

서로 다른 캐비테이션 모델을 이용한 실린더 주위의 캐비테이션 유동현상 전산해석

김 승 윤,¹ 박 원 규,^{*2} 정 철 민³

NUMERICAL ANALYSIS OF CAVITATING FLOW PAST CYLINDER WITH THREE DIFFERENT CAVITATION MODELS

S.Y. Kim,¹ W.G. Park^{*2} and C.M. Jung³

Engineering interests of submerged bodies and turbomachinery has led researchers to study various cavitation models for decades. The governing equations used for the present work are the two-phase Navier-Stokes equations with homogeneous mixture model. The solver employed on implicit dual time preconditioning algorithm in curvilinear coordinates. Three different cavitation models were applied to two axisymmetric cylinders and compared with experiments. It is concluded that the Merkle's new cavitation model has successfully accounted for cavitating flows and well captured the re-entrant jet phenomenon over the 0-caliber cylinder.

Key Words : 공동유동현상(cavitating flow), 내비어-스톡스 방정식(Navier-Stokes equation), 균일혼상모델(homogeneous mixture model), 예조건화(pre-conditioning), 캐비테이션 모델(cavitation model)

1. 서 론

최근 전산처리 기술이 발달할수록, 실험에 의존했던 유동 해석을 수치해석 기법을 이용하여 연구하는 사례가 늘어나고 있다. 특히, 공동(cavitation)현상은 물리적으로 복잡한 현상으로 나타나기 때문에 전산유체 해석기법으로 해석하는 과정에서 완전한 모델링이 쉽지 않아 상당한 어려움을 겪고 있지만 최근에는 수치해석에 관한 다양한 계산법을 이용하여 많은 연구자들이 공동현상에 대해서 실험값과 비교하여 만족할 만한 해석 결과를 발표해 오고 있다. 공동현상이란 액체 유동에서 국부적인 지점이 압력의 급격한 강화로 인해서 기화가 되는 현상으로 공동(cavitation)에 의해 기화된 기포는 다시 압력

이 상승하면 기포의 붕괴로 인해 심한 소음과 진동이 발생하며 침식을 발생시키기도 한다. 그러나 공동(cavitation)이 항상 부정적인 측면만 가지고 있는 것은 아니다. 수중운동체 거동 시 초공동(supercavitation)을 이용하여 항력을 감소시켜 운동체가 초고속으로 움직일 수 있게 하기도 한다.

다상(multi-phase) 유동을 전산유체 해석방법으로 풀기 위한 방법으로 크게 3가지 범주로 나눌 수가 있는데, 첫 번째 방법은 단상(single phase) 연속방정식을 이용하는 것으로 공동내부의 압력을 유체의 증기압으로 놓고 해석하는 방법이다[1,2]. 하지만, 이 방법은 응축 증기와 비응축 증기를 구별할 수 없는 단점이 있다. 두 번째 방법은 액상과 기상에 대해서 연속 방정식을 분리하여 해석하는 방법인데 액상과 기상 사이에 질량전달 소스항을 추가하는 방법으로 균일 혼상류(homogeneous mixture)모델이라고 보통 일컫는다[3,4,5,6]. 이 방법은 액상과 기상의 경계면의 상태가 열과 동적으로 평형을 이루고 있다고 가정하므로 운동량 방정식과 에너지 방정식은 혼상류(mixture flow)에 대한 방정식을 이용한다. 마지막 방법은 액상과 기상에 대하여 각각의 연속방정식, 운동량 방정식과 에너지 방정식을 이용하는 방법이다[7,8].

접수일: 2010년 12월 1일, 수정일: 2010년 12월 31일,
게재확정일: 2011년 1월 7일.

