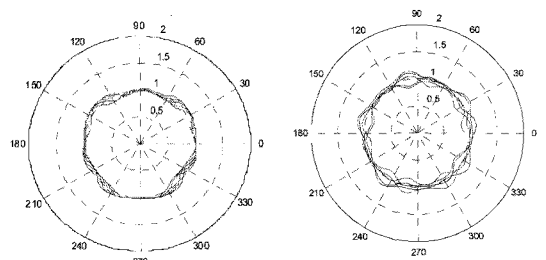
(a) Radial error

(b) Axial error



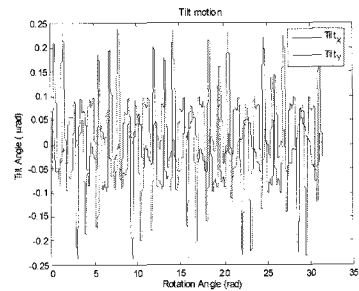
(c) Tilt error

Fig. 9 Rotational errors of a hydrostatic bearings spindle



(a) Radial error

(b) Axial error



(c) Tilt error

Fig. 10 Rotational errors of a ball bearing spindle

4.2 동력전달 요소의 영향

동력전달 요소의 영향은 그 요소의 적용에 따른 작용력을 식 (4)의 $\{F_{ex}\}$ 로서 적용하면 쉽게 파악할 수 있다. 내장형 모터를 적용하였을 경우와

벨트/풀리 시스템을 적용하였을 때의 힘의 변화에 대한 수치 모델이 각각 식 (7) 및 식 (8)과 같이 주어졌을 경우를 대상으로, 위의 4.1 절 조건에 동력전달 요소를 추가하여, 그 영향을 살펴보았다.

$$F_x = 2 \cos(39\phi) + 0.2 \text{random} \quad (6)$$

$$F_{cy} = 24 \cos(\phi) + 2.4 \cos(50\phi) \quad (7)$$

식 (6)에 있어 random 은 랜덤함수에 의하여 모델링된, 전기적 노이즈에 의한 모터 외력의 변화를 나타내며 회전주기에 따라 변동하는 성분으로 모델링되어 있다.

Fig. 11 은 유정압베어링에 내장형 모터를 적용했을 때의 운동오차를 시뮬레이션한 결과로, 베어링에 의한 영향만을 해석한 Fig. 9 와 래디얼 오차를 비교해보면, Fig. 6 에서 나타낸, 모터에서의 코깅력에 따른 외력의 작용에 의해 고주파수의 오차 성분이 같이 실려있는 것을 알 수 있다. 한편, Fig. 12 는 각 접촉 볼베어링에 같은 내장형 모터를 적용한 경우에 대해 해석한 결과로써 역시 모터 외력에 의해 고주파성분이 실리고 있으며 이 성분은 회전수에 동기하는 성분이므로 위상지연은 보이지 않음을 알 수 있다. 이상으로부터 본 모델에 의해

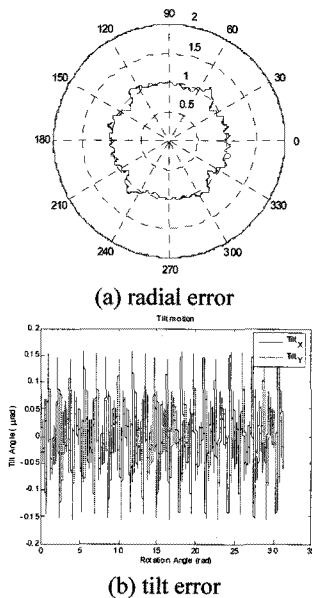


Fig. 11 Rotational errors of a hydrostatic bearings spindle driven by built-in motor

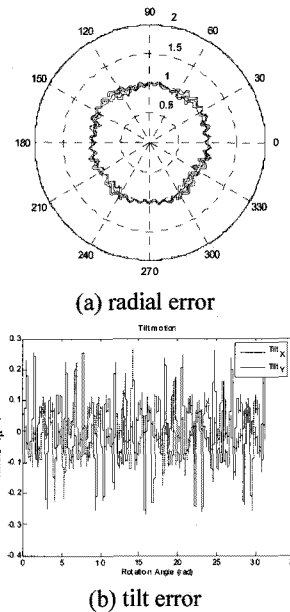


Fig. 12 Rotational errors of a ball bearing spindle driven by built-in motor

내장형 모터의 영향이 정성적으로 잘 반영되어 나타남을 확인 할 수 있다.

