

## 선형 제한 조건의 최적 가중 벡터에 대한 연구

신 호 섭\*

### A Study on the Optimum Weight Vector of Linearly Constrained Conditions

Hosub Shin\*

#### 요 약

본 논문에서는 적응 배열 안테나 시스템에서 간섭 및 제밍 신호를 제거하기 위해서 최적 가중 벡터를 연구하였다. 최적 가중 벡터는 선형 제한 조건에서 최소 분산 알고리즘과 비용함수를 적용시켜 구하였고, 목표물의 신호를 정확히 추정하였다. 적응 배열 안테나 시스템은 간섭 및 제밍전력을 감소시키고 신호대 잡음비를 향상시키는 시스템이다. 적응 배열 안테나 시스템은 각 안테나 배열 소자의 출력이 탭(Tap)을 거쳐 지연되고 각 탭에 복소 가중치가 곱해져서 최종적으로 하나의 복합신호를 만든다. 최적의 가중치를 구하기 위해서 본 논문에서는 입력 공분산 행렬의 최적 가중벡터를 이용하였다. 본 논문에서 제안된 알고리즘으로 모의 실험한 결과 분해능은  $3^\circ$  이하로 향상되었으며 부엽은 약 10 dB 감소하였음을 입증하였다.

▶ Keyword : 가중 벡터, 제한 조건, 비용함수, 최적 분산

#### Abstract

The optimum weight vector is studied to remove interference and jamming signals in adaptive array antenna system. The optimum weight vector is calculated to apply a minimum variance algorithm and cost function in linearly constrained conditions, and accurately estimates target's signal. Adaptive array antenna system is the system which improves signal to noise ratio(SNR) and decreases interference and jammer power. Adaptive array antenna system delays at tap output of antenna array element. Each tap finally makes the complex signal of one in multiplier complex weight. In order to obtain optimum's weight calculation, optimum weight vector is used in this paper. After simulation, resolution is increased below  $3^\circ$ , and sidelobe is decreased about 10 dB.

▶ Keyword : Weight vector, Constrained condition, Cost function, Optimum variance

• 제1저자 : 신호섭

• 투고일 : 2010. 08. 03, 심사일 : 2010. 08. 26, 게재확정일 : 2010. 09. 06.

\* 군산대학교 전파공학과 부교수(Dept. of Radio-Communication Engineering, Kunsan National University)

※ 이 논문은 2009학년도 군산대학교 대학자체 학술공모과제 연구비 지원에 의하여 연구되었음(This paper was supported by research funds of Kunsan National University)

## 1. 서론

21세기에 와서 유무선 정보통신기술의 비약적인 발전으로 많은 응용서비스가 인류의 편의를 위해 제공되고 있으며 [1][2], 안테나는 무선통신시스템의 최종단에 위치해서 전파를 송신하고 수신하는 데 사용하는 부품으로써 꼭 필요하다. 적응 배열 안테나 시스템은 배열 안테나와 시공간 적응처리(STAP : Space Time Adaptive Processing)기술을 이용하여 특정 방향으로 입사되는 간섭신호를 제거할 수 있다. 적응 배열 안테나 시스템의 빔형성(beamforming)은 공간 널(Spatial null)방식과 공간 빔형성(spatial beamforming)방식으로 나눌 수 있다[3][4]. 공간 널방식은 간섭신호가 입사하는 방향으로 안테나 패턴의 이득을 최소화시키는 방식이며 구현이 간단하다. 공간 빔형성 방식은 간섭신호가 입사하는 방향으로 안테나 패턴의 이득을 최소화시키는 동시에 빔형성을 하여 이득을 높이기 위한 방식이다. 공간 빔형성 방식은 공간 널방식에 비하여 간섭제거 특성이 우수하지만, 정보를 외부로부터 받아야 하고 알고리즘 구현이 복잡해지는 단점이 있다[5][6].

