

평면 응력 조건에서 정의된 비이차 비등방 변형을 속도 포텐셜

김대용¹ · 김지훈¹ · 이영선¹ · Frederic Barlat² · 정관수[#]

Non-Quadratic Anisotropic Strain Rate Potential Defined in Plane Stress State

D. Kim, J. H. Kim, Y. S. Lee, F. Barlat, K. Chung

(Received June 13, 2011 / Revised July 13, 2011 / Accepted July 19, 2011)

Abstract

A non-quadratic anisotropic strain rate potential was introduced as a conjugate potential of the yield stress potential Yld2000-2d to describe anisotropic behavior of sheet metals, in particular, aluminum alloy sheets under plane stress state. This strain-rate potential takes into account the anisotropic yield stresses and R-values measured along the directions measured at 0, 45 and 90 degrees from the rolling direction, as well as the balanced biaxial yield stress and strain-rate ratio. The convexity of the strain-rate potential was completely proven. The strain-rate potential was applied for two anisotropic aluminum alloy sheets, AA6022-T4 and AA2090-T3. The results verified that the strain rate potential properly described the anisotropic behavior of aluminum alloy sheets and was closely conjugate of Yld2000-2d under the plane stress state.

Key Words : Strain Rate Potential, Anisotropic Behavior, Aluminum Alloy Sheets

1. 서 론

소성 변형을 수반하는 재료의 성형 공정을 수치적으로 묘사하기 위해서는 재료의 소성 변형을 적절히 표현할 수 있는 구성방정식이 필요하다. 특히 압연 공정에 의해 제조된 얇은 판재의 경우 압연 방향과 그 수직방향으로 재료의 물성이 다른 비등방성(이방성)을 띄게 되는데, 이를 적절히 표현하기 위해서는 비등방 항복식이 요구된다. 이에 Hill 이 1948 년도에 비등방 항복식(또는 항복 응력 포텐셜(yield stress potential))[1]을 제안한 이래로 많은 비등방 항복 응력 포텐셜이 개발되었다 [2]. 특히, Barlat 등은 지난 20 년 동안 진일보된 비등방 항복 응력 포텐셜을 지속적으로 개발하여

판재 성형 공정 해석에 적용하였는데, Yld91[3], Yld96[4], Yld2000-2d[5], Yld2004-18p[6] 등과 같이 명명된 모델들이 그것이다. 항복 응력 포텐셜 Yld91 은 일축 신장시 0, 45, 90 도 방향의 항복 응력 또는 소성 변형비 만을 묘사할 수 있어 비등방성을 정확히 묘사하는데 한계가 있었고(이방성 계수 4 개), Yld96 의 경우 0, 45, 90 도 방향의 항복 응력 및 소성 변형비 그리고 등이축 신장시의 항복 응력을 묘사할 수 있으나(이방성 계수 7 개) 식의 형태가 복잡하여 그 볼록성이 증명되지 않은 단점을 가지고 있었다. Yld2000-2d 는 평면응력 상태에서 이방성 계수를 응력간의 선형변환 관계를 통하여 정의되었는데, 0, 45, 90 도 방향의 항복 응력 및 소성 변형비 그리고 등이축 신장시의 항복

1. 한국기계연구원 부설 재료연구소 변형제어연구그룹

2. 포항공과대학교 철강대학원

교신저자: 서울대학교 재료공학부, E-mail: kchung@snu.ac.kr

응력 및 변형률 비를 모사할 수 있을 뿐 아니라 (이방성 계수 8 개), 볼록성이 증명되어 판재 성형 공정 해석에 적절히 쉽게 적용하여 사용할 수 있는 장점이 있다. Yld2004-18p 는 18 개의 이방성 계수를 포함하여 알루미늄 컵드로잉에서 6 개이 귀생김을 예측할 수 있을 정도로[7] 비등방성을 잘 표현할 수 있고, 3 차원 항복 응력 상태에서 정의되어 보다 일반화된 응력 상태에서 사용이 가능하다.

항복 응력 포텐셜은 항복이 일어나는 응력 상태로 정의 되는데, Ziegler[8]와 Hill[9]은 항복 응력 포텐셜과 항복이 일어나는 변형률 속도 상태에서 정의되는 변형률 속도 포텐셜(strain rate potential) 사이에 이원성(duality, 또는 짝됨(conjugate))이 존재함을 밝혔다. 이원성은 등가 소성 일의 원리(the principle of equivalent plastic work)를 이용하여 완전강 소성체 가정 하에서 증명되었다. 즉, Fig. 1 에서 도시된대로 항복 응력 상태에서 정의되는 항복 응력 포텐셜에 대해 그 짝이 되는 변형률 속도 상태에서 정의되는 변형률 속도 포텐셜이 존재하고, 역으로 변형률 포텐셜 또한 짝이 되는 항복

응력 포텐셜을 가진다는 것이다. 전통적인 소성 이론에 의하면 평면 응력 하에서는 항복 응력 포텐셜이 정의 되면, 직교성 법칙(normality rule), 경화규칙(hardening rule)에 의해 다음 식 (1)과 같이 변형률 속도가 정의된다.