Fig. 13 과 14 는 식 (8)로 표현되는 외력을 갖는 벨트 구동유니트를 적용했을 때의 회전오차를 해석한 결과이다. 같은 외력의 형태를 적용했으므로

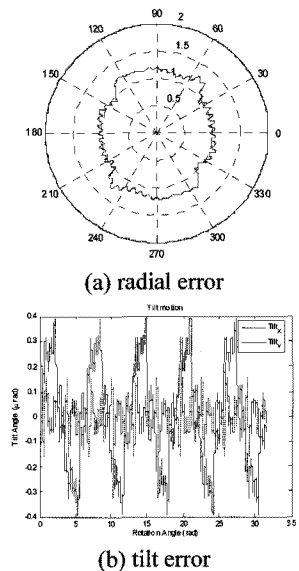


Fig. 13 Rotational errors of a hydrostatic bearings spindle driven by belt and pulley system

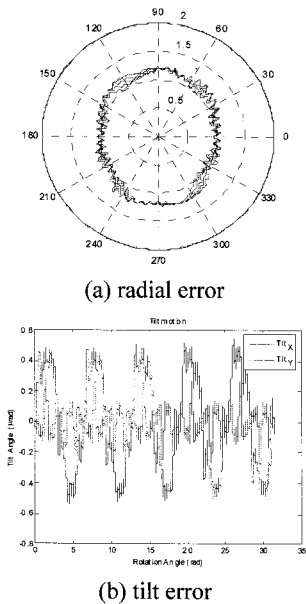


Fig. 14 Rotational errors of a ball bearing spindle driven by belt and pulley system

양 그림에 있어, 벨트 구동에 의한 오차의 궤적 역시 같은 주기의 고주파형태로 나타나고 있다. 이 때 벨트 구동에 의한 정량적인 오차값은 적용하는 베어링의 강성에 따라 변화하게 된다.

이상의 시뮬레이션 결과에 대해서는 향후 실험적으로 타당성을 검증할 계획이다.

5. 결론

본 논문에서는 실제 단계에서 회전운동 유니트의 회전정밀도 예측을 위해 개발하고 있는 회전정밀도 시뮬레이터의 구성에 대한 소개와 함께, 전달함수법을 이용한 회전운동계의 5 자유도 오차 해석 모델링, 해석 알고리즘을 제시하였다. 또한, 모터, 커플링 등 동력 전달요소의 영향을 포함한 오차 예측 방법 및 실제 적용을 가정한 시뮬레이션 예에 대하여 소개하였다. 향후 유정압 베어링과 각접촉 볼베어링 뿐만 아니라 공기정압베어링과 유동압 베어링에 대한 해석 모듈도 추가할 계획이며, 동력 전달요소에 의한 가진 모델과 샤프트의 진동특성 해석결과를 비회전 동기오차 예측에 활용할 계획이다.

모든 시뮬레이션 예측 결과는 대상이 되는 요소부품들로 구성된 유니트에 적용하여 실험적 검증을 수행할 계획이다.

후 기

본 연구는 지식경제부 산업원천기술개발사업인 “기계장비 정밀도 시뮬레이션 플랫폼 기술개발” 과제의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Cao, Y. and Altintas, Y., “A General Method for the Modeling of Spindle-Bearing Systems,” *Journal of Mechanical Design*, Vol. 126, No. 11, pp. 1089-1104, 2004.
2. Jayaram, S., Kapoor, S. G. and Devor, R. E., “Analytical Stability Analysis of Variable Spindle Speed Machining,” *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 122, No. 8, pp. 391-397, 2000.
3. Matsbara, M., Rahneja, H. and Gohar, R., “Computational Modeling of Precision Spindles Supported by Ball Bearings,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 28, No. 4, pp. 429-442, 1988.
4. Lee, C. H. and Lee, H. S., “Static and Dynamic Weak Point Analysis of spindle Systems Using Bending Curve,” *Journal of the KSPE*, Vol. 15, No. 12, pp. 188-193, 1998.
5. Jang, G. and Jeong, S.-W., “Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 269, No. 3-5, pp. 709-726, 2002.
6. Lynagh, N., Rahnejat, H., Ebrahimi, M. and Aini, R., “Bearing induced vibration in precision high speed routing spindles,” *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 40, No. 4, pp. 561-577, 2000.
7. Grejda, R., Marsh, E. and Vallance, R., “Techniques for calibrating spindles with nanometer error motion,” *Precision Engineering*, Vol. 29, No. 1, pp. 113-123, 2005
8. Shamoto, E., Park, C.-H. and Moriwaki, T., “Analysis and Improvement of Motion Accuracy of Hydrostatic Feed Table,” *Annals of the CIRP*, Vol. 50, No. 1, pp. 285-290, 2001.