

## 예비 교사의 통계적 추론 능력에 대한 연구

이종학<sup>1)</sup>

학교 수학에서 확률·통계 영역은 자료에서 필요한 정보를 추출하고, 이 정보를 바탕으로 통계적 과정을 통해 타당한 결론을 추론하며 합리적인 의사 결정을 내리는 방법을 학습하는 단원이다. 통계 단원은 연역적 사고를 강조하는 학교 수학의 다른 영역과 달리 교실 수업의 과정에서 실제 자료를 통한 귀납적 추론과 올바른 직관적 사고를 필요로 한다. 따라서 통계 단원의 교수·학습 과정에서 교사들은 학생들에게 실제 자료에 대한 귀납적 추론과 직관적 사고를 바탕으로 하여 정보를 추출하고 타당한 결론을 추론하는 방법을 지도할 수 있어야 한다. 이에 따라 앞으로 일선에서 통계 교육을 담당할 예비 교사들도 통계 교육이 요구하는 통계적 추론 능력을 구성하는 것이 필요하다. 이에 본 연구에서는 예비 교사들이 구성하고 있는 통계적 추론 능력에 대하여 구체적으로 탐색해 보고자 하였다. 이를 위해 첫째, 선행 연구의 검토를 통해 학교 수학에서 요구하는 통계적 추론에 대해서 알아보고, 둘째, 예비 교사를 대상으로 한 통계적 추론 검사를 실시하여 그들의 통계적 추론 능력을 살펴보았다. 그리고 셋째, 예비 교사들의 반응을 토대로 그들이 구성한 통계적 추론 능력에 대한 분석과 함께 오개념을 구체적으로 탐색해 보고, 넷째, 통계 교육에서 예비 교사 교육을 위한 시사점을 제시하였다.

주요 용어 : 예비 교사 교육, 통계 교육, 통계적 추론.

### I. 서 론

통계학은 자료에 내포되어 있는 정보를 분석하여 불확실한 현상에 대하여 통계적으로 추론을 하여 타당한 결론을 이끌어 내는 분야로, 자료로부터 얻어지는 정보를 근거로 하여 올바른 결론을 추론하고, 합리적인 의사결정을 하게 된다. 다시 말해 통계학은 자료를 기초로 하여 통계적 추론을 통해 모집단에 대한 규칙성이나 타당한 결론을 얻고, 이에 관련된 최적의 의사를 결정하는 학문이다. 따라서 자료를 통계적으로 처리하여 정보화하고, 이 정보를 바탕으로 타당한 결론을 유도하는 통계적 추론 활동은 통계학에서 중요한 위치를 차지한다. 최근 몇 년 동안 학교 수학에서는 추론의 중요성을 강조하고 있으며, 수학교육의 여러 분야에서 추론에 대한 많은 연구들이 이루어지고 있다. 이와 일관되게 통계 영역에서도 통계적 추론(Statistical Reasoning)에 대한 다양한 연구(Freudenthal, 1973; Moore, 1997; DelMas, Garfield & Chace, 1999; Garfield, 2000; 김창일, 전영주, 2002; Ben-Zvi & Garfield, 2004; 이선애, 2007; 조가을, 2008)결과들이 제시되고 있다.

1) 대전송촌고등학교(mathro@hanmail.net)

Freudenthal(1973)은 통계 교육에 대해서 통계 수치를 기계적으로 계산하는 연습보다는 실제적인 자료를 수집하여 이를 표현하고 처리하는 통계적 활동을 수행해야 한다고 주장하면서, 통계적 활동을 통해서 통계의 기본 원리를 이해하고 통계적 추론 능력을 함양해야 한다고 주장한다. 또한 통계 교육을 통해 학생들이 구성해야 할 통계적 추론 능력에 대해서 Garfield(2000)는 자료를 요약하고, 표현하며, 해석하는 과정에서 통계적 아이디어와 통계적 도구를 사용하여 타당한 의사결정을 유도하는 것이라고 말한다. 그렇지만 김창일·진영주(2002)는 수학 공식에 의한 현재의 통계 교육은 통계적 추론 활동을 저해할 뿐만 아니라 통계적 추론 활동의 기반이 되는 자료를 산출하고, 분석하고, 해석하는 자료 분석적인 학습을 어렵게 한다고 주장한다. 그리고 이선애(2007)는 우리나라 교과서의 통계 단원은 자료의 특성을 추론하거나 자료의 문맥을 고려해 경향을 예측하고 타당한 결론을 도출하는 통계적 추론 활동과 관련한 내용은 거의 다루지 않는다고 말한다. 이에 대해 조가을(2008)은 통계 교육은 자료의 맥락과 변이성을 바탕으로 하여 학생들이 통계적 추론 활동을 수행하도록 지도해야 하며, 이를 위해서 통계 교육은 자료를 정리하고, 자료들 사이의 관계를 비교·분석하며, 실제 자료로부터 타당한 통계적 결과를 추론하는 형태로 진행되어야 한다고 주장한다.

Curcio(1989)는 통계 교육은 자료를 정리하고 분석하여 타당한 결론을 추론하는 형태로 이루어져야 한다고 주장한다. Moore(1997)는 자료 분석적 학습과 통계적 추론 활동을 위주로 하는 통계 교육을 실시할 것을 주장하며, 김창일·진영주(2002)는 통계 교육은 통계적 추론 능력을 함양하는 형태로 이루어져야 한다고 주장한다. 통계는 연역적 사고를 강조하는 학교 수학의 다른 영역과 달리 실제 자료를 통한 귀납적 추론과 직관적 사고를 요구한다. 학교 수학에서의 통계 교육은 현실 상황에서 수집한 자료를 정리·분석하며, 통계적 정보를 활용하여 타당한 결론을 추론하는 형태로 이루어져야 한다. 또한 이 과정에서 자료 분석적 활동을 수행하고 통계적 추론 능력을 함양하는 긍정적인 교실 수업이 이루어지기 위해서는 통계 교육을 담당하는 현장 교사의 역할이 중요하다. Leinhardt & Smith(1985)는 교사가 구성하고 있는 교과에 대한 내용 지식은 교실 수업을 진행하는데 직접적인 영향을 준다고 말한다. Shulman(1986)은 교사들이 교과에 대한 내용 지식을 알고 있어야 할 뿐만 아니라 사용할 수 있어야 한다고 주장하고, NCTM(2007)은 교실 수업에서 교사가 구성하고 있는 교과 내용 지식의 중요성을 강조한다. 또한 Ball, Thames & Phelps(2008)는 교사가 적절한 통계 교육을 수행하기 위해서 통계의 내용 지식, 학습자의 통계적 능력에 대한 지식, 교육학적 내용 지식을 갖추고 있어야 한다고 주장한다. 따라서 일선에서 통계 교육을 담당할 예비 교사들은 통계 영역의 내용 지식으로 자료 탐색적 활동을 기반으로 하는 통계적 추론 능력을 구성해야 한다. 예비 교사들이 구성하고 있는 통계적 추론에 대한 이해 정도는 앞으로 그들이 통계적 추론에 기반을 둔 통계 교육을 실시하는데 직접적인 영향을 준다(Ben-Zvi & Garfield, 2004). 이에 본 연구에서는 학교 수학의 통계 교육에서 요구하는 통계적 추론이란 무엇인가에 대해서 알아보고, 예비 교사들이 구성하고 있는 통계 영역의 내용 지식으로 통계적 오개념에 대해서 분석하고, 통계 교육에서 예비 교사 교육을 위한 시사점을 찾아보고자 한다.

## II. 문헌 연구

### 1. 통계적 추론

Garfield(2002)는 학교 수학에서 통계 교육의 목표로 통계적 추론을 제시한다. 또한 NCTM(2000)은 수학교육의 목표 중 하나로 추론을 제시하면서, 통계 교육에서 학생들은 현실 상황에 근거한 통계 문제를 제기하며, 그 문제에 답하기 위하여 자료를 수집하고 조직하여 표현하고, 자료에 근거한 추론, 예측, 논의를 전개하며, 결과를 통계적으로 추론하고 평가할 수 있어야 한다고 주장한다. 통계적 추론에 대해서 Garfield & Chance(2000)는 통계적 정보를 이해하기 위해 통계적 아이디어를 가지고 추론하는 방법으로 정의하면서, 자료에 근거하여 통계적 결과를 해석하는 것을 포함한다고 주장한다. 그리고 Ben-Zvi & Garfield(2004)는 통계적 추론은 통계적 아이디어를 기반으로 유추하여 통계적 정보를 이해하는 사고 형태로, 통계 결과를 추론한 이유와 타당성의 근거를 아는 것이라고 말한다. 또한 <표II-1>과 같이 통계적 소양과 통계적 추론을 구별하여 제시한 김영일·장대홍·이태림·강명희(2008)는 통계적 소양이 통계 용어의 의미를 이해하고 사용할 수 있는 것이라면, 통계적 추론은 통계적으로 판단하며, 통계정보를 채택하고, 통계개념을 자료 및 확률과 결합하면서, 개념들을 서로 연결하고, 통계조사 과정을 이해하며, 결과를 해석하는 것이라고 주장한다.

<표II-1> 통계적 소양과 통계적 추론(김영일 외 3인, 2008)

구분	통계적 소양	통계적 추론										
세부 능력	<ul style="list-style-type: none"> <li>통계 용어 및 수단을 이해하고 사용하는 능력</li> <li>통계 용어의 의미를 이해하는 능력</li> <li>통계 기호의 사용을 이해하는 능력</li> <li>자료의 표현을 인식하고 해석하는 능력</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>통계 정보의 의미를 채택하는 능력</li> <li>통계 개념들을 서로 연결하는 능력</li> <li>통계 개념을 자료/확률과 결합하는 능력</li> <li>통계처리과정을 이해하고 설명하는 능력</li> <li>통계처리 결과를 해석하는 능력</li> <li>통계 개념을 통해 판단하는 방법을 이해하는 능력</li> </ul>										
관련 용어	<ul style="list-style-type: none"> <li>식별, 기술하기 · 번역, 해석하기</li> <li>읽고 계산하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>“왜”에 대해 설명하기</li> <li>“어떻게”에 대해 설명하기</li> </ul>										
예	D학교 중학생 49명의 키의 평균은 161.2cm, 표준편차가 7.3cm이었다. 통계를 모르는 사람에게 표준편차의 의미를 설명해 줄 수가 있는가?	<p>다음은 어느 고등학교 학생 10 명이 3분 동안 팔굽혀펴기를 한 횟수를 측정하여 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 계산기를 이용하지 않고, 평균값이 중앙값보다 클까, 작을까, 같은가를 추론하고 그 이유를 말할 수 있는가?(단위: 회).</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>줄기</th> <th>잎</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5 9</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3 7 8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2 6 6</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1 5</td> </tr> </tbody> </table>	줄기	잎	1	5 9	2	3 7 8	3	2 6 6	4	1 5
줄기	잎											
1	5 9											
2	3 7 8											
3	2 6 6											
4	1 5											

통계적 추론은 통계적 정보로부터 또 다른 정보를 이끌어 내거나 정보를 판단하는 사고 수단이다. 통계에서는 자료 그 자체와 함께 통계적인 방법을 동원하여 자료 너머를 탐색하고 추측하는 사고 활동인 통계적 추론이 통계적 사고의 중심이 된다. 또한 통계는 확률을 이용해서 실제적인 자료를 처리하는 방법을 다루는 분야이므로, 통계 영역에서의 추론은 상황에 근거하며 자료에 의존적인 귀납적 추론을 주로 한다.

귀납적 추론은 개별적이고 구체적인 사실들의 관찰과 실험으로부터 얻은 경험적 자료들을 근거로 보편적 법칙을 발견하고 지식을 확장하는 것이다. 귀납적 추론은 몇몇 사례로부터 경험적·확률적 판단을 통해 결론을 이끌어 내는 것이므로, 이끌어낸 결론은 상황에 따른

최선의 가정만을 제공해 줄 수 있는 개연적인 특성을 지니고 있다. 따라서 귀납적 추론에서는 추론의 전제들이 모두 옳고 일정한 형식을 갖추고 있는 경우에도 일부 사례로부터 이끌어낸 결론이 항상 참이라는 보장을 할 수 없다. 또한 선입견이나 부주의 등으로 관찰하여야 할 사례를 간과하거나 착각이나 편견 등으로 인하여 왜곡된 관찰을 함으로써 오류가 발생할 수 있다. 그렇지만 개연적이며 오류를 범할 가능성에도 불구하고 귀납적 추론은 경험적이고 확률적인 판단에 의해서 탐구와 발견을 하는 유용한 사고 체계이다. 귀납적 추론을 근간으로 하는 통계적 추론은 방대한 자료를 대신할 일부 자료인 표본을 토대로 하여 전체 자료인 모집단의 여러 가지 특징들에 대해서 추론하는 것이다. 예를 들어 지구가 태양 주위를 돈다는 것을 연역적으로 추론하는 경우는 지구과학의 일반화된 법칙에 의존하여 내일도 지구가 태양의 주위를 돈다는 것을 증명하는 것이지만 귀납적 추론을 바탕으로 하는 통계적 추론은 수집한 자료에 근거하여 내일에 대한 이 확신을 믿는 것이 타당한지를 확률적으로 답한다.

