

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2011.39.6.505

입사각제어를 위한 통합유도조종법칙

윤중섭*, 박우성*, 유창경*

Integrated Guidance and Control Law with
Impact Angle Constraint

Joongsup Yun*, Woosung Park* and Chang-Kyung Ryoo*

ABSTRACT

The concept of the IGC(Integrated Guidance and Control) has been introduced to overcome the performance limit of the SGC(Separated Guidance and Control) loop. A new type of IGC with impact angle constraint has been proposed in this paper. Angle of attack, pitch angle rate, pitch angle and line of sight angle are considered as state variables. A controllability analysis and equilibrium point analysis have been carried out to investigate the control characteristic of the proposed IGC. The LQR(Linear Quadratic Regulator) has been adopted for the control law and detailed explanations about the adoption has been provided. The performance comparison between the IGC and the SGC has been carried out. The result of numerical simulations shows that the IGC guarantees better guidance performance than the SGC when the agile maneuver is needed for a specific guidance geometry.

초 록

통합유도조종(IGC, Integrated Guidance and Control)은 기존의 분리형 유도조종루프의 성능한계를 극복하기 위해 제안된 개념이다. 본 논문에서는 입사각제어가 가능한 새로운 형태의 IGC 기법을 제안하였다. 제안된 IGC는 자동조종성능과 유도성능을 동시에 얻기 위해 받음각, 피치각속도, 피치각, 시선각을 상태변수로 고려한다. 제안된 IGC의 제어특성을 고찰하기 위하여 비선형 상대방정식에 대한 가제어성 해석 및 평형점 해석을 수행하였다. IGC 모델에 대한 제어기법으로는 LQR(Linear Quadratic Regulator)을 사용하였으며 LQR을 IGC에 적용하기 위한 방법을 상세하게 설명하였다. 수치 시뮬레이션을 통해 분리형 유도조종루프와 IGC의 성능을 비교하였다. 성능 비교 결과 IGC는 급격한 기동이 필요한 유도기하에 대하여 분리형 유도조종루프에 비해 우수한 유도성능을 보임을 확인하였다.

Key Words : Integrated Guidance and Control(통합유도조종), LQR(Linear Quadratic Regulator), Controllability of Nonlinear system(비선형 시스템의 가제어성), Guidance Performance(유도성능)

† 2011년 3월 21일 접수 ~ 2011년 5월 27일 심사완료

* 정회원, 인하대학교 항공우주공학과
교신저자, E-mail : ckryoo@inha.ac.kr
인천시 남구 용현동 253

I. 서 론

유도탄의 일반적인 유도조종장치는 그림 1과 같이 유도루프와 조종루프로 나뉘어 구성된다.

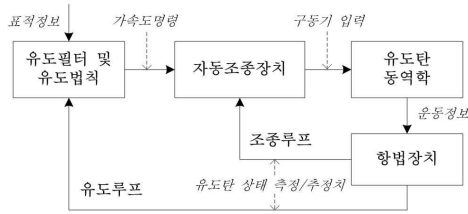


그림 1. 분리형 유도조종루프의 구성

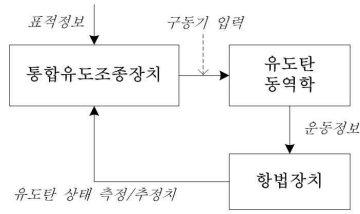


그림 2. 통합형 유도조종루프의 구성

유도루프에서는 유도탄을 표적으로 유도하기 위한 가속도 형태의 유도명령이 산출되며 조종루프에서는 유도루프에서 산출된 가속도명령을 추종하기 위한 구동기 입력이 생성된다. 이러한 분리형 유도조종루프(SGC, Separate Guidance and Control)에서 사용되는 유도법칙은 유도탄-표적간의 상대위치, 상대속도만을 가지고 유도명령을 산출하며 유도탄 고유의 동적 특성은 고려하지 않는다. 이런 이유로 유도탄-표적간 상대거리가 매우 가깝거나 표적이 급기동을 하는 특수한 교전조건에서는 유도성능 및 비행안정성의 저하를 가져올 수 있는 유도명령이 산출 될 수 있다. 일반적인 경우 이러한 가속도 명령이 자동조종장치에 그대로 인가되는 것을 방지하기 위하여 자동조종장치에 입력되는 가속도 명령은 리미터 및 저역통과필터를 거치게 된다.

유도법칙에 있어 최적의 유도성능은 유도법칙으로부터 계산된 가속도 명령이 왜곡 없이 동체의 가속도로 구현되는 경우에 확보된다. 그러므로 가속도 명령에 대한 일련의 필터링 및 유도탄 동특성에 의한 가속도 추종성능 한계는 SGC의 특성상 개선이 불가능한 유도성능 저하요인으로 생각될 수 있다.

이와 같은 분리형 유도조종루프의 단점을 극복하기 위하여 통합형 유도조종루프(IGC, Integrated Guidance and Control)가 제안되었다 [1][2]. IGC의 통합유도조종장치는 단일 상태공간에서 모델링된 통합유도조종모델을 이용하여 유도장치와 자동조종장치의 기능을 동시에 수행한다. SGC의 유도법칙은 유도탄의 동특성을 거의 고려하지 못하는 반면 통합유도조종모델에는 유도 및 조종에 필요한 상태변수간의 물리적 상관관계가 고려되어 있다. 이를 통해 IGC는 SGC에서 끌어내지 못한 유도탄의 기동성을 끌어냄으로써 유도성능의 향상을 도모할 수 있다. 일반적인 IGC의 흐름도를 그림 2에 나타내었다.

IGC의 연구 주제는 크게 두 가지로 나뉜다. 첫 번째는 유도변수와 제어변수를 하나의 모델로 통합하는 방법에 대한 연구이며 두 번째는 통합된 모델의 제어기법에 관한 연구이다. 본 논문에서

서는 지금까지 알려진 바 없는 고유의 통합유도조종모델 및 해당 모델에 대한 제어기법(이하 통합유도조종법칙)을 제안한다. 제안된 통합유도조종법칙은 일반적인 IGC 기능을 수행할 뿐 아니라 정지표적으로의 입사각 제어도 가능하다.

II. 통합유도조종법칙

2.1 통합유도조종모델의 구성

2.1.1 자동조종을 위한 상태변수의 설정

본 논문에서는 개념의 단순화를 위하여 유도탄의 세로운동만을 고려하고 중력은 무시한다. 세로운동에 대한 자동조종장치의 목적은 외란이나 조종입력이 발생했을 때 자세각을 안정적으로 유지하는 데 있다. 조종입력과 직접 연관되어 항공기 안정성에 영향을 주는 상태변수에는 받음각 α 와 각속도 q 가 있다. 주어진 임무나 제어방식에 따라 α 와 q 를 특정 값으로 제어하는 경우도 있으나 통합유도조종모델의 경우 두 값을 자세안정화를 위한 정보로만 활용한다. 그러므로 α 와 q 를 상태변수로 설정하고 제어기준치(control reference)는 식 (1)과 같이 0으로 설정한다.

$$\alpha_{ref}(t) = q_{ref}(t) = 0. \tag{1}$$

식 (1)에서 t 는 시간이며 아래첨자 ref는 제어기준치를 뜻한다.

