

손실함수가 송도신도시의 최적 압밀층 두께 결정에 미치는 영향

Influence of Loss Function on Determination of Optimal Thickness of Consolidating Layer for Songdo New City

김 동 휘¹ Kim, Dong-Hee

류 동 우² Ryu, Dong-Woo

채 영 호³ Chae, Young-Ho

박 정 규⁴ Park, Jung-Kyu

이 우 진⁵ Lee, Woo-Jin

Abstract

Spatial estimation of the thickness and depth of the geological profile has been regarded as an important procedure for the design of soft ground. A minimum variance criterion, which has often been used in traditional kriging techniques, does not always guarantee the optimal estimates for the decision-making process in geotechnical engineering. In this study, a geostatistical framework is used to determine the optimal thickness of the consolidation layer and the optimal area that needs the adoption of prefabricated vertical drains via indicator kriging and loss function. From the exemplary problem, different optimal estimates can be obtained depending on the loss function chosen. The design procedure and method considering the minimum expected loss presented in this paper can be used in the decision-making process for geotechnical engineering design.

요 지

지층의 두께와 심도의 공간적 분포추정은 연약지반설계에 중요한 과정이다. 전통적인 크리깅 기법에서 채택되어 온 최소 분산기준은 항상 의사결정과정에 있어서 최적의 추정결과를 보장해 주지 않는다. 본 연구에서는 최적 압밀층 두께와 연직배수공법 적용 면적을 결정하기 위해 지시자 방법과 손실함수를 바탕으로 한 지구통계학적 방법을 사용하였다. 본 논문에서 제시한 예제를 통하여 사용하는 손실함수의 형태에 따라서 최적 추정값이 상이할 수 있음을 확인할 수 있었다. 본 논문에서 이용한 손실함수를 고려할 수 있는 설계방법이 지반공학분야에도 잘 적용될 수 있음을 확인할 수 있었다.

Keywords : Conditional cumulative distribution function (ccdf), Indicator kriging, Local uncertainty, Loss function, Optimal estimate

1. 서 론

대규모 매립지반 조성 공사시 발생하는 압밀침하량

과 압밀시간을 예측하기 위해서는 지반정수뿐만 아니라 매립지반 하부 연약지반의 공간적인 분포를 추정해야 한다. 연약지반의 공간적인 분포는 대부분의 경우

1 정회원, SK건설 Infra기술팀 과장 (Member, Manager, Infrastructure Engr. Team, SK E&C)

2 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 선임연구원 (Senior Researcher, KIGAM)

3 고려대학교 건축·사회환경공학부 석사과정 (Graduate Student, School of Civil, Environmental and Architectural Engr., Korea Univ.)

4 정회원, 포스코건설 R&D CENTER 토목연구그룹 과장 (Member, Section Manager, Civil Engr. Research Group, R&D CENTER, POSCO E&C)

5 정회원, 고려대학교 건축·사회환경공학부 교수 (Member, Prof., School of Civil, Environmental and Architectural Engr., Korea Univ., woojin@korea.ac.kr, 교신저자)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2012년 2월 28일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

일부 위치에서 수행된 시추조사자료를 이용하여 크리깅(kriging) 등의 공간 추정방법으로 미시추 위치를 포함한 전체 구역에 대하여 추정된다. 미시추 지점에서의 지층분포를 추정하는 과정에는 불확실성이 수반되며, 이러한 불확실성은 연약지반 설계결과에 영향을 미치게 된다. 따라서 연약지반 분포의 추정과 함께 불확실성의 분석이 연약지반 설계를 위해 필요하다.

연약지반 두께 등 지층변수의 공간 추정과 추정결과의 불확실성 분석을 위해 지구통계학(geostatistics)이 사용된다. 지반공학분야에서 크리깅은 비배수전단강도 및 SPT N값의 공간적 분포 추정, 액상화 발생 구역 추정, 콘관입시험결과의 공간적인 변동성 분석 등에 적용되었다(Baise 등, 2006; Chiasson 등, 1994; Jaksa 등, 1993; Parsons와 Frost, 2002; Sitharam, 2007; Soulie 등, 1990). 국내 지반공학분야에서는 김홍택 등(2002), Lee 등(2004), 윤길림 등(2005), 천성호 등(2005)이 크리깅을 이용하여 지층분포, 지반정수분포, 압밀침하량 등을 분석하였다. 최근에는 Sun 등(2008), 선창국(2009)에 의하여 대도시의 지반정보 시스템을 구축하는데 사용되고 있다. 또한, 지구통계학은 지역화 변수(regionalized variable)의 개념을 도입하여 조건부 누적분포함수(conditional cumulative distribution function, ccdf)의 계산을 통해 예측과 관련된 불확실성을 정량적으로 제시할 수 있다(Goovaerts, 1997; Deutsch와 Journel, 1998; 류동우 등, 2003). 국내에서는 유광호(2003)가 터널 설계를 위한 암반등급 산정에 국부적 불확실성 평가방법을 적용한 바 있다. 지구통계학은 국부적 불확실성(local uncertainty) 모델링을 위해 모수적 방법과 비모수적 방법을 사용하며, 각각 다중 가우시안 방법(multi-Gaussian approach)과 지시자 방법(indicator approach)이 대표적이다(유광호, 1993; 유광호, 1995; Goovaerts, 1997; Deutsch와 Journel, 1998; 유광호, 1998). 또한, 지구통계학 분야에서는 예측값의 정량적 불확실성 평가결과와 손실함수(loss function)를 이용하여 손실비용(expected loss)을 최소화하는 최적 추정값(optimal estimate)을 결정할 수 있는 방법을 제시하고 있다. 이러한 방법에서는 오차가 가장 작은 추정값을 최적값으로 제시하는 것이 아니라 과대 또는 과소평가로 인한 손실비용을 최소화 할 수 있는 값을 최적 추정값으로 제시한다. 이러한 최적 추정값은 선택된 손실함수에 의해서 결정된다(Journel, 1984; Srivastava, 1987).

본 연구에서는 송도신도시 압밀층 두께의 국부적 불확실성 모델링을 지시자 방법을 이용하여 수행하였다.

또한, 지시자 방법을 이용하여 작성한 송도신도시 압밀층 두께의 ccdf와 네 가지 유형의 손실함수를 이용하여 각각의 손실함수에 대한 압밀층 두께분포를 추정하였다. 마지막으로 이러한 추정결과를 이용하여 압밀촉진 공법을 적용해야 할 최적 추정면적 산정에 관한 예를 송도신도시 지반을 대상으로 제시하였다.

2. 배경이론

2.1 베리오그램(variogram)

크리깅기법에서 값을 추정할 때 가장 중요한 역할을 하는 것은 공간자료의 상관관계를 나타내는 척도인 베리오그램이다. 크리깅을 이용하여 미조사 구간의 자료 값을 예측하기 위해서는 모든 분리거리 h 에 대한 베리오그램이 필요하며, 이를 구하기 위해서는 주어진 자료로부터 계산된 실험적 베리오그램을 가장 잘 대표하는 이론적 베리오그램을 결정해야 한다. 이론적 베리오그램 모델로는 구형모델(spherical model), 지수모델(exponential model), 가우시안모델(Gaussian model) 등이 가장 많이 사용된다. 베리오그램 모델은 앞에서 언급한 모델들을 독립적으로 또는 조합하여 사용하며, 베리오그램 모델링에서 가장 중요한 것은 공간적인 자료의 구조를 적절하게 표현해 줄 수 있는 모델을 선택하는 것이다. 이론적 베리오그램은 너깃(nugget, C_0), 문턱값(sill, $C+C_0$), 상관거리(range, a)의 세 모수를 이용하여 정의할 수 있으며, 구형모델, 지수모델, 가우시안모델은 각각 식 (1), (2), (3)으로 나타낼 수 있다(Isaaks와 Srivastava, 1989; Goovaerts, 1997).