통계적 추론은 귀납적 추론을 바탕으로 하지만 Garfield(2000)는 통계적 추론의 특성을 귀납적 추론만으로 한정하지 않고 자료를 요약하고, 자료를 표현하고, 자료에 근거하여 해석하는 과정에서 통계적 아이디어와 통계적 도구를 사용하여 추론하는 방법으로 통계적 추론을 정의하면서 통계적 추론의 발달 단계를 수준화하여 주관적 추론, 언어적 추론, 과도기적 추론, 절차적 추론, 통합적 과정 추론으로 분류한다.

통계적 추론의 발달 단계에서 첫 번째 수준인 주관적 추론(idiosyncratic reasoning) 수준에 있는 학생들은 문제와 관련이 없는 통계적 정보를 수집하고 채택한다. 이 단계의 학생들은 몇몇 통계 개념과 기호들을 사용하거나, 때로는 옳지 않은 방법으로 개념과 기호들을 사용하는데, 예를 들어 평균, 중앙값, 표준편차 등과 같은 통계 개념과 기호들을 학습했지만 분포의 표준편차를 비교하지 못하거나 대푯값을 사용하지 못한다.

언어적 추론(verbal reasoning) 수준의 학생들은 통계 개념과 기호들을 언어적인 수준에서 이해하지만 개념을 정확히 적용하지는 못하는 단계이다. 다시 말해 통계 개념에 대한 올바른 정의를 선택하거나 말할 수 있지만 정확히 이해하고 있지는 못한 수준이다. 예를 들어 대푯값의 종류를 알고는 있지만 자료에 따라 적절한 대푯값을 사용하지 못한다.

과도기적 추론(transitional reasoning) 수준의 학생들은 통계 조사가 하고자 하는 목적에 맞는 완벽한 결론을 유도할 수는 없지만 추출한 자료나 측정값을 통해 통계 조사의 목적과 통계적 과정을 이해할 수 있다. 예를 들어 이 단계의 학생들은 추출한 표집 분포에서 표본이 커지면 분포의 모양이 정규분포에 가까워지는 통계적 과정을 이해하거나 오차가 줄어든다는 통계적 사실을 알고 있다.

절차적 추론(procedural reasoning) 수준의 학생들은 통계적 과정을 완벽하게 이해하지는 못하지만 자료 수집의 목적에 맞도록 추출한 자료나 측정값을 통해 결론을 유도하거나 하나의 수치로 나타낼 수 있다. 예를 들어 표본평균의 분포를 통해 모평균을 추정할 수는 있지만 추정의 과정에 대한 설명을 못할뿐더러 예측값에 대한 신뢰도 갖지 못한다.

통합적 과정 추론(integrate process reasoning) 수준의 학생들은 통계적 개념과 규칙들을 완벽하게 이해하고 통계 과정에 적용할 수 있다. 예를 들어 95% 신뢰구간이라는 통계적 용어가 의미하는 것은 모집단에서의 반복추출 과정이라고 설명할 수 있으며 통계적 근거가 타당한 정확한 예측을 할 수 있다.

또한 Garfield(2002)는 통계적 추론을 구성하는 하위 요소를 <표II-2>와 같이 제시하면서 자료, 표, 차트, 그래프, 대푯값, 산포, 분포, 위치, 변동, 임의성, 표본추출, 모집단 등과 같은 통계 개념과 통계 내용에 기반을 두고 통계적 추론의 하위 요소들을 설명한다. 따라서 Garfield(2002)가 말하는 통계적 추론은 통계 개념과 내용을 바탕으로 한 추론이며, 자료와 그래프, 대푯값과 산포, 중심과 퍼짐, 표본과 모집단과 같이 어느 한 통계적 개념과 다른 통계적 개념을 연결하는 능력을 포함한다. 그리고 통계 조사 과정에서 발생하는 통계적 정보들은 이해하며, 이를 바탕으로 통계적 결과를 추론하고 해석할 수 있는 것을 의미한다.

<표 II - 2> 통계적 추론의 하위 요소와 내용

하위 요소	내용
자료와 관련된 추론	· 자료를 양적 또는 질적인 것으로, 이산적 또는 양적인 것으로서 인식하거나 분류할 수 있고, 자료의 형태를 표, 차트, 그래프, 수치 자료로 변형시키는 것과 관련되는 추론
자료의 표현과 관련된 추론	· 표, 차트, 그래프, 수치 자료를 통해 자료를 표현하는 방법을 이해, 그래프를 읽고 해석하는 방법을 이해, 자료를 보다 잘 표현하기 위해 그래프를 변형하는 것과 관련되는 추론
통계적 측정과 관련된 추론	· 자료에서 대푯값, 산포 등의 통계량이 의미하는 바를 아는 것, 통계적 예측을 위해서는 소규모 표본보다는 대규모 표본이 더 정확하다는 사실을 인지하는 것, 자료를 비교할 때에 대푯값과 산포가 유용하다는 사실을 아는 것과 관련되는 추론
불확실성과 관련된 추론	· 우연 사건에 대한 판단을 내리기 위해 확률을 활용하는 것, 통계 조사의 모든 결과가 똑같은 경향을 나타내는 것은 아님을 아는 것, 다양한 사건들의 가능성을 추정하는 법을 아는 것과 관련되는 추론
표본과 관련된 추론	· 표본과 모집단의 관계를 이해하고 표본에서 추정할 수 있는 것이 무엇인지를 아는 것, 모집단을 대표하지 못하는 표본추출이 있다는 것을 아는 것과 관련되는 추론

## 2. 통계적 추론에서의 자료

Shaughnessy, Garfield & Greer(1996)는 모든 통계적 자료는 특별한 배경에서 수집된 것이므로 자료가 어떻게 수집되었고, 자료가 의미하는 것이 무엇인가를 파악하기 위해서 자료의 맥락을 살필 필요가 있다고 주장한다.

「자료는 연구자에 의해 수집되고 표현된다. 또한 표현된 자료는 모집단이란 특별한 상황을 대표한다. 따라서 자료 처리 과정에서 수집한 자료의 이면에 내재되어 있는 문맥을 파악하는 것은 자료를 조직하고 해석하는 통계적 분석 활동만큼이나 의미가 있다고 할 수 있다. 또한 자료의 맥락을 파악하는 것은 자료의 배경에 대한 수학적 탐색 활동이다(Shaughnessy 외 2인, 1996).」

수학은 수나 도형의 패턴을 찾고 추상화 과정을 거쳐 구조를 형성한다. 이 과정에서 수나 도형의 패턴과 관련하여 수학적 상황을 발생시킨 맥락은 추상화 단계에서 필연적으로 제거될 수밖에 없다. 그렇지만 자료의 패턴이 통계적 상황을 유발한 맥락에 의존하는 통계에서는 자료의 맥락은 통계 조사의 과정 전반에 걸쳐 통계적 의미를 제공한다. 따라서 통계에 사용되는 자료는 값 그 자체가 아니라 맥락을 가진 값이다. 통계적 상황에서는 수집한 자료의 문맥을 탐색해야만 합리적인 판단과 의사 결정이 가능하다. 예를 들어 “당신이 축구 감독이라면 5번을 연속해서 페널티 킱을 실축한 선수를 6번째 페널티 킱에 기용할까?”라는 통계적 물음에서 대부분의 축구 감독들은 지극히 상식적인 수준에서 볼 때, 다음 페널티 킱에 그 선수를 쓰지 않을 것이다. 일반적으로 축구 선수가 페널티 킱에서 골대에 골을 넣을 확률이 50%를 넘는 현실적 상황에서 어떤 감독이든 그 선수를 다시 기용하지 않을 것이라는 판단의 근거는 맥락에 기반한 경험적인 자료와 직관적인 사고가 통계적 추론 과정에서 중요하게 작용하였기 때문이다. 통계적 추론 과정에서 자료의 맥락을 파악하는 활동의 중요성에 대하여 남주현(2007)은 동전을 던지는 시행에서 앞면이 5회 연속 나온 경우를 예로 들어 다음과 같이 설명한다.

「동전의 앞면이 나올 확률이  $\frac{1}{2}$ 이지만 앞면이 5회 연속 나온 동전은 수학적 가

정인 ‘앞면이 나올 확률은  $\frac{1}{2}$ 이다’ 대신 경험 자료에 의존하여 ‘앞면이 나올 확률이  $\frac{1}{2}$ 보다 크지는 않을까’라는 생각에서 출발하게 된다. 이처럼 동전 던지기의 결과가 다소 이상하므로 귀무가설(‘앞면이 나올 확률은  $\frac{1}{2}$ 이다’)과 대립가설(‘앞면이 나올 확률이  $\frac{1}{2}$ 보다 크다’)을 설정하고 가설 검정을 하게 된다. 상황이 모두 우연적이어서 앞면과 뒷면이 나올 확률이 여전히  $\frac{1}{2}$ 이라고 가정한다면 5번 동전을 던져서 5번 모두 앞면이 나올 확률은  $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$ 로 약 3%가 되어 5%보다 작다. 즉, 우연에 의해 이런 일이 일어날 확률은 3% 정도에 불과한 것으로 이 사건은 우연히 발생한 것이 아니라 ‘아마도 앞면이 나올 확률이 큰 동전이었을 것’이라는 가설을 뒷받침해 준다. 이처럼 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각하고 앞면이 나올 확률이  $\frac{1}{2}$ 보다 크다는 결론이 가능하게 된다(남주현, 2007).」

남주현(2007)의 예는 통계적 추론에서 자료와 함께 자료에서 파악한 맥락의 중요성을 나타내는 것으로 자료의 맥락이 합리적인 통계적 사고와 추론을 위한 토대가 됨을 알려준다. 따라서 통계 교육은 자료의 맥락에 대한 인식을 기반으로 자료로부터 유도 가능한 가설들 중에서 통계적으로 신뢰할 수 있는 타당한 결론이 무엇인지를 추론하고, 예외적인 변이들을 어떻게 처리하고 판단할 것인가에 대한 안목을 길러줄 필요가 있다.

변이가 존재하는 현실로부터 얻어진 모든 통계적 자료들은 그 자체로서 불확실성을 내포한다. 불확실성을 내포한다는 것은 수집한 자료에 변이성이 존재한다는 것을 의미한다. 일반적으로 통계에서 자료의 변이성은 한 분포 내에서 자료로서의 값들의 변동, 표본 추출에서의 변이성 등으로 나타날 수 있다. 통계에서 다루는 자료에 대해서 Cobb & Moore(1997)는 단순한 수가 아니라 변이성과 문맥을 가진 값이기 때문에 통계는 수학과는 다른 통계적 사고를 필요로 한다고 주장한다. 수학의 전통적인 체계와 비교하여 통계는 불확실성과 변이성이 존재하는 자료에서 자료의 문맥을 파악하여 추론을 하고 타당한 결론을 유도하는 개념과 방법의 체계이다. 따라서 통계 영역은 수집한 맥락 자료가 변이성을 내포하고 있다는 인식과 함께 변이성을 지닌 맥락 자료의 타당한 분석을 위한 통계적 추론 능력을 필요로 한다.

### Ⅲ. 연구 방법

#### 1. 통계적 추론 검사(SRA)

Garfield(1998)의 통계적 추론 검사(Statistical Reasoning Assessment(SRA))는 간단한 통계 문제를 푸는 것이 아니라 통계적 개념과 지식을 바탕으로 다양한 통계적 상황에서의 추론 능력을 측정하고자 개발된 검사지이다. Tempelaar(2004)에 의하면 SRA는 여러 연구자(Konold, 1989; Garfield, 1998; Liu, 1998; Garfield & Chance, 2000; Garfield, 2003; Tempelaar, 2004)들에 의해서 사용되고 정당화된 통계적 추론 검사도구이다. Garfield(1998)는 고등학생을 대상으로 새로운 통계 교육과정의 효과를 평가하는 도구로 SRA를 사용하였으며, Tempelaar(2004)는 통계학 강좌를 수강하는 대학생을 대상으로 새로운 교수 모형의 효과를 분석하기 위해서 SRA를 사용하였다. 또한 SRA는 최근 들어 Wang & Chen(2009)에 의해서 사용된 통계적 추론능력 검사지이다. SRA는 <표Ⅲ-1>과 같이 통계의 내용 요소를 각각 8개의 추론 척도와 오개념 척도로 구분하여 총 20개의 선다형 문항으로 구성되어 있으며, 각 문항은 4~7개의 답지로 이루어져 있다. 미국과 대만의 대학생들을 대상으로 SRA를 사용하여 통계적 추론 능력을 비교·분석한 Garfield(2003)는 옳은 추론에 대해서는 1점, 잘못된 추론에 대해서는 0점을 부여하여 양적 자료로 통계적 분석을 하였다. 이에 본

연구에서는 검사지의 20개 문항 별로 통계적 추론의 결과가 옳은 경우에는 각 1점, 틀린 경우에는 0점을 부여하고 총점을 20점 만점으로 계산하여 양적 자료를 수집하였다. 또한 자료의 통계 처리는 통계 프로그램인 SPSS 10.0을 사용하였다.