2.1.2 유도를 위한 상태변수의 설정

유도문제는 다음과 같은 구속식을 만족하기 위한 제어입력 산출 문제로 정의될 수 있다.

$$P_M(t_f) = P_T(t_f), \quad 0 < t_f < \infty \tag{2}$$

$P_M(t)$, $P_T(t)$ 는 각각 시각 t 에서 유도탄과 표적의 위치이다. 그러므로 식 (2)는 충돌시각(impact time) t_f 에서 유도탄과 표적의 충돌을 뜻한다. 식 (2)를 비행경로각 γ 와 시선각 σ 사이의 구속식으로 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\gamma(t_f) = \sigma(t_f) + L(t_f) \tag{3}$$

여기서 $L(t)$ 는 시각 t 에서의 리드각으로서 다음과 같이 정의된다.

$$L(t) = \sin^{-1} \left(\frac{V_T}{V_M} \sin(\gamma_T(t) - \sigma(t)) \right) \quad (4)$$

V_M 은 유도탄의 속력이며 V_T, γ_T 는 각각 표적의 속력 및 비행경로각이다. 리드각은 유도탄과 표적의 상대속도가 $t \leq t_f$ 에서 같은 값으로 유지될 경우 유도탄과 표적의 충돌을 보장하는 유도탄의 비행경로각과 시선각의 차이이다. 만약 통합유도조종모델의 상태변수로서 비행경로각을 도입하고 비행경로각의 제어 기준치를 다음과 같이 설정하면 식 (2)를 만족하는 유도성능을 얻을 수 있다.

$$\gamma_{ref}(t) = \sigma(t) + L(t) \quad (5)$$

그러나 충돌시간 t_f 에서의 비행경로각(입사각) 제어 기준치인 $\gamma_{ref}(t_f)$ 는 초기 교전기하 및 교전중 표적의 기동에 의해 결정되므로 비행경로각만을 상태변수로 도입할 경우 입사각 제어는 불가능함을 알 수 있다.

기동표적으로의 입사각제어는 입사각을 정의하는 방법이 일반적이지 않으므로 본 논문에서는 혼란을 피하기 위하여 정지표적에 대한 입사각제어문제만을 다룬다. 충돌시 비행경로각인 γ_f 를 입사각으로 정의하면 입사각제어를 위한 구속식은 다음과 같다.

$$\gamma(t_f) = \gamma_f \quad (6)$$

식 (6)만으로는 유도를 의미하지 않으므로 식 (3)이 구속식으로 추가되어야한다. 단, 정지표적이므로 $L(t_f) = 0$ 이다. 이를 이용해 식 (3)을 다시 쓰면,

$$\gamma(t_f) = \sigma(t_f). \quad (7)$$

식 (6),(7)은 정지표적으로의 입사각제어를 위한 두 개의 구속식이다. 식 (7)을 만족하기 위하여 시선각 σ 의 제어가 필요함을 알 수 있다. 시선각을 상태변수로 도입하고 제어 기준치를 다음과 같이 설정한다.

$$\sigma_{ref}(t) = \gamma_f \quad (8)$$

비행경로각에 대한 제어 기준치 역시 다음과 같이 설정한다.

$$\gamma_{ref}(t) = \gamma_f \quad (9)$$

만음각이 이미 앞 절에서 상태변수로 설정되어 있으므로 비행경로각 대신 피치각 θ 를 상태변수로 추가하여도 비행경로각의 제어가 가능하다. $\theta = \gamma + \alpha$ 및 식 (1),(9)를 이용하여 θ_{ref} 를 다음과

같이 설정한다.

$$\begin{aligned} \theta_{ref}(t) &= \gamma_{ref}(t) + \alpha_{ref}(t) = \gamma_f + 0 \\ \therefore \theta_{ref}(t) &= \gamma_f \end{aligned} \quad (10)$$

지금까지 설정한 상태변수 및 제어 기준치를 정리하면 다음과 같다.

$$x = [\alpha \ q \ \theta \ \sigma]^T \quad (11)$$

$$x_{ref} = [0 \ 0 \ \gamma_f \ \gamma_f]^T \quad (12)$$

통합유도조종모델의 상태변수 및 제어기준치를 위와 같이 구성하면 자동조종, 유도성능의 만족과 동시에 입사각 제어까지 가능하다.

2.1.3 상태방정식의 구성

본 논문에서는 유도에 필요한 상태변수로서 시선각을 도입하였으며 시선각의 운동방정식은 그림 3으로부터 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\sigma} = -\frac{V_M}{R} \sin(\theta - \alpha - \sigma) \quad (13)$$

세로운동에 대한 유도탄의 운동방정식과 시선각의 운동방정식인 식 (13)을 통합하여 다음과 같은 통합유도조종 상태방정식을 설정한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_\alpha & 1 & 0 \\ M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\delta_c} \\ M_{\delta_c} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_c \\ \dot{\sigma} &= -\frac{V_M}{R} \sin(\theta - \alpha - \sigma) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$\begin{aligned} Z_\alpha &= -\frac{qS}{m V_M} C_{N_\alpha} & M_\alpha &= \frac{qSl}{I_y} C_{m_\alpha} \\ Z_{\delta_c} &= -\frac{qS}{m V_M} C_{N_{\delta_c}} & M_q &= \frac{qSl^2}{2I_y V_M} C_{m_q} \\ & & M_{\delta_c} &= \frac{qSl}{I_y} C_{m_{\delta_c}} \end{aligned} \quad (15)$$

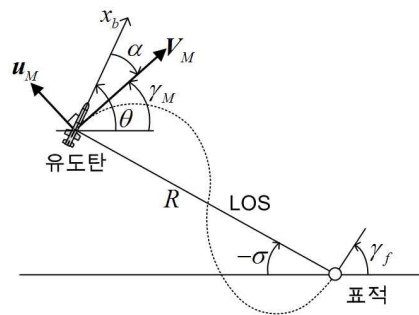


그림 3. 유도기하 및 상태변수의 정의

식 (15)에서 q 는 동압, S 는 기준면적(reference area), l 은 기준길이(reference length), m 은 질량, J_y 는 y 축 방향의 관성모멘트, δ_e 는 엘리베이터 변위이다. C_{N_x} 는 변수 X 에 대한 동체 z 축방향 힘의 공력미계수이며 C_{m_x} 는 변수 X 에 대한 피칭모멘트의 공력미계수이다.

식 (14)에서 받음각, 피치각속도, 자세각의 변화율은 모두 선형 방정식이지만 시선각의 변화율은 상태변수인 피치각, 받음각, 시선각에 대해 비선형 방정식이다. 비선형 요소인 $\sin(\theta - \alpha - \sigma)$ 를 선형화 하려면 $(\theta - \alpha - \sigma)$ 가 작다는 가정을 해야 한다. 이러한 조건은 유도탄의 비행경로각이 시선각에 거의 일치된 상태로 날아가는 경우에만 적용할 수 있다. 그러므로 유도탄 발사 초기에 비행경로각과 시선각의 차이가 크거나 입사각제어가 필요한 경우에는 유도탄 상태변수가 위의 선형화 조건에서 크게 벗어나게 된다. 이처럼 선형화하기 힘든 시스템의 제어성능을 보장하려면 비선형제어기법을 도입해야 하지만 본 논문에서는 파라미터화된 선형 시스템 및 선형 제어기 기반의 해법을 제시한다.