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= C_0 + C \left[1.5 \frac{h}{a} - 0.5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], \text{ if } 0 \leq h \leq a, \\ &= C_0 + C, \text{ otherwise.} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \right], \text{ for } h \geq 0 \quad (2)$$

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right) \right], \text{ for } h \geq 0 \quad (3)$$

2.2 정규크리깅(ordinary kriging)

크리깅은 수학적 방법과 통계학적 방법을 통해 기지

자료들의 상관관계, 기지 자료와 예측될 지점의 값과의 상관관계, 자료분포의 경향성 등을 분석하여 현장 자료 특성이 반영된 값을 추정하는 방법이다. 정규크리깅은 관심지점에서의 값을 알기 위해 이미 값을 알고 있는 주위값들의 선형조합으로 식 (4)와 같이 미지값을 예측할 수 있으며, 오차분산은 식 (5)와 같이 표현된다(Journel과 Huijbregts, 1978; Isaaks와 Srivastava, 1989; Goovaerts, 1997, Deutsch와 Journel, 1998).

$$z_{OK}^*(u) = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}^{OK}(u) z(u_{\alpha}) \quad (4)$$

$$\sigma_{OK}^2(u) = E\{[z(u) - z_{OK}^*(u)]^2\} \quad (5)$$

여기서, $z_{OK}^*(u)$ 는 위치가 알려진 u 지점에서의 예측값, $z(u_{\alpha})$ 는 위치 u_{α} 에서의 기지의 자료값, $\lambda_{\alpha}^{OK}(u)$ 는 기지의 자료값 $z(u_{\alpha})$ 에 할당되는 가중치, $\sigma_{OK}^2(u)$ 은 정규크리깅의 오차분산, $n(u)$ 는 크리깅 예측을 위하여 사용한 총 자료 수이다. 본 논문에서 사용한 정규크리깅은 가중치 결정을 위하여 예측값과 참값 사이의 오차가 최소가 되도록 하며 추정값이 편향되지 않아야 한다는 조건을 사용한다. 또한, 불편향 조건을 만족시키기 위해서 가중치 $\lambda_{\alpha}^{OK}(u)$ 의 합이 1이 되어야 한다는 조건을 추가로 사용한다.

2.3 지시자 방법

지구통계학에서 불확실성은 식 (6)과 같이 특정 위치 u 에서 미지값 $z(u)$ 를 확률변수 $Z(u)$ 로 간주하여 특정값 z 보다 작을 확률인 조건부 누적분포함수(ccdf) $F(u; z | (n))$ 를 통하여 모델링 된다(Goovaerts, 1997; 박노옥, 2010).

$$F(u; z | (n)) = \text{Prob}\{Z(u) \leq z | (n)\} \quad (6)$$

여기서, (n) 은 추정하고자 하는 위치에 인접한 n 개의 측정값 $z(u_{\alpha})$ 를 나타내며, α 는 측정값의 위치를 나타낸다.

모수적 방법인 다중 가우시안 방법은 분석영역 내에서의 자료값이 정규확률집합체(Gaussian random field)를 따른다는 가정 하에서 불확실성을 평가한다. 이러한 정규확률집합체 가정하에서 크리깅을 적용하더라도 그 확률집합체가 정규확률집합체임을 확인할 수 없는 단점이 있다. 또한, 크리깅 분산은 자료값이 아닌 사용자료의 배치(data configuration)에 영향을 받는 특성이 있으

므로 불확실성 추정에 한계가 있다(Journel과 Huijbregts, 1978; Goovaerts, 1997; 류동우 등, 2003). 따라서 최근에는 비모수적 방법인 지시자 방법이 불확실성 평가 방법으로 채택되고 있다. 지시자 방법은 원 자료의 비선형 변환에 이론적 기반을 두고 있다(Journel, 1983). 지시자 방법에서는 각각의 자료값 즉, 측정값을 분석자가 정한 K 개의 임계값(threshold value)에 따라 K 개의 지시자 값들로 변환한다. 식 (7)과 같이 측정 지점의 자료값이 특정 임계값 z_k 보다 작거나 같으면 1로, 크면 0을 가지도록 지시자 변환(indicator transform)을 수행한다.

$$i(u_{\alpha}; z_k) = \begin{cases} 1 & \text{if } z(u_{\alpha}) \leq z_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad k = 1, \dots, K \quad (7)$$

식 (7)을 이용하여 지시자 변환된 변수들에 대해 실험적 베리오그램을 구한 후 이 결과를 이용하여 베리오그램 모델을 결정한다. 또한, 베리오그램 모델을 이용하여 지시자 크리깅(indicator kriging)을 K 개의 임계값에 대하여 수행하면 일련의 임계값 z_k 에 대한 조건부 확률을 식 (8)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [i(u; z_k)]^* &= [F(u; z_k | (n))]^* = \text{Prob}\{Z(u) \leq z_k | (n)\}^* \\ &= \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}(u; z_k) i(u_{\alpha}; z_k) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $n(u)$ 는 지시자 크리깅에 사용된 지시자 자료의 수이며, $\lambda_{\alpha}(u; z_k)$ 는 지시자 $i(u_{\alpha}; z_k)$ 에 할당되는 가중치이다.

지시자 크리깅은 임계값별로 수행되기 때문에 확률의 일반적인 특성인 다음 2가지 조건을 만족시키지 않을 수도 있다(Deutsch와 Journel, 1998; You, 1995; 박노옥, 2010).

$$0 \leq [F(u; z_k | (n))]^* \leq 1 \quad (9)$$

$$[F(u; z_{k'} | (n))]^* \leq [F(u; z_k | (n))]^*, \quad z_{k'} < z_k \quad (10)$$

이러한 순서위반 문제와 관련해서 첫 번째 조건(식 (9))은 0보다 작거나 1보다 큰 추정값은 0과 1로 재조정하여 해결할 수 있다. 두 번째 조건(식 (10))은 ccdf값의 상향, 하향 보정 결과의 평균값을 통해 만족시킬 수 있다(Deutsch와 Journel, 1998; 박노옥, 2010).