<표 III - 1> SRA의 추론 척도와 오개념 척도(Garfield, 1998)

추론 척도
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 확률을 옳게 해석하는 추론: 임의성과 우연사건에 대한 판단의 근거로 확률을 이해하고 사용할 수 있는 추론 능력을 평가.</li> <li>2. 상황에 적합한 평균을 선택하는 방법에 대한 추론: 어떤 상황에서 최선의 대푯값이 무엇인지 이해하는 추론 능력을 평가.</li> <li>3. 조작적 추론을 사용, 비율로써 확률을 이해하거나 확률을 옳게 계산할 수 있는 추론: 타당한 방법을 사용하여 가능성을 결정하는 방법에 대한 추론 능력을 평가.</li> <li>4. 독립성을 이해하는 추론 능력: 사건의 독립성을 이해하고 결론을 옳게 추론하는 능력</li> <li>5. 표본의 변동성을 이해하는 추론 능력: 표본에서 모집단을 추론하거나 표본과 모집단의 관계를 파악하는 능력.</li> <li>6. 상관관계와 인과관계를 파악하는 추론 능력: 두 변수의 상관성이 인과관계를 의미하는 것은 아니라는 통계적 추론 능력을 평가.</li> <li>7. 이원배치표를 옳게 해석하는 추론 능력: 이원배치표를 해석하고, 두 변수 사이의 관계를 해석하며 판단하는 방법에 대한 추론 능력을 평가.</li> <li>8. 개수가 큰 표본의 중요성을 이해하는 추론 능력: 개수가 작은 표본에서 얻은 추론 결과에 대한 신중한 접근, 개수가 많고 잘 선택된 표본은 모집단을 좀 더 잘 대표한다는 것, 표본과 모집단이 어떻게 관련이 있는지와 표본에서 모집단의 어떤 성질을 추론할 수 있는지에 대한 추론 능력을 평가.</li> </ol>
오개념 척도(오답을 표시할 만한 함정을 항목에 포함하는 척도)
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 평균을 포함하는 오개념: 평균은 항상 자연수가 되는 것은 아니며, 실제 상황에서 평균을 계산할 때 특이값을 포함하는 추론 능력, 오직 평균만을 가지고 집단을 비교하는 오개념, 평균과 중앙값에 대한 추론 능력을 평가.</li> <li>2. 결과 지향: 어떤 상황에서 찬성 또는 반대의 결정을 할 때, 사건의 전체적인 맥락을 보는 것보다 한 사건에 대한 직관적 확률을 이용해서 결정을 한다.</li> <li>3. 모집단을 잘 대표할 수 있는 좋은 표본: 표본의 크기와 표본을 선택하는 방법보다 중요한 것은 표본이 모집단을 잘 대표하는 것인가의 문제이다.</li> <li>4. 작은 수의 법칙 : 크기가 작은 표본도 모집단을 잘 대표할 수 있고 다루기 편하다는 생각 때문에, 크기가 작은 표본을 크기가 큰 표본에 비해서 선호한다.</li> <li>5. 대표적인 오개념: 두 집단의 크기가 같을 때만 서로 비교할 수 있다.</li> <li>6. 상관관계는 인과관계를 포함한다.</li> <li>7. 동등 확률에 대한 경향 : 근원사건이 동등 확률이 아니지만 같은 것처럼 보이는 사건에서의 확률.</li> <li>8. 두 집단의 크기가 같을 때만 서로 비교할 수 있다.</li> </ol>

## 2. 연구 대상

본 연구는 예비 교사들의 통계적 추론 능력을 분석하고자 하였다. 이를 위해 연구자가 실험이 가능한 D광역시 소재 H대학의 수학교육과 2·4학년 학생 25명과 교직 과정 학생 9명

등 총 34명을 <표Ⅲ-2>와 같이 연구 대상으로 임의 표집하여 선정하였다.

<표 Ⅲ-2> 연구 대상

	학생수		
	수학교육과	교직 과정	합계
2학년	22	2	24
4학년	3	7	10
합계	25	9	34

본 연구는 장래에 중등 수학교사를 희망하는 예비 교사들을 대상으로 2011년도 1학기 말에 이루어졌으며, 이 중에서 수학교육과의 4학년 예비교사들은 H대학 수학교육과의 교사양성 교육 과정에 따라 교과 내용학 분야의 「확률과 통계」 강좌를 2학년 2학기에 이수한 학생들이다. 또한 본 연구는 예비 교사들이 구성한 통계적 추론 능력에 대한 전반적인 이해 정도를 알아보고 이를 통해 교육적 시사점을 도출하고자 하는 목적으로 수행되었으므로, 수학교육과나 수학과 교육과정에 따라 통계학 강좌를 수강한 4학년 예비 교사들과 아직 통계학 강좌를 수강하지 않은 2학년 예비 교사 모두를 연구의 대상으로 하였다. 그렇지만 수학교육과의 4학년 예비 교사들이 교과 내용학으로 통계와 관련하여 1개의 강좌를 이수한 반면에, 주로 수학과 4학년인 교직 과정의 예비 교사들은 「확률론」, 「확률과 통계 연습」 등 통계학 관련 강좌를 최소한 2개 이상 수강한 학생들이었다. 연구의 성격 상 예비 교사들이 시간의 제한 없이 통계적 추론 능력 검사지를 해결하도록 하였다. 또한 각 예비 교사의 총점을 양적 분석하였으며, 검사지의 각 문항마다 정답을 추론한 이유를 제시하도록 하여 검사지에 작성한 대상 예비 교사들의 추론 결과와 이유를 분석의 자료로 삼았다. 그리고 수학교육과 2·4학년의 예비 교사들과 교직과정의 예비 교사들과의 면담 내용을 질적 분석의 자료로 삼았다.

#### IV. 연구 결과 및 분석

##### 1. 통계적 추론 능력의 분석 결과

수학교육과 학생과 수학교육을 교직 이수하는 교직 과정 학생에 대해서 통계적 추론 능력에서 차이가 있는가를 알아보기 위해서 추론 검사지를 분석한 결과는 <표 IV-1>과 같았다.

<표 IV-1> 수학교육과 학생들과 교직 과정 학생들에서 통계적 추론검사 결과

집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
수교	25	12.6600	2.01350	-.801	.429
교직	9	13.3778	3.01777		

위의 <표 IV-1>과 같이 수학교육과 학생과 교직 과정 학생에 대한 통계적 추론검사를 독립표본 t-검정을 한 결과, 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 그렇지만 평균 점수의 비교에서 수학교육과 학생들의 평균은 12.6600이고, 교직 과정



학생들의 평균은 13.3778로 교직 과정을 이수하는 예비 교사들의 평균 점수가 0.7178점 높게 나타났다.

수학교육과와 교직 과정의 4학년 예비교사들을 대상으로 통계적 추론 능력의 차이 여부를 알아보기 위해 추론 검사지를 분석한 결과는 <표 IV-2>와 같았다.

<표 IV-2> 4학년 수학교육과와 4학년 교직 과정 학생들에서 통계적 추론검사 결과

집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
수교(4학년)	3	14.4000	2.74955	.088	.827
교직(4학년)	7	14.2286	2.83003		

<표 IV-2>와 같이 수학교육과 학생과 교직 과정 학생에 대한 통계적 추론검사를 독립표본 t-검정을 한 결과, 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 그렇지만 면담 결과, 교직 과정을 이수하기 위한 전제 조건으로 전공 성적이 우수한 교직 과정의 예비 교사들은 수학교육과의 예비 교사들에 비해서 전공 관련 과목에 대해서 긍정적인 수학적 태도를 지니고 있었고, 또한 수학교육과의 학생들에 비해서 통계학 관련 강좌를 더 많이 수강하고 있었다.

다음으로 수학교육을 전공 또는 교직 이수하는 2학년 학생들과 4학년 학생들에 대해서 통계적 추론 능력에서 차이가 나타나는가를 알아보기 위해서 추론 검사지를 분석한 결과는 <표 IV-3>와 같았다.

<표 IV-3> 2학년 학생들과 4학년 학생들에서 통계적 추론검사 결과

집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
2학년	24	12.2542	1.88079	-2.532	.016
4학년	10	14.2800	2.65070		

<표 IV-3>에서 2학년과 4학년 예비 교사에 대한 통계적 추론검사를 독립표본 t-검정을 한 결과, 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 즉 2학년 예비 교사들의 평균은 12.2542이고, 4학년 예비 교사들의 평균은 14.2800으로 두 집단의 평균에서 2.0258의 차이가 났다. 또한 면담 결과 대다수의 예비 교사들은 중·고등학교에서 본 검사지와 같은 형태의 자료 분석적 활동과 통계적 추론에 대한 학습을 경험하지 못한 것을 알 수 있었다. Ben-Zvi & Garfield(2004)는 사범대학에서의 통계학 강좌가 예비 교사들의 통계적 추론 능력의 함양을 교육 목표로 하지 않는다고 주장하지만, 대상 학생들과의 면담을 통해 본 연구에서는 면담 결과를 통해 통계적 추론 능력에 대한 2·4학년 예비 교사들의 유의미한 차이는 대학에서 통계학 관련 강좌의 수강 여부와 관련이 있을 것으로 추측하였다. 그렇지만 대학의 통계학 강좌와 예비 교사의 통계적 추론 능력과의 관계는 본 연구의 주제를 벗어나므로, 이에 대한 후속 연구가 필요하다고 판단된다.

다음으로 통계적 추론 검사지(SRA)의 추론 척도인 확률을 옳게 해석하는 능력, 상황에

적합한 평균을 선택하는 방법에 대한 추론, 독립성을 이해하는 능력, 표본의 변동성을 이해하는 능력, 상관관계와 인과관계를 파악하는 능력, 이원배치표를 옳게 해석하는 능력, 개수가 큰 표본의 중요성을 이해하는 능력에 대한 분석을 통해서 예비 교사가 구성한 통계적 추론 능력을 살펴보고, 그들의 오개념에 대해서 알아보았다.

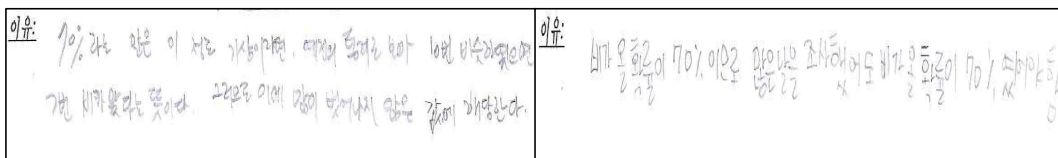
## 2. 확률을 옳게 해석하는 능력에 대한 분석 결과

확률을 옳게 해석하는 능력과 관련한 문항은 임의성과 우연사건에 대한 판단의 근거로 확률을 이해하고 사용할 수 있는 능력을 평가하는 것이다. <표 IV-4>와 같이 대부분의 예비 교사들(44.1%)은 비가 올 확률이 70%라는 정보의 의미를 올바르게 추론하였다. 그렇지만 비가 올 확률이 70%라는 의미를 예보한 날의 95%~100%에서 비가 와야 한다는 오개념을 지닌 예비 교사의 비율도 29.4%로 나타났다.