2.2 제어 시스템의 구성

2.2.1 파라미터화된 선형시스템의 구성

$0 < t_{nom} < t$ 인 t_{nom} 에서 공칭점 상태(nominal point state) x_{nom}, \dot{x}_{nom} 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} x_{nom} &= x(t_{nom}) \\ \dot{x}_{nom} &= \dot{x}(t_{nom}) \end{aligned} \quad (16)$$

공칭점 상태와 상태변수를 이용하여 δx 를 다음과 같이 정의한다.

$$\delta x(t) = x(t) - x_{nom} \quad (17)$$

식 (17)의 양변을 미분하여 다음의 관계식을 얻는다.

$$\dot{\delta x}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_{nom} \quad (18)$$

δx 를 상태변수로 갖는 다음과 같은 상태방정식을 정의한다.

$$\dot{\delta x} = A\delta x + Bu \quad (19)$$

여기서 $\delta x \in R^n \times R^1$, $u \in R^p \times R^1$, $A \in R^n \times R^n$, $B \in R^n \times R^p$ 이다.

x 의 상태방정식이 x 에 대해 비선형이며 control affine일 경우 상태방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (20)$$

식 (17),(18),(20)을 이용하여 식 (19)의 A,B를 다음과 같이 결정한다.

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial x}u \quad (21)$$

$$B = g(x) \quad (22)$$

여기서 A,B는 x 에 대한 비선형함수(행렬)이다. 식 (19)를 파라미터화된 선형시스템 관점[3]의 선형시스템으로 다루기 위해 식 (21),(22)의 A,B를 공칭점 상태의 함수값으로 다음과 같이 재정의한다.

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_{nom}} + \frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{x=x_{nom}} u_{nom} \quad (23)$$

$$B = g(x_{nom}) \quad (24)$$

자코비언 행렬 J를 다음과 같이 정의한다.

$$J_{F(x)}(P) = \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=P} \quad (25)$$

자코비언 행렬을 이용하여 식 (23)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A = J_f(x_{nom}) + J_g(x_{nom})u_{nom} \quad (26)$$

식 (24),(26)을 식 (19)에 대입하여 상태변수 δx 에 대한 다음과 같은 선형 상태방정식을 얻는다.

$$\dot{\delta x} = \{J_f(x_{nom}) + J_g(x_{nom})u_{nom}\}\delta x + g(x_{nom})u \quad (27)$$

식 (27)은 식 (20)의 특정 공칭점에 대해 파라미터화된 선형 시스템(parameterized linear system)이다.

상태변수의 변화가 미소하다고 가정하여 구해진 선형 시스템은 식 (27)에서 x_{nom} 이 0으로 고정된 특수한 경우라는 것을 알 수 있다. 이 때 δx 는 x 와 같아진다. 이러한 선형시스템은 x 의 크기가 증가함에 따라 비선형시스템과의 모델특성 오차가 커진다. 하지만 x_{nom} 을 고정하지 않고 일정시간 이전의 상태로 매 시각 갱신하면 상태변수의 절대적 크기에 상관없이 비선형시스템과의 모델특성 오차를 바운딩 할 수 있다.

식 (27)의 제어입력 u 가 상태변수 δx 에 대해 다음과 같은 제어 성능을 갖는다고 가정한다.

$$\delta x \rightarrow \delta x_{ref} \quad (28)$$

제어 기준치 δx_{ref} 를 다음과 같이 정의하자.

$$\delta x_{ref} = x_{ref} - x_{nom} \quad (29)$$

식 (29)와 같이 제어 기준치를 설정할 경우 $\delta x \rightarrow \delta x_{ref}$ 를 유발하는 제어입력 u 에 대해 다음과

같은 효과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta x &\rightarrow x_{ref} - x_{nom} \\ x - x_{nom} &\rightarrow x_{ref} - x_{nom} \quad (\because \delta x = x - x_{nom}) \\ \therefore x &\rightarrow x_{ref} \end{aligned} \quad (30)$$

즉, 식 (20)으로 표현되는 비선형 시스템의 제어 성능이 식 (27)로 변형된 시스템의 제어를 통해 확보될 수 있다. 식 (27)은 기존의 다양한 선형 제어기법에 바로 적용이 가능하며 상태변수의 지나친 구속을 가정한 기존의 선형화 기법으로 유도된 선형 시스템에 비해 향상된 제어 성능을 보장한다. 또한 비선형 제어기법에 비해 적용이 간편하며 제어기 튜닝도 직관적으로 할 수 있다.

식 (27)을 이용하여 유도된 통합유도조종모델의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta\alpha} \\ \dot{\delta q} \\ \dot{\delta\theta} \\ \dot{\delta\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 1 & 0 & 0 \\ M_\alpha & M_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_1 & 0 & s_2 & s_3 \end{bmatrix} \bigg|_{x=x_{nom}} \begin{bmatrix} \delta\alpha \\ \delta q \\ \delta\theta \\ \delta\sigma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\delta_c} \\ M_{\delta_c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_c \quad (31)$$

여기서,

$$\begin{bmatrix} \delta\alpha \\ \delta q \\ \delta\theta \\ \delta\sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \\ \sigma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{nom} \\ q_{nom} \\ \theta_{nom} \\ \sigma_{nom} \end{bmatrix}, \begin{cases} s_1 = s_3 = \frac{V_m}{R} \cos(\theta - \alpha - \sigma) \\ s_2 = -\frac{V_m}{R} \cos(\theta - \alpha - \sigma). \end{cases}$$

2.2.2 IGC 모델의 가제어성 해석

식 (14)와 같이 설정된 통합유도조종 모델에 대해 식 (12)와 같이 설정된 기준치로의 제어가 가능한지 알아보기 위하여 가제어성 및 평형점 해석을 수행한다. 가제어성이 있는 시스템의 경우 유한시간 안에 모든 상태변수를 원하는 기준치 상태로 변환할 수 있으나 기준치로의 수렴은 보장하지 못한다. 만약 제어 기준치가 평형점이라면 해당 상태로의 수렴성까지 보장할 수 있다.

비선형시스템의 가제어성 해석은 Lie-bracket을 이용한 방법이 알려져 있다[4]. 본 논문에서는 Lie-bracket을 이용하여 비선형 통합유도조종모델에 대한 가제어성해석을 수행하였다. Lie-bracket을 이용하여 계산된 가제어성 행렬 C를 통해 비선형 시스템의 가제어성을 파악할 수 있다. 비선형 시스템이 특정 상태변수 x_0 에 대해 국소적으로 접근 가능(locally accessible)할 경우 행렬 C는 x_0 에 대해 full rank 이다. $\forall x_0 \in R^n$ 에 대해 C가 full rank이면 비선형 시스템은 가제어성을 갖는다. 통합유도조종모델의 경우 단일 입력의 4차 시스템이다. 이 때 가제어성 행렬은 4행 4열의 크기를 가지며 다음과 같이 계산되었다. 아래

의 계산결과에서 C_{ij} 는 행렬 C의 i 행 j 열 원소를 뜻한다. λ 는 $\lambda = \theta - \alpha - \sigma$ 로 정의하였으며 비행경로각과 시선각의 차이이다.