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} = \dot{\bar{\epsilon}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} \quad (\alpha, \beta = x \text{ or } y) \quad (1)$$

여기서 $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$ 와 $\dot{\bar{\epsilon}}$ 는 각각 변형률 속도 텐서와 경화 규칙에 의해 정의되는 유효 변형률 속도 이고, $\sigma_{\alpha\beta}$ 와 $\bar{\sigma}$ 는 각각 응력 텐서와 항복 응력 포텐셜이다. x 와 y 는 물질 좌표계(material coordinate)이다. 같은 맥락에서 짝이 되는 변형률 속도 포텐셜로부터 대응 되는 응력을 구할 수 있다.

$$\sigma_{\alpha\beta} = \bar{\sigma} \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}} \quad (\alpha, \beta = x \text{ or } y) \quad (2)$$

유한요소법에 의한 정식화에 있어서 항복 응력 포텐셜이 탄소성체의 정식화에 편리한 반면 변형률 속도 포텐셜은 강소성체 정식화에 편리하게 사용되고 있다[10, 11]. 특히, 변형률 속도 포텐셜은 이상공정이론(ideal forming theory)[12~14]과 함께 역(inverse) 해석 방법에 주로 적용되었다.

Mises, Hill의 1948년도 식[1], Hill의 1979년도 식[15]등 비교적 식의 형태가 간단한 몇몇 항복 응력 포텐셜의 경우에만 해석적(analytic)으로 표현된 변형률 속도 포텐셜을 구할 수 있을 뿐 함수 형태의 복잡성을 가지고 있는 항복 응력 포텐셜에서는 변형률 속도 포텐셜의 해석 해를 구할 수가 없다.

Barlat 등이 제안한 항복 응력 포텐셜들은 비이차 비등방 특성을 지녀 식의 형태가 복잡하므로 변형률 속도 포텐셜을 해석적으로 구할 수 없다. 따라서, 근접 짝(near dual 또는 pseudo conjugate)되는 변형률 속도 포텐셜을 독립적인 식의 형태로 정의하고, 짝되는 포텐셜 간의 표면 형상과 포텐셜이 보여주는 이방성 특성이 비슷하다는 것을 증명하는 방법으로 근접 짝되는 변형률 속도 포텐셜 들을 개발하였다. Barlat 등이 개발한 항복 응력 포텐셜에 대하여 Yld91과 Srp93[16], Yld96과 Srp98[17], Yld2000-2d과 Srp2003-2d[18] 그리고, Yld2004-18p와 Srp2004-18p[19]과 같은 근접 짝되는 일련의 변형률 속도 포텐셜이 개발되었다. 짝이 되는 변형률 속도 포텐셜은 항복 응력 포텐셜과 장단점이 유사하며 Table 1에 이를 정리하였다.

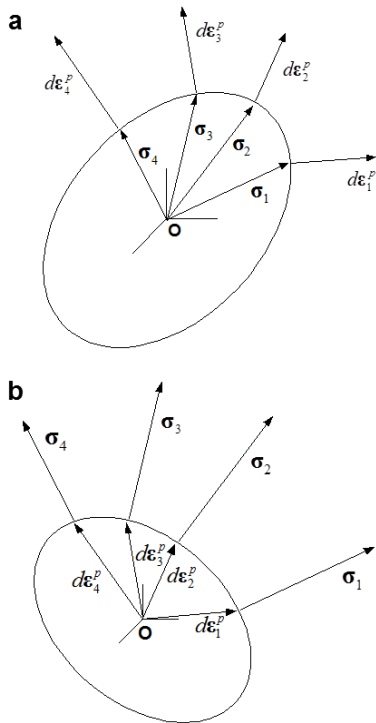


Fig. 1 Conjugated plastic potentials and normality rule in (a) yield stress and (b) strain rate states

Table 1 Comparison of Barlat's yield potentials

Yield stress potential	Strain rate potential (pseudo conjugate)	Dimension	Anisotropic coefficients	Proof of convexity
Yld91[3]	Srp93[16]	3D	4	O
Yld96[4]	Srp98[17]	3D	7	X
Yld2000-2d[5]	Srp2003-2d[18]	2D	8	O
Yld2004-18p[6]	Srp2004-18p[19]	3D	18	O

앞서 설명한대로 Kim 등[18]은 개략적으로 Yld2000-2d 와 근접 짝이 되는 변형률 속도 포텐셜 Srp2003-2d 의 식 형태를 제안하였고 알루미늄 합금 판재에 적용하여 Yld2000-2d 와 근접 짝 됨을 보였다. 본 논문에서는 Kim 등[18]의 연구를 보완 하여 Srp2003-2d 의 식 형태가 유도된 과정을 자세히 설명하였으며, 유도된 과정에서 도출된 간단한 형태의 Srp2003-2d 또한 제시하였다. 그리고, 제안된 변형률 속도 포텐셜의 볼록성을 증명하였다. 적용 예로 알루미늄 합금 판재의 이방성 거동에서 일련의 변형률 속도 포텐셜들 간의 차이를 비교하였다.