<표 IV-4> 확률을 옳게 해석하는 능력과 관련한 문항에 대한 이해 조사

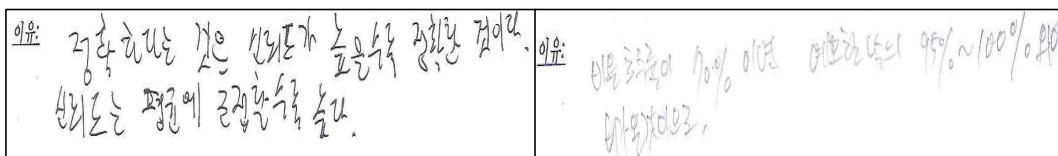
구분	①	②	③	④	⑤	합계
문제 3	10(29.4%)	2(5.9%)	1(2.9%)	15(44.1%)	6(17.7%)	34(100%)

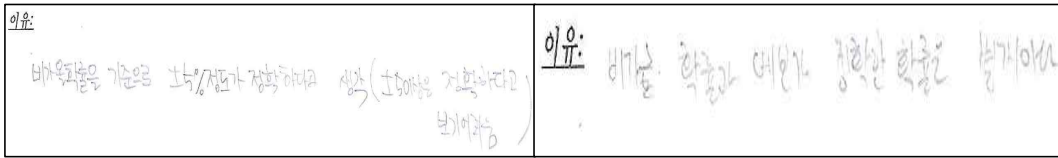
확률을 옳게 해석하는 능력과 관련하여 대부분의 예비 교사들은 추론의 근거로 쓰인 확률값에 대해서 정확한 이해를 바탕으로 추론의 근거를 제시할 수 있었다. 예비 교사들은 일기 예보가 정확하다는 것은 통계적으로 예상치인 모수를 중심으로 신뢰구간의 범위에 해당하는 오차가 크지 않아야 함을 알고 있었고, 이를 통해 [그림 IV-1]과 같이 올바른 통계적 추론을 수행할 수 있었다.



[그림 IV-1] 확률을 옳게 해석하는 능력과 관련한 문항에 대한 올바른 추론의 예

그렇지만 ①번 오답을 추론한 예비 교사들(29.4%)은 대부분 [그림 IV-2]와 같이 확률값을 예상치로 파악하지 못하고 신뢰도와 같은 의미의 정확도에만 주목하여 95~100%를 정답으로 선택하는 오류를 보였다. 또한 예보의 정확성을 통계적 추정에서 신뢰구간의 의미로 제시했지만 정확성의 여부를 오차의 범위는 비가 올 확률의  $\pm 5\%$  포인트로만 해야 한다고 판단하거나, 일기 예보에 대한 개인적 경험에 따라 예보가 정확할 확률은 중간치를 포함하는 55%~64%라고 주장한 예비 교사들(17.7%)도 있었다.





[그림 IV-2] 확률을 옳게 해석하는 능력과 관련한 문항에 대한 부적절한 추론의 예

### 3. 상황에 적합한 평균을 선택하는 방법에 대한 분석 결과

상황에 적합한 평균을 선택하는 능력에 관련한 문항은 통계적 상황에서 최선의 대푯값이 무엇인지 추론하는 것이다. 표본조사에서 표본을 통한 추론은 표본이 모집단의 일부만을 대상으로 하며, 측정된 표본을 대상으로 하여 모집단의 특성을 추론하기 때문에 오차가 발생할 가능성이 있다. 따라서 비임의 오차이면서 잘못 측정하거나 특이한 자료의 적절한 처리를 통해 통계적 상황에 적합한 전형적인 대푯값을 계산해야 한다. 이에 대해 Ben-Zvi & Garfield(2004)는 평균과 같은 대푯값은 개별적인 자료들에 의한 “소음”에서 적합한 “신호”를 찾기 위한 통계량이라고 주장한다. 측정치들의 적합한 평균을 추론하는 문항에 대해서 <표 IV-5>와 같이 대부분의 예비 교사들(76.5%)은 일반적이지 않은 관찰의 결과로 인해 범위를 크게 벗어난 자료를 제외하고 나머지 자료로 대푯값을 구하는 올바른 추론을 하였다.

<표 IV-5> 예외값을 제외하고 평균을 계산하는 능력과 관련한 문항에 대한 이해 조사

구분	①	②	③	④	합계
문제 1	0(0%)	0(0%)	8(23.5%)	26(76.5%)	34(100%)

예비 교사들은 [그림 IV-3]과 같이 대부분의 측정치가 6g인 자료에서 153g은 측정의 오류로 인한 값으로 파악하고, 153g을 제외한 나머지 8개 자료의 무게로만 평균을 구해야 한다는 추론의 이유를 제시하였다. 또한 몇몇 예비 교사들은 자료에서 대푯값을 구하는 경우 최빈값이나 중앙값보다는 산술평균을 사용하는 것이 타당한 통계적 상황이 존재함을 추론의 근거로 제시하였다.



[그림 IV-3] 상황에 적합한 평균을 선택하는 능력과 관련한 문항에 대한 올바른 추론의 예

그렇지만 [그림 IV-4]와 같이 예비 교사들의 진술 중에는 “정확한 측정을 위해서”, “수집한 9개의 자료 모두에 대해서”, 즉 153g을 포함하여 대푯값인 평균을 구해야 한다는 부적절한 추론을 제시한 경우도 있었다.



[그림 IV-4] 상황에 적합한 평균을 선택하는 능력과 관련한 문항에 대한 부적절한 추론의 예

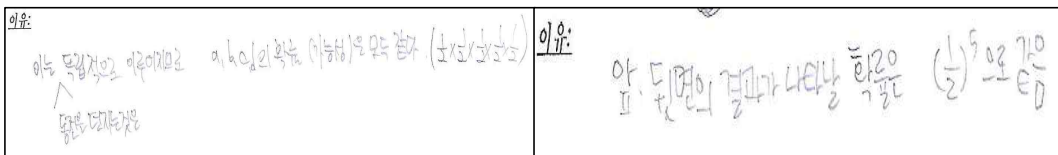
4. 독립성을 이해하는 추론 능력에 대한 분석 결과

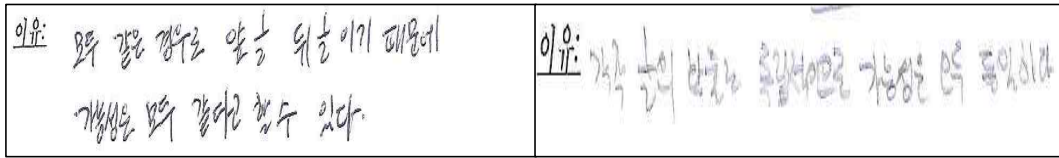
문항 번호 10번에 해당하는 독립성을 이해하는 추론 능력과 관련한 문항은 비율로써 확률을 이해하거나 확률을 옳게 계산할 수 있는 추론 능력을 판단하는 문항인 9·11번과 연관된 문항이다. 9번과 11번 문항인 확률을 옳게 계산하는 능력과 관련한 문항은 확률적 판단 상황에서 대표성 전략을 사용하는 지를 알아보기 위한 것이다. 김정은·이영하(2000)에 의하면 동전을 5번 던지는 시행에서 40% 내외의 중학생들이 대표성 전략에 따라 모비율인  $\frac{1}{2}$ 에 형태가 가까운 표본(HHTTH)이 그렇지 않은 표본(HHHTT)보다 일어날 가능성이 더 높다고 응답하는 오개념을 보였다. 그렇지만 어떤 동전도 앞선 시행에서 얼마나 많은 앞면과 뒷면이 나왔었는지 기억하고, 그에 따라 다음 시행에서 적게 나온 면이 나타날 확률을 높여서 수학적 확률인  $\frac{1}{2}$ 에 가까워지게 할 수는 없다. 즉 동전을 한 번 던질 때, 앞면과 뒷면이 나올 사건은 독립 사건이다. 9번과 11번의 두 문항이 의미하는 확률을 옳게 계산하는 능력에 대해서 예비 교사들은 표본이 모집단과 흡사하거나 표본 추출과정이 무작위성을 대변한다는 대표성 전략의 오개념을 보이지 않았다. 또한 9·11번 문항의 이유에 해당하는 독립성을 이해하는 문항 10번에 대해서도 대부분의 예비 교사들(88.3%)은 동전을 던지는 사건이 독립임을 알고, <표 IV-6>과 같이 옳은 추론을 수행할 수 있었다.

<표 IV-6> 독립성을 이해하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 이해 조사

구분	①	②	③	④	⑤	⑥	합계
문제 10	2(5.9%)	1(2.9%)	11(32.4%)	1(2.9%)	0(0%)	19(55.9%)	34(100%)

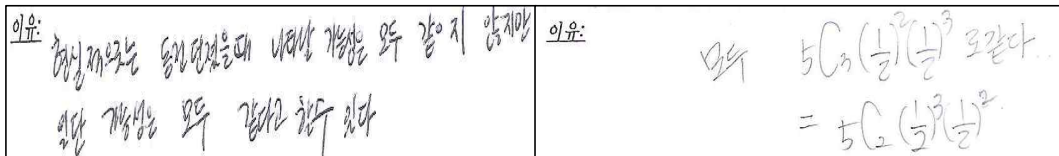
베르누이(Bernoulli)가 제시한 큰수의 법칙은 동전을 던진 총 시행횟수와 앞면이 나온 횟수의 비율, 즉  $n$ 번 던져 앞면이  $k$ 번 나왔다면  $\frac{k}{n}$ 의 값이 근사적으로  $\frac{1}{2}$ 이 될 확률이 1에 가까워진다는 것이다. 다시 말해 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나올 횟수간의 비가 근사적으로 1에 가까워진다는 것이다. 그렇지만 어떤 동전도 이전의 시행에서 앞면이 연속적으로 많이 나왔더라도, 그 다음 번째 동전을 던질 때 뒷면이 나올 확률이 증가하지는 않는다. [그림 IV-5]과 같이 독립성을 이해하는 문항에 대해서 예비 교사들은 동전을 던지는 사건의 독립성을 추론의 이유로 올바르게 제시하였다.





[그림 IV-5] 독립성을 이해하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 올바른 추론의 예

통계적 확률이 수학적 확률에 가까워진다는 큰 수의 법칙을 개념적으로만 암기하고 있는 학생들은 동전을 여러 번 던졌을 때 앞면이 많이 나왔었다면 바로 다음 번째 시행에서 동전을 던질 때는 현실적으로 뒷면이 나올 확률이 커져서 결국에는 앞면과 뒷면이 나올 확률이 같아질 것이라는 오개념을 가질 수 있다. [그림 IV-6]과 같이 몇몇 예비 교사들은 독립시행의 확률을 실제로 계산하여 근거를 제시하거나, 수학적 확률이 현실에서의 가능성을 확실히 보장하는 것은 아니라는 잘못된 근거를 제시하기도 하였다.



[그림 IV-6] 독립성을 이해하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 부적절한 추론의 예

### 5. 표본의 변동성을 이해하는 추론 능력에 대한 분석 결과

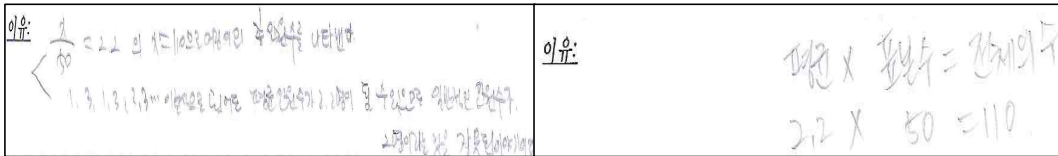
Ben-Zvi & Garfield(2004)는 통계학에서 표본의 변동성은 보편적이며 의미 있는 통계 지식으로 간주됨에도, 통계 교육에서는 평균과 같은 중심 척도가 주로 제시될 뿐 변동에 대해서는 자세하게 다루어지지 못한다고 주장한다. 본 검사지에서 표본의 변동성에 대한 문항은 표본에서 모집단을 추론하거나 표본과 모집단의 관계를 추론하는 과정에서 변동성을 파악하는 능력과 관련이 있었다. 일반적으로 통계 연구의 목적은 모집단의 성격을 추론하고 기술하는 것이다. 그렇지만 모집단 전체를 조사하는 것은 시간과 비용의 제한 때문에 이를 실제로 조사하는 것은 쉽지 않다. 따라서 모집단으로부터 표본을 추출할 때 표본이 모집단의 대표성을 얼마만큼 내포하고 있으며, 표본을 통해 나온 결과가 일반화 될 수 있는지를 고려해야 한다. 표본이 적절한 과정을 통해 수집되었고 모집단을 대표할 수 있다면, 이 표본을 통한 추론의 결과는 모집단 전체의 속성으로 일반화 될 수 있다. 이에 대해서 대부분의 예비 교사들(58.8%)은 <표 IV-7>과 같이 표본을 사용한 통계적 추론은 모집단의 일부만을 대상으로 하여 모집단의 특성을 추론하기 때문에 변동성이 발생할 수 있다는 통계적 사실을 파악하고 있었다.