1 정회원, 부산대학교 대학원 기계공학부

2 정회원, 부산대학교 기계공학부

3 국방과학연구소 6기술연구본부 2부

* Corresponding author, E-mail: wgpark@pusan.ac.kr

본 연구에서는 개발된 캐비테이션 유동해석 기본코드를 이용하여 다른 타 연구에서 발표된 서로 다른 캐비테이션 모델을 계산하여 각각의 캐비테이션 모델에 대해 비교, 분석하였다. 다양한 캐비테이션 모델이 존재하며 본 연구에서 택한 캐비테이션 모델은 homogeneous mixture model을 기반으로 하며, 현재 널리 사용되고 있는 Merkle등[9] 모델과 Lindau등[3] 모델을 주축으로 하나, 최근 Merkle등[10]에 의해 새로 제안된 모델에 관해서도 해석하여 가장 적합한 모델에 관해서 분석하였다. 특히 Merkle등[9] 모델과 Lindau등[3] 모델의 경우 실험상수 값에 의해 많은 영향을 받는데 최근 새로 제안된 Merkle등[10]의 모델은 아직 실험과 수치결과를 통해 검증하고 있다. 그러나 Merkle등[10]의 모델은 수학적 개념이 기존의 모델에 비해 훨씬 공동의 물리적인 현상을 기초로 하고 있어 캐비테이션 모델의 향후 발전을 위해 사용할 것이다.

2. 지배방정식 및 수치해석방법

본 연구에서의 지배방정식은 균일 혼상류 모델을 적용하여 다음과 같이 액상과 기상에 대해서는 각각의 연속방정식을 풀고 있으며, 운동량 방정식은 혼상류에 대해 풀게 된다. 또한 예조건화(pre-conditioning)를 위해 Merkle등[9]과 Kunz등[4]의 기법을 이용하고 있다. 예조건화를 쓰는 이유는 기상과 액상의 음속이 매우 다르고 특히, 혼상에서는 기상과 액상이 50%씩 혼재하는 혼상류에서는 음속이 10m/s 정도에 불과하여 아주 저속에서도 초음속이 될 수 있다. 그러므로 공동유동을 해석하기 위해서는 비압축성 유동에서 초음속 유동까지 동시에 처리할 수 있는 수치해석 기법이 필요하게 되고 각 상(phase)에서의 음속의 극심한 차이로 인하여 매트릭스가 매우 stiff해져서 수렴성이 떨어지거나 발산하는 문제를 방지하기 위해 매트릭스에 예조건화를 취하게 된다.

$$\left(\frac{1}{\rho_m \beta^2}\right) \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = (\dot{m}^+ + \dot{m}^-) \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v}\right) \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \left(\frac{\alpha_l}{\rho_m \beta^2}\right) \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial \alpha_l}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha_l u_j) \\ = (\dot{m}^+ + \dot{m}^-) \left(\frac{1}{\rho_l}\right) \end{aligned} \quad (1b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m u_i) + \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_m u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_m u_i u_j) \\ = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{m,l} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (1c)$$

여기서 하첨자 l, v , 그리고 m 은 각각 액상, 기상 및 혼상(mixture)를 의미한다. p, u, ρ, α, μ 는 각각 압력, 속도, 밀도,

체적분율(volume fraction) 및 점성계수를 의미하며 t, τ 는 물리적 시간과 의사시간(pseudo-time)을 의미한다. \dot{m}^+ 는 상변화에 의해 기상이 응축되는 질량변화량(소스항)을 의미하며 \dot{m}^- 는 반대로 액상이 기화하는 증발량을 의미한다. 혼상류에서의 밀도인 ρ_m 와 액상, 기상, 비응축성 가스의 체적분율(volume fraction)과의 관계는 다음과 같이 정의된다.

$$\rho_m = \rho_l \alpha_l + \rho_v \alpha_v \quad (2)$$

그리고 혼상류에서의 점성계수 μ_m 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_m = \mu_l \alpha_l + \mu_v \alpha_v \quad (3)$$

식 (1)을 무차원화하여 일반화된 곡선좌표계로 나타내면 다음으로 표현할 수 있다.