2. 비이차 비등방 변형률 속도 포텐셜

2.1 포텐셜 식 형태

평면 응력 조건 하에서의 항복 응력 포텐셜 Yld2000-2d의 함수 형태는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \phi &= \phi' + \phi'' = 2\bar{\sigma}^a \\ \phi' &= |X'_1 - X'_2|^a \\ \phi'' &= |2X''_2 + X''_1|^a + |2X''_1 + X''_2|^a \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 a 는 재료의 미세구조에서의 다결정성(polycrystal)을 고려한 멱지수(exponent)이다. 흔히 BCC와 FCC 구조의 재료는 각각 6와 8이 적합하다고 알려져 있다[20]. $\bar{\sigma}$ 는 유효 응력(effective stress)이다. 등방 소성 등가량(isotropic plasticity equivalent, IPE) 응력에 대한 주축값(principal value)은 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{2} \left(X_{xx} + X_{yy} + \sqrt{(X_{xx} - X_{yy})^2 + 4X_{xy}^2} \right) \\ X_2 &= \frac{1}{2} \left(X_{xx} + X_{yy} - \sqrt{(X_{xx} - X_{yy})^2 + 4X_{xy}^2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

그리고 IPE 응력과 응력 사이의 아래와 같은 선형변형 관계에 의해서 8개의 이방성 계수로 항복 응력 포텐셜에 비등방성이 부과된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X'_{xx} \\ X'_{yy} \\ X'_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X''_{xx} \\ X''_{yy} \\ X''_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & 0 \\ C''_{21} & C''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

평면 응력 조건 하에서 항복 응력 포텐셜은 전단응력이 0 인 x, y 방향 응력 좌표평면에서, 1사분면과 3사분면에 걸친 장축과, 2사분면과 4사분면에 걸친 단축을 가지는 타원 모양을 가지고 있다. 반면 이와 짝이 되는 평면 응력 조건 하에서 변형률 속도 포텐셜은 전단 변형률 속도가 0 인 x, y 방향 변형률 속도 좌표평면에서 2사분면과 4사분면에 걸친 장축과, 1사분면과 3사분면에 걸친 단축을 가지는 타원 모양을 가지고 있다. 따라서, 식 (3)과 짝이 되는 변형률 속도 포텐셜의 형태를 다음과 정의 할 수 있다. Yld2000-2d와 유사하게 두 항의 합으로 이루어지며, 이방성 계수와 변형률 속도 포텐셜의 선형변형관계로 함수가 정의된다.

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi' + \Psi'' = 2\kappa \bar{\dot{\epsilon}}^\mu \\ \Psi' &= |\dot{\epsilon}'_1 + \dot{\epsilon}'_2|^\mu \\ \Psi'' &= |\dot{\epsilon}''_1|^\mu + |\dot{\epsilon}''_2|^\mu \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 μ 는 재료의 미세구조에서의 다결정성을 고려한 멱지수, κ 는 기준 상태(reference state)를 보정하기 위한 계수이다. 또한, $\bar{\dot{\epsilon}}$ 는 유효 변형률 속도(effective strain-rate)이다. IPE 변형률 속도

에 대한 주축값은 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= \frac{1}{2} \left(\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} + \sqrt{(\dot{\epsilon}_{xx} - \dot{\epsilon}_{yy})^2 + 4\dot{\epsilon}_{xy}^2} \right) \\ \dot{\epsilon}_2 &= \frac{1}{2} \left(\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} - \sqrt{(\dot{\epsilon}_{xx} - \dot{\epsilon}_{yy})^2 + 4\dot{\epsilon}_{xy}^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

그리고 IPE 변형률 속도와 변형률 속도 사이의 아래와 같은 선형변형 관계에 의해서 변형률 속도 포텐셜에 비등방성이 부과된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}'_{xx} \\ \dot{\epsilon}'_{yy} \\ \dot{\epsilon}'_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} \\ \dot{\epsilon}_{yy} \\ \dot{\epsilon}_{xy} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}''_{xx} \\ \dot{\epsilon}''_{yy} \\ \dot{\epsilon}''_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c''_{11} & c''_{12} & 0 \\ c''_{21} & c''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} \\ \dot{\epsilon}_{yy} \\ \dot{\epsilon}_{xy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 c'_{ij} , c''_{ij} ($i, j=1\sim 2$ 또는 6)은 비등방성을 나타내는 물질 상수들이다. 식 (6)의 $\dot{\epsilon}'_1 + \dot{\epsilon}'_2$ 에서 $\dot{\epsilon}'_{xy}$ 항이 사라지므로 c'_{66} 는 포텐셜에 영향을 미치지 못하는 무의미한 값이 되므로, $c'_{66} = 0$ 이 되고 결국 독립적인 이방성 계수는 7 개가 된다. 식 (6) 는 이방성 계수가 Yld2000-2d 보다 한 개 적으나, 식의 형태가 비교적 명료하므로 전단 방향의 변형률 속도가 지배적이지 않은 변형을 표현할 때는 고려할 만하다.