$$\begin{aligned} C_{11} &= Z_{\delta_c} \\ C_{12} &= -Z_\alpha Z_{\delta_c} - M_{\delta_c} \\ C_{13} &= Z_\alpha^2 Z_\delta + Z_\alpha M_{\delta_c} + M_\alpha Z_{\delta_c} + M_q M_{\delta_c} \\ C_{14} &= -Z_\alpha C_{13} - C_{23} \\ C_{21} &= M_{\delta_c} \\ C_{22} &= -M_\alpha Z_{\delta_c} - M_q M_{\delta_c} \\ C_{23} &= M_\alpha Z_\alpha Z_{\delta_c} + M_\alpha M_{\delta_c} + M_q M_\alpha Z_\delta + M_q^2 M_{\delta_c} \\ C_{24} &= -M_\alpha C_{13} - M_q C_{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{31} &= 0 \\ C_{32} &= -M_{\delta_c} \\ C_{33} &= -C_{22} \\ C_{34} &= -C_{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{41} &= 0 \\ C_{42} &= -\frac{V_m Z_{\delta_c}}{R} \cos\lambda \\ C_{43} &= -\frac{V_m Z_\alpha Z_{\delta_c}}{R} (\sin\lambda - \cos\lambda) + \frac{V_m^2 Z_{\delta_c}}{R^2} \\ C_{44} &= \frac{V_m}{R} \cos\lambda \left(Z_\alpha^2 Z_{\delta_c} \alpha^2 - Z_\alpha^2 Z_{\delta_c} - Z_\alpha M_\delta - \frac{V_m^2 Z_{\delta_c}}{R^2} \right) \\ &\quad - \frac{V_m Z_\alpha Z_{\delta_c}}{R} \left(q \sin\lambda - \frac{V_m}{R} \right) \end{aligned}$$

행렬 C의 1행에서 3행의 원소는 공력 미계수로만 이루어져 있으며 선형 독립이다. 그러므로 C의 랭크 결핍이 발생할 조건은 4행의 원소가 모두 0일 경우이다. C_{41} 은 0으로 고정되어 있고 C_{42} 은 λ 가 $\pi/2$ 일 때 0이 될 수 있다. 그러나 C_{43} 과 C_{44} 는 유도탄 속도 V_m 이 0이 되지 않는 이상 항상 0이 아닌 값을 갖는다. $V_m = 0$ 일 경우 동압이 0이 되므로 모든 공력 미계수의 값도 0이 된다. 이 때 C는 영행렬이 되므로 C의 랭크도 0이다. 유도탄은 비행중($V_m \neq 0$)이라는 가정 하에 통합유도조종 모델은 가제어성을 갖는다.

가제어성 행렬의 조건수(condition number)를 분석하면 제어효율 관점에서의 시스템 특성을 유추해 볼 수 있다. 조건수는 행렬의 특이값(singular value)중 가장 작은 값에 대한 가장 큰 값의 비율이다. C의 4행은 $V_m \neq 0$ 이어도 R 이 매우 크면 모든 원소가 0에 근접한 값을 가질 수 있다. 이때에도 C는 full rank 상태이지만 조건수는 매우 크게 증가한다. 가제어성행렬의 조건수가 커지는 것은 제어효율이 나빠짐을 뜻한다. 실제로 식 (14)에 의해 유도탄-표적간 거리 R 이 커질수록 $\dot{\sigma}$ 는 작아지기 때문에 특정한 시선각의

로의 제어가 신속하게 이루어지지 못한다. 조건수의 증가는 이러한 물리적 특성을 그대로 반영한다.

2.2.3 IGC 모델의 평형점 해석

가제어성을 갖는 시스템을 특정 제어기준치 상태로 수렴시키기 위해서는 해당 기준치가 평형점(equilibrium point)이어야 한다. 평형점은 제어 입력이 0일 때 $\dot{x}=0$ 을 유발하는 상태변수로 정의될 수 있다. 통합유도조종모델의 상태방정식인 식 (14)에서 δ_e 및 \dot{x} 를 0으로 설정하여 평형점 조건을 도출한다.

통합유도조종모델의 평형점을 x_{ep} 로 정의했을 때 x_{ep} 는 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$x_{ep} = [\alpha_{ep} \ q_{ep} \ \theta_{ep} \ \sigma_{ep}] \quad (42)$$

$$\alpha_{ep} = 0, \ q_{ep} = 0, \ \theta_{ep} = \sigma_{ep} \pm n\pi \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad (43)$$

유도조종의 기본적인 요구조건에 의해 도출된 제어 기준치인 식 (12)가 식 (43)를 만족한다. 이를 통해 통합유도조종모델은 안정적인 유도조종 성능을 발휘할 기본적인 요건을 갖고 있음이 확인되었다.

참고로 식 (43)에서 n 이 0또는 짝수일 경우는 유도탄이 표적을 향해 비행하는 상황이며 홀수일 경우는 표적을 등지고 비행하는 상황이다.

2.2.4 LQR 제어 기법

본 논문에서는 통합유도조종모델을 제어하는 기법으로서 LQR(Linear Quadratic Regulation) 제어기법을 택하였다. LQR 문제는 선형 상태방정식

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (44)$$

에 대한 최적 제어입력 u 의 상태되먹임 행렬 K 를 구하는 문제로 u 의 형태는 다음과 같다.

$$u(t) = -Kx(t) \quad (45)$$

식 (45)의 u 는 다음과 같은 가격함수를 최소화 한다.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (46)$$

여기서 Q, R 은 각각 상태가중행렬 및 제어입력가중행렬이며 모두 실수의 대칭행렬이다.

LQR 문제의 해를 구하는 방법은 다음과 같다. 먼저 아래의 대수 리카티 방정식을 P 에 관해 푼다.

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (47)$$

구해진 P 를 아래의 식에 대입하여 K 를 구한다[5].

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (48)$$

통합유도조종모델의 경우 피치각 및 시선각을 0이 아닌 특정값으로 추종하는 제어입력이 발생해야 하므로 식 (45)로 나타나는 제어입력을 그대로 적용할 수 없다. 이를 위해 다음의 정리를 이용한다.

정리 1. Δx 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta x = x - x_{ref} \quad (49)$$

x_{ref} 가 상태방정식 $\dot{x} = Ax + Bu$ 의 평형점일 경우 제어입력

$$u(t) = -K\Delta x(t) \quad (50)$$

는 다음과 같은 가격함수를 최소화 한다.

$$J = \int_0^{\infty} (\Delta x^T Q \Delta x + u^T R u) dt \quad (51)$$

식 (50)의 K 는 상태방정식 $\dot{x} = Ax + Bu$ 에 대한 LQR문제의 해로 구해진다.

정리 1의 증명

식 (49)의 양변을 시간에 대해 미분하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{\Delta x} &= \dot{x} - \dot{x}_{ref} = \dot{x} - 0 \\ \therefore \dot{x} &= \dot{\Delta x} \end{aligned} \quad (52)$$

식 (49),(52)를 이용하여 식 (44)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\Delta x} = A\Delta x + Bu + Ax_{ref} \quad (53)$$

상태방정식 (44)의 평형점은 제어입력이 0일 때 $\dot{x}=0$ 을 유발하는 상태변수로 앞 절에서 정의되었다. 그러므로 평형점인 x_{ref} 에 대하여 다음의 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} 0 &= Ax_{ref} + B \cdot 0 \\ \therefore Ax_{ref} &= 0 \end{aligned} \quad (54)$$

식 (53),(54)에 의해 Δx 의 상태방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\Delta x} = A\Delta x + Bu \quad (55)$$

식 (55)의 상태천이행렬 및 제어분산행렬이 식 (44)와 동일하므로 Δx 로 정의된 가격함수 (51)을 최소화하는 상태되먹임 행렬 K 는 상태방정식 $\dot{x} = Ax + Bu$ 의 LQR 문제의 해로서 구해진 K 와 동일하다. Q.E.D.