$$\Gamma_e \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \Gamma \frac{\partial \hat{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{S} \quad (4)$$

$$\hat{S} = \mathcal{J} \left(\dot{m}^+ + \dot{m}^- \right) \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right), 0, 0, 0, (\dot{m}^+ + \dot{m}^-) \frac{1}{\rho_l} \Big)^T \quad (5)$$

여기서 $\hat{Q} = \mathcal{J} [p \ u \ v \ w \ \alpha_l]^T$ 이며, $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$ 는 변환된 대류항(convective flux term)이며, $\hat{E}_v, \hat{F}_v, \hat{G}_v$ 는 변환된 점성항(viscous flux vector)이다.

$$\Gamma_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 & 0 & u \Delta \rho \\ 0 & 0 & \rho_m & 0 & v \Delta \rho \\ 0 & 0 & 0 & \rho_m w \Delta \rho \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $\Delta \rho \equiv \rho_l - \rho_v$ 이다. 예조건화 매트릭스 Γ 는 공동유동장에서 기상과 액상의 음속이 심하게 차이가 남으로 해서 생기는 수치해석의 stiffness문제를 처리하기 위한 매트릭스로서 식 (6)에서 첫 번째 열을 다음과 같이 수정하여 나타낸다[4].

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{\rho_m \beta^2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 & 0 & u \Delta \rho \\ 0 & 0 & \rho_m & 0 & v \Delta \rho \\ 0 & 0 & 0 & \rho_m w \Delta \rho \\ \left(\frac{\alpha_l}{\rho_m \beta^2}\right) & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 β 는 예조건화 상수이다. 균일 혼상류모델을 바탕으로 하는 캐비테이션 모델은 액체에서 기체로의 진행과정인 m^- (evaporation rate)와 기체에서 액체로의 진행과정인 m^+ (condensation rate)을 도입하여 기상과 액상간의 물질전달(mass transfer)을 수학적으로 모델링하게 되는데, m^- 은 압력과 액상체적분율(liquid volume fraction)에 대한 함수이며, m^+ 은 오직 액상체적분율에 대한 함수이다.

모델 - I : Merkle 모델(1998)

$$\dot{m}^- = \frac{C_{dest}\rho_l \text{Min}(P - P_v, 0)\alpha_l}{(0.5\rho_l U_\infty^2)\rho_v t_\infty} \quad (8)$$

$$\dot{m}^+ = \frac{C_{prod}\rho_v \text{Max}(P - P_v, 0)\alpha_v}{(0.5\rho_l U_\infty^2)t_\infty}$$

캐비테이션 모델 I인 식 (8)는 Merkle등[9]의 모델을 사용하고 있다. 여기서 p_v 는 기화압력이고, t_∞ 는 기준 유동시간이다. C_{dest} 와 C_{prod} 는 모델상수항을 의미한다.

모델 - II : Lindau 모델(2002)

$$\dot{m}^- = \frac{C_{dest}\rho_v \text{Min}(\rho - \rho_v, 0)\alpha_l}{(0.5\rho_l U_\infty^2)t_\infty} \quad (9)$$

$$\dot{m}^+ = \frac{C_{prod}\rho_v \alpha_l^2 (1 - \alpha_l)}{t_\infty}$$

캐비테이션 모델 II인 식 (9)는 Lindau등[3]의 모델을 사용하고 있다. Merkle등[9] 모델과의 차이점은 응축항의 분모에 속도, 밀도 인자를 없앴으며, 분자에 압력 인자를 제외하여 체적분율 비로만 계산 할 수 있게 하였다.