이와 같이 지시자 크리깅을 통해 결정한 임계값별 조

진부 확률을 통해 cdf를 구성하여 값을 알지 못하는 위치 \mathbf{u} 에서의 불확실성을 확률론적으로 표현할 수 있다. 특정 임계값 z_c 보다 클 확률은 cdf를 이용하여 식 (11)과 같이 간단히 계산할 수 있다.

$$\text{Prob}\{Z(\mathbf{u}) > z_c\} = 1 - F(\mathbf{u}; z_c | (n)) \quad (11)$$

2.4 손실함수

지구통계학에서는 어떤 손실과 관련된 영향을 평가하기 위해서 그 손실의 특성을 나타내는 손실함수(loss function), $L(\cdot)$ 을 사용한다. 이러한 특정 손실함수가 주어진다면, 손실을 최소화할 수 있는 추정값 $z^*(\mathbf{u})$ 을 결정할 수 있다. 즉, 추정값과 실제값이 각각 $z^*(\mathbf{u})$ 와 $z(\mathbf{u})$ 로 표현된다면, 추정오차(estimation error) $e(\mathbf{u})$ 는 $z^*(\mathbf{u}) - z(\mathbf{u})$ 로 표현될 수 있으므로 손실비용을 최소화 할 수 있는 최적 추정값 $z^*(\mathbf{u})$ 는 $L(z^*(\mathbf{u}) - z(\mathbf{u}))$ 가 최소가 되는 조건에서의 추정값이다. 실제적인 손실 $L(z^*(\mathbf{u}) - z(\mathbf{u}))$ 을 결정하기 위해서는 추정값의 실제값 $z(\mathbf{u})$ 를 알아야 하나 실제 문제에서는 $z(\mathbf{u})$ 를 알 수 없다. 그러나 실제값 $z(\mathbf{u})$ 에 관한 불확실성은 지시적 방법으로 결정할 수 있는 조건부 누적분포함수 cdf $F(\mathbf{u}; z | (n))$ 를 이용하여 모델링 될 수 있다. 기대손실(expected loss), $\varphi_L(z^*(\mathbf{u}) | (n))$ 은 이러한 불확실성 모델을 이용하여 결정할 수 있다. $\varphi_L(z^*(\mathbf{u}) | (n))$ 는 식 (12)와 같이 정의되며, 실제 문제에서는 식 (13)으로 결정된다.

$$\begin{aligned} \varphi_L(z^*(\mathbf{u}) | (n)) &= E\{L(z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})) | (n)\} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} L(z^*(\mathbf{u}) - z) dF(\mathbf{u}; z | (n)) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \varphi_L(z^*(\mathbf{u}) | (n)) &\approx \sum_{k=1}^{K+1} L(z^*(\mathbf{u}) - \bar{z}_k) \\ &\cdot [F(\mathbf{u}; z_k | (n)) - F(\mathbf{u}; z_{k-1} | (n))] \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, z_k 는 K개의 임계값, z_0 와 z_{K+1} 은 자료값 z 의 최소값과 최대값, \bar{z}_k 는 구간 (z_{k-1}, z_k) 사이의 평균이다. \bar{z}_k 는 구간 (z_{k-1}, z_k) 사이의 내삽모델에 따라서 변하며, 내삽모델로 선형모델을 사용할 경우 $\bar{z}_k = (z_{k-1} + z_k) / 2$ 이다. 손실함수 $L(\cdot)$ 에 대한 최적 추정값("L-optimal" estimate) $z^*(\mathbf{u})$ 는 기대손실 $\varphi_L(z^*(\mathbf{u}) | (n))$ 이 최소가 되는 추정값이다. 미지값 $z(\mathbf{u})$ 에 관한 불확실성을 cdf $F(\mathbf{u}; z | (n))$ 를 이용하여 모델링하며, 추정된 cdf $F(\mathbf{u}; z | (n))$ 를 이용하여 특정 손실함수에 대한 최적 추정값 $z^*(\mathbf{u})$ 을 결정한다. 정규 크리깅 등과 같은 내삽 알고리즘(interpolation algorithm)과 달리 앞에서 설명한 최적 추정값은 불확실성 모델과 손실함수에 따라서 변하는 값이다(Journel, 1984; Srivastava, 1987).

3. 연약지반 처리면적의 최적추정

3.1 분석대상 지반

인천광역시 연수구에 위치한 송도신도시는 표고(elevation)가 약 E.L+7m인 지표면으로부터 매립층, 퇴적층, 풍화토, 풍화암, 기반암이 차례대로 분포하고 있으며, 퇴적층은 실트질 점토층 및 모래층이 번갈아 분포하고 있다. 상부 퇴적층에 분포하는 평균 N값 5인 실트질 점토층에서 암밀침하가 발생할 것으로 판단되며, 이 층의 분포에

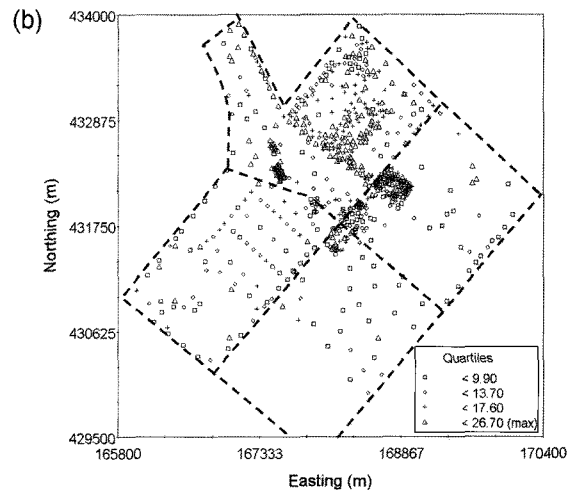


Fig. 1. Study site and available data: (a) Study area, (b) borehole location of Sections 1-4

대한 불확실성을 지구통계학적 기법을 사용하여 평가하였다. 송도신도시 분석영역(1~4공구, 2.8km×3.4km)과 분석에 사용한 시추공 위치는 각각 그림 1(a)와 (b)와 같다. 분석에 사용한 시추자료는 1~4공구 내의 총 676공이다.

3.2 압밀층 두께의 ccdf 결정

지시자 크리깅을 수행하기 전에 압밀층 두께 측정자료를 이용하여 지시자 변환과 베리오그램 모델링을 수행하였다. 지시자 변환을 위한 임계값은 백분위수(quantile) 9개(10%, 20%, ..., 90%)로 설정하였으며, 각각의 임계값별로 실험적 지시자 베리오그램을 산정한 후 이 결과를 이용하여 베리오그램 모델을 결정하였다. 그림 2는 9개의 임계값에 대해 변환된 측정자료의 베리오그램 모델링 결과이며, 임계값에 상관없이 공간적 상관성은 유지되는 것을 볼 수 있다. 각 임계값에 따른 지시자 베리오그램 모델과 매개변수는 그림 2에 제시하였다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 4번째 이상의 임계값(threshold 4~9)의

베리오그램 모델의 상관거리가 4번째 미만의 임계값(threshold 1~3)에서의 베리오그램 모델의 상관거리보다 현저히 큰 것으로 나타났다. 이는 4번째 임계값인 12.1m 이하 압밀층 두께의 자료들의 상관성이 12.1m 이상의 압밀층 두께 자료들의 상관성보다 상대적으로 작다는 것을 의미한다(김동휘 등, 2011).