전단 방향의 변형률 속도를 더 자세히 모사하기 위해서 전단 보정 계수를 α 를 도입하여 다음과 같은 변형률 속도 포텐셜(Srp2003-2d)을 제안하였다.

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi' + \Psi'' = 2\kappa \dot{\epsilon}^\mu \\ \Psi' &= \frac{1}{2} \left[|\dot{\epsilon}'_1 + \alpha \dot{\epsilon}'_2|^\mu + |\alpha \dot{\epsilon}'_1 + \dot{\epsilon}'_2|^\mu \right] \\ \Psi'' &= |\dot{\epsilon}''_1|^\mu + |\dot{\epsilon}''_2|^\mu \end{aligned} \quad (9)$$

전단 보정 계수가 $\alpha = 1$ 일 경우 식 (9)은 식 (6) 와 같아진다. $\alpha \neq 0$ 경우 c'_{66} 는 전단 변형에 영향을 주는 상수로 남게 되고 된다. 결과적으로 전단 보정 계수 1개와 이방성 계수 8개의 물질 상수에 의해서 변형률 속도 포텐셜 Srp2003-2d가 정의된다.

통상적으로 8개의 이방성 계수는 0, 45, 90도 방향의 항복 응력 및 소성 변형비 그리고 등이축

신장시의 항복 응력 및 변형률 비를 통하여 구해진다.

2.2 물질 상수 계산 방법

항복 응력 포텐셜의 이방성 계수는 주로 압연 방향으로부터 0 도에서 90 도까지 등간격으로 제작된 시편을 일축 신장 실험하여 구한 항복 응력 (σ_θ)과 소성 변형비(R_θ) 그리고 부풀림 실험 (bulge test)으로 구한 등이축 항복 응력(balanced biaxial yield stress, σ_b), 디스크 압축 시험(disk compression test)으로 구한 등이축 응력 상태에서 변형비($R_b = \dot{\epsilon}_{22}/\dot{\epsilon}_{11}$) 등의 물성치를 이용하여 구할 수 있다. 이방성 계수는 뉴턴-랩슨법(Newton-Rhapon method)에 의하여 비선형 연립방정식을 해를 찾거나[3~5, 16~18] 최소사승법(least square method)을 통하여 오차목적함수를 최소화하는 방법으로 구할 수 있다[6, 19].

2.3 볼록성 증명

소성변형시 수반되는 경화를 모사하기 위해서는 항복 응력 포텐셜은 볼록 함수 이어야 한다. 마찬가지로 변형률 속도 포텐셜 또한 볼록성을 띄어야 한다. 항복 응력 포텐셜 Yld2000-2d 는 그 볼록성이 엄밀하게 증명되었는데[5] 마찬가지로 근접 짝이 되는 Srp2003-2d 의 경우 또한 볼록성이 다음과 같이 증명될 수 있다.

변형률 속도 포텐셜이 볼록 하려면 변형률 속도 포텐셜의 Hessian 행렬 \mathbf{H} ,

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \dot{\epsilon}_i \partial \dot{\epsilon}_j} \quad (10)$$

가 양반정치(positive semi-definite)해야 한다. 즉 행렬의 주 방향 값들이 음수 값이 아니어야 한다 [21].

Ψ' 의 볼록성을 증명하기 위해서 Ψ' 의 Hessian 행렬을 구하면

$$\mathbf{H}' = \frac{\mu(\mu-1)}{2} \begin{bmatrix} A + \alpha^2 B & \alpha(A+B) \\ \alpha(A+B) & \alpha^2 A + B \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 $A = |\dot{\epsilon}'_1 + \alpha \dot{\epsilon}'_2|^{\mu-2}$, $B = |\alpha \dot{\epsilon}'_1 + \dot{\epsilon}'_2|^{\mu-2}$ 이다. 식 (11)을 간단히 비교하기 위해서

$$\mathbf{h}' = \begin{bmatrix} A + \alpha^2 B & \alpha(A+B) \\ \alpha(A+B) & \alpha^2 A + B \end{bmatrix} \quad (12)$$

라고 두면 \mathbf{h}' 의 주방향 값들은

3. 알루미늄 판재에로의 응용

$$h'_1 = \frac{(1+\alpha^2)(A+B)}{2} + \sqrt{\left\{\frac{(1-\alpha^2)(A-B)}{2}\right\}^2 + \{\alpha(A+B)\}^2}$$

$$h'_2 = \frac{(1+\alpha^2)(A+B)}{2} - \sqrt{\left\{\frac{(1-\alpha^2)(A-B)}{2}\right\}^2 + \{\alpha(A+B)\}^2}$$
(13)

이다. 여기서, $A \geq 0$, $B \geq 0$ 이므로 h'_1 는 항상 음수가 아니다. h'_2 의 크기를 살펴보기 위해서 h'_2 의 첫째항과 둘째항은 모두 양수 이므로 둘의 크기를 비교하기 위해서 제곱의 크기를 비교하면 아래와 같이 음수가 아니다.

$$\left\{\frac{(1+\alpha^2)(A+B)}{2}\right\}^2 - \left\{\sqrt{\left\{\frac{(1-\alpha^2)(A-B)}{2}\right\}^2 + \{\alpha(A+B)\}^2}\right\}^2$$

$$= \frac{1}{4}\{(A+B)^2 - (A-B)^2\}(1-\alpha^2)^2 \geq 0$$
(14)

따라서 $\mu \geq 1$ 일때, Ψ' 의 볼록성이 증명된다.

Ψ'' 의 경우

$$\mathbf{H}'' = \mu(\mu-1) \begin{bmatrix} |\dot{\epsilon}_1''|^{\mu-2} & 0 \\ 0 & |\dot{\epsilon}_2''|^{\mu-2} \end{bmatrix}$$
(15)

주축값은 메트릭스의 대각선 값이므로 $\mu \geq 1$ 일때 항상 음수가 아니다. 따라서 Ψ'' 또한 볼록하다.

마지막으로 볼록함수들의 합 또한 볼록함수이므로 Ψ 는 변형률 속도 $\dot{\epsilon}_k$ 에 대해서 볼록함수이다[21].

변수들의 선형 변환에 의해서 함수의 볼록성이 어그러지지 않는다고 사실[21]을 바탕으로 하여 $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$ 와 $\dot{\epsilon}_k$ 사이에는 선형변환의 관계가 있으므로

$$\begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} \\ \dot{\epsilon}_{yy} \\ \dot{\epsilon}_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{x1}^2 & P_{x2}^2 \\ P_{y1}^2 & P_{y2}^2 \\ P_{x1}P_{y1} & P_{x2}P_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_1 \\ \dot{\epsilon}_2 \end{bmatrix}$$
(16)

Ψ 는 변형률 속도 $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$ 에 대해서 볼록함수이다. 마지막으로 $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$ 와 $\dot{\epsilon}_k$ 사이에는 식 (8)의 선형변환 관계가 성립한다. 그러므로 Ψ 는 $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$ 에 대해서 볼록하다.

변형률 속도 포텐셜 Srp2003-2d를 알루미늄 합금 AA6022-T4(Al-1.25Si-0.75Mn-0.6Cu-0.57Mg-0.13Fe)와 AA2090-T3 (Al-2.2Li-2.7Cu-0.12Zr) 판재에 적용하였다. AA6111-T4는 주로 자동차 용으로 사용되는 반면 AA2090-T3는 비행기용으로 사용된다. AA2090-T3는 AA6111-T4에 비해 미세 조직의 방향성이 강하여서 비등방성이 상당히 큰 것으로 알려져 있다[5].

AA6022-T4의 변형률 속도 포텐셜을 위한 물성치는 압연 방향으로부터 0도, 45도, 90도 방향으로 일축 신장 시에 얻어지는 항복 응력과 소성 변형비, 부풀림 실험을 통해서 얻어지는 등축 항복 응력(balanced biaxial yield stress), 그리고 Barlat의 항복식 Yld96을 이용하여 구할 수 있는 등축 응력 상태에서 변형비를 사용하였다. 실험으로부터 얻어진 0도 방향의 항복 응력에 의해서 표준화된 세 방향(0도, 45도, 90도)과 등축 항복 응력, 그리고 세 방향의 소성 변형비 및 등축 응력 상태에서의 변형률 비를 Table 1에 나타내었다 [5].

변형률 속도 포텐셜의 물질 상수를 구하기 위해서 흔히 항복 응력 포텐셜로부터 소성 변형률 포텐셜에 필요한 자료를 추출하여 물질 상수에 필요한 입력 자료로 사용한 반면[16, 17] 본 연구에서는 실험으로 얻어진 비등방성 물성치를 직접 소성 변형률 포텐셜을 정의하는데 사용하는 방법을 택하였다. 이러한 방법은 기존의 방법 보다 일축 신장 시의 비등방성을 더 적절하게 표현할 수 있게 해 주었다. 변형률 속도 포텐셜의 멱지수 값은 재료의 미세구조의 다결정성을 고려하여 FCC에는 4/3, BCC에는 3/2가 Srp93[16] 개발 시에 추천되었지만, 본 연구에서는 Srp98[17] 연구에서와 같이 항복 응력 포텐셜과의 근접한 짝됨을 만족하는 최적 값을 선택하였다. 물질 상수는 실험 데이터로부터 최소자승법에 의해서 오차목적함수를 최소화하는 방법으로 구하였다. 그 변형률 속도 포텐셜의 물질 상수는 Table 2에 정리하였다. 여기서 기준 상태를 일축 신장으로 하였으므로 $\kappa=1.0$ 이다.

구해진 AA6022-T4에 대한 변형률 속도 포텐셜 Srp2003-2d와 항복 응력 포텐셜 Yld2000-2d를 비교하였다. Fig. 2(a)은 변형률 속도 포텐셜에서 직접 얻어진 변형률 속도 포텐셜 곡면과 항복 응력

Table 2 Material properties for anisotropy

Materials	σ_0	σ_{45}	σ_{90}	σ_b	R_0	R_{45}	R_{90}	R_b
AA6022-T4	1.000	0.968	0.954	1.010	0.70	0.48	0.59	1.36
AA2090-T3	1.000	0.811	0.910	1.035	0.21	1.58	0.69	0.67

Table 3 Material coefficients of the strain-rate potential Srp2003-2d

Materials	μ	c'_{11}	c'_{22}	c'_{66}	c''_{11}	c''_{12}	c''_{21}	c''_{22}	c''_{66}	α	κ
AA6022-T4	1.25	0.895	0.858	5.115	1.172	0.095	0.063	1.130	1.011	1.15	1.0
AA2090-T3	1.20	0.802	0.572	0.113	1.098	0.213	0.103	1.335	0.852	1.45	1.0

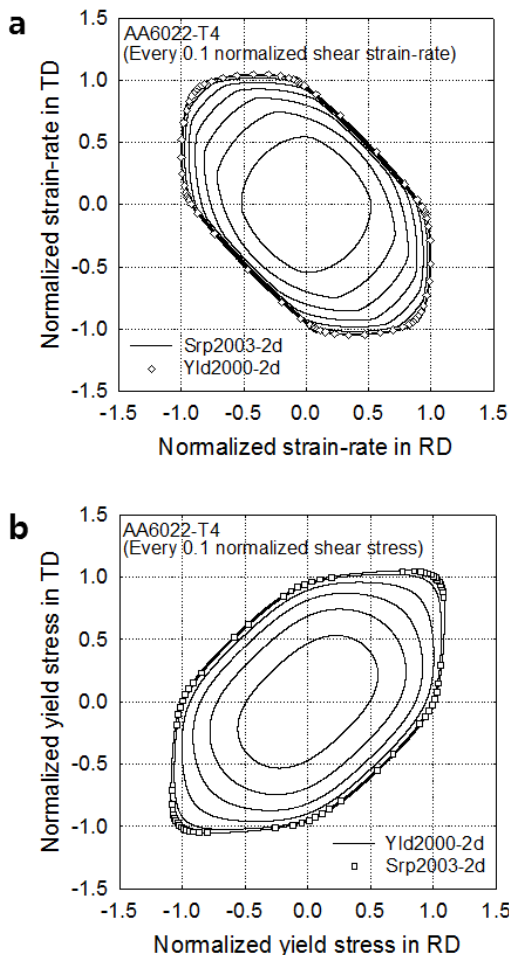


Fig. 2 Surfaces of (a) strain rate potential and (b) yield stress potential for AA6022-T4

포텐셜로부터 유동 이론을 적용하여 수치적으로 얻어진 변형률 속도 포텐셜 곡면을 보여 주고 있으며 Fig. 2(b)는 해석적 항복 응력 포텐셜에 의해

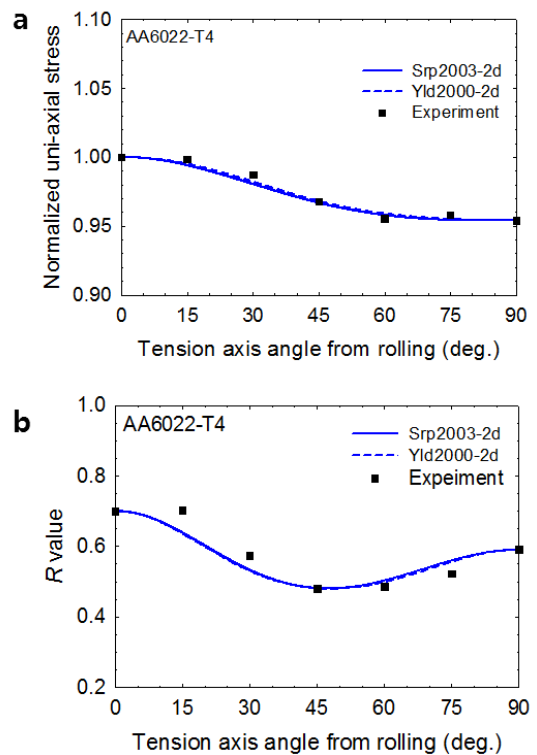


Fig. 3 Anisotropies of (a) normalized uni-axial yield stresses and (b) R-value for AA6022-T4

얻어진 항복 응력 포텐셜 곡면과 변형률 속도 포텐셜로부터 수치적으로 얻어진 항복 응력 포텐셜 곡면을 보여준다. 또한 Fig. 3(a)와 (b)는 두 포텐셜로부터 계산된 일축 신장 시 항복 응력과 소성 변형 비의 비등방성을 실험값과 비교하고 있다.

Fig. 2 와 Fig. 3 은 Srp2003-2d 가 알루미늄 합금의 비등방성을 적절하게 표현할 수 있으며 Yld2000-2d 와 거의 같은 소성 거동을 보여줌을 나타내고 있다.

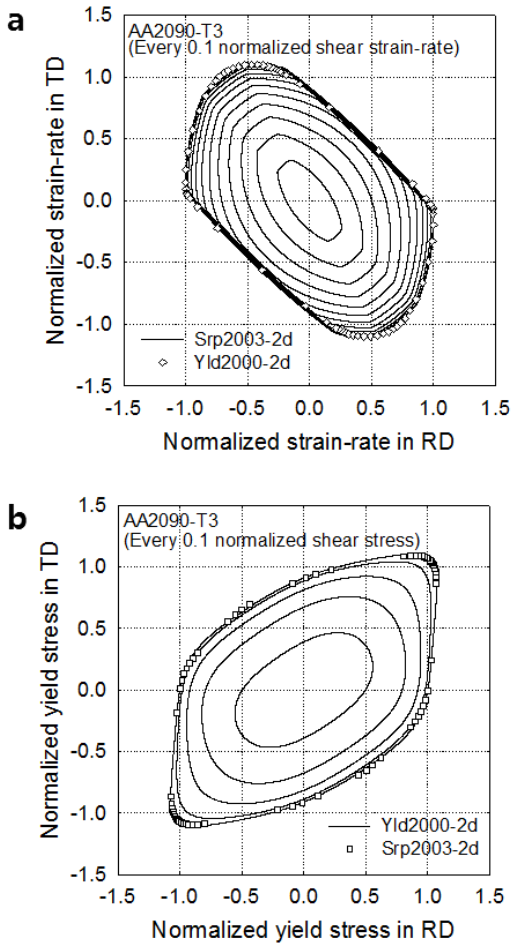


Fig. 4 Surfaces of (a) strain rate potential and (b) yield stress potential for AA2090-T3

마찬가지로 Fig. 4(a)와 (b)에서는 AA2090-T3에 대한 Srp2003-2d와 Yld2000-2d에 의한 변형률 속도 포텐셜과 항복 응력 포텐셜의 곡면을 각각 비교하였다. 또한 Fig. 5(a)와 (b)에서는 AA2090-T3의 일축 신장 시 항복 응력과 소성 변형비에 대한 비등방성을 실험 값과 비교하였다. 아울러 개발된 변형률 속도 포텐셜들을 상호 비교하였다. Srp93은 항복응력 비등방성은 잘 묘사하나 R 값의 비등방성을 잘 묘사하지 못한 반면 Srp2003-2d는 압연방향과 0, 45, 90도에서 항복응력과 R 값 비등방성을 잘 예측하였다. Srp98은 Srp2003-2d와 거의 비슷한 거동을 보여 주었다. Srp2004-18p는 압연방향과 15도 간격의 항복응력과 R 값 비등방성을 실험값과 가장 유사하게 예측하였다.

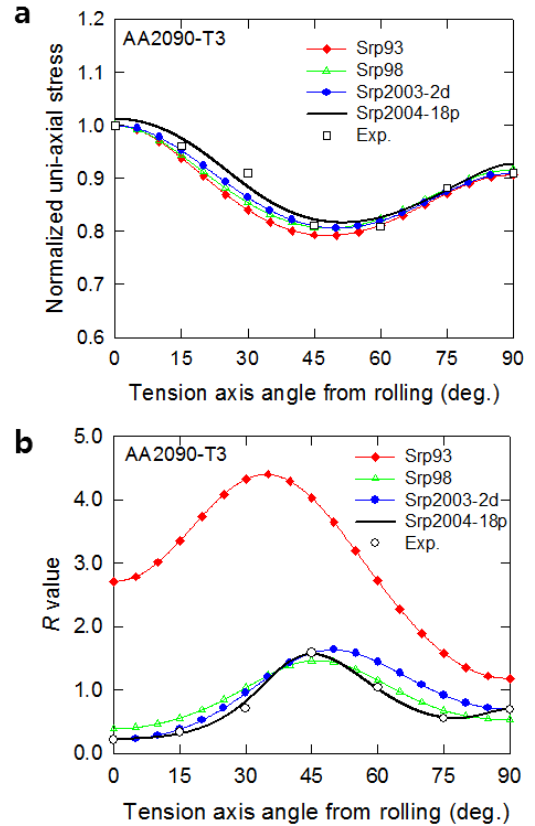


Fig. 5 Anisotropies of (a) normalized uni-axial yield stresses and (b) R-value for AA2090-T3

4. 요약

본 연구를 통하여 비이차 비등방 항복 응력 포텐셜들의 근접 짝되는 변형률 속도 포텐셜들에 대해서 정리하고 Yld2000-2d의 근접 짝되는 Srp2003-2d에 대해서 상세 설명하였다. 제안된 비이차 비등방 변형률 속도 포텐셜 Srp2003-2d 식 형태가 소개 되었고, 볼록성이 증명되었다. 아울러 이방성 상수를 구하는 방법이 제시되었다. Srp2003-2d의 소성 거동을 살펴보기 위하여 자동차 용 알루미늄 합금 판재 AA6022-T4와 항공재료용 알루미늄 합금 AA2090-T3에 응용되었다.

Srp2003-2d는 항복 응력 포텐셜 Yld2000-2d와 거의 흡사한 짝됨을 보여 주었으며, 알루미늄 판재의 비등방성을 적절히 묘사하였다. Srp2003-2d는 알루미늄 판재의 성형 공정의 모사를 위하여 이상 공정 이론을 비롯한 강소성체 재료에 대한 정식화에 적절히 응용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] R. Hill, 1948, A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, Proc. R. Soc. Lond., Vol. A193, p. 281.
- [2] F. Barlat, D. Banabic, O. Cazacu, 2002, Anisotropy in sheet metals, Keynote Lecture, NUMISHEET 2002, October 21-25, Jeju island, Korea.
- [3] F. Barlat, D. Lege, J. C. Brem, 1991, A six-component yield function for anisotropic materials, Int. J. Plasticity, Vol. 7, pp. 693~712.
- [4] F. Barlat, Y. Maeda, K. Chung, M. Yanagawa, J. C. Brem, Y. Hayashida, D. J. Lege, K. Matsui, S. J. Murtha, S. Hattori, R. C. Becker, S. Makosey, 1997, Yield function development for aluminum alloy sheets, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 45, pp. 1727~1763.
- [5] F. Barlat, J. C. Brem, J. W. Yoon, K. Chung, R. E. Dick, S. -H. Choi, F. Pourboghrat, E. Chu, D. J. Lege, 2003, Plane stress yield function for aluminum alloy sheets, Int. J. Plasticity, Vol. 19, pp. 1297~1319.
- [6] F. Barlat, H. Aretz, J.W. Yoon, M.E. Karabin, J.C. Brem, R.E. Dick, 2005, Linear transformation-based anisotropic yield functions, Int. J. Plasticity, Vol. 21, pp. 1009~1039.
- [7] J. W. Yoon, F. Barlat, R. E. Dick, M. E. Karabin, 2006, Prediction of six or eight ears in a drawn cup based on a new anisotropic yield function, Vol. 22, Int. J. Plasticity, pp. 174~193.
- [8] H. Ziegler, 1977, An introduction of thermodynamics, pp. 287~290, North-Holand, Amsterdam, The Netherlands.
- [9] R. Hill, 1987, Constitutive dual potentials in classical plasticity, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 35, p. 23.
- [10] N. M. Wang, 1984, A rigid-plastic rate-sensitive finite element method for modeling sheet metal forming processes, in, Pittman, F.T. et al. (ed.), Numerical Analysis of Forming Processes, pp. 117~164, John Wiley & Sons, New York.
- [11] K. Chung, S. Y. Lee, F. Barlat, Y. T. Keum, J. M. Park, 1996, Finite element simulation of sheet forming based on a planar anisotropic strain-rate potential, Int. J. Plasticity, Vol. 12, pp. 93~115.
- [12] K. Chung, O. Richmond, 1992, Ideal forming, Part I: Homogeneous deformation with minimum plastic work, Int. J. Mech. Sci. Vol. 34, No. 7, pp. 575~591.
- [13] K. Chung, O. Richmond, 1994, Mechanics of ideal forming, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 61, p. 176.
- [14] K. Chung, F. Barlat, J. C. Brem, D. J. Lege, O. Richmond, 1997, Blank shape design for a planar anisotropic sheet based on ideal forming design theory and FEM analysis, Int. J. Mech. Sci. Vol. 39, No. 1, pp. 105~120.
- [15] R. Hill, 1979, Theoretical plasticity of textured aggregates, Math. Proc. Camb. Phil. Soc., Vol. 85, p. 179.
- [16] F. Barlat, K. Chung, 1993, Anisotropic potentials for plastically deformation metals, Modelling Simul. Mater. Sci. Engng., Vol. 1, pp. 403~416.
- [17] K. Chung, F. Barlat, O. Richmond, J. W. Yoon, 1999, Blank design for a sheet forming application using the anisotropic strain-rate potential Srp98, The integration of Material, Process and Product Design, Zabararas et al. (Eds.), Balkema, Rotterdam. pp. 213~219.
- [18] D. Kim, K. Chung, F. Barlat, J. R. Youn, T. J. Kang, 2003, Non-quadratic plane-stress anisotropic strain-rate potential, In: Proceedings of the Sixth International Symposium on Microstructures and Mechanical Properties of New Engineering Materisla (IMMM2003), Wuhan, China, October 26 to November 1, pp. 46~51.
- [19] D. Kim, F. Barlat, S. Bouvier, M. Rabahallah, T. Balan, K. Chung, 2007, Non-quadratic anisotropic potentials based on linear transformation of plastic strain rate, Int. J. Plasticity, Vol. 23, pp. 1380~1399.
- [20] R. W. Logan, W. F. Hosford, 1980, Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming <111> pencil glide, Int. J. Mech. Sci., Vol. 22. pp. 419~430.
- [21] R. T. Rockafellar, 1970, Convex Analysis, Princeton University Press, Princeton, NY.