모델 - III : Merkle 모델(2006)

$$\dot{m}_l^- = -k_v \frac{\tilde{\rho}_v \alpha_v}{t_\infty} \min \left\{ 1, \max \left(\frac{(p - p_v)}{(k_p p_v)}, 0 \right) \right\} \quad (10)$$

$$\dot{m}_v^+ = k_l \frac{\tilde{\rho}_v \alpha_l}{t_\infty} \min \left\{ 1, \max \left(\frac{(p_v - p)}{(k_p p_v)}, 0 \right) \right\}$$

캐비테이션 모델-III는 Merkle등[10]의 모델을 사용하고 있

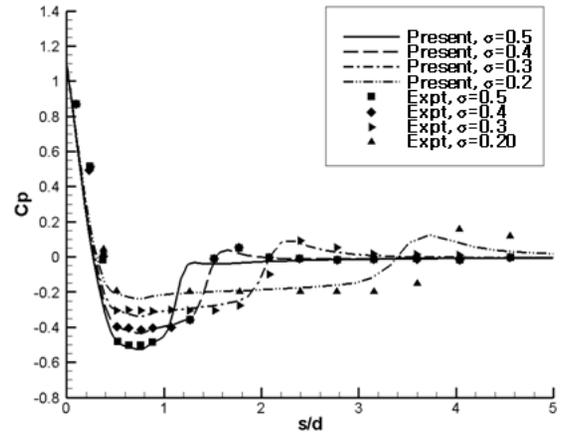


Fig. 1 Surface of pressure of cavitation model- I

으며, 여기서 $k_l = \frac{\tau_{ref}}{\tau_{relax}}$ 이며, τ_{ref} 는 기준 시간(reference time)을 의미하여, τ_{relax} 는 완화 시간(relaxation time)을 의미한다. 그리고 k_p 는 조절(scaling) 상수를 의미한다.

난류모델은 Chien k- ϵ 모델을 사용하고 있으며, 다상유동의 난류모델에서 나타나는 문제점 중의 하나는 기상과 액상의 mixing length 차이에 의해 기상에서 과도한 damping이 일어나기 때문에 이를 해결하기 위해 k- ϵ 모델에 filtering 방법을 도입한다.

3. 결 과

위에서 제시한 서로 다른 세가지 캐비테이션 모델에 관하여 해석하였으며, 계산조건은 Rouse & McNown[11]이 제시한 조건으로 캐비테이션 수(σ)는 0.3, 0.5이며 레이놀즈 수는 1.36×10^6 이다. 형상은 0-caliber와 1/2-caliber 실린더를 모델링하여 각각의 캐비테이션모델을 비교하였으며, 격자의 구성은 두 실린더가 같은 조건으로 $180 \times 100 \times 27$ 로 총 486,000으로 구성되어 있다.

캐비테이션 수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_v}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \quad (11)$$

여기서 p_∞ 는 국부압(local pressure), p_v 는 증기압(vapor pressure)을 말한다.

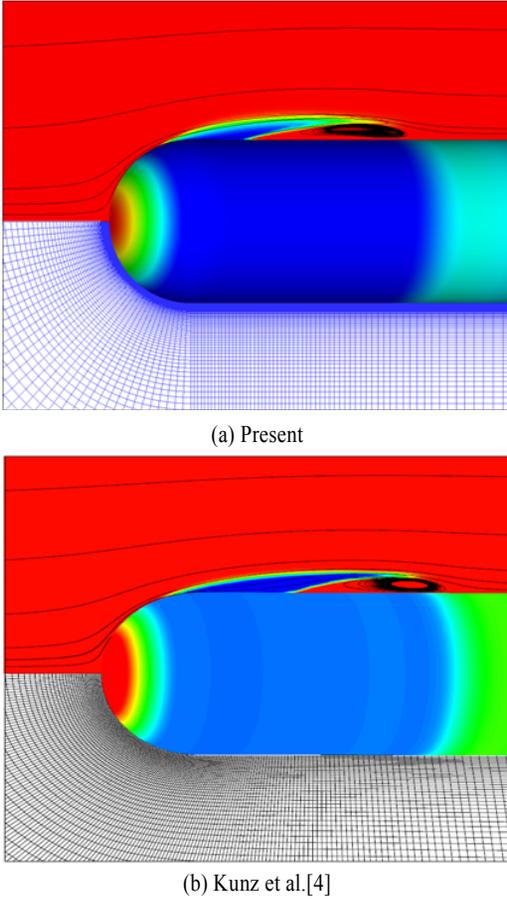


Fig. 2 Liquid volume fraction, surface pressure contours at $\sigma=0.3$

Fig. 1은 모델-I에 관해서 여러 가지 캐비테이션 수에 관한 표면 압력을 보여주고 있다. 캐비테이션 수가 0.2, 0.3, 0.4, 0.5에 관하여 해석한 결과이며, 실험값과 비교 하였을 때 각각의 수에 관해서 정성적으로 일치하는 결과를 보인다.