임계값별로 베리오그램 모델링을 수행한 후 정규지시자 크리깅(ordinary indicator kriging)을 수행하여 분석영역의 미조사 위치에서 임계값별 조건부 확률을 계산함으로써 각 위치에서의 ccdf를 결정하였다. 본 논문에서는 분석영역을 50m×50m의 격자로 나눈 후 각 위치에서 ccdf를 산정하였으며, 지시자 크리깅 수행시 국부적인 압밀층 두께의 변동성을 고려하기 위해 예측위치 주변의 측정값을 사용하였다. 본 논문에서는 예측위치 주변의 10~20개 자료를 사용할 경우 유사한 ccdf를 얻을 수 있었으므로 15개의 값을 사용하였다. 또한, 본 논문에서 사용한 임계값 이외의 모든 압밀층 두께에서 ccdf 값을 산정하기 위해 내삽 및 외삽을 수행하였으며, 내삽 및 외삽 모델로 선형 모델을 이용하였다.

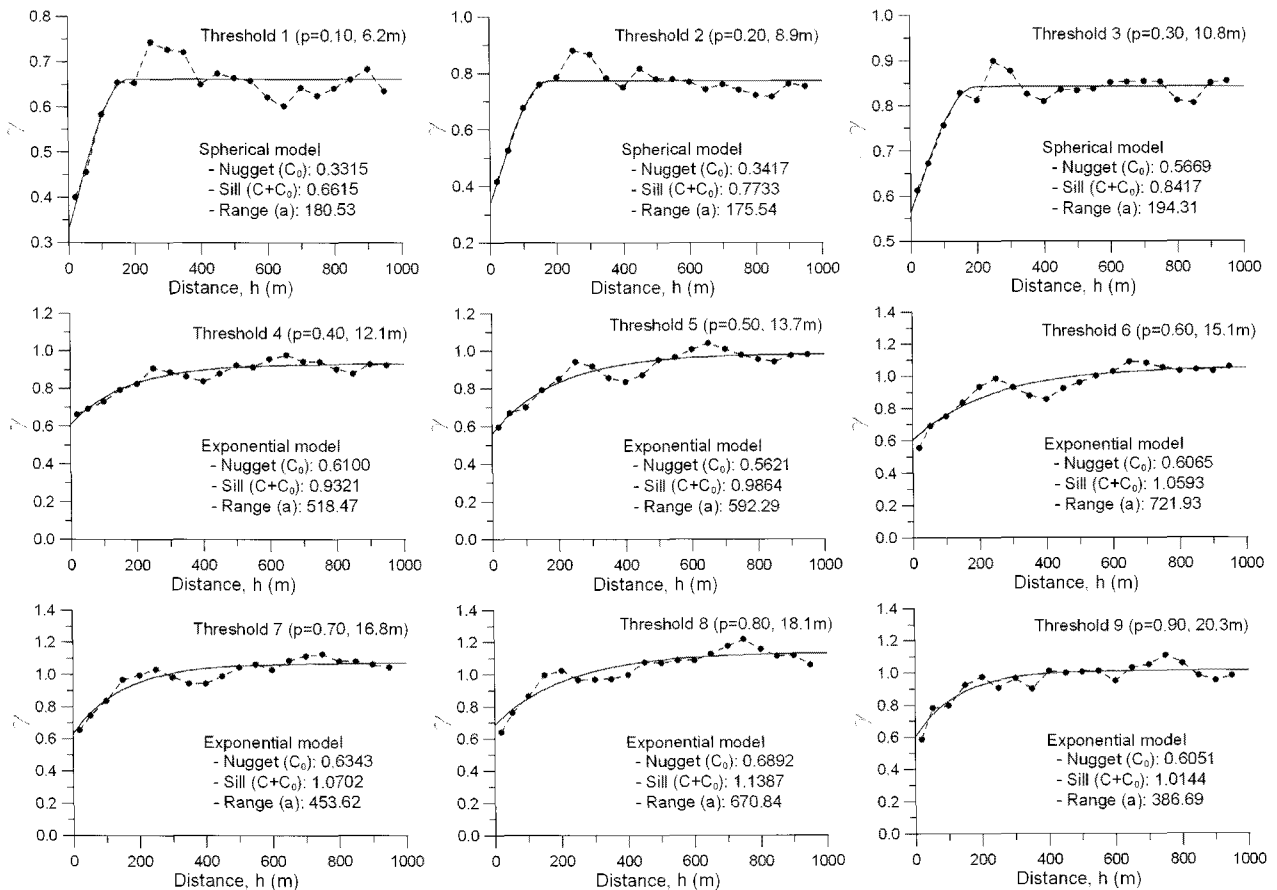


Fig. 2. Semivariograms computed for thresholds 1 through 9, with the model fitted using weighted-least square regression

3.3 적용 손실함수 및 최적 추정값

손실함수를 결정하기 위해서는 미지값을 실제값보다 과대평가하거나 과소평가한 경우 그 오차크기에 따른 손실비용을 정량화해야 한다. 압밀층 두께를 과대 평가했을 경우에는 압밀시간을 감소시키기 위한 영역의 면적이 증가하기 때문에 발생하는 비용을 정량적으로 평가해야 한다. 또한, 압밀층 두께를 과소 평가했을 경우에는 계획한 기간 내에 압밀을 완료시키지 못했기 때문에 발생하는 공사기간 연장에 의한 비용과 압밀속도를 빠르게 하기 위한 추가공사비용 등을 정량적으로 평가해야 한다. 본 논문에서는 제한적인 자료로 정확한 손실비용을 산정할 수 없어 압밀층 두께를 과대 또는 과소평가했을 경우의 손실비용을 가정한 후 손실함수를 작성하였으며, 각각의 손실함수에 대한 최적 압밀층 두께 추정값과 이를 이용하여 추정된 연직배수재 적용 면적을 결정하였다.

본 연구에서는 그림 3과 같은 네 가지 손실함수를 사용하여 최적 압밀층 두께와 연직배수재 적용 영역을 결

정하였으며, 추정결과의 특징을 비교하였다. 본 논문에서는 압밀시간에 영향을 미치는 압밀계수는 일정한 것으로 가정하였으며, 압밀층 두께의 영향만 고려하였다. 첫 번째 경우는 손실함수가 추정값을 과대 및 과소평가했을 경우 모두 그림 3(a)와 같이 2차함수로 모델링되는 경우이며(CASE-1), 이 경우의 손실함수는 식 (14)와 같이 추정오차의 제곱으로 표현될 수 있다. 손실함수로 2차방정식을 사용할 경우를 일반적으로 최소자승기준 (least-square criterion)이라고 하며, 이 경우의 최적 추정값은 cdf의 기대값(E-type estimate)이며, 식 (15)와 같이 계산된다.

$$L(e(u)) = [e(u)]^2 \quad (14)$$

$$z_E^*(u) = \int_{-\infty}^{\infty} z dF(u; z | (n)) \approx \sum_{k=1}^{K+1} z_k \cdot [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k-1} | (n))] \quad (15)$$