<표 IV-7> 표본의 변동성을 이해하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 이해 조사

구분	①	②	③	④	⑤	⑥	합계
문제 17	2(5.9%)	3(8.8%)	20(58.8%)	1(2.9%)	5(14.7%)	3(8.8%)	34(100%)

표본의 변동성은 표집을 통해 모집단의 특성을 파악하는 통계 조사의 과정에서 중요하게

고려되는 요소이다. 표본의 변동성에 대한 검사지의 문항과 같이 통계 조사의 과정 중 자료를 표현하는 과정에서 표본의 변동성을 인지하고 변동성에 대한 대처를 할 수 있다. [그림 IV-7]과 같이 표본의 변동성과 관련한 문항에 대해서 대부분의 예비 교사들은 올바른 추론의 근거를 제시하였다.



[그림 IV-7] 표본의 변동성을 이해하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 올바른 추론의 예

Ben-Zvi & Garfield(2004)는 통계 상황에서 대부분의 학생들이 통계를 수, 계산, 공식이 중요한 수학이라고 생각하여 하나의 정답이 존재할 것으로 여긴다고 주장한다. 몇몇 예비 교사들은 [그림 IV-8]과 같이 표본의 변동성을 이해하는 추론 문항에 대해서 자연수로 인원수를 나타낸다는 수학적 인식하에 “아이들 수의 평균은 2.2지만, 0.2는 내린다.” 라는 오개념을 제시하였다.



[그림 IV-8] 표본의 변동성을 이해하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 부적절한 추론의 예

6. 상관관계와 인과관계를 파악하는 추론 능력에 대한 분석 결과

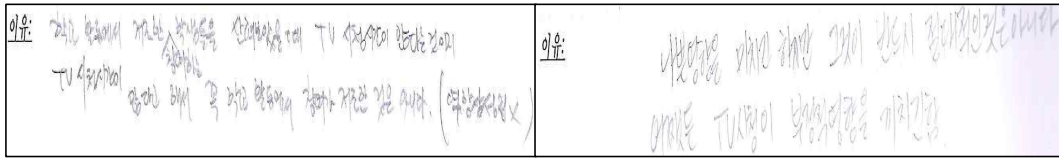
상관관계와 인과관계에 대한 문항은 두 변수의 상관성이 인과관계를 의미하는 것은 아니라는 통계적 추론 능력을 평가하는 것이다. 인과관계가 변수 사이의 원인과 결과의 관계를 의미한다면, 상관관계는 두 변수 사이의 상관성과 관련이 있다. 변수들 간의 상관관계는 인과 관계의 가능성을 나타내지만 보장해주지는 않으며, 인과관계가 존재한다고 해도 그 방향을 입증해주지는 않는다. 그렇지만 교실 수업에서는 상관관계와 인과관계를 구별하지 않고, 상관관계가 인과관계를 나타낸다는 오개념에서 두 변수 간에 상관성이 있으면 변수 하나가 원인이 되고 다른 변수는 그 원인으로 인해서 생기는 결과라고 해석하는 잘못된 추론을 유도할 수 있다. <표 IV-8>과 같이 대부분의 예비 교사들(61.7%)은 상관관계와 인과관계를 파악하는 문항에 대해서 올바른 추론을 하였다.

<표 IV-8> 상관과 인과관계를 파악하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 이해 조사

구분	①	②	③	④	합계
문제 16	7(20.6%)	4(11.8%)	21(61.7%)	2(5.9%)	34(100%)

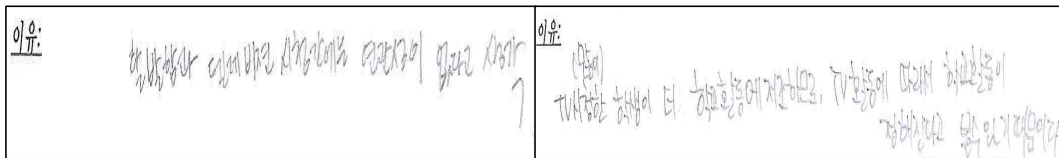
예비 교사들은 [그림 IV-9]와 같이 올바른 추론의 근거로 “역방향이 성립하지 않는다(명제의 역이 성립하지 않는다).”는 이유를 제시하였다. 또한 예비 교사들은 통계 조사의 결과

를 바탕으로 TV를 시청하는 것이 활동성에 나쁜 영향을 미치지만 절대적인 것은 아니라는 통계적 판단을 할 수 있었고, TV 시청과 활동성간의 관계에 대한 타당한 해석을 제시하였다.



[그림 IV-9] 상관과 인과관계를 파악하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 올바른 추론의 예

다양한 정보를 접하는 현대 사회에서 통계는 자료의 신뢰성을 높이기 위한 수단으로 자주 활용된다. 따라서 통계에서는 자료에 근거한 주장의 타당성 여부를 적절히 평가하고, 도출한 결론을 올바르게 해석하는 것이 필요하다. 그렇지만 [그림 IV-10]과 같이 몇몇 예비 교사들은 통계 조사의 결과보다는 개인적 경험에 따른 인과적 분석을 추론의 근거로 삼아 활동성과 텔레비전 시청 사이에는 연관성이 없다고 답변하였다. 또한 예비 교사 중에는 두 변수의 관계를 역으로 파악하여 TV를 시청한 학생들이 학교생활에서 활동성이 저조하므로 TV 시청에 따라 학교생활의 활동성이 결정된다는 오개념을 제시하였다.



[그림 IV-10] 상관과 인과관계를 파악하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 부적절한 추론의 예

## 7. 이원배치표를 옳게 해석하는 추론 능력에 대한 분석 결과

이원배치표를 옳게 해석하는 추론 능력과 관련한 문항은 이원배치표를 통해 변인 사이의 관계를 비교하여 해석하고 추론한 결과를 평가하는 것이다. 실험 집단과 통제 집단에서 신약의 효과 여부를 묻는 문항에 대해서 대부분의 예비 교사들(82.4%)은 신약이 효과가 있다는 옳은 추론을 보였으나, 그 근거를 설명하는 문항에서는 <표 IV-9>와 같은 다양한 반응을 보였다.

<표 IV-9> 이원배치표를 옳게 해석하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 이해 조사

구분	①	②	③	④	합계
문제 5	3(10.7%)	7(25%)	2(7.2%)	16(57.1%)	28(100%)

예비 교사들은 신약의 효과에 대한 설명에서 그들의 통계적 주장에 대해서 “왜” 라는 질문을 스스로 던지며, 질문을 설명하는 타당한 통계적 요인을 찾기 위해서 탐색하고, 결과적



으로 [그림 IV-11]과 같은 통계적 추론의 이유를 제시하였다. 올바른 추론을 수행한 예비 교사들은 대부분 두 집단에서 개선 효과에 대한 확률의 차이를 추론의 이유로 들거나 비교 집단에서의 개선 효과를 추론의 근거로 삼았다. 대부분의 예비 교사들은 추론의 근거로 유의수준을 제시하지는 않았지만 신뢰구간의 역할을 한 효과에 대한 확률 범위 안에서 통계적 방법으로 효과의 여부를 판정하는 가설 검정의 형태를 제시하였다. 그리고 예비 교사들은 추론의 타당성을 제시할 때 직관이나 주관으로 판정하기 보다는 확률을 이용하여 객관적 기준을 수치로 나타내고자 하였다. 또한 올바른 추론을 제시한 예비 교사들 중에는 추정의 신뢰도나 정확도가 다양하게 존재할 수 있다는 것을 알고 있었으며, 통계적 판단은 자료가 추가될 때마다 변할 수 있다는 것을 파악하고 있었다.

<p>이유: <i>비교집단 약용사양함때 40%개선 실험사양함때 20%개선 실험집단 약용사양함때 20%개선 실험집단 약용사양함때 20%개선</i></p>	<p>이유: <i>실험집단 20%개선 확률 20%이면 약용 실험집단 +20%가되어 총 40%가 발생함.</i></p>
--	---

[그림 IV-11] 이원배치표를 옳게 해석하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 올바른 추론의 예

신약의 효과가 없다고 판단한 예비 교사들은 대부분 통제 집단에서 개선 효과를 보인 환자의 수에 근거하여 추론의 이유를 제시하였다. [그림 IV-12]과 같이 오개념을 지닌 예비 교사들은 추론의 근거로 “통제 집단에 변화가 없어야만 한다.”거나 “실험 집단의 8명도 치료가 없어도 개선이 될 수 있다”는 이유를 들었는데, 이는 통제 집단에서도 변이가 일어날 수 있다는 통계적 사실을 간과한 결과였다. 또한 몇몇 예비 교사들은 신약의 효과 여부를 묻는 문항에 대해서는 옳은 추론을 보였으나, 추론의 근거를 묻는 문항에 대해서는 “통제 집단에서는 오직 2명의 환자가 개선된 반면 실험 집단은 8명의 환자가 개선되었다.”는 답지를 선택하였다(25%). 이는 예비 교사들이 두 집단에서 개선된 환자의 수만을 통해 신약의 효과를 파악한 한 것으로 두 집단 각각의 전체 인원수를 간과한 오개념이었다.

<p>이유: <i>약물의 효능이 있으면 통제집단 변화가 없어야함</i></p>	<p>이유: <i>처음 효과 확률이 낮아서 신약치료를 받은 집단 중 과반수가 효과가 없음으로</i></p>
<p>이유: <i>통제집단과 비교가 제일 정확할것 같아서 효과있는것, 없는것과 통제집단 비교했을때 차이가 더 큼</i></p>	<p>이유: <i>실험집단이 개선가가 된 8명중 4명은 약용 안함 개선율이 높수있음</i></p>

[그림 IV-12] 이원배치표를 옳게 해석하는 추론 능력과 관련한 문항에 대한 부적절한 추론의 예

### 8. 표본의 개수와 대표성에 대한 분석 결과

개수가 큰 표본의 중요성을 이해하는 능력과 관련한 문항은 개수가 작은 표본에서 얻은 추론 결과에 대한 신중한 접근이 필요하다는 사실과 함께 개수가 많고 잘 선택된 표본은 모집단을 좀 더 잘 대표한다는 통계적 지식을 평가하는 것이다. <표IV-10>과 같이 표본의 크기와 표본 변이성과의 관계를 이해하는지 조사한 결과, 47%의 예비 교사들은 표본의 크기가

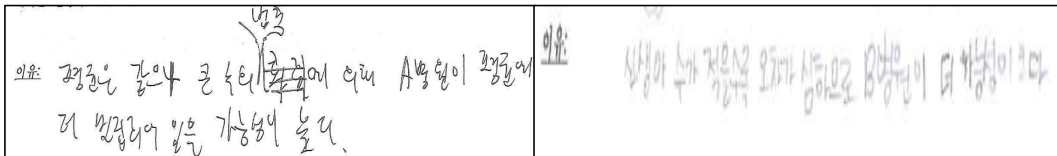


작을수록 신중한 접근이 필요하다는 것을 올바르게 추론할 수 있었다. 즉, 예비 교사들은 신생아의 수가 많은 병원이 작은 병원보다 모비율에 근접할 확률이 높고, 역으로 작은 병원은 우연 현상이 발생할 가능성이 높다는 판단을 하였다.

<표 IV-10> 표본의 개수와 대표성과의 관련성에 대한 이해 조사

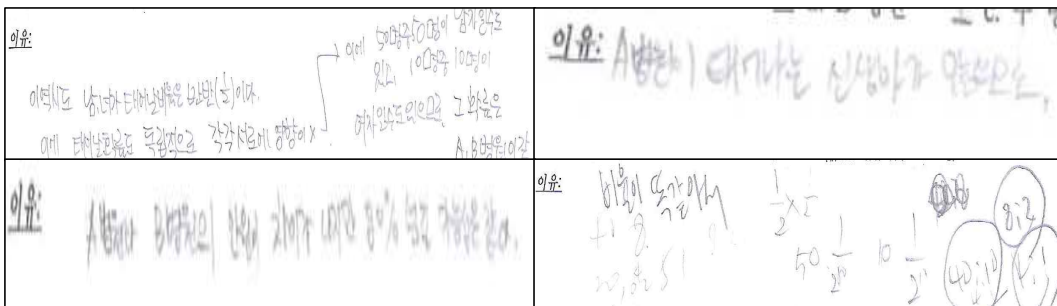
구분	①	②	③	합계
문제 14	7(20.6%)	16(47.1%)	11(32.3%)	34(100%)

표본의 개수와 대표성에 대해서 올바른 추론을 보인 예비 교사들은 [그림 IV-13]과 같이 “남·여 신생아의 출생 가능성이 50%인 상황에서 신생아의 수가 적을수록 우연 현상이 발생할 가능성이 높다”거나 “두 병원의 평균은 같지만 큰수의 법칙에 의해 큰 병원이 평균에 더 밀집되어 있다”는 이유를 통해 표본의 개수가 클수록 모집단을 잘 대표한다는 통계적 사실을 추론의 근거로 제시하였다.