Fig. 2의 경우는 캐비테이션 수가 0.3일 때 Kunz등[4]와 현재 계산한 결과를 액상체적분율 및 압력에 관해서 비교한 것이다. 현재의 계산 결과값과 kunz의 결과값을 비교 하였을 때 공동의 발생 위치와 길이가 서로 같게 나타난다.

Fig. 3은 현재의 결과와 Ahuja등[5]의 계산결과를 액상 체적분율(liquid volume fraction)에 관하여 나타낸 것이며 서로 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 그리고 캐비테이션 수가 작아질수록 공동의 길이가 길어짐을 확인할 수 있다.

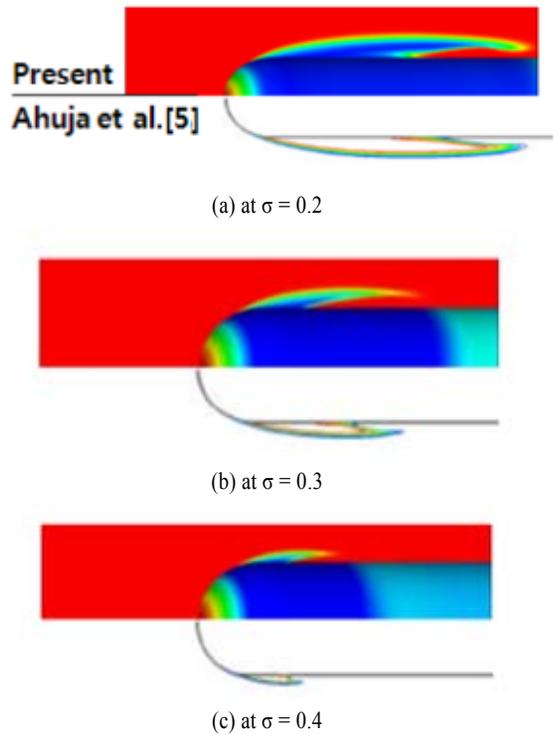


Fig. 3 Liquid volume fraction, surface pressure contours of 1/2 - caliber

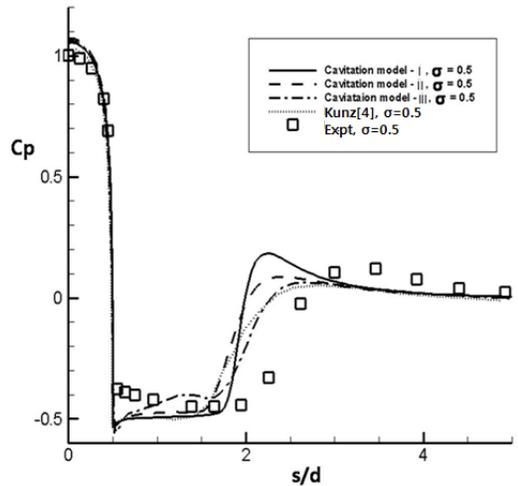


Fig. 4 Comparison of surface pressure of 0-caliber cylinder at various cavitation models