정리 1에 의해 조종입력 $u(t) = -K\Delta x(t)$ 는 Δx 를 0으로 레귤레이션 함을 알 수 있다. 이를

식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta x(t) = 0 \quad (56)$$

식 (49)에 의해 $x(t) = \Delta x(t) + x_{ref}$ 이므로

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta x(t) + x_{ref} \quad (57)$$

이다. $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta x(t) = 0$ 을 식 (57)에 대입하면

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_{ref} \quad (58)$$

가 됨을 알 수 있다. 식 (58)은 x 가 x_{ref} 로 레귤레이션 되는 것을 뜻한다.

통합유도조종모델의 경우 식 (44)의 A,B 행렬은 식 (36)에서 설정된 시스템 행렬을 사용하고 제어입력 계산을 위해 필요한 Δx 는 다음과 같이 계산한다.

$$\Delta x = \delta x - \delta x_{ref} \quad (59)$$

식 (17),(34)에 의해 $\delta x - \delta x_{ref} = x - x_{ref}$ 이므로,

$$\Delta x = x - x_{ref} \quad (60)$$

이다. 그러므로 식 (50)의 제어입력은 다음과 같이 계산된다.

$$u(t) = -K(x - x_{ref}) \quad (61)$$

III. 통합유도조종법칙의 성능 검증

3.1 유도조종장치의 성능척도 설정

유도조종장치의 성능을 나타내는 척도는 관점에 따라 여러 가지로 정의될 수 있다. 대표적인 성능척도는 유도오차(miss distance)이다. 유도오차는 표적과 유도탄이 가장 가깝게 접근했을 때의 상대거리로 정의될 수 있다. 입사각제어를 수행하는 유도탄의 경우 목표 입사각과 종말 비행 경로각의 차이로 정의된 입사각오차(impact angle error)도 성능척도로 생각될 수 있다. 또한 같은 연료량으로 보다 먼 거리의 표적을 타격할 수 있게 하는 제어에너지 효율도 유도조종장치의 중요한 성능척도로 고려할 수 있다. 본 논문에서는 이 세 가지 성능척도를 기준으로 SGC와 IGC의 성능을 비교하였다.

본 논문에서는 제어에너지 효율(control energy efficiency)을 평균 조종면 변위량으로 다음과 같이 정의한다.

$$E_{control}[\text{deg}] = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} \delta_e(t) dt \quad (62)$$

동일한 유도기하에서 유도오차 및 입사각오차 성능도 비슷할 경우 평균 조종면 변위량이 적을수록 제어에너지 효율이 높다고 할 수 있다.

3.2 유도탄 및 구동기 모델

본 논문에서 사용된 유도탄 모델은 휴대용 단거리 전술 유도탄이며 간략한 제원은 표 1과 같다[6].

표 1. 유도탄 제원

최대 속도	240m/s
최대 사거리	3,200m
무게	2.5kg(탄두 1kg)
길이/직경	63.5cm/5.72cm

구동기 모델은 이차시스템으로 가정 하였으며 전달함수는 아래와 같다.

$$G_{act}(s) = \frac{\omega_a^2}{s^2 + 2\zeta_a \omega_a s + \omega_a^2}, \zeta_a = 0.6, \omega_a = 2\pi \cdot 25 \text{rad/sec} \quad (63)$$

구동기 변위 한계는 $\pm 25^\circ$ 이다.

3.3 시뮬레이션 블록 구성

3.3.1 SGC의 시뮬레이션 블록

그림 4에 SGC의 일반적인 가속도제어루프를 도시하였다[7]. 가속도 명령 a_z^{com} 은 다음의 입사각제어 유도법칙으로 산출된다[8].

$$a_z^{com} = N_\gamma V_M \dot{\sigma} + \frac{N_f V_M^2}{R} (\sigma - \sigma_f) \quad (64)$$

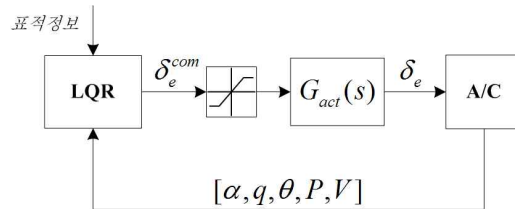


그림 4. 시뮬레이션을 위한 IGC의 구성

항법상수 N_γ, N_f 는 각각 4와 2로 설정되었다. 이 경우 식 (64)는 제어에너지 최적 유도법칙이 된다. $S_{(rg)}$ 은 각속도계 민감도(rate gyro sensitivity)이며 $S_{(amp)}$ 는 증폭기 민감도(amplifier sensitivity)이다.

3.3.2 IGC의 시뮬레이션 블록

그림 5에 LQR 기반 통합유도조종법칙의 시뮬레이션 블록 구성을 도시하였다. 그림 5에서 P 는 유도탄 위치, V 는 유도탄 속도이다.

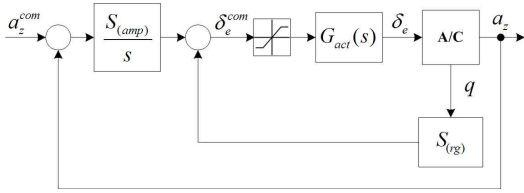


그림 5. SGC의 가속제어루프

IGC와 SGC에서 사용되는 상태변수의 형평성을 위하여 SGC에 α 를 피드백 하는 루프의 추가를 고려해 볼 수 있다. 그러나 시뮬레이션 결과 α 루프가 SGC의 성능 개선에 끼치는 영향이 미미함을 확인하였다. IGC의 경우에도 α 가 쓰이는 주된 목적은 α 를 포함하는 상태변수의 현재 측정치를 통해 미래의 상태를 예측하고 이를 제어명령 계산에 활용하는 데 있다. 이러한 이유로 α 루프를 도입하지 않은 SGC라도 IGC와의 비교가 충분한 의미를 가진다고 판단하였다.

3.4 파라미터 설정 전략

SGC 및 IGC를 사용하기 위해 필요한 파라미터들은 표 2와 같다. 여기서 Q_v 는 대각행렬 Q의 대각원소로 이루어진 벡터이다.

표 2. SGC 및 IGC의 파라미터

SGC 파라미터	$S_{(rg)} \in R, S_{(amp)} \in R$
IGC 파라미터	$Q_v \in R^4 \times R^1, R \in R$

SGC와 같은 고전제어 기법의 제어성능은 $S_{(rg)}, S_{(amp)}$ 와 같은 되먹임 이득에 매우 민감하게 변화한다. 일반적으로 다중 루프의 되먹임 이득 튜닝은 안정성과 조종성을 적절히 배분하기 위하여 설계자의 경험에 크게 의존한다. 본 논문에서는 이러한 임의성을 배제하고 IGC와의 객관적인 성능 비교를 위하여 되먹임 이득 자동 설정 기법을 도입하였다. 이 기법은 가격함수인 유도오차를 최소로 하는 최적의 $S_{(rg)}, S_{(amp)}$ 를 찾아내는 것을 목적으로 한다. 최적의 $S_{(rg)}, S_{(amp)}$ 는 특정 유도기하에서의 전수검사기법으로 구하였다. LQR의 제어성능은 상태가중행렬 Q 및 제어 입력가중행렬 R에 대해 상대적으로 둔감하기 때문에 별도의 튜닝기법을 도입하지 않았다.