[그림 IV-13] 표본의 개수와 대표성과의 관련성에 대한 올바른 추론의 예

변이 관점에서 볼 때, 일반적으로 소표본이 대표본보다 더 많은 변이를 지니고 있다. 그렇지만 [그림 IV-14]와 같이 예비 교사들(52.9%)은 표본의 크기와 우연 현상의 관계를 파악하지 못하거나, 남·여 신생아가 태어날 확률이 각각 50%로 같다는 사실에 근거하여 여자 아이가 태어날 확률에 대해서 80%를 넘을 가능성이 두 병원 모두 같다고 추론하는 오류를 범하였다. 이것은 예비 교사들이 표본의 크기가 커질수록 표본비율의 분포가 모비율인  $\frac{1}{2}$ 에 가까워진다는 대수의 법칙을 간과한 오개념이었다. 또한 예비 교사들이 모비율이 같더라도 표본을 어떻게 수집하느냐에 따라 표본비율은 달라질 수 있다는 통계적 사실을 인식하지 못한 결과였다.



[그림 IV-14] 표본의 개수와 대표성과의 관련성에 대한 부적절한 추론의 예

## V. 결론 및 논의

Shulman(1986)은 교사의 전문성을 평가하는 준거 중의 하나는 교과 내용 지식을 구성하는 것과 관련 있다고 주장한다. 일반적으로 교사가 가진 교과에 대한 내용 지식은 교실 수업에서 교수·학습과 관련하여 교육 내용과 방법을 선정하고, 조직하는데 영향을 미친다. 본 연구에서는 예비 교사들이 구성한 통계 단원의 내용 지식으로서 통계적 추론에 대한 이해의 정도를 살펴보았다. 이를 위해 연구 내용적인 측면에서 통계적 추론에 대한 SRA의 준거를 바탕으로 추론 척도로써 확률을 옳게 해석하는 능력, 상황에 적합한 평균을 선택하는 방법에 대한 능력, 조작적 추론을 사용할 수 있는 능력, 독립성을 이해하는 능력, 표본 추출에서 변동성을 이해하는 능력, 개수가 큰 표본의 중요성을 이해하는 능력, 그리고 오개념 척도로써 평균을 포함하는 오개념, 결과 지향, 모집단을 잘 대표할 수 있는 좋은 표본, 작은 수의 법칙, 대표적인 오개념으로 구분하고, 이에 대한 예비 교사들의 이해 정도를 알아보았다. 또한 연구 방법적인 측면에서 선행 연구의 검토를 통해 학교의 통계 교육에서 요구하는 통계적 추론이 무엇인가를 구체화하고, 예비 교사를 대상으로 한 통계적 추론 검사를 실시하여 그들의 통계적 추론 능력을 살펴 본 다음, 예비 교사들의 반응을 토대로 통계적 추론 능력 검사 문항에 대한 이해 정도와 오개념을 분석하였다. 분석 결과를 통해 통계적 추론과 관련한 예비 교사들의 이해가 전반적으로 부족함을 확인하였는데, 특히 표본의 개수와 대표성과의 관계와 함께 확률을 사용한 판단의 근거에 대한 이해가 필요한 것으로 나타났다. 본 연구의 결과를 요약하여 결론 및 시사점을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 통계적 추론 검사에 대한 수학교육과 예비 교사의 평균은 12.6600이고, 교직과정 예비 교사의 평균은 13.3778으로 두 집단에 대한 통계적 추론검사를 독립표본  $t$ -검정을 한 결과, 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 또한 4학년만을 대상으로 한 수학교육과 예비 교사와 교직 과정 예비 교사에 대한 통계적 추론검사를 독립표본  $t$ -검정을 한 결과도 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 그렇지만 면담을 통해 교직 과정의 예비 교사들이 수학교육과의 예비 교사들에 비해서 전공 관련 과목에 대해서 긍정적인 태도를 지니고 있었고, 통계학 관련 강좌를 더 많이 수강했음을 알 수 있었다.

둘째, 통계적 추론 검사에 대한 2학년 예비 교사들의 평균은 12.2542이고, 4학년 예비 교사들의 평균은 14.2800로 추론 검사지를 독립표본  $t$ -검정한 결과, 유의수준  $\alpha=0.05$ 에서 두 집단 간 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 또한 면담 결과 대다수의 예비 교사들은 중·고등학교에서 자료 분석과 통계적 추론에 대한 학습의 기회를 갖지 못한 것으로 드러났다. 따라서 이 차이는 사범대학에서 통계학 강좌의 수강 여부와 관련이 있을 것으로 추측되지만, 예비 교사의 통계적 추론 능력과 대학의 통계학 강좌와의 관계는 본 연구의 주제를 벗어나므로 이에 대한 후속 연구가 필요하다고 판단된다.

셋째, 임의성과 우연사건에 대한 판단의 근거로 확률을 이해하고 사용할 수 있는 능력을 평가하는 문항에서 예비 교사들(44.1%)은 비가 올 확률이 70%라는 정보의 의미를 올바르게 추론을 유도하였다. 또한 예비 교사들은 추론의 근거로 쓰인 확률 값에 대해서 정확한 이해를 하였고, 일기 예보가 정확하다는 것은 예상치를 중심으로 오차가 크지 않아야 함을 파악하였다. 그렇지만 확률값을 신뢰도로 잘못 이해하고 문항의 의도를 정확도로 파악하는 오류를 범하는 예비 교사들도 있었다.

넷째, 예비 교사들(76.5%)은 측정치들의 적합한 평균을 선택하는 문항에 대해서 일반적으로 지 않은 관찰 과정을 통해 생성되어 범위를 상당히 벗어난 자료를 제외하고 나머지 자료로 대푯값을 계산하는 올바른 추론을 하였다. 또한 실제적인 대푯값을 구하는 경우 최빈값이나 중앙값보다는 산술평균을 사용하는 것이 타당함을 추론의 이유로 제시하였다.

다섯째, 김정은, 이영하(2000)에 의하면 중·고등학생들이 순서대로 일어나는 독립시행은 서로 연관성이 있다고 판단하는 오류를 범하여 각각의 시행의 결과들을 모비율에 가깝게 추론하는 오류를 범하지만, 대부분의 예비 교사들(87.3%)은 시행의 결과에 대해서 올바르게 추론하며 각 사건의 독립성이라는 타당한 이유를 제시할 수 있었다.

여섯째, 예비 교사들은 표본의 변동성을 이해하고(58.8%), 표본이 모집단을 얼마만큼 대표할 수 있는지에 대해서 파악할 수 있었다. 그렇지만 몇몇 예비 교사들은 자연수로 명수를 나타낸다는 수학적 인식하에 인원수의 평균을 자연수로 제시하는 오류를 범하였다.

일곱째, 두 변수의 상관성이 인과관계를 의미하는 것은 아니라는 통계적 추론 능력을 평가하는 문항에 대해서 예비 교사들은 옳은 추론을 보였다(61.7%). 그렇지만 몇몇 예비 교사들은 문제 상황에 대한 추론에서 올바른 통계적 추론 과정을 거치지 않고 직관적으로 개인의 경험을 통해 즉각적인 해결책을 제시하였다. 또한 몇몇 예비 교사들은 현상학적인 인과적 분석을 추론의 근거로 삼거나, 인과성과 상관성에 대한 통계적 지식은 간과하고 두 요인간의 관련성만을 부각시키는 경우가 있었다.

여덟째, 예비 교사들은 실험 집단과 통제 집단에서 신약의 효과 여부를 묻는 문항에 대해서 대부분 옳은 추론을 보였으나(82.4%), 근거를 설명하는 문항에서는 57.1%의 정답률을 보였다. 옳은 추론을 한 57.1%의 예비교사들은 두 집단에서 개선 효과에 대한 확률의 차이를 추론의 이유로 들거나, 비교 집단에서의 개선 효과를 판단의 근거로 삼았다. 또한 대부분의 예비 교사들의 추론은 유의수준을 제시하지는 못했지만, 확률 범위 안에서 통계적 방법으로 사실인지 아닌지를 판정하는 가설 검정의 형태를 취하였다. 그리고 예비 교사들은 추론의 타당성을 제시할 때 직관이나 주관으로 판정하기 보다는 확률을 이용하여 객관적 기준을 수치로 나타낼 수 있었다. 예비 교사들은 추정의 신뢰도나 정확도가 다양하다는 것을 알고 있었으며, 확률적 판단은 자료가 추가될 때마다 변할 수 있다는 것을 파악하였다.

아홉째, 47%의 예비 교사들은 표본의 크기가 작을수록 신중한 접근이 필요하다는 것을 올바르게 추론할 수 있었다. 즉, 신생아의 수가 더 많은 병원이 적은 병원보다 모비율에 근접할 확률이 높고, 역으로 적은 병원은 우연 현상이 발생할 가능성이 높다는 판단을 하였다. 그렇지만 몇몇 예비교사들은 작은 표본이더라도 항상 표본은 모집단과 유사할 것이라는 오개념을 가지고 있었다. 이는 예비 교사들이 변이 관점에서 소표본이 대표본보다 더 많은 변이를 가지고 있다는 통계적 사실을 파악하지 못한 것이다.

Biehler(1999)는 통계적 사고를 위해서는 확률 모델에 기초한 탐구 활동과 새로운 확률 모델을 찾는 탐구 활동이 모두 필요하다고 주장한다. 또한 우정호(2002)는 통계는 그 바탕이 되는 확률이 없이는 이해될 수도 적절히 지도될 수도 없다고 주장한다. 따라서 본 논문의 결과와 함께 확률과 통계 단원의 연관성을 고려할 때, 예비 교사들은 확률 개념과 내용에 대한 교육적 이해가 우선 필요하다. 그리고 이와 함께 예비 교사들은 통계 단원에서 귀납적 추론과 직관적 사고를 바탕으로 통계적으로 추론하는 방법을 알고 있어야 한다. 자료에서 필요한 정보를 얻고, 추출한 정보를 바탕으로 추론을 통해 합리적인 의사 결정을 하는 방법을 학습하는 단원이 학교수학에서 통계 영역이다. 또한 통계 영역에서는

자료 그 자체와 함께 통계적인 방법을 동원하여 자료 너머를 탐색하고 추측하는 작업인 통계적 추론이 통계적 사고의 중심이 된다. 통계적 추론은 직관을 초월하여 어떤 통계적 정보로부터 또 다른 정보를 이끌어 내는 사고 수단이다. 본 연구에서 제시한 연구 결과들은 예비 교사들의 통계적 추론에 대한 이해의 정도를 알아보았다는 점에서 그 의미를 가진다. 예비 교사들의 수학에 대한 내용 지식이 부족하다고 말한 Ball(1990)의 주장과 같이 본 연구에 참여한 예비 교사들은 학교 수학과 관련한 통계적 추론과 이를 위한 자료 분석적 활동에 대해서 이해가 부족함을 알 수 있었다. 예비 교사들의 통계적 오개념에 대한 지속적인 관심과 함께 통계 영역의 내용 지식으로서 통계적 추론에 대한 충실한 예비 교사 교육이 이루어져야 한다. 또한 자료 분석적 활동을 기반으로 하여 통계적 추론 능력을 함양하는 활동은 예비 교사 교육과 학교 통계 교육 모두에서 다루어질 필요가 있다. 그리고 예비 교사들의 통계적 능력에 대한 다양한 형태의 연구가 필요하며, 또한 통계 영역에서의 예비 교사 교육에 대한 실증적인 연구가 더 많이 요구된다.