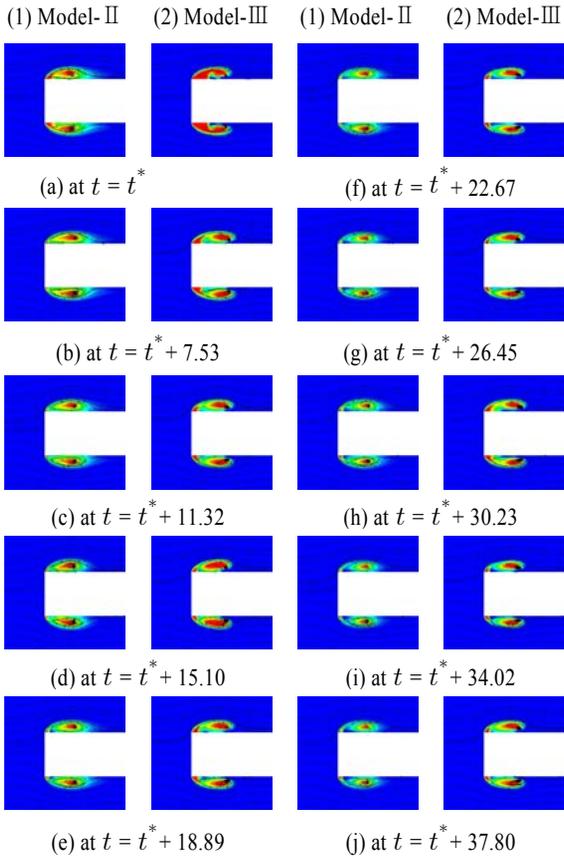
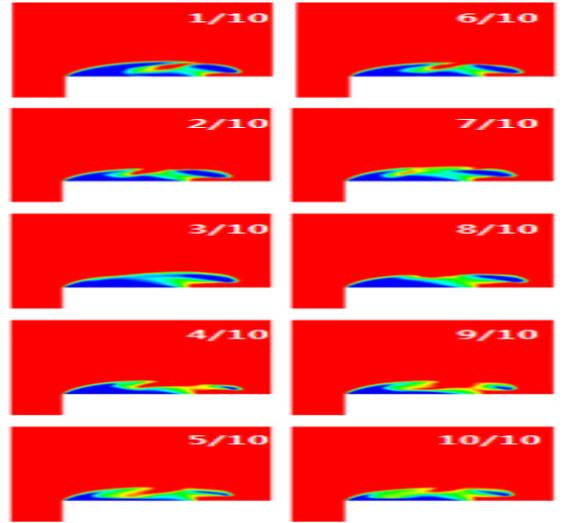


Fig. 5 Time sequence of liquid volume fraction

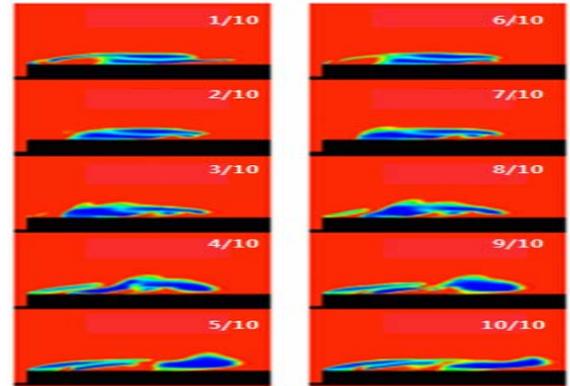
Fig. 4는 캐비테이션 모델-I, II, III에 관한 표면압력을 나타낸 것이다. 각각의 모델에 따른 오차는 있지만 선행되어 계산되어진 Rouse & McNowan[11]의 실험값과 결과값과 비교하였을 때 경향성은 일치함을 알 수 있다. 그리고 3가지 모델과 함께 Kunz등[4]계산값을 비교하였을 때 현재 계산되어진 모델-III의 경우 실험값에 더 근접한 경향을 보여주고 있어 오히려 Kunz 계산값보다 좋은 결과를 보여준다.

Fig. 5은 0-caliber 실린더를 바탕으로 캐비테이션 모델-II와 모델-III에 관하여 시간의 흐름에 따라 액상체적분율에 관해서 나타낸 것이다. 모델-II의 경우, 모델-I을 바탕으로 확장된 모델이기 때문에 수식적으로 서로 다른 모델-II와 모델-III에 대해 비교 하였으며, 각각 비교 하였을 때 캐비테이션의 분포는 다소 차이가 나지만 공동의 길이는 비슷하였다.

Fig.6의 경우 현재의 값과 Lindau등[12]의 값과 시간에 따라 액상체적분율에 관해서 비교하였다. 그림을 통해 두 결과를 비교하면 차이가 보이지만, 공동의 후미 부분에서 유체가 앞으로 밀려 들어오면서 공동이 부서지는 Re-entrant jet를 보여



(a) Present



(b) Lindau et al.[12]

Fig. 6 The comparison of time sequence of liquid volume fraction of 0-caliber blunt fore-body cylinder at $\sigma = 0.3$

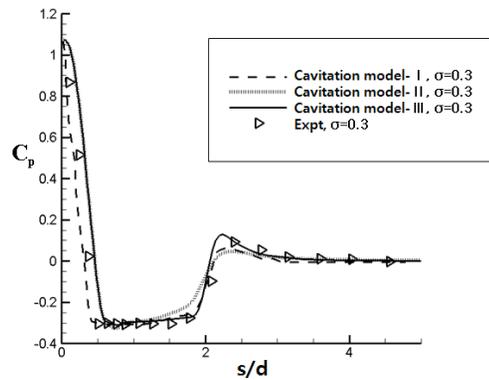
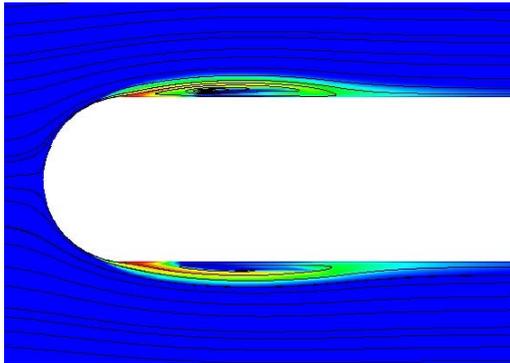
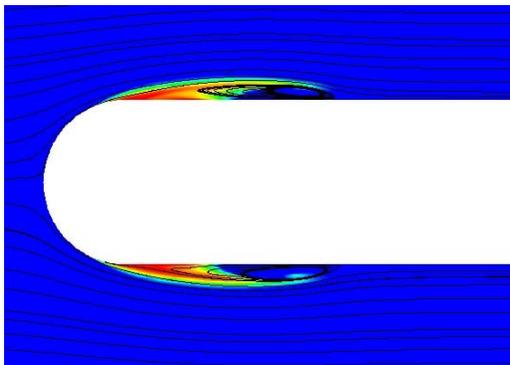


Fig. 7 Comparison of surface pressure of 1/2-caliber cylinder at various cavitation models



(a) Cavitation model-II



(b) Cavitation model-III

Fig. 8 Liquid volume fraction, at $\sigma=0.3$

주고 있다. 이러한 Re-entrant jet에 관한 실험결과가 발표된 적 없기 때문에 본 연구에 의한 결과와 Lindau의 결과를 비교하여 정확성을 판단하기는 어렵지만 두 결과 모두 정성적으로 Re-entrant jet를 잘 보여주고 있다.

Fig. 8은 캐비테이션 모델-II,III에 관해서 액상체적분율에 대해서 비교하였다. 1/2-caliber에 관해서 해석한 결과이며, 모델-II의 경우 모델-III의 경우보다 공동의 길이가 길고, Fig. 7에서 나타나는 표면압력에 관해서 비교 하였을 때 현재 모델-III (Merkle등[10])의 경우가 가장 실험값과 일치하는 경향을 보이고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 축대칭 실린더에서 발생하는 캐비테이션 유동에 대해 서로 다른 세 가지 캐비테이션 모델을 이용하여 비교분석을 하였다. 지배방정식은 3차원 Navier-Stokes 방정식을 이용한 균일 혼상류 모델을 사용하였다. 전산해석은 0-caliber와 1/2-caliber 형상에 대해서 모델-I,II,III를 이용해