3.5 수치 시뮬레이션 조건

고정 표적에 대하여 유도탄과 표적간 상대거리 R, 유도탄 초기 비행경로각 γ_0 , 목표 입사각

γ_f 을 달리하여 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 유도 및 제어에 필요한 정보의 측정치 잡음은 고려하지 않았다. 유도탄의 표적 격추 성공여부는 유도오차가 3m 이내일 때로 설정했으며 이보다 클 경우에는 격추 실패로 간주하였다. 유도탄의 속도는 170m/s로 설정하였다.

3.6 시뮬레이션 결과 및 고찰

모든 조건에 대한 시뮬레이션 결과를 그림 11, 12에 나타내었다. 그림 11은 표적격추영역 및 입사각오차를 도시한 결과그래프이며 해당 조건의 좌표에 나타난 색상이 밝을수록 작은 입사각오차가 산출되었음을 뜻한다. 그림 12는 표적격추영역 및 제어에너지 효율을 도시한 결과그래프이며 해당 조건의 좌표에 나타난 색상이 밝을수록 제어에너지 효율이 좋음을 뜻한다.

3.6.1 격추 영역 및 입사각오차 고찰(그림 11)

상대거리가 100m에서 700m까지 변화하는 모든 조건에 있어 IGC가 훨씬 넓은 격추 영역(capture region)을 갖는 것을 볼 수 있다. 상대거리가 100m인 경우에 SGC는 γ_0 와 γ_f 가 0인 직선방향으로의 표적 격추만 가능한 반면 IGC는 좀더 넓은 격추영역을 갖는다. 단, 위낙에 큰 가속도 기동이 요구되기 때문에 IGC도 입사각 오차에 있어서는 좋지 않은 성능을 보인다.

$R_0 = 700m, \gamma_0 = -40^\circ, \gamma_f = 0^\circ$ 인 경우의 상태변수 및 제어입력 궤적을 그림 6, 7에 나타내었다. IGC의 경우 시뮬레이션 시작 직후부터 구동기 포화를 충분히 활용하여 표적의 타격에 성공

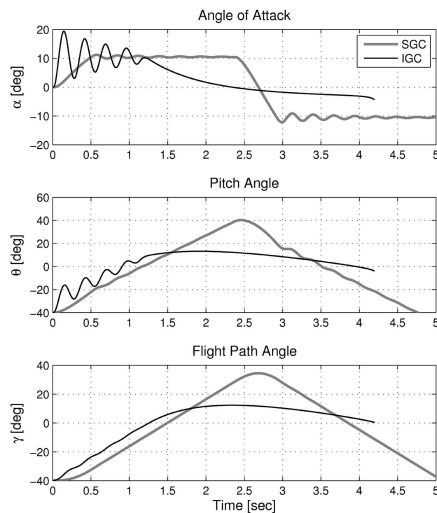


그림 6. $R_0 = 700m, \gamma_0 = -40^\circ, \gamma_f = 0^\circ$ 의 받음각, 피치각, 비행경로각

하였다. 반면 SGC는 시뮬레이션 초반의 기동능력을 충분히 활용하지 못하였는데 이는 상대적으로 느린 시간(약 0.5초)에 구동기 포화가 일어나는 것으로 확인할 수 있다. SGC는 IGC에 비해 받음각을 안정적으로 유지하는 성능은 뛰어나지만 결과적으로 표적의 격추에는 실패하였다. SGC의 유도명령인 a_z^{com} 은 유도탄이 표적을 지나쳤기 때문에 시뮬레이션 후반부에 발산함을 알 수 있다. SGC와 IGC가 적용된 비행 궤적을 그림 8에 도시하였다.

SGC의 경우 항법상수를 적절히 키움으로써 유도오차가 극단적으로 커지는 것을 방지할 수 있다. 그러나 SGC에서 항법상수의 크기를 변화시키는 문제는 PID(Proportional, Integral and Derivative) 제어기의 비례이득, 미분이득을 튜닝

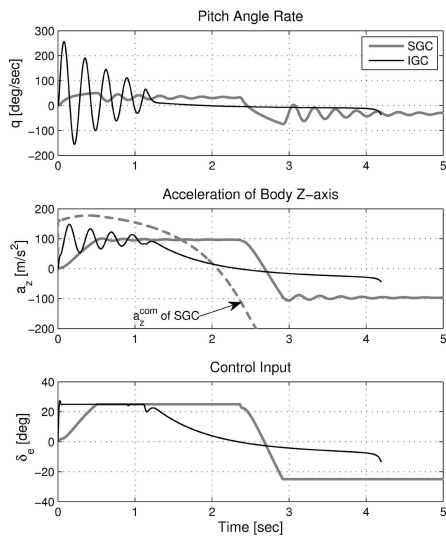


그림 7. $R_0 = 700m$, $\gamma_0 = -40^\circ$, $\gamma_f = 0^\circ$ 의 피치각속도, 가속도, 제어입력

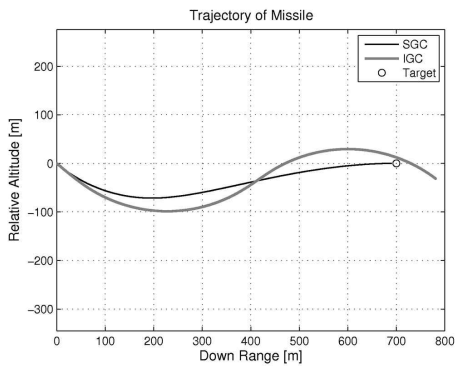


그림 8. $R_0 = 700m$, $\gamma_0 = -40^\circ$, $\gamma_f = 0^\circ$ 의 유도탄 궤적

하는 문제와 흡사한 한계에 부딪힌다. SGC의 유도루프를 가속도 오차를 피드백 받아 유도오차 및 입사각오차를 줄이는 PID 제어기로 봤을 때 입사각 오차가 들어간 바이어스 항의 항법상수 N_γ 는 비례이득, 시선각속도에 곱해진 항법상수 $N_\dot{\gamma}$ 는 미분이득으로 환원할 수 있다. 그러므로 미분이득인 $N_\dot{\gamma}$ 를 키울 경우 유도명령이 탐색기 측정치 잡음에 매우 민감하게 변화하게 되어 결과적으로 유도성능의 저하를 초래할 수 있다. 항법상수에 따른 유도성능의 변화는 본 논문의 범위를 벗어나므로 따로 고찰하지 않는다.