## 참고 문헌

- 고은성, 이경화 (2010). 예비교사들의 무작위성 개념 이해 조사. *학교수학*, 12(4), 455-471.
- 김영일, 장대홍, 이태림, 강명희 (2008). *통계마인드*, 대전: 통계교육원.
- 김정은, 이영하 (2000). 중학생의 확률 직관에 의한 오개념 유형 분석. *이화교육논총*, 11(1), 237-253.
- 김창일, 진영주 (2002). 중등학교에서의 통계 지도 방향 탐색 -대포값과 분산, 표준편차를 중심으로-. *수학교육 논문집*, 14, 273-295.
- 남주현 (2007). 초·중등 통계교육을 위한 통계적 방법론에 대한 연구, 이화여자대학교 박사 학위 논문.
- 소태호 (2001). 통계적 추론에 대한 연구. 연세대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 우정호 (2002). *학교수학의 교육적 기초*. 서울대학교 출판부.
- 이선애 (2007). 통계그래프의 지도에 대한 고찰과 학생들의 통계 그래프 이해 능력 분석. 서울대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이영하, 이은호 (2010). 통계적 추론에서의 표집분포 개념 지도를 위한 시뮬레이션 소프트웨어 설계 및 구현. *학교수학*, 12(3), 273-299.
- 조가을 (2008). 중학교 3학년 학생들의 통계적 사고 특성에 대한 분석. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-467.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, Dordrecht, Netherlands: Kluwer academic publishers.
- Biehler, R. (1999). Discussion. Learning to think statistically and to cope with variation. *International Statistical Review*, 67(3), 259-262.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing Graph Comprehension*, NCTM, Reston, VA.
- DelMas, R. C., Garfield, J., & Chance, B. L. (1999). A model of classroom research in action: Developing simulation activities to improve students' statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 7(3).
- Freudenthal, H. (1973), *Mathematics as an educational task*, Dordrecht, Netherlands: Reidel publishing company.
- Garfield, J. (1998). The statistical reasoning assessment: Development and validation of a research tool, *Proceedings of the 5th International Conference on Teaching Statistics*, 781-786.
- Garfield, J. (2000). *Developing simulation activities to improve students' statistical reasoning*, ICME.
- Garfield, J., & Chance, B. (2000). Assessment in Statistics Education: Issues and Challenges. *Mathematics Thinking and Learning*, 2(1), 99-125.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning, *Journal of Statistics*

- Education, 10(3). URL:www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html.
- Garfield, J. (2003). Assessing Statistical Reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22-38.
- Hald, A. (2003). *History of probability and ststistics and their Applications before 1750*. New Jersey: wiley.
- Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6, 59-98.
- Leinhardt, G. & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter Knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 77(3), 247-271.
- Liu, H. J. (1998). A cross-cultural study of sex differences in statistical reasoning for college students in Taiwan and the United States. Doctoral dissertation, University of Minnesota, Minneapolis.
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65, 123-137.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Mathematics teaching today: Improving practice, improving student learning* (2nd Ed). Reston, VA: The Author.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. J. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In D. Ben-Zvi & J. Garfield(Ed.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, 17-46. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.) *International Handbook of mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic publishers.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 5(2), 4-14.
- Tempelaar, D. (2004). *Statistical Reasoning Assessment: an Analysis of the SRA Instrument*. Lawrence University.
- Wang, W., & Chen, G. (2009). Survey and analysis of the statistical reasoning among high school students in China and Dutch, *Journal of Mathematics Education*, 2(1), 15-26.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical Inquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

## Study on Pre-service Teacher's Statistics Reasoning Ability

Lee, Jong Hak<sup>1)</sup>

### Abstract

This study is based on the recognition that teacher educators have to focus their attention on developing pre-service teachers' statistical reasoning for statistics education of school mathematics. This paper investigated knowledge on pre-service teachers' statistical reasoning. Statistical Reasoning Assessment (SRA) is performed to find out pre-service teachers' statistical reasoning ability. The research findings are as follows.

There was meaningful difference in the statistical area of statistical reasoning ability with significant level of 0.05. This proved that 4 grades pre-service teachers were more improve on statistical reasoning than 2 grades pre-service teachers.

Even though most of the pre-service teachers ratiocinated properly on SRA, half of pre-service teachers appreciated that small size of sample is more likely to deviate from the population than the large size of sample. A few pre-service teachers have difficulties in understanding "Correctly interprets probabilities (be able to explain probability by using ratio)" and "Understands the importance of large samples (A small sample is more likely to deviate from the population)".

Key Words: Pre-service Teacher Education, Statistics Education, Statistical Reasoning.

---

1) Daejeon Songchon High School (mathro@hanamil.net)

통계적 추론 검사지

학번:

이름:

- 주의 사항 1. 다음 문항들을 잘 읽고, 다양한 상황에 대해서 조심스럽게 생각하고 표시를 합니다. 잘 모르겠다면 조용히 손을 드세요.
2. **문항마다 본인이 생각한 근거나 이유를 꼭 쓰시오.**

번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
답										
번호	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
답										

1. 과학 실험 중에 9명의 학생이 같은 저울로 어떤 물체의 무게를 잴다. 각각의 학생이 구한 무게는(단위: grams) 아래와 같다.

6.2 6.0 6.0 153 6.1 6.3 6.2 6.15 6.2

이 물체의 실제적인 무게를 정밀하게 결정해야 할 때, 당신은 다음의 방법 중에서 학생들에게 어떠한 방법을 추천하겠습니까?

- a. 가장 일반적인 수인 6.2로 결정한다.       b. 소수 둘째 자리까지 측정된 6.15로 결정한다.
- c. 9개의 수를 더하고, 더한 값을 9로 나눈 수로 결정한다.
- d. 153을 버리고, 나머지 다른 8개의 수를 더하고, 더한 값을 8로 나눈 수로 결정한다.

이유:

2. 다음 메시지는 치료를 위해 처방된 약병에 인쇄된 문구입니다.

**경고:** 피부에 사용할 때, 발진이 일어날 가능성이 15%입니다. 발진이 일어난다면, 내과 의사와 상담하세요.

다음 중 이 경고에 대한 가장 타당한 해석 또는 주장은 무엇입니까?

- a. 피부에 그 약물치료를 사용해서는 안 된다. 이 약은 발진을 일으킬 가능성이 아주 높다.
- b. 피부에 사용할 때, 처방된 일회 복용량의 15% 만을 사용한다.
- c. 발진이 일어난다면, 약을 사용한 피부의 15%만이 감염될 것이다.
- d. 이 약물을 사용하는 100명의 사람들 중 대략 15명 정도에서 발진이 일어난다.
- e. 이 약을 사용할 때, 발진이 일어날 가능성은 거의 없다.

이유:

3. Springfield 기상 센터는 일기 예보의 정확성을 높이기 위해 과거에 이루어진 센터의 예보 기록들을 조사해 보았습니다. 조사 방법은 어느 날 비가 올 확률이 70% 라고 예보했을 때, 그 날에 실제로 비가 왔는지를 검토해 보는 방법이었습니다. 비가 올 확률을 70% 라고 예보했을 때, 다음 중 예보한 날 들 중에 실제로 몇 %정도의 날에 비가 왔어야 센터의 예보가 정확하다고 할 수 있었습니까?

- a. 예보한 날의 95% - 100%       b. 예보한 날의 85% - 94%
- c. 예보한 날의 75% - 84%       d. 예보한 날의 65% - 74%       e. 예보한 날의 55% - 64%

이유:



4. 교사 A는 자신의 학급 학생들의 발표력을 높이기 위해 자리 배치를 재배열하고자 합니다. 그래서 A는 현재의 자리배치에서는 학생들의 발표 횟수가 몇 번이나 되는지를 조사해 보았습니다. 어느 일정한 기간 동안에 8명의 학생의 발표 횟수를 정리한 표가 아래에 있습니다.

학생 이니셜	A.A.	R.F.	A.G.	J.G.	C.K.	N.K.	J.L.	A.w.
발표 횟수	0	5	2	22	3	2	1	2

교사 A는 이 표를 하나의 대표적인 수를 구하여 표현하고자 합니다. 다음과 같은 방법 중 교사 A에게 어떠한 방법을 추천하겠습니까?

- a. 가장 일반적인 수인 2로 결정한다.
- b. 8개의 수를 더하고, 더한 값을 8로 나눈 수로 결정한다.
- c. 22를 버리고, 나머지 다른 7개의 수를 더하고, 더한 값을 7로 나눈 수로 결정한다.
- d. 0을 버리고, 나머지 다른 7개의 수를 더하고, 더한 값을 7로 나눈 수로 결정한다.

이유:

5. 피부습진 치료를 위해 개발된 신약의 유효성검사를 위해 임상 실험을 하고 있습니다. 실험에 참가한 피부 습진을 가진 30명의 환자를 무작위로 두 집단으로 나누었는데, 실험 집단인 20명의 환자는 신약 치료를 받았고, 통제 집단에 있는 10명의 환자는 어떤 약물치료도 받지 않았습니다. 밑의 표는 2개월 동안 실험이 이루어진 이후의 자료입니다.

	실험 집단(신약 치료)	통제 집단(아무런 치료도 받지 않음)
개선 효과 있음	8	2
효과 없음	12	8

자료에 근거하여, 나는 그 약물치료가 \_\_\_\_\_ (가) 이었다고 생각합니다.

다음 중 (가)에 들어갈 알맞은 문장은 무엇입니까?

- 1. 어느 정도는 효과적인 치료
- 2. 기본적으로 아무 효과가 없는 치료

이유:

<p>1번을 선택하였을 때, 아래의 설명 중 당신의 추론을 가장 잘 설명하는 것을 무엇입니까?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> a. 실험 집단에서 20명 중의 8명이 40%의 환자들에게서 치료효과가 있었다.</li> <li><input type="checkbox"/> b. 통제 집단에서는 오직 2명의 환자가 개선된 반면 실험 집단은 8명의 환자가 개선되었다.</li> <li><input type="checkbox"/> c. 통제 집단에서는 개선되지 않은 환자와 개선된 환자의 차이가 6(8-2)명인 반면에 실험 집단은 그 보다 작은 4(12-8)명만이다.</li> <li><input type="checkbox"/> d. 실험 집단의 환자 중 40%가 개선된 반면에 통제 집단은 20%만이 개선되었다.</li> </ul>	<p>2번을 선택하였을 때, 아래의 설명 중 당신의 추론을 가장 잘 설명하는 것을 무엇입니까?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> a. 통제 집단에서 아무런 약물치료 없이 2명의 환자가 개선되었다.</li> <li><input type="checkbox"/> b. 실험 집단에서 8명과 12명으로 개선된 환자수에 큰 차이가 없다.</li> <li><input type="checkbox"/> c. 실험 집단과 통제 집단의 각 집단에서 개선되지 않은 환자와 개선된 환자의 차이가 4(12-8)명과 6(8-2)명으로 거의 같다.</li> <li><input type="checkbox"/> d. 실험 집단에서 20명 중의 8명이 40%의 환자들에게서만 치료효과가 있었다.</li> </ul>
---	--

이유:

이중학

6. 다음은 위의 실험 결과를 통해 유도할 있는 추론들입니다. 알맞은 것을 모두 찾아 표시하세요.
- a. 각각의 집단에 있는 환자의 수가 다르기 때문에 그 두 집단을 비교하는 것은 타당하지 않다.
  - b. 결론을 유도하기에 표본의 개수 30명은 너무 작다.
  - c. 환자들을 두 집단으로 나눌 때, 질병이 심한 어떤 환자들끼리 우연히 두 집단들 중의 어느 하나에 다수 포함되었을지도 모르기 때문에, 환자들을 무작위로 나누지 않았어야 한다.
  - d. 어쩌면 의사들이 환자의 개선 정도를 판단하는데 주관적 판단이 개입했을 수도 있는데, 위의 실험에서는 의사들이 환자가 개선된 정도를 어떻게 파악했는지에 대한 충분한 정보가 없다.
  - e. 위의 문항 a, b, c, d 중 옳은 것은 하나도 없다.

이유:

7. 마케팅 업무를 담당하는 A회사는 십대 청소년들(13세-19세)이 음반(cassette tapes, CD등)을 구입하는데 얼마나 많은 돈을 쓰는지 조사했습니다. 이를 위해 A회사는 그 나라의 음반 판매점 80곳을 무작위로 선택했습니다. 그리고 선택된 음반 판매점의 중앙에 서서 현장 조사자는 지나가는 사람들 중에서 적절한 나이인 것처럼 보이는 사람을 선택해 설문지를 나누어 주었습니다. 이런 방법으로 십대 청소년들에 의해 완성된 설문지는 2,050장이었습니다. 이 조사를 기초로 하여 A회사는 이 나라의 십대 청소년들은 음반을 구입하기 위해 매년 155달러를 평균적으로 지출한다고 보고했습니다.

- 다음은 이 조사와 관련된 몇 가지 내용들입니다. 알맞은 것을 모두 찾아 표시하세요.
- a. 이 조사의 평균은 10대들이 소비하는 구입액의 추정치에 근거하고 있으므로, 실제적인 구입액은 훨씬 다를 수 있다.
  - b. 그 나라 전체 십대의 구입액을 대표하는 평균을 원했다면, A회사는 80곳 이상의 음반 판매점을 조사했어야 한다.
  - c. 2,050명의 표본은 너무 작아서 그 나라 전체 십대의 구입액을 대표한다고 볼 수 없다.
  - d. 현장 조사자는 음반 판매점에서 나오는 십대들에게 질문했어야 한다.
  - e. 음반 판매점에서 설문지를 기재할 십대를 무작위로 선택하지 않고 정중앙에서만 십대를 선택한 A회사의 평균은 좋지 않은 추정일 수 있다.
  - f. 음반 판매점에서만 십대를 선택한 조사 방법은 적절하지 않다.
  - g. 10대들이 소비하는 돈의 액수에는 많은 변수들이 있으므로 이 조사에서 구한 평균은 적절하지 않다.
  - h. 위의 문항 a, b, c, d, e, f, g 중 옳은 것은 하나도 없다.