여기서, z_k 는 K개의 임계값, z_0 와 z_{K+1} 은 자료값 z 의 최소

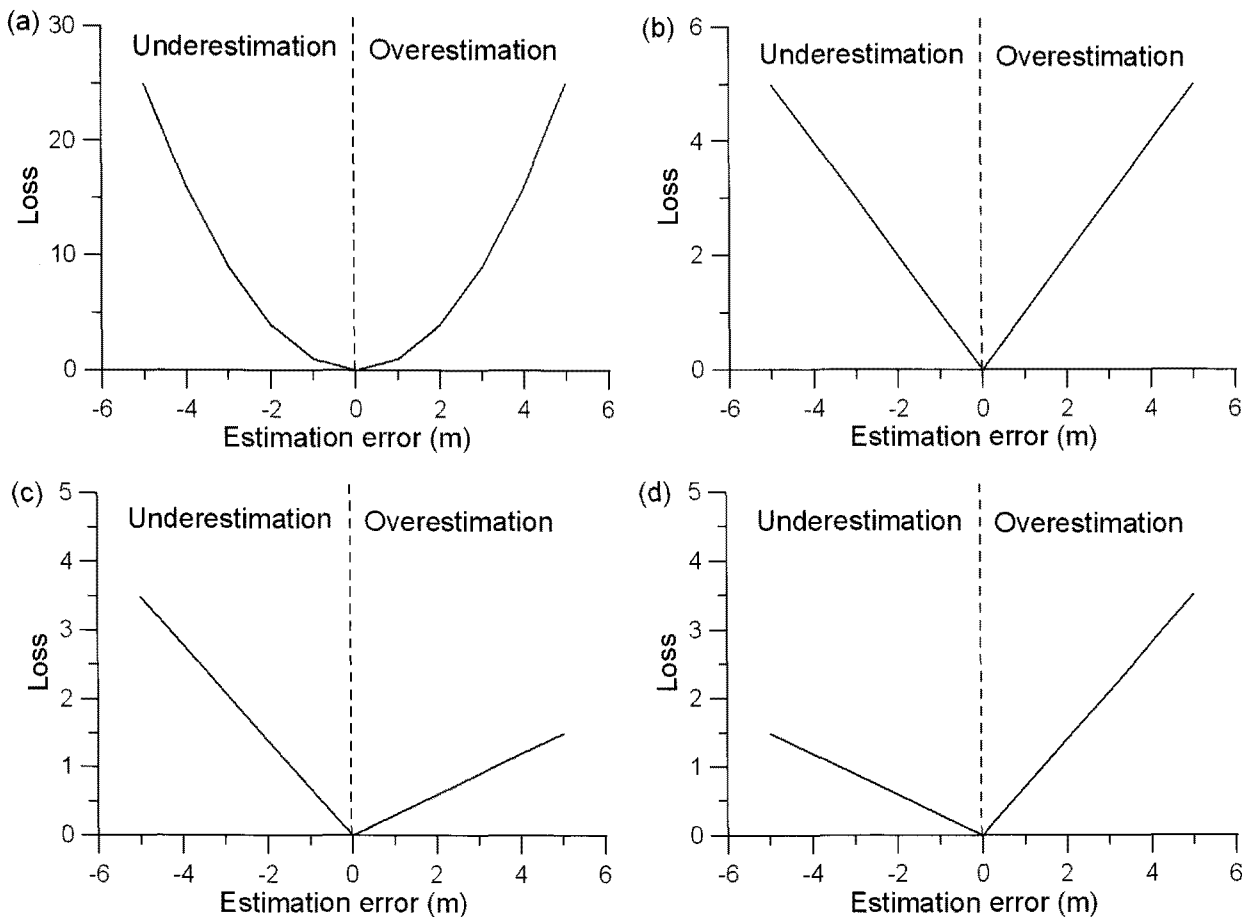


Fig. 3. Four loss function used in this study: (a) CASE-1, (b) CASE-2, (c) CASE-3, (d) CASE-4

값과 최대값, \bar{z}_k 는 구간 (z_{k-1}, z_k) 사이의 평균이다. 두 번째 경우는 손실함수가 추정값을 과대 및 과소평가했을 경우 모두 그림 3(b)와 같이 선형함수로 모델링되는 경우이며(CASE-2), 이 경우의 손실은 식 (16)과 같이 추정오차의 절대값에 비례한다. 이 경우의 최적 추정값은 ccdf의 중앙값(median)이며, 식 (17)과 같이 결정할 수 있다.

$$L(e(u)) = |e(u)| \quad (16)$$

$$z_L^*(u) = q_{0.5}(u) = F^{-1}(u; 0.5 | (n)) \quad (17)$$

첫 번째(CASE-1)와 두 번째(CASE-2) 경우는 과대평가한 경우와 과소평가한 경우의 손실함수가 대칭이므로 추정값을 과대평가한 경우와 과소평가한 경우의 손실비용을 동일하게 적용하게 된다. 그러나 대부분의 지반공학적인 문제들에서의 실제적인 손실함수는 비대칭일 가능성이 높다. 만약, 압밀층 두께를 과소평가할 경우, 즉 압밀시간을 과소평가할 경우에는 전술한 바와 같이 공사기간이 증가하여 손실비용이 발생할 수 있다. 또한, 압밀층 두께를 과대평가할 경우에는 초기 압밀축진공법 적용 비용이 증가하게 되어 손실비용이 발생한다. 각 현장의 여건에 따라서 두 손실비용의 크기가 상이할 것이다. 공사기간이 증가하여 계약기간 내에 공사를 완공하지 못할 경우에 발생하는 지체상환금 및 추가공사비용이 압밀시간을 과대평가하여 발생하는 추가 연약지반 처리비용보다 클 경우에는 그림 3(c)와 같은 손실함수를 사용해야 할 것이다(CASE-3). 반대의 경우에는 그림 3(d)와 같은 손실함수를 사용해야 할 것이다(CASE-4). 비대칭 선형 손실함수는 식 (18)과 같이 정의될 수 있다.

$$L(e(u)) = \begin{cases} \omega_1 \cdot e(u) & \text{for } e(u) \geq 0 \text{ (overestimation)} \\ \omega_2 \cdot |e(u)| & \text{for } e(u) < 0 \text{ (underestimation)} \end{cases} \quad (18)$$

여기서, 양의 상수 ω_1 과 ω_2 는 각각 과대평가시와 과소평가시의 상대영향계수(relative impact)이다. 식 (13)과 같은 비대칭 선형 손실함수를 사용할 경우의 최적 추정값 $z_L^*(u)$ 는 ccdf의 p 백분위수(p-quantile)이며, 식 (19)와 같이 산정할 수 있다(Journal, 1984).

$$z_L^*(u) = q_p(u) = F^{-1}(u; p | (n)) \\ \text{with } p = \frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \in [0, 1] \quad (19)$$

CASE-3에서는 ω_1 과 ω_2 값으로 각각 0.30과 0.70을 사용하였으며, CASE-4에서는 ω_1 과 ω_2 값으로 각각 0.70과 0.30을 사용하였다(그림 3(c), (d)). 따라서 CASE-3과 CASE-4는 각각 식 (20)과 (21)로 최적 추정값을 산정할 수 있다.