3.6.2 제어에너지 효율 고찰(그림 12)

상대거리가 100m에서 700m까지 변화하는 모든 조건에 있어 SGC와 IGC의 격추영역 편차가 매우 큰 이유는 앞 절에서 고찰하였다. 격추가 성공한 경우의 제어에너지 효율을 비교해 보면 IGC의 제어에너지 효율이 SGC에 비해 전체적으로 우수함을 알 수 있다. 이것은 SGC의 경우 구동기 포화상태가 평균적으로 더 오래 지속되기 때문에 나타나는 경향이다. 하지만 초기 상대거리가 점점 멀어질 경우 SGC와 IGC의 유도성능 차이가 줄어들며 초기 상대거리가 1300m 이상이면 SGC와 IGC가 거의 동일한 유도성능을 보여준다.

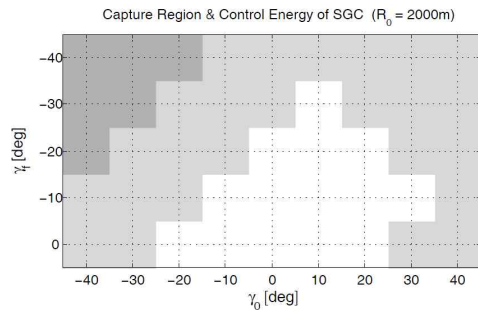


그림 9. $R_0 = 2000m$ 에서 SGC의 제어에너지 효율

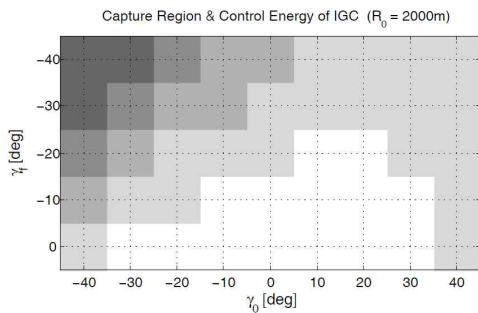
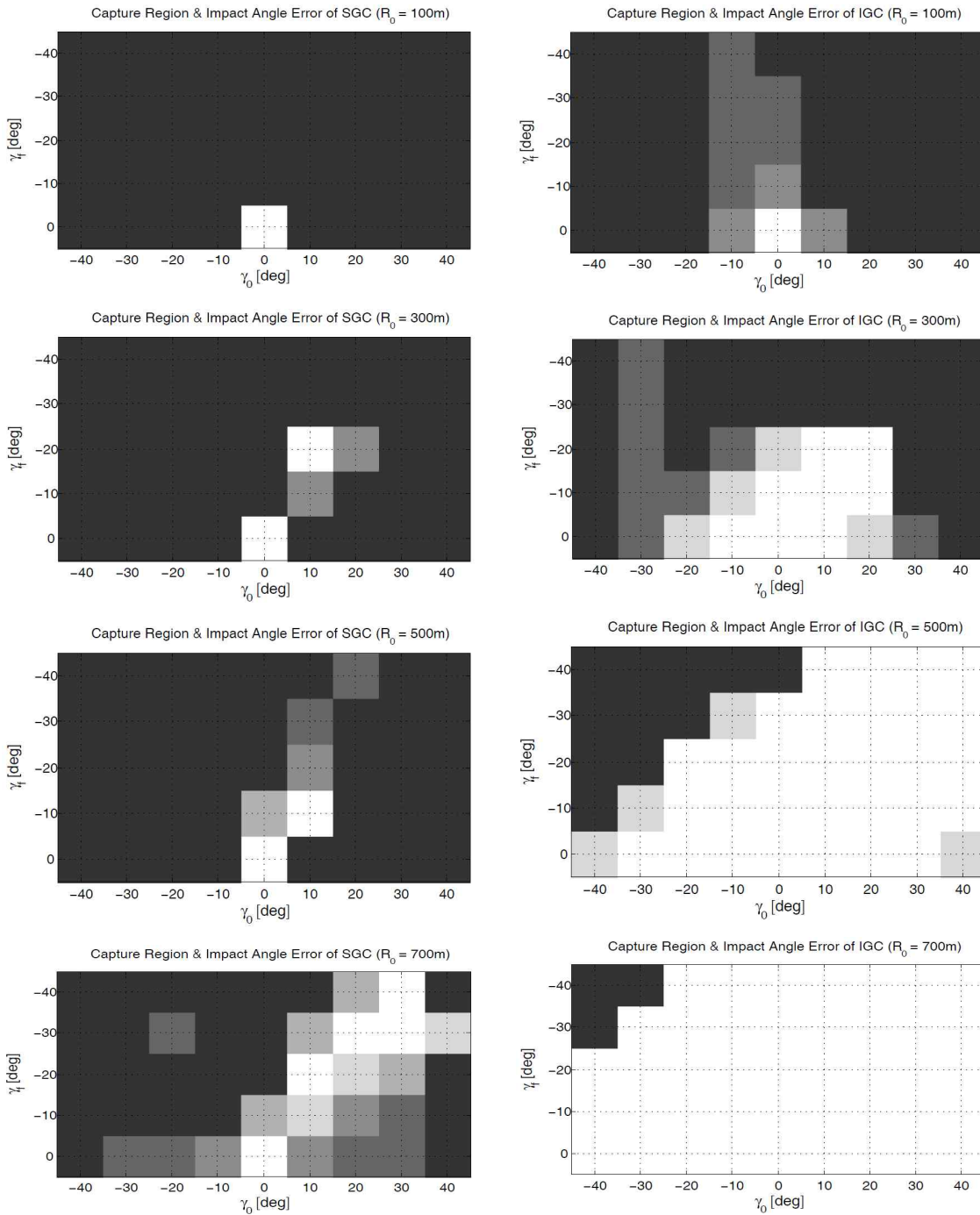


그림 10. $R_0 = 2000m$ 에서 IGC의 제어에너지 효율

분리형 유도제어루프 적용

통합유도제어법칙 적용

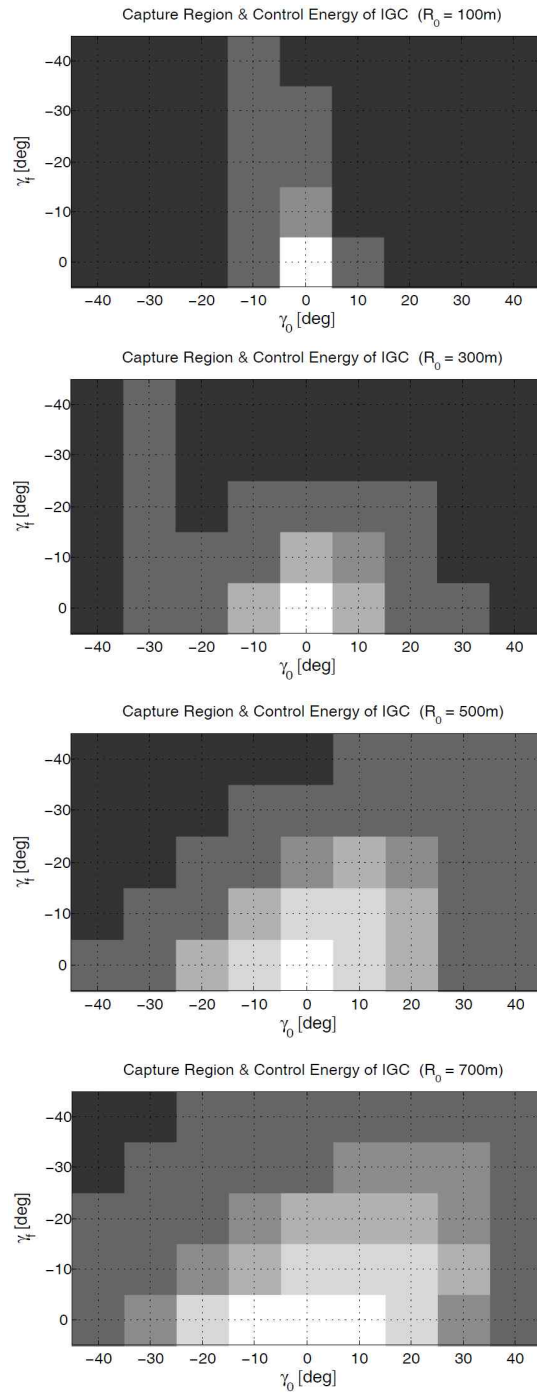
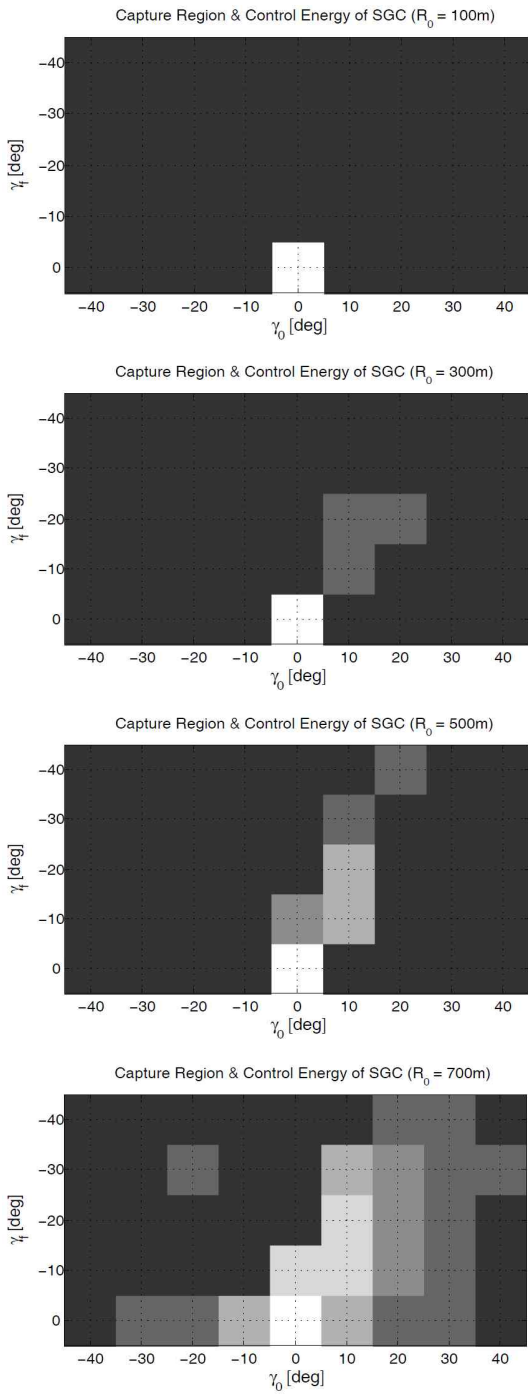


색 상						
입사각오차 (deg)	0~2°	2~4°	4~6°	6~8°	8~10°	격추 실패

그림 11. γ_0 및 γ_f 에 따른 격추 영역 및 입사각오차

분리형 유도제어루프 적용

통합유도제어법칙 적용



색 상						
제어에너지 효율(deg)	0~5	5~10	10~15	15~20	20~25	격추 실패

그림 12. γ_0 및 γ_f 에 따른 격추 영역 및 제어에너지 효율

$R_0 = 2000m$ 일 때의 SGC와 IGC의 제어에너지 효율을 그림 9와 10에 나타내었다. SGC와 IGC 모두 모든 γ_0 와 γ_f 에 대해 표적을 격추했음을 알 수 있다. 이 경우 거의 전 영역에 있어 SGC의 제어에너지 효율이 IGC에 비해 우수하다. 이런 현상이 발생하는 이유는 상대거리가 먼 유도기하의 경우 교전중 소모되는 전체 제어에너지 중 받음각 안정화와 같이 조종성능을 확보하기 위해 소모된 에너지의 비율이 상대적으로 줄어들기 때문이다. 초기 상대거리가 멀어질 경우 거시적 관점에서의 유도탄 거동은 대부분의 유도법칙이 가정한 이상적인 질점 동역학과 점점 근사해 진다. 이 경우 식 (64)와 같은 제어에너지 최적 유도법칙이 실제로 제어에너지 소모에 있어 최적성을 제공해 줄 수 있다. 그러므로 초기 상대거리가 매우 멀어서 제어에너지의 효율적 사용이 중요한 플랫폼인 경우 유도 초, 중반의 IGC 도입은 무의미함을 알 수 있다. 종말 유도에서의 IGC 도입 여부는 표적의 기동성능을 고려하여 결정하면 된다.

IV. 결 론

1990년대 초반에 처음 IGC의 개념이 등장한 이래 아직까지 IGC가 제대로 활용되지 못하고 있는 이유는 SGC에 대비한 IGC의 성능 및 특성이 정확히 제시되지 않은 이유가 크다. 본 논문은 입사각제어가 가능한 독창적 형태의 통합유도 조종법칙을 제안하고 그 특성과 성능을 상세하게 고찰하였다는 데 의의를 갖는다. 이동표적 및 노이즈를 포함한 상태변수 추정치의 고려는 추후 연구를 통하여 보완할 계획이다.

후 기

이 논문은 정부(교육과학기술부)의 재원으로

한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업입(No. KRF-2007-331-D00085).

참고문헌

- 1) C. F. Lin, Q. Wang, J. L. Speyer, J. H. Evers, and J. R. Cloutier, "Integrated estimation, guidance, and control system design using game theoretic approach", Proceedings of the American Control Conference, Chicago, USA, 1992, pp. 3220-3224.
- 2) N. F. Palumbo, B. E. Reardon, and R. A. Blauwkamp, "Integrated guidance and control for homing missiles", Johns Hopkins APL Technical Digest, Vol. 25, No. 2, 2004, pp. 121-139.
- 3) J. Wang, and W. J. Rugh, "Parameterized Linear Systems and Linearization Families for Nonlinear Systems", IEEE tr. on Circuit and Systems, vol. CAS-34, no. 6, pp. 650-657, 1987.
- 4) J. K. Hedrick, "Controllability and Observability of Nonlinear Systems", Lecture Note, 2005.
- 5) K. Ogata, "Modern Control Engineering", 4th edition, Prentice Hall, 2001.
- 6) 박미현, 윤중섭, 유창경, "휴대용 전술유도무기 형상설계", 한국항공우주학회 2008년도 춘계학술발표회 논문집, pp. 270-273, 2008년 4월.
- 7) J. H. Blakelock, "Automatic Control of Aircraft and Missile", 2nd edition, Wiley, 1991.
- 8) C. K. Ryoo, H. Cho and M. J. Tahk, "Time-to-go Weighted Optimal Guidance Law with Impact Angle Constraints", IEEE tr. on Control Systems Technology, vol. 14, no. 3, pp. 483-492, 2006.