이유:

8. 2개의 컨테이너 A, B 각각에는 아래 표와 같은 개수의 붉은 색과 파란 색 대리석들이 있습니다.

컨테이너	붉은 색	파란 색
A	6	42
B	60	40

2개의 컨테이너를 흔들어 대리석들이 섞이게 한 다음에 감캄한 컨테이너에 들어가 대리석 한 개를 가지고 나왔을 때, 가지고 나온 대리석이 파란 색이라면, 상금 50달러를 받을 수 있습니다. 다음 중 어떤 컨테이너에 들어가는 것이 상금을 받는데 유리할지 선택하세요.

- a. 컨테이너 A     b. 컨테이너 B     c. 가능성은 동일하다.

이유:

9. 앞·뒤가 나올 가능성이 같은 동전을 5번 던졌을 때, 다음 중 그 결과로 나타날 가능성이 가장 큰 것은 무엇입니까?

- a. H H H T T    — b. T H H T H    — c. T H H T T  
 — d. H T H T H    — e. 위의 문항 a, b, c, d가 나타날 가능성은 모두 동일하다.

이유:

10. 다음 중에서 9번 문항의 정답을 고르게 된 이유로 타당한 것들을 모두 고르세요.

- a. 앞·뒤가 나올 가능성이 같은 동전을 던졌으므로 결과적으로 앞·뒤가 나온 개수도 거의 같아야만 한다.  
 — b. 동전을 던졌을 때, 앞·뒤가 나올 경우는 임의적이므로 앞·뒤가 교대로 나타나야만 한다.  
 — c. 9번 문항의 a, b, c, d 모두가 나타날 수 있다.  
 — d. 동전을 5번 던졌을 때, a, b, c, d 가 나타날 가능성은 다른 경우 보다 크다.  
 — e. 앞면이 연속적으로 두 번 나타났다면, 그 다음번 동전을 던질 때에 뒷면이 나올 가능성은 증가한다.  
 — f. 동전을 5번 던졌을 때 앞·뒷면의 결과들이 나타날 확률은 모두 같다.

이유:

11. 다음에 나열한 답지는 9번 문항과 같습니다. 앞·뒤가 나올 가능성이 같은 동전을 5번 던졌을 때, 다음 중 그 결과로 나타날 가능성이 가장 작은 것은 무엇입니까?

- a. H H H T T    — b. T H H T H    — c. T H H T T  
 — d. H T H T H    — e. 위의 문항 a, b, c, d가 나타나지 않을 가능성은 모두 동일하다.

이유:

12. 새로운 자동차를 사고 싶은 Mr. Caldwell는 두 대의 차 Buick이나 Oldsmobile에 대한 고장·수리 비율 조사표를 참조해서 차를 고르기로 결정하였습니다. 각각 400대의 차량 자료를 포함하고 있는 고장·수리 비율 조사표에 따르면 Oldsmobile보다는 Buick에서 기계적 결함이 작다는 것을 알 수 있었습니다.

그리고 Mr. Caldwell는 친구(두 명의 Oldsmobile 차량 소유주와 한 명의 Buick 소유주)들과 상담을 하였습니다. 얼마나 그들 각자의 자동차에 대해서 만족하는지를 물었을 때, Oldsmobile 차를 가진 친구는 그 차가 기계적으로 치명적이지는 않지만 약간의 문제가 있다고 조언했으며, Buick 소유주는 그의 차에 대해서 다음과 같은 이유를 말하면서 매우 크게 화를 냈습니다. 친구의 Buick 차는 연료 주입구 고장으로 250달러를 사용했으며, 차 뒷부분을 교체해야 했습니다. 그리고 변속장치에 고장이 나고는 바로 Buick 차를 팔기로 결정했으며, 다시는 Buick을 사지 않는다고 말을 했습니다.

Mr. Caldwell는 고장·수리 가능성이 적은 자동차를 사는 것을 원합니다. Caldwell에게 어떤 자동차를 추천하겠습니까?

- a. 친구가 소유한 Buick 차는 고장에 대한 모든 문제를 지니고 있기 때문에 Oldsmobile을 사는 것을 추천할 것이다. 즉, Oldsmobile에 대해서는 위와 같은 공포스러운 이야기를 듣지 못했기 때문에 Oldsmobile을 사는 것을 추천할 것이다.  
 — b. 그 친구의 나쁜 경험에도 불구하고 Buick을 살 것을 권유할 것이다. 그 이유는 고장·수리 비율 조사표에 따르면 Buick에서 기계적 결함이 작다는 것을 알 수 있다.  
 — c. 어떤 자동차를 사는 게 좋은지는 문제가 되지 않는다고 말해줄 것이다. 어떤 종류의 차를 사든 우연히 많은 수선을 필요로 하는 특별한 자동차를 사게 될 수도 있으므로, Caldwell는 동전을 던져 사야 할 자동차를 결정하는 낫다.

이유:

13. 다섯 면이 검은 색이고 어느 한 면이 흰색인 주사위를 6번 던질 때, 다음 중 가장 타당한 결론은 무엇입니까?

- \_\_ a. 5번의 검은색 면이 나오고, 이어서 흰색 면이 나타날 가능성이 높다.
- \_\_ b. 6번 모두 검은색 면이 나타날 가능성이 높다.
- \_\_ c. 위의 문항 a, b의 나타날 가능성은 동일하다.

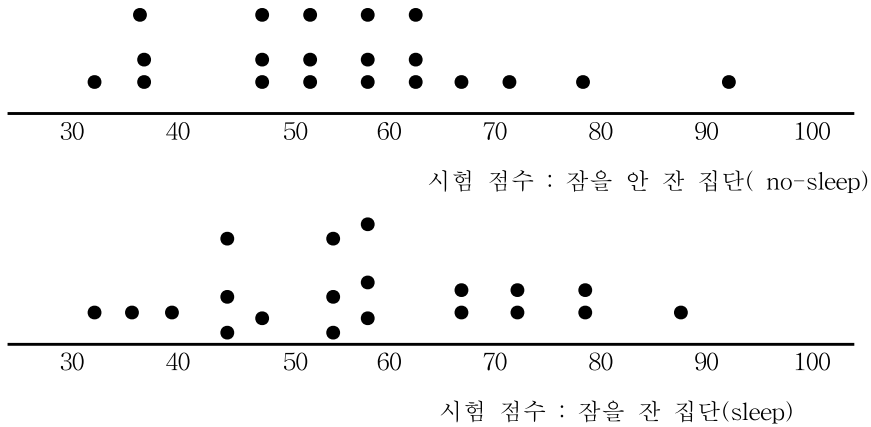
이유:

14. 새로 태어나는 신생아의 절반은 남자이고, 나머지 반은 여자 아이입니다. 그런데 A병원엔 하루에 50명의 신생아가 태어나고, B병원엔 10명의 신생아가 태어납니다. 그렇다면 다음 중 어느 특별한 날에 태어난 신생아 중에 여자아이의 비율이 80%를 넘기 쉬운 곳은 두 병원 중 어느 곳일 수 있을까 선택하세요.

- \_\_ a. A 병원      \_\_ b. B 병원      \_\_ c. 두 병원 모두 80%를 넘을 가능성은 같다.

이유:

15. 40명의 학생들이 시험 점수와 수면 간의 관계를 조사하는 실험에 참가했습니다. 학생들 중 자진해서 참여한 20명은 시험 전 날 밤에 잠을 자지 않고 공부를 했으며, 20명의 다른 학생들은 시험 전 날 저녁 11시 00분에 잠을 자러갔습니다. 다음 그래프는 각 집단의 시험 점수를 나타냅니다. 예를 들면, 아래 잠을 잔 집단(sleep)의 시험 점수 그래프에서 80 위의 두 점은 잠을 잔 집단의 두 학생이 시험에서 80을 득점한 것을 가리킵니다.



두 개의 그래프를 참조할 때, 다음의 6가지 결론 중 가장 타당한 것 하나만을 선택하세요.

- \_\_ a. no-sleep 집단이 낫다. no-sleep 집단은 40점 미만의 학생이 존재하지 않고, 가장 높은 득점을 한 학생이 있으므로 no-sleep 집단이 더 잘 했다.

- \_\_ b. no-sleep 집단이 낫다. no-sleep 집단의 평균이 sleep 집단의 평균보다 약간 더 높게 있는 것처럼 보이기 때문에 no-sleep 집단이 더 잘 했다.

- \_\_ c. 그래프를 보면 두 집단의 득점에서 중복되는 부분이 상당히 많기 때문에 그 두 집단 사이에는 어떤 차이도 있지 않다.

- \_\_ d. 두 집단 간에 평균의 차이를 변동성(variation)을 고려하여 비교할 때 평균의 차이가 매우 작기 때문에 그 두 집단 사이에는 어떤 차이도 있지 않다.

- \_\_ e. sleep 집단이 낫다. sleep 집단에 있는 더 많은 학생이 80점 이상을 득점했기 때문에 sleep 집단이 더 잘 했다.

- \_\_ f. sleep 집단이 낫다. sleep 집단의 평균이 no-sleep 집단의 평균보다 약간 더 높게 있는 것처럼 보이기 때문에 sleep 집단이 더 잘 했다.

이유:

예비교사의 통계적 추론 능력에 대한 연구

16. 한 달 동안 500명의 초등학생들을 대상으로 텔레비전 시청 시간을 조사했습니다. 조사 결과에 의하면 주당 텔레비전 시청시간은 28시간이었습니다. 또한 학생들 각각을 대상으로 연구 조사를 실시하였는데, 학교 활동에서 저조한 참여를 보이는 학생이 활발한 학생보다 텔레비전을 시청하는 데 더 많은 시간을 소비한다는 것을 발견했습니다. 다음은 이 연구 결과와 관련된 결론들입니다. 다음 중 가장 타당한 내용을 고르세요.

- a. 이 연구는 텔레비전 시청이 학교 활동에 나쁜 영향을 미친다는 것을 보여준다.
- b. 어떤 학생이 텔레비전 시청시간을 줄인다면, 그 학생의 학교 활동은 개선될 것이다.
- c. 학교 활동이 활발한 학생이 텔레비전을 더 적게 시청했음에도 불구하고, 텔레비전을 시청하는 것이 학교 활동에 방해가 된다는 것을 반드시 의미하는 것은 아니다.
- d. 위의 문항 a, b, c 중 타당한 것은 하나도 없다.

이유:

17. 어떤 마을의 학교 운영위원회는 그 마을에서 가구 당 어린이의 평균 인원수를 조사하기로 했습니다. 이를 위해 그 마을에 있는 어린이의 총 인원수를 그 마을에 있는 가구의 총 수인 50으로 나누었더니, 가구 당 어린이의 평균 인원수가 2.2명이었습니다. 다음 중 가장 타당한 내용을 고르세요.

- a. 그 마을에 있는 가구의 절반은 2명 이상의 어린이가 있다.
- b. 그 마을에서 아이가 있는 대부분의 가정들은 2명의 아이보다 3명 정도의 아이가 있다.
- c. 그 마을에 있는 어린이의 총 인원수는 110명이다.
- d. 그 마을에 있는 모든 성인에게 2.2명의 어린이가 있다.
- e. 그 마을에 있는 가구에서 가장 일반적인 어린이의 인원수는 2명이다.
- f. 위의 문항 a, b, c, d, e, 중 타당한 것은 하나도 없다.

이유:

18. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 아래의 결과 1과 2가 일어날 수 있습니다.

결과 1 : 5와 6을 얻는다.      결과 2 : 두 개 모두 5를 얻는다.

다음 중 타당한 내용을 고르세요.

- a. 결과 1과 2가 일어날 가능성은 동일하다.       b. 결과 1이 일어날 가능성이 더 높다.
- c. 결과 2가 일어날 가능성이 더 높다.       d. 대답하는 것이 불가능하다.

이유:

19. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 중 일어날 가능성이 가장 높은 것은 무엇입니까?

- a. 결과 1 : “5, 3, 6.”       b. 결과 2 : “세 개 모두 5를 얻는다.”
- c. 결과 3 : “두 개의 5와 한 개의 3.”       d. 결과 1, 2, 3이 일어날 가능성은 동일하다.

이유:

20. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 중 일어날 가능성이 가장 작은 것은 무엇입니까?

- a. 결과 1 : “5, 3, 6.”       b. 결과 2 : “세 개 모두 5를 얻는다.”
- c. 결과 3 : “두 개의 5와 한 개의 3.”       d. 결과 1, 2, 3이 일어나지 않을 가능성은 동일하다.

이유: