한국생산제조시스템학회지 Vol.20 No.2 2011. 4. pp. 139~144
Korean Society of Manufacturing Technology Engineers

역 문제에 의한 파이프의 결함위치 평가

박성완*

(논문접수일 2010. 11. 2, 심사완료일 2011. 1. 19)

Estimation of Defect Position on the Pipe Line by Inverse Problem

Sung-Oan Park*

Abstract

This paper presents a boundary element application to determine the optimal impressed current densities at defect position on the pipe line. In this protection paint, enough current must be impressed to lower the potential distribution on the metal surface to the critical values. The optimal impressed current densities are determined in order to minimize the power supply for protection.

This inverse problem was formulated by employing the boundary element method. Since the system of linear equations obtained was ill-conditioned, including singular value decomposition, conjugate gradient method were applied and the accuracies of these estimation. Several numerical examples are presented to demonstrate the practical applicability of the proposed method.

Key Words : Estimation(평가), Defect Position(결함위치), Inverse Problem(역문제), Cathode Protection(캐소드 방식), Boundary Element Method(경계요소법)

1. 서 론

현대의 산업은 중화학공업 분야를 비롯하여 건축, 토목, 환경, 해양산업등 급격한 발전을 해왔다. 이러한 산업분야의 기계장치, 각종 구조물 및 조업공정은 고속화, 자동화, 대량생산 및 대형화되고 있으며 이에 따른 사용 환경도 대기의 오염화와 동시에, 각종 부식성의 화학장치 및 고온 고압화 등으로 복잡 다양화되고 있다. 기계·구조물에 있어서 다른 2종류 이상의 금속이 전기적으로 접촉한 상태인 부식성 분위기(이하 간단하게 용액이라 부른다)중에 설치되어 있는 것이 많기 때문에 한쪽의 금속이 선택적으로 부식하는 갈바닉 부식의 피해를 받는 것이 많다(1,2). 특히 신설된 공장과 각종 구조물은 시간이 지날수록 노후되면서 부식은 더욱 증가되어 인적, 경제적으로 막대한 손실이 초래하게 된다.

이러한 피해를 최소한으로 방지하여 플랜트나 기기가 제성능을 발휘하도록 하기 위하여 부식속도 또는 용액에 흘러들어가는, 즉 부식속도에 비례하는 전류밀도를 정량적으로 파악하는 것이 필요하다. 따라서 산업분야에 널리 사용되는 여러 가지 부식에 대한 이론을 연구하고 이를 토대로 정확한 부식위치를 파악하여 사용 환경에 적절한 재료의 선택과 방지대책으로 재해방지 뿐만 아니라 고갈되어 가는 자원의 절약이라는 측면에서도 대단히 중요하다. 그러므로 구조물에는 부식에 의한 손해를 경감하기 위하여 cathode 방식이나 페인트(paint)에 의한 방식을 하고 있다[3~10].

* 인천대학교 기계시스템공학부 (sopark@incheon.ac.kr)
주소: 인천시 연수구 송도동 12-1

그러나 페인트에 의한 방식은 다음의 문제점이 있다. 즉 페인트에 일단 결함이 발생하면 집중적으로 부식이 진행하여 중대한 사고를 일으키는 것이다. 이 피해를 최소한으로 방지하기 위하여 결함위치 평가와 동시에 그 국소 부분의 부식속도를 정량적으로 파악할 필요가 있다.

구조물의 금속표면에서 전위 또는 전류밀도를 직접 측정 가능하면, 용이하게 결함위치와 부식속도를 알 수 있다. 그러나 실제로 해양구조물이나 매설 파이프라인 등과 같이 금속표면에 있어서 전위나 전류밀도를 직접 측정하는 것은 곤란한 경우가 많다. 또한 화학 프랜트 등에 있어서 직접 파이프 라인 결함검사를 하기 위하여 가동을 중단하지 않으면 안된다. 그래서 측정 가능한 장소(예를들면 지표)에서 전위 등의 정보로 부터 구조물의 파이프 라인 결함위치 및 전류밀도분포를 추정할 필요가 있다. 이 문제는 파이프 라인에 결함이 발생한 결과로부터 얻어진 정보와 함께 그 원인으로 있는 파이프 라인 결함의 위치 및 그 국소 부분의 부식의 상태를 조사하는 일종의 역문제를 형성하고 있다. 따라서 본 연구는 해수중의 파이프 라인에 관한 3차원 경계요소법을 적용하여 역 해석에 의한 문제의 해결을 시도한다.

2. 경계요소법에 의한 정식화

기초방정식에 경계적분방정식을 도입하여 경계를 i개의 요소로 분할하고 전위 ϕ와 전류밀도 q를 각각 절점에 있어서의 값과 내삽함수에 의한 근사식으로 하면 다음의 i개의 대수방정식이 얻어진다[11~16].

$$\frac{1}{\chi}[G]\tilde{q}^n - [H]\tilde{\phi}^n = \tilde{O} \tag{1}$$

여기서 χ는 용액의 전기전도도, $\tilde{\phi}^n$ 및 $\tilde{q}^n$은 각각 ϕ와 q의 절점에 있어서 값 $\tilde{\phi}^n$ 및 $\tilde{q}^n$을 성분으로 하는 벡터이다. 행렬 $[G]$ 및 $[H]$는 경계의 형상, 치수에 의하여 결정되는 i행i렬의 정방행렬이다. 전위의 측정점의 수를 i개로 하면 다음의 j개의 식이 얻어진다.

$$\frac{1}{\chi}[G_{in}]\tilde{q}^n - [H_{in}]\tilde{\phi}^n = \widetilde{\phi_{in}}^n \tag{2}$$

여기서 행렬 $[G_{in}]$ 및 $[H_{in}]$은 경계의 형상, 치수 및 측정점의 위치에 의존하는 j행i렬의 비정방행렬이다. $\widetilde{\phi_{in}}^n$은 측정점에 있어서 전위를 성분으로 하는 벡터이다.

식(1)은 금속표면Γ_m에서 ϕ와 q는 주어져 있지 않으므로 미지수의 수가 방정식의 수보다 많으므로 단독으로 해를 구할 수 없다. 그래서 식(2)와 조합하여 다음식이 얻어진다.

$$[A']\widetilde{x^n} - \widetilde{b^n} = \tilde{O}$$

여기서

$$[A'] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\chi}[G] & [H] \\ \frac{1}{\chi}[G_{in}] & [H_{in}] \end{bmatrix}, \qquad \widetilde{x^n} = \begin{Bmatrix} \tilde{q}^n \\ \tilde{\phi}^n \end{Bmatrix}, \qquad \widetilde{b^n} = \begin{Bmatrix} \tilde{O} \\ \widetilde{\phi_{in}^n} \end{Bmatrix}$$

$[A']$은 (i+j)행 2i렬의 비정방행렬이며, $\widetilde{x^n}$의 2i개의 성분을 미지성분(i+im개($i_m \le j$)로 한다)과 이미 알려진 성분(i-im개)으로 분류한다. 미지성분만으로 구성된 벡터를 $\widetilde{x^n}$으로 윗 식을 다시 표현하면

$$[A]\widetilde{x^n} - \widetilde{b^n} = \tilde{O} \tag{3}$$

으로 된다. $\tilde{b}^n$은 (i+j)개의 이미 알려진 량으로부터 구성된 벡터이다.

$[A]$는 (i+j)행(i+im)렬의 비정상행렬이다. 식(3)의 $\tilde{x}^n$의 각 성분에 임의의 값을 대입할 때 좌변을 $\{r\}$로, $\|\{r\}\|^2$ $(=\{r\}^T\{r\}$; ^{T}은 전치를 표시)을 최소로 하면, 즉

$$\| [A]\widetilde{x^n} - \widetilde{b^n} \| \rightarrow \min \tag{4}$$

로 되는 $\widetilde{x^n}$을 구하는 것으로 해가 얻어진다. 즉 결함위치를 알 수 있게 된다.

3. 역 문제에 있어서 특이치 분해

식(4)의 (i+j)행(i+im)렬($i_m \le j$)의 행렬$[A]$를 다음과 같이 특이치 분해한다(17).

$$[A] = [U][D][V]^T \tag{5}$$

여기서 $[U]$는 $(i+j)$행$(i+j)$렬의 직교행렬, $[V]$는 $(i+i_m)$행$(i+i_m)$렬의 직교행렬, $[D]$는 $[A]$의 특이치 $\sigma_\lambda(\lambda = 1,2,\cdots, i+i_m)$을 포함하는 $(i+i_m)$행$(i+i_m)$렬의 대각행렬이다.

여기서

$$\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3 \ge \cdots \ge \sigma_R > \sigma_{R+1} = \cdots = \sigma_{i+i_m} = 0 \tag{6}$$

R은 $[A]$의 링크이다. 작은 특이치를 0으로 $[A]$의 링크를 감소시키는 것에 의하여 식(4)의 해를 순조롭게 하는 것이 가능하다. 링크를 감소시키면 해가 불안정하기 때문에 $\|\{x\}\| \rightarrow min$이라는 조건을 부가하였다. 최소화방법으로 공액경사도법(conjugate gradient method)을 수정한 Davidon- Fletcher-Powell 법[17]을 사용하였다.

4. 수치해석 및 고찰

부식에 의한 손해를 경감시키기 위하여 부식속도나 방식효과 등의 정량적인 파악이 필요하다. 이제까지 경험과 직감에 기초한 경우가 많으므로 수치해석적 방법의 적용이 요구되고 있다. 본 연구에서는 이 분야에서 그다지 사용되지 않은 컴퓨터에 의한 수치해석법, 즉 부식문제를 해결할 수 있도록 경계요소법 프로그램[18~25] 을 개선 하여 다음에 표시하는 문제의 해결을 시도한다.

미리 도선(백금선)을 붙인 강재 파이프와 아크릴 수지제품 파이프를 조합한 결함이 있는 파이프 라인 모델을 설정하여 가로×세로×깊이 (600×300×300mm)인 플라스틱 수조에 $NaCl$ 수용액을 투입하고 파이프 라인 모델을 침전하였다. 수용액의 농도는 실제 부식계와 상사성을 고려하여 해수의 약 1 / 100로, 수용액의 농도는 2.4×10^{-2} s/m 로 하였다. 여기서 s는 밀도이다. 파이프 라인 모델에 미소한 전류(0.2mA)를 흐르게 하여 수면에서의 전위를 포텐셜 스타트(potential start)에 의하여, 전류는 무저항 전류계로 측정 하였으며, 수용액의 온도는 30℃로 일정하게 유지하기 위하여 이장치를 항온조에 설치 하였다. 측정치의 정도는 0.001 V 이다.

경계요소해석을 위하여 수조의 벽면을 Fig. 1에 표시한 것 같이 90개의 일정요소로 분할하였으며 전위의 측정점은 Fig. 2에 표시하였다. 수조는 절연체로 하였기 때문에 경계조건은 $\phi = 0$ 으로 하였다. 가늘고 긴 파이프라인의 반경은 부식장 전체에 대하여 작기 때문에 파이프 라인은 선으로 간주하여 일정요소를 사용한 요소수 179로 Fig. 3에 표시한 것 같이 요소분할 하였다.

Fig. 4는 결함이 1개 (x=350mm, z=160mm)인 경우, $x-z$ 방향에 대하여 수치해석을 한 것으로, Fig. 2에 표시한 18개의 측정점에서의 전위로부터 역 해석에 의한 반복계산으로 결함위치의 수렴상황을 나타낸 것이며 z 방향에는 작은 오차가 발생하고 있는 것을 알 수 있다. ▲ 표식이 정확한 결함위치, ● 표식이 수렴점을 나타낸다. $x-y$ 방향에 대한 결함위치 수렴상황을 Fig. 5에 표시하며 Fig. 5에 의하여 결함이 1개 (x=350mm, y=200mm)의 경우는 결함위치를 본 방법에 의하여 양호하게 평가 가능한 것을 알 수 있다. 반복계산 회수는 4회 이다.

Fig. 6은 결함이 2개 (x=370mm, y=180mm), (x=550mm, y=150mm)인 경우, $x-y$ 방향에 대하여 수치해석을 한 것으로 조건은 앞의 경우와 동일한 형태이며, 역 해석에 의한 반복계산으로 결함위치의 수렴상황을 나타낸 것이다. ▲, ◆ 표식은 정확한 결함위치, ● 표식이 수렴점을 나타낸다. $x-z$ 방향에 대한 결함위치 수렴상황을 Fig. 7에 표시하며 Fig. 7에 의하여 결함이 2개(x=380mm, z=150mm), (x=510mm,

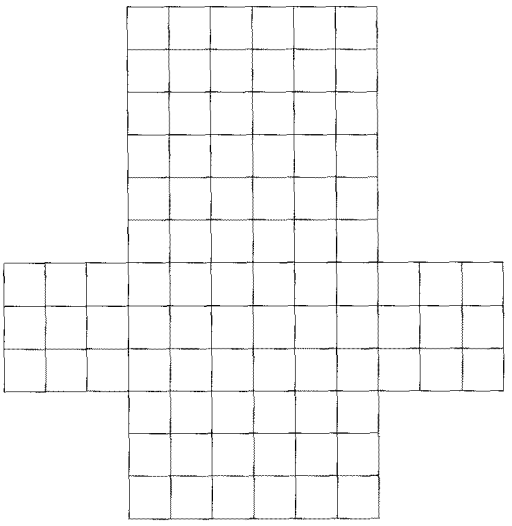

Fig. 1 Boundary element mesh

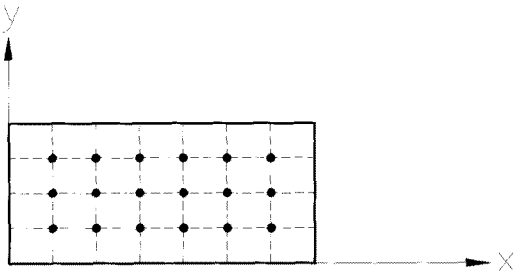

Fig. 2 Measuring points of galvanic corrosion

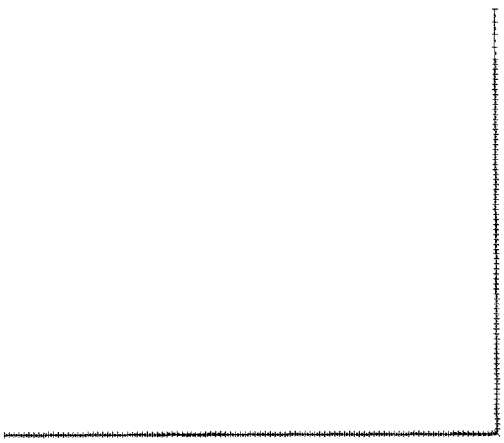

Fig. 3 Boundary element discretization of pipe line

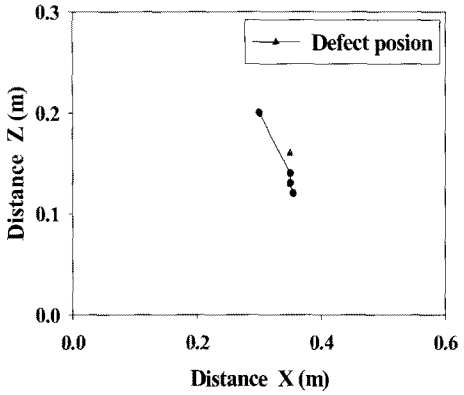

Fig. 4 Convergence of defect position ($X-Z$)

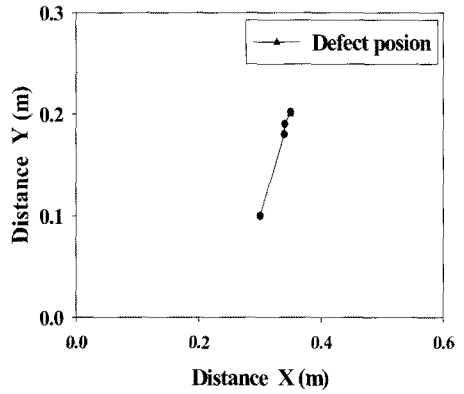

Fig. 5 Convergence of defect position ($X-Y$)

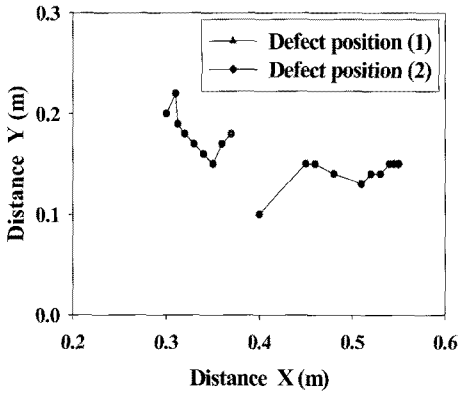

Fig. 6 Convergence of defect position ($X-Y$)

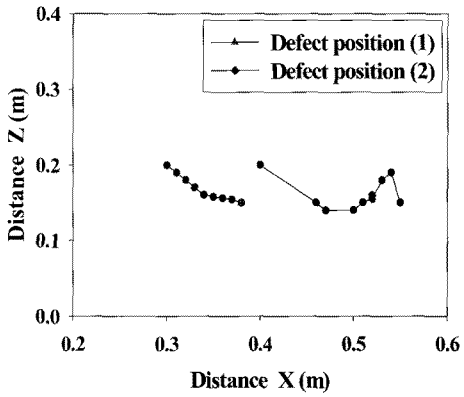

Fig. 7 Convergence of defect position ($X-Z$)

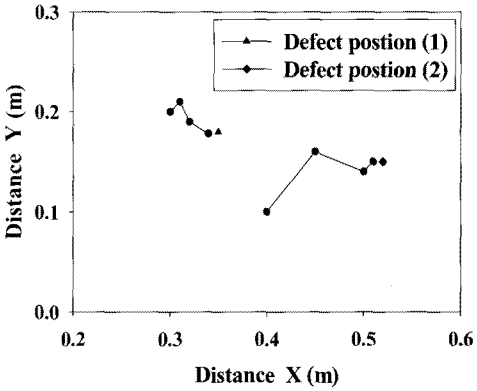

Fig. 8 Convergence of defect position ($X-Y$)

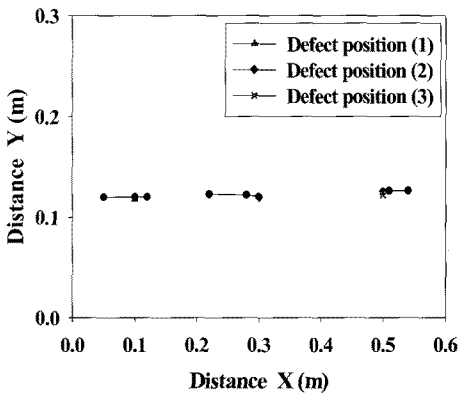

Fig. 9 Convergence of defect position ($X-Y$)

z=160mm)의 경우 x 및 y 방향에는 결함위치가 양호하게 평가되고 있지만 z 방향에는 작은 오차가 발생하고 있는 것을 알 수 있다.

다음에 결함위치의 깊이의 정보(z=160mm)가 이미 알려져 있는 경우에 대하여 해석한 결과를 Fig. 8에 나타낸다. 결함이 2개 (x=350mm, y=180mm), (x=510mm, y=150mm)인 이 경우는 정도 양호하게 결함위치가 평가되고 있다.

Fig. 9는 결함이 3개 (x=100mm, y=120mm), x=30mm, y=120mm), (x=500mm, y=120mm)인 경우에 대하여 수치해석을 한 것으로, 이 경우는 측정정도가 충분하면 결함위치의 추정은 원리적으로 가능하지만 본 해석의 측정정도로는 불가능하다. 그래서 파이프라인의 방향 (x방향) 과 깊이(z=160mm)가 이미 알려져 있는 것으로 하여 결함위치를 해석하였으며 역 해석에 의한 반복계산으로 결함위치의 수렴상황을 나타낸

것이다. 이와 같이 결함의 수가 3개의 경우도 파이프 라인의 설치깊이와 방향을 알고 있으면 결함위치를 평가하는 것은 가능한 것을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구는 파이프 라인에 결함이 발생한 결과로부터 얻어진 정보를 이용하여 그 원인이 되는 결함위치 및 국소부분의 부식상태를 평가한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 용액표면의 전위분포의 측정값으로 부터 파이프 라인의 결함위치를 평가하는 수치해석적 방법을 제안 하였다.
(2) 결함위치와 부식속도를 최적화문제의 설계변수로 취급하고 목적함수는 전위의 추정값과 측정값의 차이를 취하여 3차원 경계요소법에 의한 역 문제의 해석방법의 유효성을 확인했다.
(3) 결함의 수가 여러 개의 경우도 파이프 라인의 설치깊이와 방향을 알고 있으면 결함위치를 평가하는 것은 가능한 것을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Waber, J. T., and Rosenbluth, M., 1955, "Mathematical Sutudies of Galvanic Corrosion 2," *J. Electrochem. Soc.*, Vol. 102, pp. 344~353.
(2) Doig, P., and Flewitt, P. E. J., 1979, "A Finite Difference Numerical Analysis of Galvanic Corrosion for Semi Infinite Linear Coplanar Electrodes," *J. Electrochem. Soc.*, Vol. 126, pp. 2057~2063.
(3) Kasper, R. G., and April, M. G., 1983, "Electro Galvanic Finite Element Analysis of Partially Protected Maline Structures," *Corrosion-NACE*, Vol. 39, pp.181~188.
(4) Fu, J. W, 1982, "A Finite Element Analysis of corrosion Cells," *Corrosion-NACE*, Vol. 38, pp. 295~296.
(5) Fu, J. W., and Chow, J. S. K., 1982, "Cathodic Protection Design Using an Integral Equation Numerical Method," *Material Performance*, pp. 9~12.
(6) Bardal, E., Johnsen, R., and Gartland, P. O., 1984, "Prediction of Galvanic Corrosion Rates and Distribution by Means of Calculation and Experimental Models," *Corrosion-NACE,* Vol. 40, pp. 628~633.
(7) Aoki, S., Kishimoto, K., and Sakata, M., 1985, "Boundary Element Analysis of Galvanic Corrosion," *Boundary Elements VII*, 1~63.
(8) Telles. J. C. F., andWrobel. L. C., 1985, "Boundary Element Analysis for Cathodic Protection Problems," *Boundary Elements VII*, 1-73~83.
(9) Cherry, B. W., Foo, M., and Siauw, T. H., 1986, "BEM Analysis of the Potential Field Associated with a Corroding Electrode," *Corrosion-NACE*, Vol. 42, pp. 654~662.
(10) Cirognani, P., and Gasparoni, F., 1990, "Application of the BEM to Offshore Cathodic Protection Modeling," *J. Electrochem. Soc.*, Vol. 137, pp.1689~1696.
(11) Zamani, N. G., 1988, "Boundary Element Simulation of the Cathodic Protection System," *Appl. Math. Computer,* Vol. 26, No. 2, pp. 119~123.
(12) Zamani, N. G., and Chuang, J. M., 1987, "BEM Simulation of Cathodic Protection Systems Employed in Infinite Electrolytes," *Int. J. Number. Methods Eng.* Vol. 24, No. 3, pp.605~620.
(13) Fontana, M. G., and Greene, N. D., 1983, *Corrosion Engineering*, McGraw-Hill, New York, pp.12~20,
(14) Brebbia, C. A., Telles, J. F., and Wrobel, L. C., 1984, *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, Berlin, pp.35~44.
(15) Hartmann, F., 1989, *Introduction to Boundary Elements*, Springer-Verlag, Berlin, pp.77~90.
(16) Hall, W, S., 1994, *The Boundary Element Method*, Kluwer Academic, Dordrecht, pp.62~82.
(17) Arora, S. Jasbir, 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, New York, pp. 408~430.
(18) Park, S. O., 1994, "A Study for Mutual Interference between Circular Inclusion and Crack in Finite-Width Plate by Boundary Element Method," *Transaction of KSME*, Vol. 18, No. 6, pp. 1474~1482.
(19) Park, S. O., 2001, "Analysis of Spiral Bevel Gear by Inverse Problem," *Transaction of KSMTE*, Vol. 10, No. 5, pp. 85~95.
(20) Park, S. O., 2003, "Analysis of Torque on Spur Gear by Inverse Problem," *Transaction of KSMTE*, Vol. 12, No. 5, pp. 24~33.
(21) Park, S, O., 2004, "Fatigue Life Prediction of FRP Composites under Uniaxial Tension and Pure Torsion Loadings," *Transaction of KSMTE,* Vol. 13, No. 6,
(22) Park, S, O., 2005, "Analysis for Strength Estimation of Adhesive Joints," *Transaction of KSMTE*, Vol. 14,

No. 5, pp. 62~73.

(23) Park, S, O., 2008, "Evaluation of Stress Intensity Factor using Boundary Element Alternating Method," *Journal of the Korean Soc. of Mechanical Technology.* Vol. 10, No. 2, pp. 1~8.

(24) Park, S, O., 2009, "Analysis for Estimated with Strength of Adhesive Joints using Ductile Adhesives," *Journal of the Korean Soc. of Mechanical Technology.* Vol. 11, No. 2, pp. 23~32.

(25) Park, S, O., 2010, "Analysis for Strength Estimation of Adhesive Joints using Brittle Adhesives," *Journal of the Korean Soc. of Mechanical Technology.* Vol. 12, No. 2, pp. 1~8.