$$z_L^*(u) = q_{0.7}(u) = F^{-1}(u; 0.7 | (n)) \quad (20)$$

$$z_L^*(u) = q_{0.3}(u) = F^{-1}(u; 0.3 | (n)) \quad (21)$$

3.4 최적 압밀층 두께 및 연약지반 처리면적

전술한 바와 같이 본 논문에서는 네 가지 손실함수를 적용하였을 때 최적 압밀층 두께의 공간적 분포를 산정하였으며, 그 결과는 그림 4와 같다. 좌우 대칭 손실함수인 CASE-1과 2를 이용하여 산정한 최적 압밀층 두께의 공간적 분포는 그림 4(a)와 4(b)와 같다. 이 두 CASE의 압밀층 두께 분포는 각각 ccdf의 평균과 중앙값으로 유사한 것으로 나타났다. 압밀층 두께를 과소평가하였을 경우가 과대평가하였을 경우보다 더 큰 손실비용이 발생하는 상황을 반영한 CASE-3의 손실함수를 이용하여 결정한 압밀층 두께 분포는 그림 4(c)와 같다. 이러한 CASE-3 손실함수를 이용할 경우에는 각 위치에서의 압밀층 두께 ccdf의 70% 백분위수를 최적 압밀층 두께로 결정하게 된다. 따라서 CASE-3에서는 ccdf 평균과 중앙값을 최적 압밀층 두께로 제시하는 CASE-1과 2보다 더 큰 압밀층 두께를 산정하게 된다(그림 4(c)). 반면에 압밀층 두께를 과대평가하였을 경우가 과소평가하였을 경우보다 더 큰 손실비용이 발생하는 상황을 반영한 CASE-4의 손실함수를 이용하여 결정한 압밀층 두께 분포는 그림 4(d)와 같다. CASE-4의 손실함수를 사용하였을 경우에는 압밀층 두께 ccdf의 30% 백분위수를 최적 압밀층 두께로 결정하게 된다. 이와 같이 어떠한 형태의 손실함수를 사용하는가에 따라서 최적 압밀층 두께가 상이한 것을 확인할 수 있다.

그림 4의 결과를 이용하여 송도신도시의 압밀시간을 일차원 압밀공식으로 산정해 보았으며, 압밀계수로는 김동휘 등(2010)에 의해 송도지반의 대표값으로 제시된 0.0062 cm/sec^2 를 적용하였다. 본 논문에서는 매립완료 후 36개월 내에 전체영역이 95%의 압밀도까지 도달해야 한다고 가정하였다. 그림 5(a), (b), (c), (d)는 CASE-1, 2, 3, 4의 손실함수를 이용하여 결정한 최적 압밀층 두

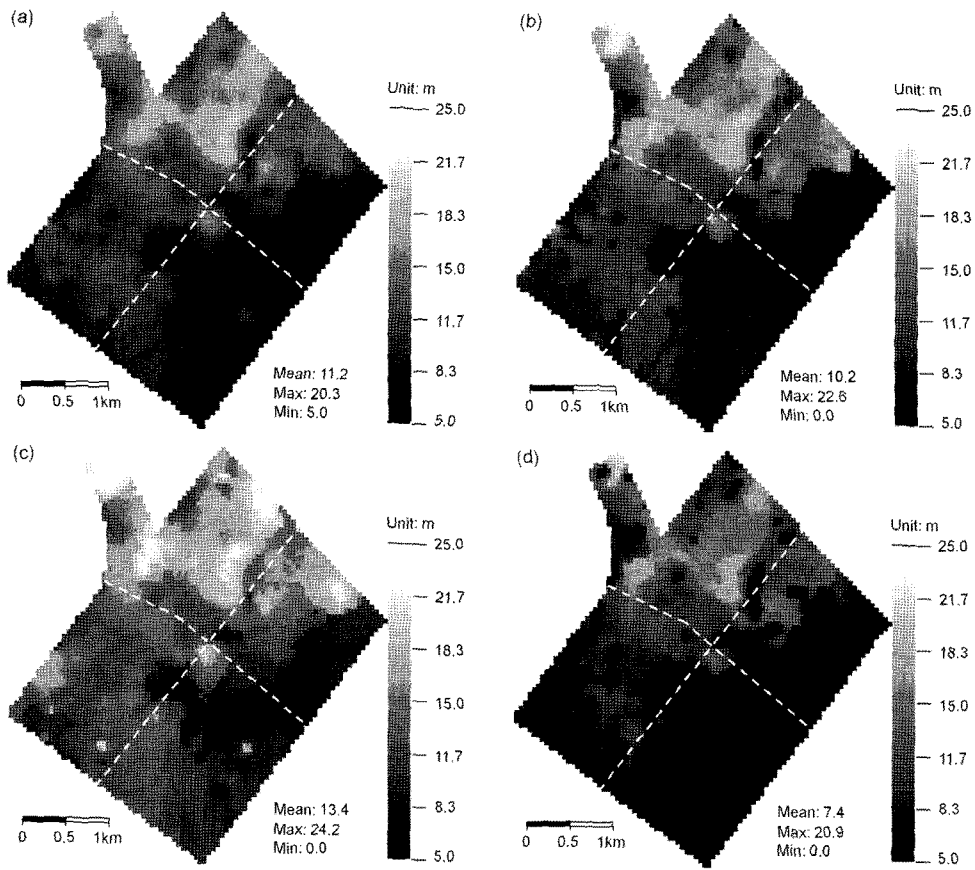


Fig. 4. Optimal estimate of thickness of consolidation layer for each case: (a) CASE-1, (b) CASE-2, (c) CASE-3, (d) CASE-4

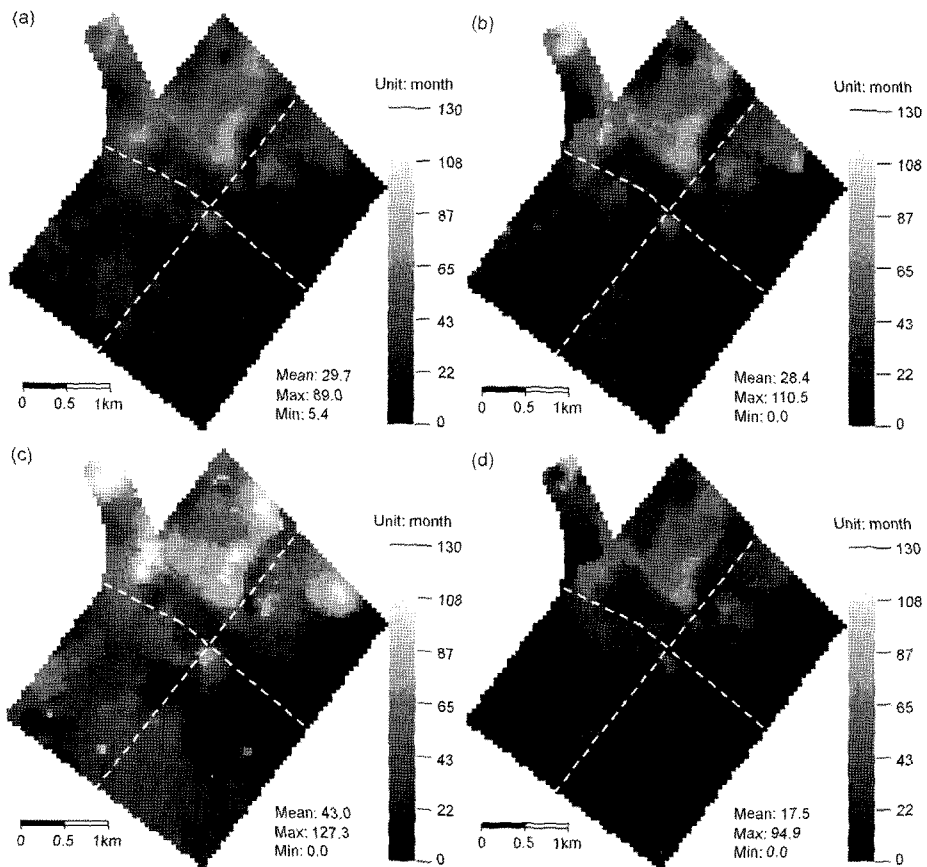


Fig. 5. Optimal estimate of consolidation time for each case: (a) CASE-1, (b) CASE-2, (c) CASE-3, (d) CASE-4

계를 이용하여 산정한 송도신도시 압밀시간의 공간적 분포이다. 그림 5에서 볼 수 있듯이 CASE-1, 2, 3, 4는 각각 89개월, 110.5개월, 127.3개월, 94.9개월의 최대압밀시간을 보이는 것으로 나타났다. 그림 6은 압밀시간이 36개월을 초과하여 압밀축진공법을 적용해야 하는 영역을 나타낸 것이다. 압밀층 두께를 과소평가하여 압밀시간을 과소평가할 경우 반대의 경우보다 큰 손실이 발생하는 경우에는 그림 6(c)와 같이 공사초기에 다른 CASE에 비하여 더 넓은 영역에 압밀축진공법을 적용해야 하는 것으로 나타났다. 이는 초기공사비용을 많이 투입하여 압밀시간이 계획된 시간을 초과하였을 때 발생할 수 있는 더 큰 추가비용에 대한 부담을 감소시키기 위함이다. 각 CASE별로 연직배수공법(prefabricated vertical drains, PVDs) 적용이 필요한 면적을 산정해 보았다. CASE-1, 2, 3, 4의 손실함수를 사용하였을 경우 각각 전

체면적의 29%, 28%, 54%, 15%에 PVDs를 적용해야 하는 것으로 분석되었다. 이와 같이 어떠한 형태의 손실함수를 사용하는가에 따라서 PVDs를 적용해야 할 최적면적이 상이함을 확인할 수 있다. 또한, PVDs를 적용해야 하는 면적은 압밀층 두께가 가장 두꺼울 가능성이 높은 1공구가 가장 넓은 것으로 나타났으며, 자료의 수가 매우 적은 4공구의 추정값은 신뢰성이 떨어질 가능성이 있으므로 유의해야 할 것으로 판단된다.

본 논문에서는 손실함수를 가정하여 각각의 손실함수에 따른 최적 PVDs 적용면적을 결정하였으나, 실제 문제에서는 현장조건에 적합한 손실함수를 이용하여 최적 적용면적을 결정해야 할 것이다. 즉, 추정 값을 과소평가하였을 경우 발생하는 손실이 더 큰 경우에는 CASE-3과 같은 형태의 손실함수를, 반대의 경우에는 CASE-4와 같은 형태의 손실함수를 적용하여 손실을 최소화 하는

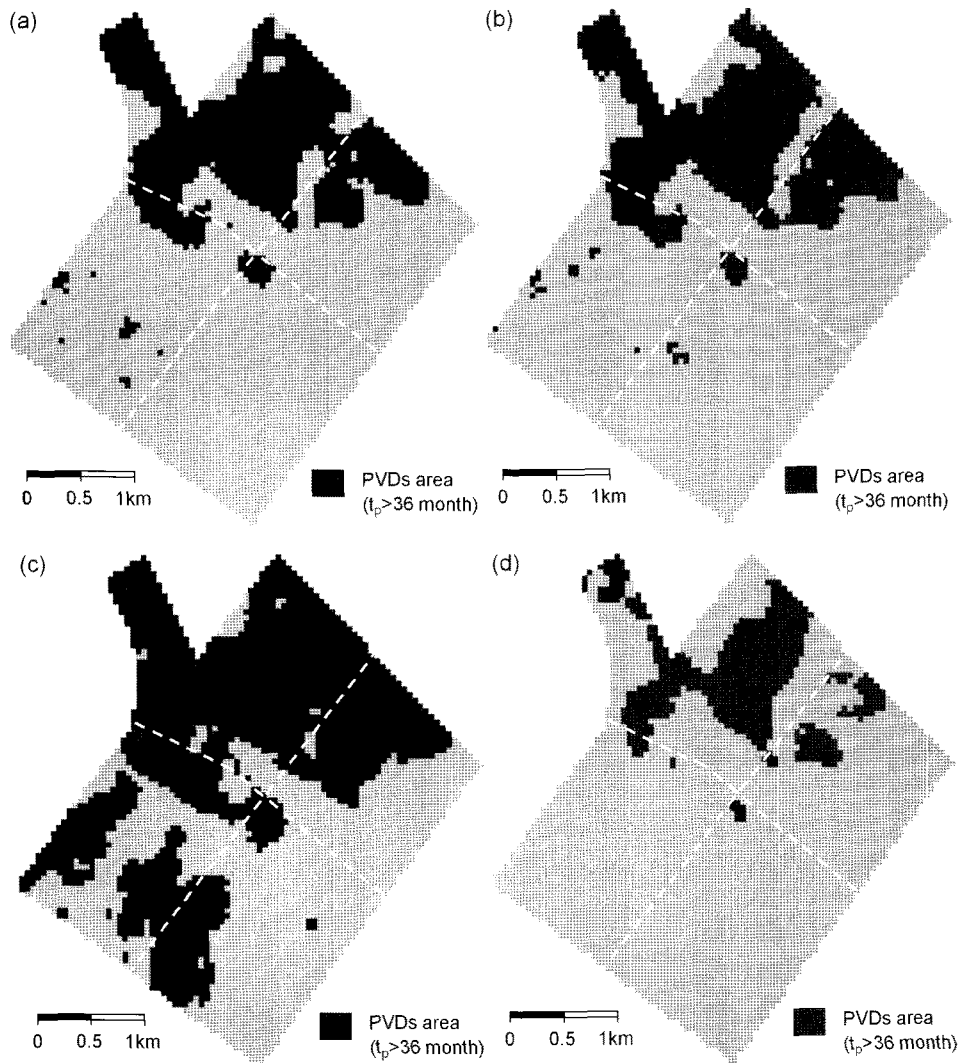


Fig. 6. PVDs area for each case: (a) CASE-1, (b) CASE-2, (c) CASE-3, (d) CASE-4

최적값을 추정해야 할 것이다.

4. 요약 및 결론

지구통계학은 예측값의 정량적 불확실성 평가결과와 손실함수를 함께 이용하여 발생 가능한 손실비용을 최소로 하는 최적 추정값을 결정할 수 있는 방법을 제시하고 있다. 이러한 방법에서는 추정오차가 최소가 되는 값이 아닌 손실비용을 최소로 할 수 있는 값을 최적 추정값으로 제시한다. 본 논문에서는 지시자 방법을 이용하여 작성한 송도신도시 압밀층 두께의 cdf와 네 가지 유형의 손실함수를 이용하여 각각의 손실함수에 대한 압밀층 두께분포를 추정하였다. 또한, 이러한 추정결과를 이용하여 압밀축진공법을 적용해야 할 최적 추정면적 산정에 관한 예를 송도신도시 지반을 대상으로 제시하였다.

CASE-1과 2는 손실함수가 좌우 대칭인 경우로 손실함수가 각각 2차함수와 선형함수로 모델링된다. 이 두 경우는 각각 cdf의 평균과 중앙값을 최적 추정값으로 제공하였다. CASE-3의 손실함수는 압밀층 두께를 과소평가하였을 경우가 과대평가하였을 경우보다 더 큰 손실비용이 발생하는 상황을 반영하며, CASE-4의 손실함수는 CASE-3과 반대의 경우를 반영한다. 따라서 CASE-3은 압밀층 두께의 최적 추정값을 가장 크게 평가하였으며, CASE-4는 압밀층 두께의 최적 추정값을 가장 작게 평가하였다. 이러한 손실함수에 따른 최적 압밀층 두께를 이용하여 손실비용을 최소로 할 수 있는 연약지반처리 영역 및 면적을 결정할 수 있었다. CASE-1, 2, 3, 4의 손실함수를 사용하였을 경우 각각 전체면적의 29%, 28%, 54%, 15%에 압밀축진공법을 적용해야 하는 것으로 분석되었다. 이와 같이 어떠한 형태의 손실함수를 사용하는가에 따라서 연직배수공법을 적용해야 할 최적 면적이 상이함을 확인하였다. 지반공학분야에도 추정의 불확실성과 손실비용을 함께 고려할 수 있는 설계방법을 채택할 경우 추정의 문제로 인하여 발생 가능한 손실비용을 최소로 하는 설계를 수행할 수 있음을 확인할 수 있었다.

본 논문에서는 손실함수를 가정하여 각각의 손실함수에 따른 최적 연약지반처리 영역과 면적을 결정하였으나, 실제 문제에서는 현장조건에 적합한 손실함수를 적용하여 최적값을 추정해야 할 것이다. 따라서 추정하고자 하는 값을 과소 또는 과대 평가하였을 경우의 손실

비용을 실제 현장자료를 이용하여 평가하고, 이 결과를 바탕으로 현장에 적합한 손실함수를 결정하는 연구가 지속적으로 수행되어야 할 것으로 판단된다.

참고 문헌

1. 김동휘, 배경두, 고성권, 이우진 (2010), “확률론적 방법을 의한 인천송도지반 압밀침하량의 공간적 분포 평가”, *한국지반공학회 논문집*, 제26권, 제9호, pp.15-24.
2. 김동휘, 채영호, 박정규, 이우진 (2011), “지시자 크리깅을 이용한 송도신도시 최적 압밀층 두께 결정”, *한국지반공학회 2011 봄 학술발표회 논문집*, pp.310-317.
3. 김홍택, 이혁진, 김영웅, 김진홍, 김홍식 (2002), “GIS 기법을 이용한 대규모 매립지반의 장기침하 예측”, *한국지반공학회논문집*, 제18권, 제2호, pp.107-121.
4. 박노옥 (2010), “지화학 자료의 확률론적 불확실성 및 위험성 분석을 위한 지시자 지구통계학의 응용”, *한국지구과학회지*, 제31권, 제4호, pp.301-312.
5. 선창국 (2009), “공간 GIS 기반의 지반 정보 시스템 구축을 통한 대전 지역의 부지 응답에 따른 지진재해 구역화”, *한국지반공학회 논문집*, 제25권, 제1호, pp.5-19.
6. 유광호 (1993), “이분적 터널 암반 분류를 위한 정성적 자료의 지구통계학적 연구 -I. 이론-”, *한국지반공학회논문집*, 제9권, 제3호, pp.61-65.
7. 유광호 (1995), “다분적 암반분류를 위한 정성적 자료의 지구통계학적 연구 - I. 이론”, *한국지반공학회논문집*, 제11권, 제2호, pp.71-77.
8. 유광호 (1998), “다분적 암반분류를 위한 정성적 자료의 지구통계학적 연구 - II. 응용”, *한국지반공학회논문집*, 제14권, 제1호, pp.29-35.
9. 유광호 (2003), “터널 설계를 위한 암반등급 산정 기법에 관한 연구”, *한국지반공학회논문집*, 제19권, 제5호, pp.319-326.
10. 윤길림, 이강운, 채영수, 유광호 (2005), “지구통계학 크리깅 기법을 이용한 연약지반의 불확실성 분석”, *한국지반공학회논문집*, 제21권, 제3호, pp.5-17.
11. 류동우, 김택곤, 허종석 (2003), “RMR의 불확실성 모델링을 위한 지구통계학적 시뮬레이션 기법에 관한 연구”, *터널과 지하공간*, Vol.13, No.2, pp.87-99.
12. 천성호, 선창국, 정충기 (2005), “지반 정보화를 위한 지구 통계학적 방법의 적용”, *대한토목학회 논문집*, 제25권, 제2호, pp.103-115.
13. Baise, L. G., Higgins, R. B., and Brankman, C. M. (2006), “Liquefaction hazard mapping-Statistical and spatial characterization of susceptible units”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.132, No.6, pp.705-715.
14. Chiasson, P., Lafleur, J., Soulie, M., and Law, K.T. (1994), “Characterizing spatial variability of a clay by geostatistics”, *Canadian Geotechnical Journal*, 32, pp.1-10.
15. Deutsch, C.V., and Journé, A.G. (1998), *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*, Oxford University Press, New York, USA.
16. Goovaerts, P. (1997), *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*, Oxford University Press, New York.
17. Isaaks, E. H., and Srivastava, R. M. (1989), *Applied geostatistics*, Oxford University Press, New York.
18. Jaksa, M. B., Kaggwa, W. S., and Brooker, P. I. (1993), “Geostatistical modeling of the spatial variation of the shear strength of a stiff, overconsolidated clay”, *Probabilistic methods in geotechnical engineering*,

- Balkema, Rotterdam, pp.185-194.
19. Journel, A. G., and Huijbergts, C. J. (1978), *Mining geostatistics*: Academic Press, London.
 20. Journel, A.G. (1983), "Non-parametric estimation of spatial distributions", *Mathematical Geology*, 15, pp.445-468.
 21. Journel, A.G.(1984), "Mad and conditional quantile estimator", In G. Verly, M. David, A.G. Journel, and A. Marechal, editors, *Geostatistics for Natural Resources Characterization*, volume 2, pp.261-270.
 22. Parsons, R. L., and Frost, J. D. (2002), "Evaluating site investigation quality using GIS and geostatistics", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.128, No.6, pp.451-461.
 23. Sitharam, T. G. (2007), "Spatial variability of SPT data using ordinary and disjunctive kriging", *ISGSR2007 First International Symposium on Geotechnical Safety & Risk*, pp.253-264.
 24. Soulie, M., Montes, P., and Silvestri, V. (1990), "Modelling spatial variability of soil parameters", *Canadian Geotechnical Journal*, 27(5), pp.617-630.
 25. Srivastava, R.M. (1987), "Minimum variance and maximum profitable?", *CIM Bulletin*, 80(901), pp.63-68.
 26. Sun, C. G., Chun, S. H., and Chung, C. K. (2008), "Spatial GIS-Based seismic zonation for regional estimation of site effects at Seoul metropolitan area", *Proceedings of second Japan-Korea Geotechnical Engineering Workshop*. Tokyo, Japan, pp.115-122.
 27. You, K.H. (1995), "A solution for order relation problems in multiple indicator kriging", *Journal of the Korean Geotechnical Society*, KGS, Vol.11, No.3, pp.17-26.

(접수일자 2011. 5. 20, 심사완료일 2011. 8. 22)