

# 초고속 구동축의 지지 조건에 따른 안정성 분석

신응수\*

(논문접수일 2011. 1. 6, 심사완료일 2011. 1. 22)

## Stability Analysis of High-speed Driveshafts under the Variation of the Support Conditions

Su Eung Shin\*

### Abstract

This paper is to investigate the effects of the asymmetrical support stiffness on the stability of a supercritical driveshaft with asymmetrical shaft stiffness and anisotropic bearings. The equations of motion is derived for a system including a rigid disk, a massless flexible asymmetric shaft, anisotropic bearings and a support beam. The Floquet theory is applied to perform the stability analysis with the variation of the support stiffness, the shaft asymmetry, the shaft damping and the shaft speed. The results show that the asymmetric support stiffness is closely related to the stability caused by primary resonance as well as the supercritical operation. First, the stiffness variation can stabilize the system around primary resonance by weakening the parametric resonance from the shaft asymmetry. Second, it also improve the stability characteristics at a supercritical operation when the support stiffness is not so high relative to the shaft stiffness.

**Key Words :** Stability(안정성), Asymmetric Shaft(비대칭 축), Anisotropic Bearing(이방성 베어링), Rotating Internal Damping(회전내부 감쇠), Support Stiffness(지지 강성), Floquet Theory(플로케 정리)

## 1. 서론

최근의 동력전달장치는 구동축이 고속화하는 추세에 있으며 그에 따라 구동축의 1차 굽힘 진동의 고유진동수보다도 더 빠른 속도로 회전하는 경우도 많이 발생한다. 이러한 초임계 구동에서는 동력전달계의 시스템 파라미터와 구동 조건에 따라 계의 선회 안정성이 민감하게 변하는데 설계 단계에서 이를 면밀하게 예측하는 것은 매우 중요하다.

구동축의 속도가 증가하면 회전내부감쇠(Rotating internal damping)에 의해 선회 불안정이 발생하게 된다는 사실은 널리 알려져 있으며 이에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다. Dimen-

berg<sup>(1)</sup> 구동축의 내부 감쇠가 선회 불안정성을 야기하는 임계 속도에 미치는 영향에 대해 분석하였으며, Brusa 등은<sup>(2)</sup> 비동기 회전하는 내부 감쇠와 선회 불안정성의 관계를 이론적으로 유도하고 이를 실험을 통하여 검증하였다. 또한 Mazzei 등은<sup>(3)</sup> 유니버설 조인트에 의해 연결된 구동축에서 내부감쇠가 동특성에 미치는 영향을 분석하였다.

한편 구동축 및 이를 지지하는 베어링의 특성이 선회 안정성에 미치는 영향에 관해서도 많은 연구가 발표되었는데 Wettergren 등은<sup>(4)</sup> 이방성 베어링에 지지되는 비대칭 구동축에서 베어링 및 구동축의 강성 변화가 계의 안정성에 미치는 영향에 대해 분석하였으며 Ganesan도<sup>(5)</sup> 비대칭 구동축의 임계 속도 부근에

\* 충북대학교 공과대학 기계공학부 (esshin@chungbuk.ac.kr)

주소: 충북 청주시 흥덕구 성봉로 410번지 충북대학교 공과대학 기계공학부

서 매개변수가진에 의해 나타나는 동적 거동을 섭동법을 적용하여 해석하였다. 또한 El-Marhomy는<sup>(6)</sup> 구동축과 지지 베어링의 강성 및 회전내부감쇠를 복합적으로 고려하여 선회 안정성 해석을 수행하였으며 Na 등은<sup>(7)</sup> 축방향으로 테이퍼가 있는 복합소재 구동축의 안정성을 분석하였다.

이상의 연구 결과로부터 동력전달계의 구동축 및 베어링의 특성 변화에 따른 임계 속도와 선회 안정성을 예측할 수 있으나 이러한 시스템에서 구동축과 베어링을 받치고 있는 지지보(Support beam)의 강성이 안정성에 미치는 영향에 관한 연구는 아직 발표된 바가 없다. 일반적으로는 지지보의 강성이 구동축에 비해 매우 크고 또한 양단이 고정된 상태로 베어링을 받치고 있기 때문에 지지보의 구조적 특성이 안정성에 미치는 영향은 매우 미미한 것으로 알려져왔다. 하지만 헬리콥터 꼬리날개의 동력전달시스템과 같이<sup>(8)</sup> 외팔보 형태로 지지되는 구동축에서는 지지보 자유단에서의 강성이 구동축에 비해 크다고 볼 수 없으며 이러한 지지보 강성의 변화가 구동축의 안정성에 어떤 영향을 미치는가에 대한 분석이 필요하다.

본 연구에서는 지지보 양단의 강성이 변하는 구동계에 대해 구동축의 비대칭에 의한 매개변수가진과 회전내부감쇠를 고려하여 선회 안정성 해석을 수행하고 그 특성을 분석하고자 한다.

## 2. 안정성 해석

### 2.1 지배방정식 유도

본 연구에서의 구동계는 Fig. 1(a)에 나타난 바와 같이 비대칭 구동축과 이방성 베어링, 그리고 이를 지지하는 지지보로 구성된다. 이에 대한 운동방정식을 유도하기 위하여 Fig. 1(b)에 나타난 바와 같이 구동축은  $\xi$ -방향과  $\eta$ -방향으로 서로 다른 강성  $k_{i\xi}, k_{i\eta}$ 를 갖고 질량은 축 중앙의 강체 원판에 집중된 것으로 단순화하였다. 또한 베어링과 지지보의 경우 질량은 고려하지 않고 구동축 양단에서의 등가 스프링으로 모델링하였으며 등가스프링의 강성  $k_{xL}, k_{yL}, k_{xR}, k_{yR}$ 은 베어링과 지지보의 비대칭 특성에 의해 각각 다른 값을 갖는다.

Fig. 1(c)의 고정좌표계에 대해 구동축의 운동방정식을 나타내면 아래와 같다.

$$m\ddot{x} = me\Omega^2 \cos \Omega t - F_x \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = me\Omega^2 \sin \Omega t - F_y \quad (2)$$

여기서  $e$ 는 편심반경이고  $F_x, F_y$ 는 구동축의 변형에 의해 구동축에 가해지는 수평 및 수직 방향의 힘으로서 회전좌표계  $(\xi-\eta)$ 에 대해 먼저 구하고 좌표 변환을 하면 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\Omega & -S_\Omega \\ S_\Omega & C_\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_{i\xi}\xi + c_{i\xi}\dot{\xi} \\ k_{i\eta}\eta + c_{i\eta}\dot{\eta} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)에서  $C_\Omega \equiv \cos \Omega t, S_\Omega \equiv \sin \Omega t$ 를 나타낸 것이고  $\xi$ 와  $\eta$ 는 구동축 가운데에서의 순수 변형량으로서 축 양단에서의 변형을 고려하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\Omega & S_\Omega \\ -S_\Omega & C_\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\Omega & S_\Omega \\ -S_\Omega & C_\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta x} \\ \dot{\Delta y} \end{Bmatrix} - \Omega \begin{bmatrix} S_\Omega & -C_\Omega \\ C_\Omega & S_\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $\Delta x \equiv x - 0.5(x_L + x_R), \Delta y \equiv y - 0.5(y_L + y_R)$ 로 정의한다. 식 (4),(5)를 식 (3)에 대입하여 최종적으로 구한  $F_x, F_y$ 는 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xy} & c_{yy} \\ c_{xy} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta x} \\ \dot{\Delta y} \end{Bmatrix} - \Omega \begin{bmatrix} c_{xy} & -c_{xx} \\ -c_{yy} & c_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

$$k_{xx} \equiv k_{i\xi}C_\Omega^2 + k_{i\eta}S_\Omega^2, \quad c_{xx} \equiv c_{i\xi}C_\Omega^2 + c_{i\eta}S_\Omega^2$$

$$k_{yy} \equiv k_{i\xi}S_\Omega^2 + k_{i\eta}C_\Omega^2, \quad c_{yy} \equiv c_{i\xi}S_\Omega^2 + c_{i\eta}C_\Omega^2$$

$$k_{xy} \equiv (k_{i\xi} - k_{i\eta})C_\Omega S_\Omega, \quad c_{xy} \equiv (c_{i\xi} - c_{i\eta})C_\Omega S_\Omega$$

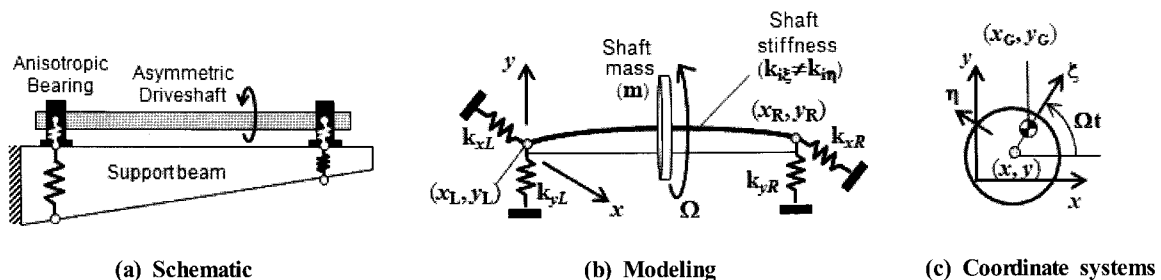


Fig. 1 Driveshaft with the variation of support stiffness

한편 구동축은 자체 변형에 의한  $F_x, F_y$  이외에 양단의 지지 베어링으로부터 받는 힘들에 대해서 아래의 평형 관계를 만족해야 한다.

$$F_x - c_{xL}\dot{x}_L - k_{xL}x_L - c_{xR}\dot{x}_R - k_{xR}x_R = 0 \quad (7)$$

$$F_y - c_{yL}\dot{y}_L - k_{yL}y_L - c_{yR}\dot{y}_R - k_{yR}y_R = 0 \quad (8)$$

$$c_{xL}\dot{x}_L + k_{xL}x_L - c_{xR}\dot{x}_R - k_{xR}x_R = 0 \quad (9)$$

$$c_{yL}\dot{y}_L + k_{yL}y_L - c_{yR}\dot{y}_R - k_{yR}y_R = 0 \quad (10)$$

위의 결과를 종합하면, Fig. 1(b)의 구동계의 동적 거동은 식 (1), (2)로 주어지는 운동방정식과 식 (7), (8)의 힘 평형식, 식 (9), (10)의 모멘트 평형식에 의해 결정된다.

## 2.2 Floquet 정리

앞 절에서 유도한 지배방정식은 계의 강성 및 감쇠를 나타내는 파라미터들이 식 (6)에 나타난 바와 같이  $\cos \Omega t$  및  $\sin \Omega t$ 에 의해 구동축의 회전주기  $T$ 에 따라 주기적으로 변하는 매개변수가진(parametric excitation)의 특성을 갖고 있으며 이러한 계에 대한 안정성은 Floquet 정리를 적용하여 판별할 수 있다. 이를 위하여 운동방정식을 포함한 계의 지배방정식을 1차계의 형태로 변환하면 다음과 같다.

$$\{\dot{q}(t)\} = [A(T)] \{q(t)\} \quad (11)$$

여기서 시스템 변수  $\{q(t)\}$ 는 아래와 같이 정의한다.

$$\{q(t)\} = \{x, \dot{x}, y, \dot{y}, x_L, x_R, y_L, y_R\}^T \quad (12)$$

식 (11)의 좌변항 중에서  $\dot{x}, \dot{y}$  및  $\dot{y}$ 는 운동방정식 (1), (2)로부터 안정성과 관련이 없는 가진항  $m\epsilon \Omega^2$ 를 제외하고 변환하여 나타낼 수 있다. 반면에 식 (11)의  $x_L, x_R, y_L$  및  $y_R$ 는 식 (7)~(10)으로부터  $\{q(t)\}$ 의 함수로 구해야 한다.

Floquet 정리로부터 안정성을 판별하기 위해서는 식 (11)로 주어지는 계에 대한 monodromy 행렬  $[C]$ 를 구해야 하는데  $[C]$ 는 다음과 같이 정의된다<sup>9)</sup>.

$$\{q(nT)\} = [C]^n \{q(0)\} \quad (13)$$

즉  $n$ 주기 이후의 계의 응답은  $[C]$ 의  $n$ 제곱의 형태로 주어지며 따라서 Floquet 상수로 불리는  $[C]$ 의 고유치의 절대값이

1보다 크면 응답이 점점 증폭됨을 의미한다. 따라서 Floquet 상수가 1이 되는 조건이 계의 안정성에 대한 임계 상태가 된다.

본 연구에서는 식 (12)의 정의로부터  $(8 \times 8)$ 의 차원을 갖는 단위 행렬을 초기 조건으로 하여 주기  $T$ 에서 계의 응답 8개를 구함으로써  $[C]$ 를 결정하였다.

## 3. 결과 분석

### 3.1 시뮬레이션 개요

본 연구에서는 구동축의 비대칭성, 베어링의 이방성, 그리고 지지보 양단의 강성 변화가 초임계 조건을 포함한 구동축의 회전 범위 내에서 안정성에 미치는 영향을 비교 분석하였으며 그 중에서도 지지보의 강성과 안정성과의 관계를 분석하는데 중점을 두었다. 이를 위하여 우선적으로 다음과 같은 무차원 변수를 정의하였다.

$$\begin{aligned} \lambda_i &\equiv \frac{k_{i\xi} - k_{i\eta}}{k_{i\xi} + k_{i\eta}}; \lambda_{kZ} \equiv \frac{k_{yL}}{k_{yR}}; \lambda_{kXY} \equiv \frac{k_{yL}}{k_{xL}}; \\ \lambda_k &\equiv \frac{k_s}{k_i} = \frac{0.25(k_{xL} + k_{yL} + k_{xR} + k_{yR})}{0.5(k_{i\xi} + k_{i\eta})} \\ \lambda_\omega &\equiv \frac{\Omega}{\omega_e} = \Omega \sqrt{\frac{m(k_i + 2k_s)}{2k_i k_s}} \\ \zeta_i &\equiv \frac{c_i}{2\sqrt{mk_i}}; \zeta_s \equiv \frac{c_s}{2\sqrt{mk_s}} \end{aligned} \quad (14)$$

위에서  $\lambda_i$ 는 축의 비대칭성을 나타내는 무차원 변수이고,  $\lambda_{kZ}$ 는 지지보 양단의 강성비,  $\lambda_{kXY}$ 는 베어링의 이방성,  $\lambda_k$ 는 구동축 강성에 대한 지지보의 상대적인 강성을 각각 의미하는 무차원 변수이다. 또한  $\lambda_\omega$ 는 축의 회전속도를 계의 등가고유진동수로 무차원화시킨 변수이고  $\zeta_i$  및  $\zeta_s$ 는 축과 지지보의 감쇠비이다.

Fig. 2는 본 연구의 구동계에서 나타나는 대표적인 안정선도로서 구동축의 회전속도와 감쇠의 변화에 따른 안정 영역의 특성을 무차원시켜 나타낸 것이다. 불안정 영역을 크게 둘로 나뉘 볼 수 있는데 영역A로 표시된 부분은 계의 주공진(primary resonance)에 의해 불안정이 야기되는 영역이고 영역B의 경우는 초임계 회전에 의해 축의 회전내부감쇠로 인하여 불안정이 발생하는 경우이다.

축의 내부감쇠는 임계 속도 이하에서는 계를 안정화시키는 역할을 하기 때문에 증가할수록 불안정 영역A는 감소하는 것을 알 수 있으며 초임계 상태에서는 반대로 계를 불안정화시키기 때문에 불안정 영역B가 점점 확장되는 것을 관찰할 수 있다. Fig. 3은 구동축의 궤적을  $xy$ 평면상에 나타낸 것으로 축 중앙  $(x, y)$ 와 축 끝단  $(x_L, y_L)$ 를 나타낸 것이다. 이 경우는 안정 영

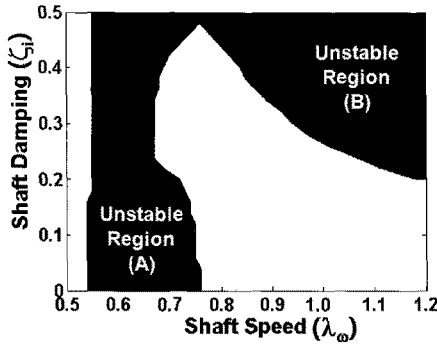


Fig. 2 Stability diagram (typical)

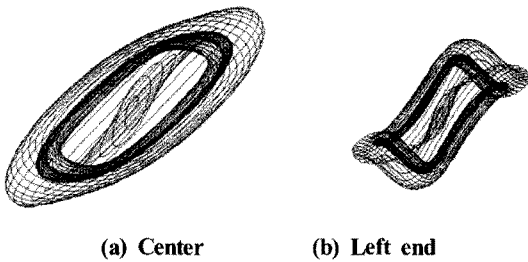


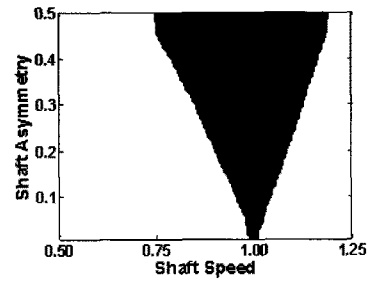
Fig. 3 Shaft trajectory

역에서의 응답으로서 질게 나타나는 부분이 안정궤도(stable orbit)에 해당한다.

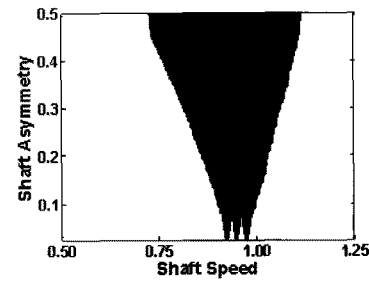
### 3.2 Primary resonance에 의한 불안정

Fig. 4 및 Fig. 5는 구동계의 파라미터 변화가 주공진에 의한 불안정 현상에 어떤 영향을 미치는지 나타낸 것으로 축의 내부 감쇠를 제외한 상태에서 축의 비대칭성, 지지보 강성, 그리고 지지보 양단의 강성 변화가 주공진 영역에서의 안정 특성에 미치는 영향을 복합적으로 보여주고 있다. 축의 비대칭성( $\lambda_i$ )이 커지면 매개변수가진 크기가 커지면서 불안정영역이 확대되는 것을 모든 경우에서 관찰할 수 있다. 동시에 지지부의 강성이 변하면 안정선도상의 주공진 영역의 형태가 다양하게 변하는 것도 알 수 있다. 지지보 양단의 강성이 같은  $\lambda_{kZ}=1$ 인 경우에는 주공진에 의한 불안정성이 하나의 대역으로부터 시작되지만  $\lambda_{kZ}$ 가 증가하면 불안정 영역이 3개로 분기되는 것을 볼 수 있다. 이는 근본적으로 지지 베어링의 이방성에 기인하는 것이지만 지지보 양단의 강성 차이가 커질수록 분기 현상을 촉진하는 것을 알 수 있다. 분기가 확실하게 관찰되기 시작하는 Fig. 4(b)와 Fig. 4(c)는 지지보 강성 중에서 최소값이 구동축의 강성이 근접한 경우에 해당한다. 또한  $\lambda_{kZ}$ 가 증가하면 분기 현상과 함께 임계속도가 낮아지는 현상이 발생하는데 Fig. 4(c)의  $\lambda_{kZ}=100$ 인 경우와 Fig. 5(c)의  $\lambda_{kZ}=1000$ 인 경우에 이를 확인할 수 있다.

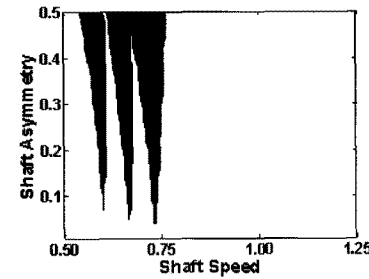
반면에  $\lambda_{kZ}$ 의 증가에 따라 구동축의 비대칭에 의한 매개변수



(a)  $\lambda_{kZ}=1$



(b)  $\lambda_{kZ}=10$



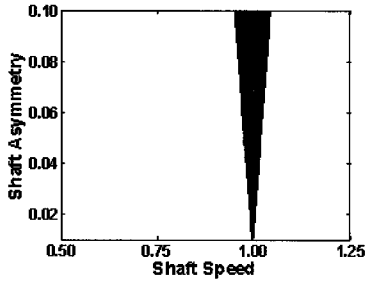
(c)  $\lambda_{kZ}=100$

Fig. 4 Stability diagram ( $\lambda_k = 10$ )

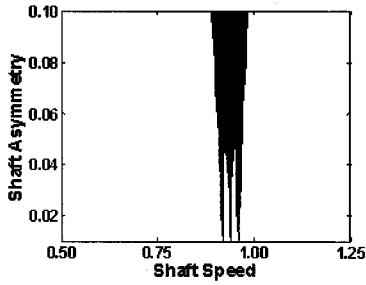
가진 효과는 약간 감소하면서 안정화하는 현상도 나타난다. Fig. 4의 결과를 지지부의 강성 관점에서 살펴보면 축 강성에 비해 지지부의 강성이 클수록 지지부 양단의 강성 변화가 안정성에 미치는 영향은 줄어든다. 즉, Fig. 5(b)에서는  $\lambda_{kZ} \approx 100$ 이 되어야 안정선도상에서 분기 현상에 의한 변화가 시작되지만 Fig. 4(c)의 경우  $\lambda_{kZ}=100$ 에서 분기 뿐 아니라 주공진 영역이 큰 폭으로 변화한 것을 관찰할 수 있다.

Fig. 6은 축의 감쇠가 있는 경우 주공진 대역에서 안정 특성을 나타낸 것이다. 감쇠가 없는 Fig. 4, Fig. 5에서의 거동과 비교하면 불안정 영역의 분기와 임계 속도의 저하는 동일하게 나타나지만 Fig. 6(b), (c)에 보이는 바와 같이 지지보 양단의 강성비가 커짐에 따라 내부 감쇠가 계를 안정화시키는 효과가 훨씬 증대하는 것을 알 수 있다.

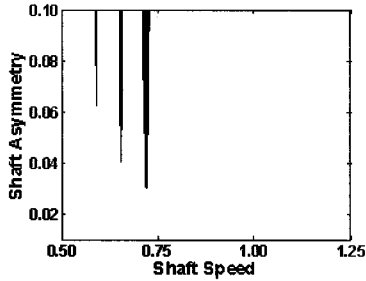
Fig. 7은 주공진 영역에서 구동축의 동적 거동을 수치 적분으로 50T까지 구한 결과로서 xy평면 상에서의 궤적과 수평방향의 시간응답을 무차원화하여 도시하였다.



(a)  $\lambda_{kZ} = 1$



(b)  $\lambda_{kZ} = 100$



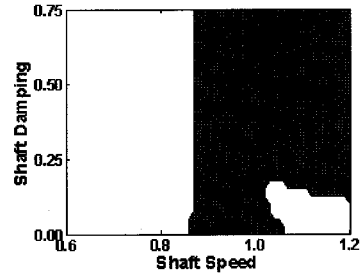
(c)  $\lambda_{kZ} = 1000$

Fig. 5 Stability diagram ( $\lambda_k = 100$ )

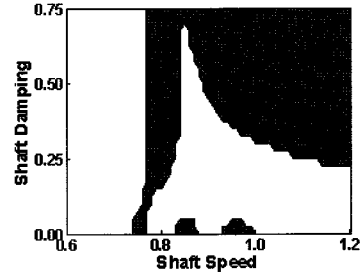
$$x_r = \frac{x}{\delta_{st}}; y_r = \frac{y}{\delta_{st}} \text{ here, } \delta_{st} = m\epsilon\Omega^2 \left( \frac{k_i + 2k_s}{2k_i k_s} \right) \quad (15)$$

또한 안정 응답과 불안정 응답과의 상대적인 비교를 위하여  $xy$ 평면 궤적은 대수로그를 취한 값으로 나타냈다. 주공진 영역의 분기로 인해 Fig. 7(b), (d), (f)의 3개 공진 대역이 존재하는데 Fig. 7(b)는 상대적으로 낮은 강성을 갖는 수평 방향의 공진으로  $x$ 궤적이  $y$ 궤적보다 더 크게 나타난다.

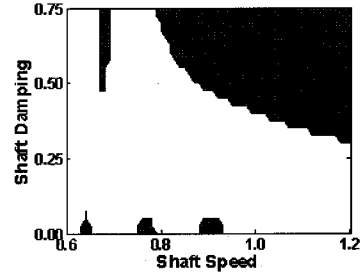
반면 Fig. 7(f)는 강성이 큰 수직 방향에서의 공진으로  $y$ 궤적이  $x$ 궤적에 비해 훨씬 크며 Fig. 7(d)는 수직 방향과 수평 방향의 연성에 의한 공진으로  $x$ 궤적과  $y$ 궤적의 크기가 거의 비슷함을 관찰할 수 있다. 불안정한 경우에 응답이 시간에 따라 발산하는 양상에 있어서도 수평 방향의 주공진인 Fig. 7(b)와 수직방향에 대한 Fig. 7(f)의 경우는 급속하게 발산하는 반면, 수직 방향과 수평 방향의 연성에 의해 발생하는 Fig. 7(d)에서는 상대적으로 증폭되는 속도가 낮다.



(a)  $\lambda_{kZ} = 2$



(b)  $\lambda_{kZ} = 10$



(c)  $\lambda_{kZ} = 20$

Fig. 6 Stability diagram ( $\lambda_k = 5; \lambda_i = 0.2$ ): shaft damping( $\zeta_i$ ) vs. shaft speed( $\lambda_\omega$ )

또한 안정 응답인 Fig. 7(c)와 (e)의 경우에도 크기가 증폭되는 않지만 주공진 영역의 부근에 존재하기 때문에 증가의 정적처짐  $\delta_{st}$ 에 비해서는 매우 큰 값을 갖는다.

### 3.3 초임계 영역에서의 불안정

Fig. 6을 보면 구동축의 회전내부감쇠에 의해 발생하는 초임계 불안정 현상은 지지보 양단의 강성 변화에 대해 민감하게 영향을 받는다는 것을 알 수 있는데 지지보의 강성비  $\lambda_{kZ}$ 가 커짐에 따라 크게 줄어드는 것을 관찰할 수 있다. 이러한 현상은 Fig. 8(a)에서도 확인할 수 있는데 지지보의 양단 강성이 같은  $\lambda_{kZ} = 1$ 일 때  $\lambda_\omega = 1$ 의 임계 속도 이상에서 존재하는 불안정 영역이  $\lambda_{kZ}$ 의 작은 증가에 의해서도 급속하게 안정화된다. 반면 Fig. 8(b)에서는  $\lambda_{kZ}$ 의 증가에 따라 초임계 불안정 영역이 감소하기는 하지만 그 정도는 크지 않으며 그러한 현상은 Fig. 8(c)의 경우에도 비슷하다고 볼 수 있다. Fig. 8(b)의 경우 Fig.

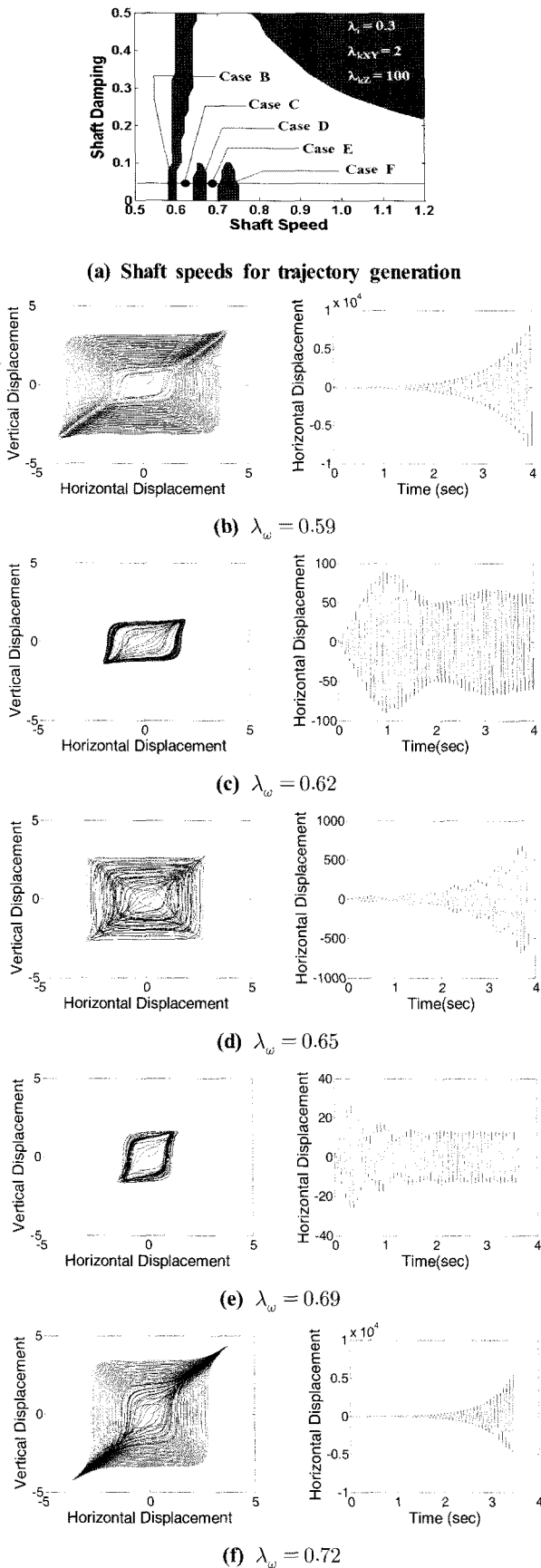


Fig. 7 Shaft trajectories around primary resonance

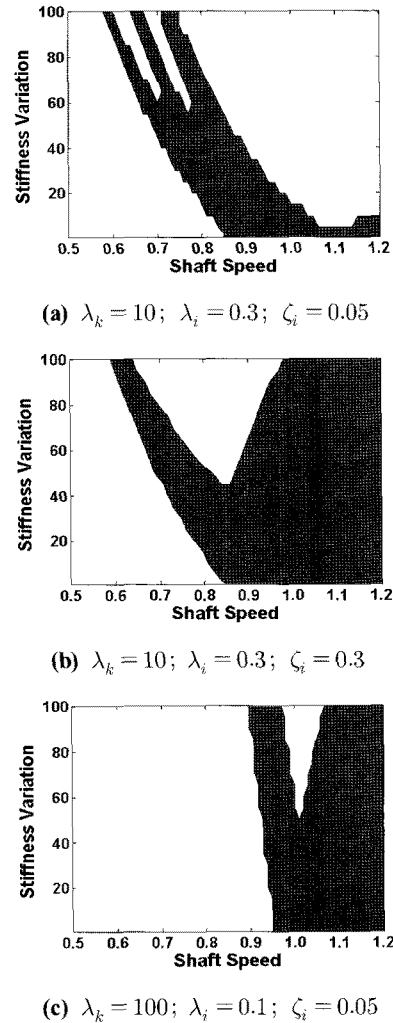


Fig. 8 Effects of the stiffness variation ( $\lambda_{kz}$ ) between the support beams on stability

8(a)와 비교하여 회전내부감쇠  $\zeta_i$ 가 0.05에서 0.3으로 크게 증가했고 그 영향으로 계의 불안정 정도가 심화됐기 때문인 것으로 보인다. 또한 Fig. 8(c)의 경우 지지보의 상대 강성  $\lambda_k$ 가 Fig. 8(a)와 비교하여 10에서 100으로 커졌으며 주공진 영역에서의 불안정 현상에서도 관찰된 바와 같이  $\lambda_k$ 가 커지면 지지보 양단의 강성비 변화가 안정성에 미치는 영향은 줄어든다고 볼 수 있다.

결론적으로 지지보 양단의 강성 변화가 초임계 불안정 현상에 미치는 영향은 지지보 강성과 축의 내부 감쇠의 크기에 따라 결정된다고 할 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 지지보 양단의 강성 변화가 초임계 구동축의 안정성에 미치는 영향을 축의 비대칭성 및 내부감쇠, 지지 베어

링의 이방성을 복합적으로 고려하여 분석하였으며 그에 따른 결론은 다음과 같다.

- (1) 지지보 양단의 강성 변화는 구동계의 안정성을 결정하는데 밀접한 관련이 있으며 구동축에 비하여 강성이 크지 않은 경우에는 계의 안정성에 큰 영향을 미친다.
- (2) 지지보의 양단의 강성 변화는 주공진 대역에서 불안정 영역의 분기 현상을 촉진하고 임계 속도를 저하시키는 결과를 초래하는 반면에 축의 비대칭성에 의해 발생하는 매개 변수가진 효과를 감소시킴으로써 계를 안정화시키는 역할을 한다.
- (3) 또한 지지보 양단의 강성비가 증가하면 구동축의 내부감쇠와 복합적인 작용에 의해 주공진 대역에서 발생하는 불안정 현상을 완화시킬 수 있다.
- (4) 구동축에 대한 지지보의 상대 강성이 크지 않거나 구동축의 회전내부감쇠가 크지 않을 경우 초임계 영역에서의 불안정 현상은 지지보 양단의 강성 변화에 따라 효과적으로 안정화시킬 수 있다.

## 후 기

이 논문은 2009년도 충북대학교 학술연구 지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

## 참 고 문 헌

(1) Dimentberg, M., 2005, "Transverse Vibrations of Rotating Shafts: Probability Density and First-Passage Time of Whirl Radius," *Int. J. of Nonlinear Mechanics*, Vol. 40, pp. 1263~1267.

(2) Brusa, E., and Zolfini, G., 2005, "Non-Synchronous Rotating Effects in Gyroscopic Rotating Systems," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 281, pp. 815~834.

(3) Mazzei, A., and Scott, R., 2003, "Effects of Internal Damping on the Stability of a Rotating Shaft Driven Through a Universal Joint," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 265, pp. 863~885.

(4) Wettergren, H., and Olsson, K., 1996, "Dynamic Instability of a Rotating Asymmetric Shaft with Internal Viscous Damping Supported in Anisotropic Bearings," *J. of sound and vibration*, Vol. 195, pp. 75~84.

(5) Ganesan, R., 2003, "Effects of Bearing and Shaft Asymmetries on the Stability of Rotors Operating at Near-Critical Speeds," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, pp. 737~752.

(6) El-Marhomy, J., 1999, "Parametric Stability Analysis of Rotor-Bearing Systems," *Proc. of National Science Council, ROC(A)*, Vol. 23, No. 1, pp. 42~49.

(7) Na, S., Yoon, H., and Librescu, L., 2006, "Effects of Taper Ratio on Vibration and Stability of a Composite Thin-Walled Spinning Shaft," *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 362~371.

(8) Hong, E., and Shin, E., 2004, "Characterization of a Misaligned Supercritical Shaft of a Flexible Matrix Composite," *Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration*, Vol. 14, No. 1, pp. 32~39.

(9) Nayfeh, A., 1996, *Applied Nonlinear Dynamics*, John Wiley & Sons, pp. 158~171.