간섭신호제거에 사용되는 적응배열 신호처리(Adaptive Array Signal Processing)방법은 많은 분야에서 연구되었다.

Frost는 표적신호에 대한 단위 이득을 유지하거나 일정한 이득을 갖도록 하여 선형 제한 조건(linear constraints)을 갖는 기법을 연구하였다[7].

Griffiths은 GSC(Generalized Sidelobe Canceller)를 연구하였다. 이방법은 선형 제한 조건을 갖는 최소분산(Minimum Variance)알고리즘이 제한조건을 갖지 않도록 하는 방법이다[8].

본 연구에서는 선형 제한 조건을 갖는 최소분산 알고리즘을 이용하여 다중 간섭신호를 제거하기 위한 최적의 가중벡터를 연구하였다. 최적의 가중벡터는 최소분산알고리즘에 비용함수를 적용시켜 구하였다. 또한 제머의 특성에 대처하기 위해서 자유도(DoF : Degree of Freedom)를 구하였다.

본 논문의 2장에서는 선형 제한조건 분산 알고리즘에 대해서 서술하고, 3장에서는 다중 간섭신호를 제거하기 위한 최적의 가중벡터 알고리즘을 제안하였다. 4장에서는 모의실험을 통하여 알고리즘을 분석하였고, 마지막으로 5장에서는 결론을 내렸다.

## II. 선형 제한조건 분산 알고리즘

특정 입력 신호벡터를 위해 최대이득을 가지는 고정 안테나 배열은 안테나의 위치와 입력신호의 방위각, 고각 정보가 주어진 상태에서 안테나 배열의 가중치를 구할 수 있다. 이와같은 방법의 배열 이득 패턴은 원하는 방향으로 최대 크기 신호

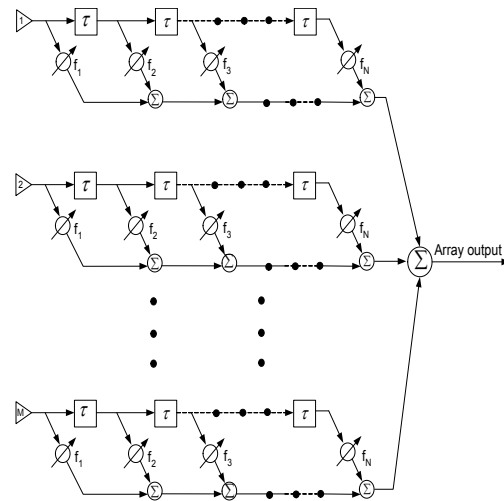


그림 1. 시공간적응처리 구조  
Fig. 1. STAP Algorithms Block

를 얻을 수 있으나 배열의 부엽(sidelobe)과 널(null)이 제거되지 않기 때문에 간섭신호에 취약하게 된다. 시공간 적응처리는 고정 안테나 배열의 단점을 보완하고 진보된 방법이다. 시공간 적응처리 알고리즘은 간섭 및 재머전력을 감소시키고 신호대 잡음비를 향상시키는 방법이다. 시공간적응처리 알고리즘은 각 안테나 배열 소자의 출력이 탭(Tap)을 거쳐 지연되고 각 탭에 복소가중치가 곱해져서 최종적으로 하나의 복합신호를 만드는 방법이다[9].

그림 1은 시공간 적응처리구조이다. 시공간 적응 처리 알고리즘은 원하는 신호와 특정한 방향의 신호성분에 원하는 응답을 유지시키면서 시스템의 분산을 최소화하는 것이다. 지향방향으로 들어오는 신호에 대해서 일정한 주파수 필터링을 유지시키기 위해서 N개의 제한 조건을 갖는다고 가정한다. 선형 제한 조건을 갖는 출력 분산을 최소화하는 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다[10][11][12].

$$\underset{w}{\text{Minimize}} \quad w^H R_{xx} w \quad \text{subject to } C^H w = f \quad (1)$$

여기서  $R_{xx}$ 은 공분산 행렬,  $f$ 는 제한 조건 행렬의 지향방향 주파수응답 열벡터,  $w$ 는 가중치,  $C$ 는 제한 조건 행렬로서  $MN \times N$ 차원을 갖는다.  $M$ 은 배열 소자 개수,  $N$ 은 시공간 적응처리의 탭 개수이다. 제한 조건 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = [c_1, c_2, \dots, c_N] \quad (2)$$

여기서,  $c_i (i=1, 2, \dots, N)$ 는  $MN \times 1$ 차원의 열벡터이다. 빔형성기의 출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^N w_i^H x(t-i) \quad (3)$$

여기서  $x(t)$ 는 입력 신호벡터,  $(\cdot)^H$ 는 복소공액 전치 행렬이다. 입력 신호벡터의 신호성분에 대한 빔형성기의 출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_s(t) = \sum_{i=1}^N w_i^H x(t-i) \cdot 1 \quad (4)$$

$f(i) = w_i^H \cdot 1$ 이라하면  $y_s(t)$ 는 1개의 탭 지연 형태를 갖는 FIR필터 출력으로 생각할 수 있으며 그림 1에서 각 탭에서의 계수들의 합으로서 빔형성기 단일 탭지연의 프로세서로 볼 수 있다. 가중치는 라그랑지 곱셈자(Lagrange Multiplier)방법을 이용하여 구할수 있으며  $N \times 1$ 차원을 갖는 라그랑지 곱셈자( $\lambda$ )를 제한 조건 함수와 결합시켜 비용 함수(cost function)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$CF(w) = w^H R w + \lambda^T (C^H w - f) \quad (5)$$

식(5)에서 양변에 그레디언트(gradient)를 취하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla_w CF(w) = 2Rw + C \lambda \quad (6)$$

$$W_{opt} = -R^{-1} C \lambda \quad (7)$$

식(7)에서 공분산 행렬이 존재하고 제한 조건을 만족하는 최적 가중벡터를 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다[7].

$$W_{opt} = R^{-1} C (C^H R^{-1} C)^{-1} f \quad (8)$$

출력전력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P = C^H (C R^{-1} C^H)^{-1} f \quad (9)$$

적응배열 안테나의 간섭 및 재밍에 대한 알고리즘은 기본적으로 최적해의 유도식을 이용하며 크게 MSIR(Maximum Signal to Interference Ratio)방법과 LMS(Least Mean Square)방법이 있다[13]. MSIR방법은 신호 상관행렬을 추정한 후 제한조건 수식에서 특정방향으로 이득을 보존하기 위해 조향벡터(Steering vector)를 고려하여 가중벡터를 계산하는 방법이다. 이때 최적 가중 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다[14].

$$W_{MSIR\_opt} = \frac{R^{-1} S_V}{S_V^H R^{-1} S_V} \quad (10)$$

여기서  $S_V$ 는 조향벡터이다. MSIR방법은 간섭 및 재밍능력에 대한 성능이 높지만 배열 안테나의 자세 및 위치 정보가 필요하며 여러개의 출력을 취급해야 한다. 최적 가중 벡터는 제한 조건을 유지하는데  $N$ 개의 자유도(degree of freedom)을 나타내고, 나머지  $MN - N$ 개의 자유도를 가지고 출력 전력을 최소화 한다. 식(7)의 최적 가중 벡터가 제한 조건을 만족하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C^H W_{opt} = -C^H R^{-1} C \lambda \quad (11)$$

라그랑지 곱셈자는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda = -(C^H R^{-1} C)^{-1} f \quad (12)$$

식(12)를 식(7)에 대입하면 식(8)과 같은 최적의 가중 벡터를 나타낼 수 있다. 식(8)에서 최적 가중 벡터에 가우스

안 백색 잡음만 입사된다면 입력 공분산 행렬이 단위행렬이 되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_t = C(C^H C)^{-1} f \tag{13}$$

즉  $w_t$ 는 빔형성기의 가중 벡터를 나타내며 입력신호가 상관관계가 없는 백색잡음만이 존재하는 가중 벡터이다. 결국 최적 가중 벡터는 직교 벡터( $w_c$ )와 제한 조건 부공간 벡터로 나타낼 수 있다. 직교벡터는 제한 조건 부공간으로 투영시켜 수직한 성분을 제거한 벡터로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_c = P_o W_{opt} \tag{14}$$

여기서  $P_o$ 는 투영 연산자로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_o = I - C(C^H C)^{-1} C^H \tag{15}$$

$I$ 는 단위행렬이다.

### III. 최적 가중벡터 알고리즘

선형 제한 조건을 갖는 최소 분산 알고리즘은 두가지 형태로 나눌 수 있다. 첫 번째는 직접형태의 방법이고, 두 번째는 선형 제한 조건을 갖지 않는 형태로서 직접 형태를 수식적으로 다르게 표현한 방법이다. 두 번째 방법은 여러 가지 수식으로 유도할 수 있어 선형 제한 조건을 갖는 최소 분산 알고리즘을 여러 형태로 변형이 가능하다. 그림 2는  $N$ 개의 제한조건을 갖는 등가 가중 벡터로서 최적 가중 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_{opt} = w_t - w_s w_a \tag{16}$$

여기서  $w_s$ 는  $(MN - N) \times MN$ 의 차원으로 표적신호를 차단하고 데이터 벡터의 차원을 감소시키는 신호 차단 행렬(signal blocking matrix)로서 행렬의 각 행 벡터는 선형독립이어야 하고,  $w_s$ 는 제한 조건 행렬과 직교해야 된다.

$w_a$ 는 입력 데이터에 의해 결정되는  $(MN - N) \times 1$ 를 갖는 적응 가중벡터로서 그림 2에서 상단과 하단의 출력 분

산을 최소화하도록 동작시키는 벡터이며 이 값은 제한 조건이 만족된 후 자유도를 가지고 결정된다. 선형 제한 조건을 갖는 빔형성기법이 제한 조건을 갖지 않는 수식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min_{w_a} [(w_t - w_s w_a)^H R_{xx} (w_t - w_s w_a)] \tag{17}$$

식(17)에서 비용함수를 이용하여 적응 가중벡터( $w_a$ )를 구하고자 한다. 적응 가중벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$CF(w) = (w_t - w_s w_a)^H R_{xx} (w_t - w_s w_a) \tag{18}$$

$$\begin{aligned} &= w_t^H R_{xx} w_t - w_t^H R_{xx} w_s w_a - w_a^H w_s^H R_{xx} w_t \\ &\quad + w_a^H w_s^H R_{xx} w_s w_a \end{aligned} \tag{19}$$

식(19) 양변에 그래디언트를 취해서 영으로 놓으면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla_w CF(w_a) = 0 = -2w_t^H R_{xx} w_t + 2w_s^H R_{xx} w_s w_a \tag{20}$$

식(20)의 최적 적응벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_{a_{opt}} = (w_s^H R_{xx} w_s)^{-1} w_t^H R_{xx} w_t \tag{21}$$

식(21)을 식(16)에  $w_a = w_{a_{opt}}$ 를 이용하여 대입하면 시공간 적응 처리 시스템에서 최적의 가중벡터를 구할 수 있다. 이러한 시공간 적응 처리 알고리즘의 자유도는 기본적으로 가중 벡터의 수에서 제한 조건 수를 뺀 것으로 공간 널링을 수행하는 공간 널링(Spatial Nulling) 알고리즘의 자유도인  $M - 1$ 을 지연 탭의 수인  $N$ 배로 확장하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

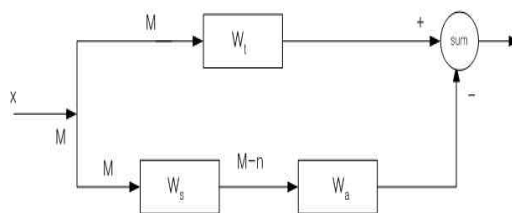


그림 2 부엽 제거기 알고리즘  
Fig. 2 Sidelobe canceller algorithm

$$DoF_{STAP} = MN - 1 \quad (22)$$

시공간적응처리 시스템 알고리즘은 자유도가  $N$ 배 확장되어 1개의 자유도를 소모하는 제머에 견고하다.

#### IV. 시뮬레이션

적용 배열 안테나로부터 입력된 신호를 시간 및 공간적으로 신호 처리하는 시공간 적응처리 알고리즘은 공간적으로 신호를 시간영역으로 확장하여 자유도를 확장시킨 개념이다. 본 논문에서는 이러한 개념을 이용하여 최소 분산 알고리즘의 적응벡터와 비유함수를 이용하여 최적 적응 벡터를 구하였다. 시공간 적응처리 알고리즘에서 탭의 개수가 많으면 신호대잡음비를 향상시킬수 있지만 계산량이 복잡해지는 단점이 있다. 시공간 적응 처리 알고리즘은 상관행렬(correlation matrix)을 추정하기 위해서 안테나 입력값  $H$ 개의 평균화 과정이 필요하다. 이때의 조건은  $H > 4MN$ 이다. 이 조건이 만족하도록 설계하면 시공간 적응처리 알고리즘의 간섭제거 능력이 아날로그/디지털변환기(ADC)의 다이내믹 레인지(Dynamic range)가 보장되는 레벨까지 간섭신호 제거가 가능하다. 또한 아날로그/디지털변환기의 비트(bit)수에 따라 시공간 적응처리 알고리즘의 간섭제거 능력이 비례하여 아날로그/디지털변환기의 비트수가 많을수록 간섭의 제거 능력이 높다. 그림 3은 신호대 잡음비를 증가시키면서 신호의 평균전력을 나타낸 그래프이다. 신호대 잡음비가 증가되면서 위상에 따른 평균 전력이 일정하게 나타나는 것을 알 수 있다.

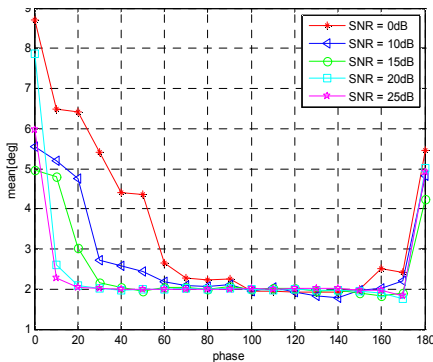


그림 3. 신호대잡음비에 따른 신호 평균  
Fig. 3. Signal mean against SNR

그림 4는 본 논문에서 제안한 최적 가중 벡터를 이용해서 부엽을 감소시킨 그래프이다. 그림 4에서 일반적인 알고리

즘의 부엽은 약 -20 dB이지만 본 논문에서 제안한 알고리즘 부엽은 -30 dB를 나타내고 있어서 약 10 dB의 부엽을 감소시켰다. 일반적으로 부엽을 제거하기 위해서는 여러 가지 방법의 부엽제거방법이 있지만 본 논문에서 제안한 방법은 신호의도래방향 오차를 최대한 줄이면서 부엽을 제거하는 알고리즘 이다.

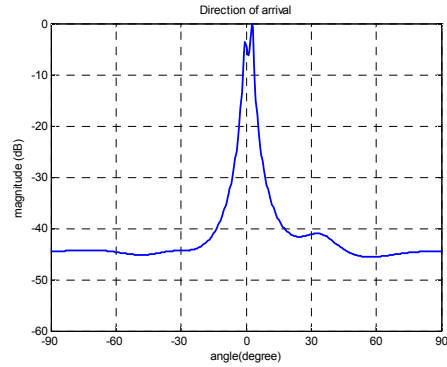


그림 4. 위상에 따른 빔패턴  
Fig. 4. Beam pattern against phase

그림 5와 그림 6은 입사신호가 2개일 경우에 도래방향(DOA : Direction Of Arrival)을 추정한 결과이다. 수신 신호의 입사 방향은  $[0^\circ, 3^\circ]$ 이다. 그림 5에서는 두개의 신호가 나타나지 못하였다. 즉 분해능이  $3^\circ$  이상인 것을 알 수 있다. 그림 6은 본 논문에서 제안한 최적 가중 벡터를 이용하여 두개의 신호를 추정한 결과이다.  $[0^\circ, 3^\circ]$ 에서 두개의 신호를 정확히 추정하였으며 분해능 또한  $3^\circ$  이하인 것을 알 수 있다. 본 논문에서 제안한 알고리즘이 도래방향을 정확히 추정하였으며 분해능도 향상된 것을 알 수 있다.

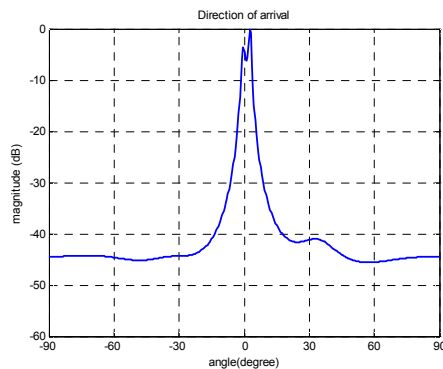


그림 5. 위상에 따른 도래방향추정(일반)  
Fig. 5. DOA against phase(general)

## V. 결론

본 논문에서는 입사신호의 간섭 신호를 제거하여 신호의 입사방향을 정확히 추정하는 최적 가중 벡터 알고리즘에 대해서 연구하였다. 또한 본 논문에서 제안된 알고리즘은 신호의 부엽을 감소시켰으며 분해능 또한 향상되었다. 본 논문에서 배열 안테나 소자는 12개로 하였으며 소자간의 간격은 그레이팅 로브를 피하기 위해서 반파장으로 모의실험하였다. 분해능은  $3^\circ$  이하로 향상되었으며 부엽은 약 10 dB 감소하였다.

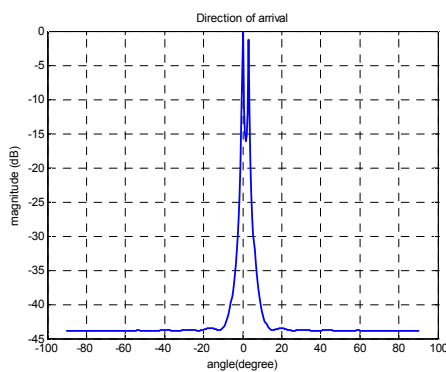


그림 6. 위상에 따른 도래방향추정(제안)  
Fig. 6. DOA against phase(proposed)

본 논문은 신호 도래방향을 정확히 추정하기 위하여 선형 제한 조건에서 최소 분산 알고리즘에 비유효성을 이용하여 최적의 가중벡터를 구하였다. 본 논문에서 사용한 방법의 장점은 정밀·정확한 데이터를 요구하는 시스템에서는 효율적이지만 계산량이 복잡해지는 단점이 있다. 적응배열 안테나 시스템에서 시공간 적응 처리 알고리즘을 적용한 결과 간섭 및 고성능 재밍에 대응하기 위한 개발 가능성을 충분히 확인하였다. 본 연구의 기대효과는 다중경로로 인한 간섭신호를 제거하고 목표물 탐지, 교란 신호 분석 및 예측 잡음 제거를 하여 정확하게 목표물의 위치를 추정할 수 있다고 사료된다.

## 참고 문헌

- [1] J. S. Park and S. Y. Oh, "Traffic Delay Guarantee using Deterministic Service in Multimedia Communication," Journal of The Korea Society of Computer and Information, Vol. 7, No. 2, pp. 101-114, Jan. 2002.
- [2] B. C. Kim, S. B. Lee, and J. Y. Choi, "An Operation Plan of Physical Distribution System for the Efficient Treating of Stockout," Journal of The Korea Society of Computer and Information, Vol. 14, No. 2, pp. 211-219, Feb. 2009.
- [3] M. Skolnik, "Radar Handbook," McGraw-Hill, 1990.
- [4] W. Y. Song, M. H. Lee and J. H. Joo, "Multi-Beam Pattern using Beam Steering Algorithms to Adaptive Array Antenna," Journal of The Korean Institute of Information Technology, Vol. 6, No. 4, pp. 60-65, Aug. 2008.
- [5] P. G. Kealey and I. P. Finley, "Comparison of the Radar Clutter Cancellation Performance of post- and pre-Doppler STAP for Ground Moving Target Identification from an Experimental Airborne Surveillance Radar," Proceedings of the IEEE Radar Conference, pp. 480-485, Apr. 2004.
- [6] D. A. Page, B. Himed, and M. E. Davis, "Improving STAP performance in bistatic space-based radar systems using an efficient expectation-maximization technique," IEEE International Radar Conference, pp. 109-114, May 2005.
- [7] O. L. Frost, "An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing," Proceedings of the IEEE, Vol. 60, No. 8, pp. 926-935, Aug. 1972.
- [8] L. J. Griffiths and C. W. Jim, "An Alternative Approach to Linearly Constrained Adaptive Beamforming," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 30, No.1, pp. 27-34, Jan. 1982.
- [9] G. M. Herbert, "Effects of Antenna Rotation on STAP Performance in Forward Applications," IEEE International Radar Conference, pp. 49-54, May 2005.
- [10] K. H. Lee and W. Y. Song, "A Study on the Target Position Estimation Algorithm to Radar System," Journal of The Korea Society of Computer and Information, Vol. 13, No. 5, pp. 111-116, Sept. 2008.
- [11] J. H. Joo and M. H. Lee, "A Study on the Optimize Weight Method to Adaptive Array Radar System,"

[1] J. S. Park and S. Y. Oh, "Traffic Delay Guarantee using Deterministic Service in Multimedia Communication,"

Journal of The Korean Institute of Information Technology, Vol. 6, No. 5, pp. 49-54, Oct. 2008.

[12] W. Y. Song and J. H. Joo, "A Study on the Cancellation Jamming for signal input angle estimation," Journal of The Korean Institute of Information Technology, Vol. 7, No. 1, pp. 113-118, Feb. 2009.

[13] A. C. P. Veiga, Y. Iano, and G. A. Carrizo, "A New Adaptive Filter Structure: Comparative Study of NLMS, DST-LMS and DCT-LMS Schemes Applied to Electromyographic Signal Modelling," IEEE Pacific Rim Conference, Vol. 2, pp. 555-558, Aug. 2001.

[14] R. J. Piechocki, N. Canagarajah, J. P. McGeehan, and G. V. Tsoulos, "Orthogonal Re-spread for Uplink WCDMA Beamforming," IEEE Vehicular Technology Conference Proceedings, Vol. 2, pp. 1373-1376, May 2000.

저 자 소 개



**신 호 섭**  
 1995년 : 충북대학교 정보통신공학과  
 학사  
 1998년 : 충북대학교 정보통신공학과  
 석사  
 2003년 : 충북대학교 정보통신공학과  
 박사  
 2002년~2004년 :  
 국제전자정밀 중앙연구소 연구원  
 2004년~2005년 :  
 충북대학교 기초과학연구소 전임연구원  
 2005년~2005년 : 충북테크노파크  
 전략산업기획단  
 선임연구원  
 2005년~현재 : 군산대학교 전자공학과  
 부교수  
 관심분야 : 전자파 수치해석, 안테나,  
 무선통신  
 Email : hsshin@kunsan.ac.kr