수행하였으며 계산결과와 실험값을 비교하였을 때 각 모델마다 차이는 있지만 실험값에 수렴함을 알 수 있었다. 모델-I과 모델-II의 경우 유사한 결과를 보여주었는데 이는 모델-II가 모델-I을 바탕으로 확장된 모델이기 때문이다. 그리고 모델-III의 경우 가장 좋은 결과를 나타내고 있는데 이는 모델-I,II에 비해 모델상수에 의한 의존도가 낮고 수학적으로 캐비테이션의 기화, 응축현상이 잘 반영되어 있기 때문으로 여겨진다. 앞으로 본 연구를 바탕으로 모델-III를 이용한 다른 형상에 대해 체계적인 연구가 필요로 할 것이다.

후 기

본 논문은 수중운동체 특화연구센터(UVRC)와 국방과학연구소(ADD) 지원으로 이루어졌습니다.

참고문헌

- [1] 1994, Reboud, J.L. and Delannoy, Y., "Two-phase Flow Modeling of Unsteady Cavitation," *Proceedings of 2nd International Symposium on Cavitation*, Tokyo, Japan, pp.39-44.
- [2] 1998, Song, C. and He, J., "Numerical Simulation of Cavitating Flows by Single-phase Flow Approach," *Proceedings of 3rd International Symposium on Cavitation*, Grenoble, France, pp.295-300.
- [3] 2002, Lindau, J.W., Kunz, R.F., Boger, D.A., Stinebring, D.R. and Gibeling, H.J., "High Reynolds Number, Unsteady, Multiphase CFD Modeling of Cavitating Flows," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.124, pp.607-616.
- [4] 2000, Kunz, R.F., Boger, D.A., Stinebring, D.R., Chyczewski, T.S., Lindau, J.W., Gibeling H.J., Venkateswaran, S. and Govindan, T.R., "A Preconditioned Navier - Stokes Method for Two-phase Flows with Application to Cavitation Prediction," *Computers and Fluids*, Vol.29, pp.849-875.
- [5] 2001, Ahuja, V., Hosangadi, A. and Arunajatesan, S., "Simulation of Cavitating Flow Using Hybrid Unstructured Meshes," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.123, pp.331-340.
- [6] 1998, Shin, B.R. and Itohagi, T., "A Numerical Study of Unsteady Cavitaing Flows," *Proceedings of the 3rd International Symposium on Cavitation*, Grenoble, France, pp.301-306.
- [7] 1998, Grogger, H.A. and Alajbegovic, A., "Calculation of The Cavitating Flow in Venture Geometries Using Two Fluid Model," *ASME Paper FEDSM 98-5295*.

- [8] 2005, Staedkte, H., Deconinck, H., and Romenski, E., "Advanced Three-dimensional Two-phase Flow Simulation Tools for Application Reactor Safety(ASTAR)," *Nuclear Engineering and Design*, Vol.235, pp.379-400.
- [9] 1998, Merkle, C.L., Feng, J.Z. and Buelow, P.E.O., "Computational Modeling of the Dynamics of Sheet Cavitation," *Proceedings of the 3rd International Symposium on Cavitation*, Grenoble, France.
- [10] 2006, Charles L. Merkle, Ding Li and Venkateswaran Sankaran. "Multi-Disciplinary Computational Analysis in Propulsion," *AIAA 2006-4575*.
- [11] 1948, Rouse, H. and McNown, J.S., "Cavitation and Pressure Distribution," *Head Forms at Zero Angle of Yaw*, Stud. Engrg., Vol.32, State University of Iowa.
- [12] 2003, Lindau, J.W., Venkateswaran, S., Kunz, R.F. and Merkle, C.L., "Computation of Compressible Multiphase Flows," *AIAA 2003-1285*, 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, USA.