

로바체프스키의 수학철학과 비유클리드기하

Lobachevsky's Philosophy of Mathematics and Non-Euclidean Geometry

박창균 Chang Kyun Park

이 글의 목적은 비유클리드기하의 제안자의 한사람인 로바체프스키의 수학철학이 현대수학철학의 일종의 저수지였음을 보이고, 그의 수학철학이 비유클리드기하의 탄생에 기여했음을 밝히는 것이다.

In this paper I claim that Lobachevsky's philosophy of mathematics is a kind of reservoir of contemporary philosophy of mathematics. I discuss how his philosophy contributed to the rise of non-Euclidean geometry.

Keywords: 로바체프스키(Lobachevsky), 수학철학(philosophy of mathematics), 비유클리드기하(non-Euclidean geometry), 경험주의(empiricism), 형식주의(formalism), 논리실증주의(logical positivism)

1 들어가는 말

수학의 역사에서 비유클리드기하의 등장은 혁명적인 사건이었다. 그것은 유클리드기하가 근 2000년 동안 서구 사회에 지식의 모형으로 견고한 지위를 가졌던 것에 대한 근본적인 변화를 의미한다. 그런데 이 변화는 지구중심의 우주관인 천동설에서 지구가 태양의 주위를 도는 하나의 별에 불과하다는 지동설로 이행한 것과 유사한 것이었다. 그러나 비유클리드기하의 등장이 코페르니쿠스의 혁명과 같다고 할 수 없는 것은 천동설의 경우에는 지동설의 등장으로 폐기되었으나 유클리드기하는 소멸되지 않았기 때문이다.

유클리드기하의 독점적 지위는 수학에서만 아니라 과학과 학문 전반에서 확고하였다. 수학에서 학문의 전형으로 간주되었던 유클리드기하의 위상은 도전을 허용하지 않는 거의 절대적인 것이었다. 다른 것은 변해도 유클리드기하만은 그 변화에서 자유로운 고고한 위치에 있었다고 할 수 있다. 그래서 유클리드기하를 모델로 스피노자의 『윤리학』도 기술되었고, 인간은 기쁨은 극대화하고 고통은 극소화하려는 행동을 선택한다는 단순

한 원리로 사회를 이해하려고 했던 홉스의 이론도 나왔다. 아담 스미스가 『국부론』에서 합리적 경제행위자는 자신의 이익을 위하여 행동하고 시장은 수요와 공급의 자연스런 역학을 가지고 있다는 생각아래 광범한 경제현상을 설명하려고 했던 것도 유클리드의 영향으로 볼 수 있다 [5, p. 72]. 각각 다섯 개의 공준과 공리로부터 465개의 정리를 도출했던 유클리드기하의 공리체계의 위력은 자연과학은 물론 사회과학과 인문학에 까지 발휘되었으며, 비교적 단순한 원리로부터 많은 현상을 설명하려는 욕구를 지닌 학자들에게 유클리드의 『원론』의 방식은 매력적인 것이었다.

유일한 기하학으로 여겨졌던 유클리드기하에 대안적 기하학이 존재한다는 것은 사실상 현대수학의 시작을 알리고 수학에서 새로운 지평을 바라보도록 일깨워 준 종소리 같은 것이었다. 비유클리드기하는 수학을 수행하는 방식의 변화를 초래하였고 이로 인해 사람들의 수학에 대한 생각도 바뀌었다. 즉 비유클리드기하의 태동으로 수학에 새로운 패러다임이 형성되어 수학적 실천이나 수학철학에 큰 변화가 일어났다고 할 수 있다. 그리고 비유클리드기하가 일으킨 파장은 수학 내에만 한정된 것은 아니었다. 상대적이긴 하지만 모순이 없는 대안적인 기하인 비유클리드기하는 후에 물리학에서 상대성이론이 나오게 된 배경이 되었고 철학적인 함축을 지녀 철학자들은 수학적 공리가 자명하다는 사실에 대해 재고하게 되었다.

로바체프스키는 이러한 비유클리드기하를 발견한 사람으로 알려져 있다. 그러나 그는 유럽문화의 중심에서 멀리 떨어진 러시아에서 살아서 인지 그의 업적에 비해 다소 소홀히 취급된 느낌이 있다. 비유클리드기하에 관한 논문을 최초로 출간한 것은 로바체프스키이지만 일반적으로 그는 볼리아이 보다 더 비중이 있게 다루어지지 않는 것으로 보인다. 본 논문은 유럽문화의 주변부에 있었던 것으로 보이는 로바체프스키가 어떻게 비유클리드기하를 제안할 수 있었을까? 하는 물음에 대한 답을 그의 수학철학에서 찾아 보려고 하는 것이다. 이를 위해 본고에서는 페르미노프(Perminov)의 작업을 중심으로 그의 수학철학의 특징을 살펴봄으로써 로바체프스키의 수학철학은 현대수학철학과 과학철학의 일종의 저수지였음을 주장한다. 그의 수학철학에서 20세기 전반에 수학의 기초에 대한 논의가 활발했을 때 등장했던 학파들의 연원의 일부를 찾아볼 수 있으며 로바체프스키는 특히 형식주의의 선구자로 거론되기도 한다 [12, 9]. 뿐만 아니라 그의 철학은 20세기를 풍미했던 논리실증주의의 주된 주장의 원형이었던 것으로 보인다. 본고는 로바체프스키의 수학철학을 살펴 본 후 이러한 그의 수학철학이 새로운 기하학에 어떻게 영향을 미쳤는지 논의한다.

비유클리드기하를 가능하게 한 요인이 여러 가지 있겠지만 수학철학을 주목하는 것은 그가 가진 철학적 입장이 그의 “사고의 준거 내지 지침”이자 “사고하고 행동할 때 수행되는 전제”가 되기 때문이다. 로바체프스키의 수학철학은 자연스럽게 그의 수학적 작

업에 개입되었다. 수학철학에 대한 논의에 앞서 로바체프스키의 삶과 업적을 정리하는 것으로 시작한다.

2 로바체프스키의 삶과 업적

기하학자 클리포드(Clifford)가 ‘기하학의 코페르니쿠스’라고 부른 로바체프스키는 토지측량과 관련한 사무소에 근무했던 아버지 이반 막시모비치 로바체프스키와 어머니 파라스코비아 알렉산드로프나 로바체프스카야 사이에서 1792년 12월 1일 러시아의 니주니 노브고로트에서 태어났다. 가난했던 그의 가족은 로바체프스키의 부친의 사망이후인 1800년에 러시아의 서부에 있는 카잔으로 이주한다. 거기서 로바체프스키를 포함한 세 형제는 집나지움에 장학금을 받고 입학하게 된다. 1807년에 로바체프스키는 카잔대학에 입학하여 수학과 물리학을 공부하게 되고 1811년에는 석사학위를 받고 졸업한다. 그는 1814년부터 수학과 역학을 강의하기 시작하여 1816년에는 부교수가 되고 6년 뒤에 교수가 된다. 그 후 로바체프스키는 학과장, 도서관장 등 다양한 보직을 맡으며 봉사했다. 특히 1827년부터 1846년까지 19년간 학장으로 봉직했고 1846년에 은퇴하였다. 로바체프스키는 행정적인 능력이 뛰어난 사람이었다. 일에 대한 열정과 솔선수범하는 모습은 많은 사람들이 그를 인정하게 만들었다. 그는 수학연구 뿐만 아니라 가르치는 일에도 게을리 하지 않았으며, 카잔지역의 과학대중화와 초·중등교육의 근대화에도 크게 기여하였다 [16].

로바체프스키는 1932년 그의 나이 만 40세에 부유한 집안 출신의 젊은 모이시에바와 결혼했고 슬하에 7명의 자녀를 두었다. 그러나 불행하게도 그가 은퇴한 후 총애하던 큰 아들이 죽었는데 이 사건은 그에게 심각한 충격을 주었고 그의 건강은 더욱 악화되었다. 만년의 그의 삶은 빈곤과 병에 시달렸다. 병은 점점 깊어져 앞을 거의 보지 못하는 장님이 되었다. 그렇다고 명성을 얻은 것도 아니었다. 그의 인생의 말년이지만 비유클리드 기하는 사람들에게 아직 인정되지는 않았던 것이다. 로바체프스키는 만 63세를 좀 넘긴 1856년 2월24일 인생의 대부분을 보냈던 카잔에서 그의 찬란한 업적을 뒤로 한 채 쓸쓸히 생을 마감했다.

로바체프스키의 첫 번째 주요한 연구업적은 1823년에 완성한 『기하학』 이었고, 이것이 기초가 되어 비유클리드기하를 연구하게 되었다. 비유클리드기하는 1826년경 처음 발견한 것으로 보이며 이 결과를 1829에 출판하였는데 이는 1832년에 출판한 볼리아이 보다 약 3년 앞선 것이었다. 그러나 그의 이 새로운 기하는 당시 러시아의 지도적 수학자인 오스트로그라드스키(Ostrogradski)로 부터는 인정받지 못했다. 그러나 로바체프스키는 낙담하지 않고 1837년에 논문 <허기하학>을, 1840년에는 <평행선 이론에 대한 기하학 연구>를 독일어로 출간하고 1855년에는 <범기하학>을 불어로 출간함으로써 자신의 연

구를 알렸다. 특히 <범기하학>을 발간한 1855년은 그가 죽기 1년 전이고 장님이 된지 1년 후라고 한다 [7, p. 456]. 그는 신념의 사람이었다. 그러했기에 그 보다 앞선 사람들이 더 가기를 주저했던 길을 흔들림이 없이 갈 수 있었고 비유클리드기하라는 보화를 발견했다.

로바체프스키의 비유클리드기하는 비록 그가 살아있을 때에는 인정을 받지 못했지만 그의 사후 벨트라미, 케일리, 클라인, 푸앵카레 등의 작업에 의해 인정을 받게 되었다. 클라인은 1871년 로바체프스키가 발견한 기하를 ‘쌍곡기하학’이라 명명했다. 평행선 공준이 다른 공준과 독립이라는 것을 보이는 것은 비유클리드기하의 정당성을 확보하기 위한 핵심과제인데 위의 사람들은 비유클리드기하의 상대적 무모순성을 보였다. 즉 삼차원 유클리드공간의 곡면이 이차원 비유클리드기하학의 모델임을 밝힘으로써 유클리드기하가 무모순이면 비유클리드기하도 무모순임을 보였다. 유클리드기하 자체의 무모순성은 힐버트에 의해 제기 되었고 그 자신이 좌표쌍 전체의 집합이 유클리드 평면에 대한 모델이 된다는 것을 보임으로써 해결했다. 이로써 유클리드기하의 무모순성은 초등대수학의 무모순성으로부터 상대적으로 확립되었다.

또한 로바체프스키는 오늘날 댄덜린-그레페 방법(Dandelin-Gräffe)이라고 알려진 대수방정식의 근사해를 구하는 방법을 1834년에 발견하기도 했고, 그의 연구는 기하학에서 뿐만 아니라 삼각급수론, 적분학, 확률론 등에서도 빛을 발했다. 이제 이러한 로바체프스키의 업적 특히 비유클리드기하의 발견과 같은 창의적 작업을 가능하게 한 그의 수학철학이 어떠한지 살펴보기로 한다.

3 로바체프스키의 수학철학: 현대 수학철학의 저수지

먼저 [3]을 중심으로 현대 수학철학을 개관한 후 이들과 로바체프스키의 수학철학과의 관계에 초점을 맞추기로 한다. 현대 수학철학이라고 할 수 있는 20세기 수학철학은 전기와 후기로 나누어 생각해 볼 수 있다. 전기의 수학철학을 주도한 것은 집합론에서 야기된 수학기초에 대한 위기를 해소하기 위해 등장한 논리주의, 직관주의, 형식주의 등이었다. 집합론에서 발생한 역설은 집합론이 가진 일반성과 포괄성으로 인해 수학전체를 흔들리게 했다. 프레게나 러셀로 대표되는 논리주의는 흔들리는 수학을 논리로의 환원을 통해 구출해 보려고 시도한 것이고, 브라우베르의 직관주의에는 수학의 근거와 본질이 직관에 있음을 주장하고 배중률의 무제한 적용을 거부함으로써 역설의 포기를 시도했다. 이는 역설의 적극적 해결을 시도한 논리주의와는 대조적이었다. 수학을 형식화된 체계에 불과한 것으로 파악한 힐베르트를 비롯한 형식주의자들은 수학의 기호가 가지는 의미에는 관심이 없고 그 기호들이 어떤 방식으로 결합되어 형식체계의 정리가 되는 데에 주목했다. 따라서 형식체계의 무모순성 증명이 형식주의에서 가장 중요한 과제로 부각

되었다. 물론 이러한 프로그램들은 성공적이지 못했다. 논리주의는 수학이 논리학으로 환원되기에는 너무 크다는 점에서, 직관주의는 컴퓨터의 발달과 더불어 새로운 조명을 받았지만 수학을 축소시켰다는 점에서 수학자들의 호응을 받지 못했다. 그리고 형식주의는 괴델의 불완전성정리에 의해 타격을 받았다 [3, p. 24].

괴델이후 이러한 기초론적 논의는 오랫동안 수면아래에 머무르지만 20세기 후기 수리철학은 베나세라프(Benacerraf)의 플라톤주의에 대한 비판을 계기로 다시 활성화된다. 매디(Maddy)의 '집합론적 실재론'이나 레스닉(Resnik)과 샤피로(Shapiro)가 주도한 '수학적 구조주의'는 대체로 플라톤주의 입장에서 서 있는 것이고, 직관주의 보다 구성가능성을 훨씬 더 강하게 요구하는 치하라(Chihara)의 '구성주의'와 필드(Field)의 '허구주의'는 반실재론적 입장이라고 할 수 있다 [2, pp. 327-330]. 특히 형식주의의 후예로 보이는 허구주의는 추상적인 수학적 대상들을 허구에 불과하다고 간주한다. 픽션 즉 허구는 지어낸 이야기라는 뜻인데 수학은 지어낸 이야기에 불과하다는 것이다. 이러한 논의는 과학철학에서 실재론과 반실재론간의 치열한 공방이 수학철학으로 옮겨온 것으로 볼 수 있다. 그 외에 수학의 정체성을 수학사에서 찾으려는 움직임과 수학의 사회·문화적 성격을 강조한 수학철학이 등장하였는데 이는 철학에서 이성의 절대성과 과학의 객관성과 합리성을 비판하는 경향과 무관하지 않은 것으로 보인다.

기초론적 논의와는 다른 맥락에서 제시된 다양한 수학철학 중 수학의 경험과학 내지 이에 준하는 성격을 강조한 것도 20세기 후반의 특징이다. 특히 굿맨(Goodman)은 종래의 지배적 견해인 수학의 선형성을 부정하고 경험적 성격을 강조하며 예컨대 복소수와 전자가 존재론적으로 무슨 차이가 있는지를 묻는다. 이제 페르미노프(Perminov)의 작업을 중심으로 로마체프스키의 수학철학을 살펴보기로 하자.

로마체프스키의 수학철학은 경험주의와 형식주의의 조합이라고 개괄할 수 있다. 이 두 입장은 양립가능할 것 같지 않은 것들이지만 로마체프스키에게는 이 두 입장이 충돌함이 없이 결합되어 있었다. 로마체프스키의 수학철학은 현대 수학철학의 일종의 저수지와도 같은 것이었다. 이 저수지로 아리스토텔레스나 라그랑주의 철학과 같은 앞선 시대의 수학철학들이 흘러들어갔을 것이고, 또한 이 저수지에 있었던 수학철학은 아래로 흘러내려 새로운 수학철학의 지류들을 형성하였다. 그런데 이 저수지에 들어오는 수학은 경험주의라는 관문을 통과하여야 하고, 이 관문을 통과한 것은 형식주의내지 허구주의의 틀에서 여과되었다. 이러한 방식의 순서 때문에 모순적으로 보이는 두 입장은 아무 문제없이 로마체프스키에게는 중합되어졌다. 무엇보다도 지적할 것은 로마체프스키는 수학기론의 시초 진술은 의심의 여지가 없이 참이어야하고 즉각적으로 보아 확실한 것에 근거해야한다는 '경험론적 토대주의자(fundamentalist empiricism)' 이었다는 사실이다. 따라서 기초적인 개념인 수 개념도 감각적 대상에 대한 직접적 행위의 결과로도

달한다고 생각했을 정도로 선험적 측면을 배제하려 했다. 수학이 확실한 참에 근거해야 한다는 점을 강조한 데에서 20세기 기초론적 논의의 문제의식을 그에게서도 엿볼 수 있다. 확고한 토대를 가지고 출발해야 결과를 받아들일 수 있다는 것은 주지의 사실이다. 따라서 그 다음에 자연스럽게 강조해야 하는 것은 의심할 수 없는 참에서 결과에 이르는 엄격한 논리성인데 로바체프스키는 당대에 가장 엄밀한 논리성을 추구했던 수학자였다.

19세기 초 당시에는 경험주의가 지배적인 수학철학이었다. 경험주의에 시원은 아리스토텔레스라고 할 수 있다. 그는 수학적 대상이란 감각가능한 대상을 단순히 추상화한 결과로 생각했다. 경험주의는 현대에는 영국과 미국에서 논의가 이루어졌는데 ‘고전 경험론’은 주로 영국에서 16세기에서 18세기까지 흥성한 것이었다. 자연에 관해서 베이컨이 강조했던 관찰과 실험을 중시한 전통을 이어받은 경험론은 세계에 대하여 인간이 알 수 있는 것은 경험을 통하여 주어지는 관념에 한정된다는 입장이다. 경험은 인간의 인식에 중요한 수단이지만 현대수학의 태동을 위해서는 경험주의는 극복되어야 할 과제이기도 했다. 왜냐하면 허수나 무한소와 같은 수학적 대상은 경험을 추상화하여 얻어지는 것은 아니었기 때문이다. 로바체프스키 역시 경험주의 수학철학을 견지하고 있었다. 전술한 바와 같이 그는 수하이론의 시초 진술들은 의심이 없이 확실한 것이어야 한다고 생각하였다. 시초 진술들은 경험에 의해 정당화되어야 하는 것이었다. 이는 공리를 단지 가정으로 취급하였던 또 다른 비유클리드기하의 창시자인 리만과는 구별된다. 페르미노프에 따르면 경험주의자로서의 로바체프스키는 직관주의자인 브로우베르와 닮았다고 주장한다. 왜냐하면 브로우베르에 따르면 직관이 시초 수학적 판단의 진리문제를 애매함이 없이 만들고 또 그것이 모든 가정적이고 규약적 요소들을 제거해 주기 때문이다 [12, 7].

또한 로바체프스키의 수학철학에서 20세기 수리철학인 형식주의적 요소와 허구주의적 요소도 발견할 수 있다. 그의 수학철학의 독특성은 그가 일관성이 있는 경험주의적 사고를 가지고 있었지만 경험적인 정당화를 끝까지 요구하지 않고 처음 단계에 한정한다는 것이다. 그는 경험에서부터 온 시초 개념과 이로부터 유도된 개념들을 구분하여 수학은 처음에는 경험적이어서 종합적 성격을 가지지만 일단 추상화되면 분석적인 즉 논리적인 방법만을 사용해야한다고 생각한 것으로 보인다. 로바체프스키는 분석적 방법을 선호했으며 엄밀성을 강조했다. 그가 추구한 논리적 일반화는 완벽한 엄밀성을 위한 수단이었는데, 개념의 궁극적 일반화는 임의적 가정을 제거하려는 시도였다고 보인다 [12, 8]. 허수와 무한소에 대한 로바체프스키의 입장은 그를 형식주의자의 선구자로 간주하게 한다. 이는 로바체프스키가 힐베르트와 마찬가지로 수학적 분석은 바로 기호의 게임이고 어떤 의미를 갖지 않는 식을 포함한다는 데서 확인할 수 있다 [12, 9]. 시초가 아닌 추상화된 수학에 대한 이러한 입장은 중세 보편논쟁에서 유명론과 맥이 닿아있으며, 형식주의를 거쳐 허구주의까지 연결된다.

로바체프스키는 모든 수학을 논리로 환원할 수 있다고 생각하지 않았다는 점에서 20세기 초에 수학의 기초가 무엇인지를 놓고 경합했던 세 학파 중 논리주의와는 별 상관이 없는 듯이 보인다. 그러나 그가 수학에서 임의성을 제거하고 완벽한 논리적 엄밀성을 강조한 것을 고려하면 논리주의자들이 추구했던 수학을 논리학으로의 환원에는 동조하지 않았겠지만 논리자체는 매우 중요시했다는 것을 알 수 있다. 이러한 엄밀성에 대한 요구는 유클리드 기하에 대한 반성과 새로운 기하의 태동에 기여하게 한다.

또한 흥미로운 사실은 로바체프스키의 수학철학과 20세기에 풍미했던 논리실증주의와의 관계이다. 논리실증주의는 1920년대 비엔나서클에서 시작되어 1930년대에는 하나의 운동으로 확장되었고 제 2차 세계대전 이후에는 카르납과 라이헨바하 등이 미국으로 이주함에 따라 그 중심무대가 유럽에서 미국으로 이동하게 된 것으로, 이 입장에서는 수학은 과학의 언어로서 기능을 수행한다. 이때의 수학은 형식주의에서 말하는 공리로부터 정리를 이끌어 내는 논리적이고 공리적인 수단으로 간주된다. 논리실증주의에는 처음에는 기초적인 관찰가능한 것을 선택한 후 그들의 관계에 대한 공식을 찾는다. 그 다음 단계는 다른 관찰가능한 내용을 기초적인 관찰가능한 내용들의 함수로 나타낸 후 수학적 작업을 한다 [8, p. 291]. 물론 논리실증주의나 로바체프스키의 철학을 같은 평면에서 비교하는 것이 온당하지 않은지 몰라도 적어도 관찰과 같은 경험적 요소와 이를 논리적이고 형식적으로 처리하는 요소로 이루어졌다는 핵심적 주장에서는 유사성을 가지는 것으로 보이며, 좀 과장되게 표현한다면 로바체프스키의 수학철학은 논리실증주의의 원형이라고 할 수 있다.

다시 로바체프스키의 수학철학을 요약하자면 그의 수학철학이 머물렀던 저수지는 수학이 유입되는 곳에는 경험주의라는 첫 관문이 있고 그곳을 통과한 후 형식주의라는 둘째 관문을 통과하여 흘러내리는 구조를 가지고 있었다고 할 수 있다. 이제 이러한 수학철학이 그의 새로운 기하에 어떻게 적용되었는지를 살펴보자.

4 로바체프스키의 비유클리기하

로바체프스키의 비유클리드기하가 가지는 역사적 위치를 가늠하고 그 의의를 확인하기 위해 먼저 비유클리드기하가 등장하게 된 과정을 알아본다. 프로클로스가 전하는 바에 따르면 유클리드기하의 다섯 번째 공준인 평행선공준은 초기부터 공격을 받았다고 한다. 플로클로스는 이 공준의 증명을 알고 있다고 착각하여 “이것은 공준에서 제거되어야만 한다. 왜냐하면 이것은 증명하는데 많은 어려움이 있지만 정리이기 때문이다. 어떤 책에서 프톨레마이오스는 이것을 증명했다.”고 했다. 확실히 평행선공준은 다른 네 공준과 비교해 볼 때 우선 간결하지가 않고 복잡해 보였으며 쉽게 이해되지 않는 것이었다. 평행선 공준이 정리가 일지도 모른다는 의문은 쉽게 해소가 되지는 않았다. 많은 수학자들

이 처음에는 공리와 나머지 공준들로부터 평행선 공준의 유도를 시도했으나 실패했다. 이런 직접적 방법의 실패는 간접적 방법으로 선회하게 했다. 즉 제 5 공준을 부정하고 모순을 유도하는 귀류법이 그것이다. 사케리와 람베르트는 이러한 귀류법을 사용한 대표적 인물들이다. 사케리는 그의 사변형에서 둔각가정과 예각가정이 직관에 반한다는 것에 결국 호소함으로써 논리적 오류를 범하고 비유클리드기하의 발견자의 지위에 오르지 못한다. 사케리로부터 약 50년 후에 람베르트도 사케리와 같이 세 가지-직각, 예각, 둔각-를 가정하고 특히 예각을 가정하면 ‘삼각형의 면적은 그 내각의 합으로부터 2 직각을 뺀 것에 비례한다.’는 보다 진전된 결과를 제시했다 [1, p. 448]. 그러나 이러한 결과에도 불구하고 비유클리드기하를 발견한 영예는 로바체프스키에게 돌아간다.

이제 이러한 비유클리드기하의 등장 배경아래 로바체프스키의 수학관을 살펴보기로 하자. 로바체프스키에 따르면 수학은 자연에 대한 측정의 과학이고, 기하는 공간측정의 방법을 규정하는 순수수학의 하나이다 [12, 5]. 기하는 로바체프스키가 ‘분석학’이라 부르는 산술이나 대수, 해석학 등과는 달리 시각적 표현에 근거해 있다. 그리고 기하학은 종합적이라는 점에서 분석학과 차별된다. 그에게 있어서 기하는 다른 수학보다도 경험에 가까운 것이었다. 그래서 노든(Norden)에 의하면 로바체프스키는 기하를 산술이나 해석학 등과 같은 수학과 뭉기보다는 오히려 역학과 연관시켰다 [12, 6].

전술한 바와 같이 로바체프스키의 수학철학의 두 측면인 경험주의와 형식주의 내지 허구주의는 그의 수학적 작업에 두 가지 영향을 주었다. 하나는 수학을 경험과 직접 연결된 개념위에 정립함으로써 수학을 자연의 과학으로서 정당화하려 했던 것이고, 다른 하나는 본질적 수학 개념들을 논리적 제한 외에 어떤 제한으로부터 자유롭게 하려고 했던 경향이다 [12, 10]. 이러한 경향은 그가 비유클리드기하를 발견하게 되는데 결정적인 기여를 하게 된다. 이제 그의 첫 작업에서 유클리드기하를 특별한 의미에서 정당화하려고 했던 로바체프스키가 가졌던 문제의식이 무엇이었는지 그리고 이것이 어떻게 그의 수리철학과 결부되어 비유클리드기하를 발견하게 되었는지 살펴보기로 하자.

로바체프스키에 따르면 물체(bodies)와 접촉(contacts)은 두 원초적 개념으로서 다른 것에 의해 논리적으로 정의되지 않고 경험으로부터 직접 얻어지는 것이다. 그는 유클리드기하를 경험에 보다 근접한 개념으로 대치하려고 했고 경험에 의해 정당화되거나 증명되는 새로운 공리적 토대를 만들려고 했다 [12, 10]. 그러나 평행선 공준은 직접적인 관찰로 검증할 수는 없는 공리이다. 따라서 수학을 경험과 직접 연결된 개념 위에 정립하여 정당화하려고 했던 로바체프스키의 수학철학에 따르면 이는 공준으로서 적합하지 않다. 경험주의자로서 수학의 처음 진술은 의심할 수 없는 참이어야 한다고 보았던 로바체프스키에게 평행선공준은 임의적 가정이었다고 볼 수 있다. 평행선공준에 대한 이러한 로바체프스키의 입장은 평행선공준을 배제한 기하에로 나아가게 한 것으로 보인다.

로바체프스키는 평행선공준이 확고하지 않은 경험적 토대를 가지고 있어 그 임의성을 배제하게 된다면 일단 두 평행선 사이의 각이 90° 임을 거부하는 것이고 따라서 논리적으로 가능한 대안은 0° 에서 90° 사이 밖에 없다고 보았다 [12, 11]. 이는 로바체프스키가 일단 경험적 기초를 확고히 한 후에는 수학을 매우 논리적이고 해석적 방법으로 다루었다는 것을 알 수 있다. 즉 임의성을 제거한다는 것은 일반성을 도입하여 수학을 엄밀하게 하겠다는 것인데 두 평행선 사이의 각이 90° 임을 거부하면 0° 에서 90° 로 보는 것이 일반성을 갖는 일이다. 여기서 경험주의자인 로바체프스키에 관해 한 가지 첨언할 것은 그가 리만기하를 받아들이지 않았을 것으로 추정된다는 것이다. 왜냐하면 로바체프스키는 평행선 공준을 제외한 나머지 네 공준은 경험적으로 정당화되는 확실한 참이라고 간주했고 특히 두 점이 한 유일한 직선을 만든다는 공준은 로바체프스키에게는 경험적으로 확실한 참이었기 때문이다 [12, 11].

이처럼 경험주의와 형식주의가 조화되어 적절한 역할을 수행한 로바체프스키의 수학철학은 비유클리드기하의 발견에 결정적 역할을 하였다. 그러면 이러한 일반적인 새로운 기하는 실세계와 어떤 연관을 갖는 것일까? 라는 질문이 제기 될 수 있는데 이에 대해 로바체프스키는 분자력을 기술한다든가하는 일상적인 경험세계를 뛰어 넘는 영역에 적용될 수 있다고 보았다 [12, 13].

5 나가는 말

로바체프스키는 비유클리드기하를 허기하학(imaginary geometry)라고 했는데, 가우스는 처음에는 반유클리드기하(anti-Euclidean geometry)라고 불렀고, 그 후에 별의 기하학(astral geometry)을 거쳐 최종적으로 비유클리드기하라고 했다 [15, p. 175]. 당시 사람들은 이 새로운 기하에 대해 극단적인 주장이라고 생각하고 거부감을 가졌던 것으로 보인다. 왜 사케리나 가우스는 그들의 작업이 비유클리드기하에 근접했으면서도 한 걸음을 더 내디디지 못했거나 발표를 꺼렸을까? 그것은 당시의 패러다임에 반했기 때문이었다. 사케리와 가우스는 당시 지배적인 패러다임의 장벽을 극복하지 못한 셈이다. 사실 그 한 걸음을 더 내딛는다는 것은 세월이 지나고 난 후에는 사소해 보이지만 당시에는 매우 어려운 일이었을 것이다. 대부분의 사람들의 생각과 반하여 어떤 주장을 한다는 것은 쉬운 일이 아니다. 그러면 어떻게 로바체프스키는 당시의 지배적인 패러다임을 극복하는 것이 가능했을까? 그것은 전술한 바와 같이 로바체프스키는 시대를 뛰어넘는 수학철학을 가지고 있었다는 것에서 실마리를 찾을 수 있다. 그의 수리철학에는 경험주의와 형식주의가 절묘한 조화를 이루고 있었을 뿐만 아니라 수학에서 임의성을 제거하려는 엄밀하고 논리적인 수학적 방법론이 존재해 있었다. 다른 하나의 요인으로 생각할 수 있는 것은 로바체프스키를 둘러싸고 있었던 환경이다. 그는 유럽의 중심에서 비껴나

있는 러시아에, 그리고 러시아에서도 수도가 아니고 변방인 카잔에 있었기에 비교적 지배적 패러다임의 압력을 사케리나 가우스 보다 덜 받았을 것으로 추측된다.

어떤 위대한 진보라고 하는 것은 여러 가지 요소를 변수로 하여 만들어진 함수임을 로바체프스키의 예를 통해서도 확인 할 수 있다. 그 요소들로 거론될 수 있는 것은 그것을 수행한 사람이 가진 능력, 그 사람을 둘러싼 동시대적 환경, 앞선 시대의 역사적 유산들 등이다. 로바체프스키는 평행선 공준의 문제를 해결하려는 역사적으로 앞선 학자들의 시도로부터 자양분을 받은 것으로 추정되고, 그가 가진 수학철학은 비유클리드기하의 출현에 가장 중요한 변수였다고 보인다. 그러나 그를 둘러싸고 있었던 환경은 객관적으로 결코 좋았다고 볼 수는 없었을 것 같다. 유럽의 학문의 중심지가 아닌 곳 러시아에서 그것도 수도가 아닌 변방의 조그만 도시 카잔의 대학에 있었기 때문에 불리하다고 할 수도 있는 환경이었다. 그럼에도 불구하고 나름대로 확립된 수학철학과 이를 관철할 수 있는 강인한 열정과 의지는 수학에서 가장 혁명적인 장의 하나를 열었던 것이다.

외적 조건은 늘 양면성을 가지는 것처럼 보인다. 그것은 유리하게 보여도 시간이 지남에 따라 보이지 않았던 불리함이 점점 크게 부각되기도 하고, 반대로 처음에는 객관적으로 불리한 조건인 것처럼 간주되었는데 나중에 오히려 유리한 것으로 판명되는 경우도 있다. 로바체프스키의 경우는 후자의 경우에 속하는 것으로 보인다. 물론 가우스의 개인적인 성격 탓도 있겠지만 가우스가 주변을 의식하여 비유클리드기하에 대한 자신의 연구 성과를 발표하는 것을 꺼렸던 것을 고려하면, 로바체프스키는 변방에 있었기에 오히려 당시 지배적인 패러다임의 압력으로부터 어느 정도 자유로웠고 자신의 생각을 발전시키고 키워나가는데 상대적으로 수월했으리라고 본다. 역사에서 가정은 무의미하지만 만약 로바체프스키가 프랑스나 독일에서 활동했으면 비유클리드기하의 발전 속도가 촉진되었을 것인가? 반드시 그렇지 않을 수 있다. 어쩌면 그가 열망했던 비유클리드기하는 싹도 제대로 틔우지도 못했을 수도 있었을 것이다. 그러나 분명한 것은 그의 수학철학이 비유클리드기하의 출현에 가장 중요한 변수였다는 것이다.

참고 문헌

1. 김용운, 『수학사 대전』, 경문사, 2010.
2. 박우석, 「現代 數理哲學의 百家爭鳴」, 과학과철학, 제5집, 통나무, 1994, pp. 327-340.
3. 박창균, 「20세기 수학의 패러다임」, 한국수학사학회지 9(1996), No.2, pp. 22-29.
4. 박창균, 「수학에서 수학사와 수학철학의 기능과 역할」, 한국수학사학회지 18(2005), No.4, pp. 17-28.
5. 박창균, 「수학과 학문융합」, 한국수학사학회지 23(2010) No.1, pp. 67-78.
6. 이브스, 하워드, 『수학의 기초와 기본개념』, 허민·오혜영 옮김, 경문사, 1997.
7. 이브스, 하워드, 『수학사』, 이우영·신항균 옮김, 경문사, 2001.
8. 로이벤 허쉬, 『도대체 수학이란 무엇인가?』, 허민 옮김, 경문사, 2003.

9. T. S. Kuhn, *The structure of scientific revolutions*, 2nd edn, enlarged, University of Chicago Press, 1970.
10. B. L. Modzalevsky, *Materials for a Biography of N. I. Lobachevsky*, Moscow/Leningrad, 1948.
11. A. P. Norden, "Questions of justification of geometry in the works of N. I. Lobachevsky", *Historical-mathematical Investigations*, Issue 11, Moscow, 1958.
12. V. Ya. Perminov, "The Philosophical and Methodological Thought of N. I. Lovachevsky", *Philosophia Mathematica* (3) Vol. 5 (1997), pp. 3–20.
13. Michael Polanyi, *Personal Knowledge: Towards a Post-Critical Philosophy*, London: Routledge & Kegan Paul, 1958.
14. Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics*, Cambridge University Press, 1903 (2nd edition 1937). Reprint London, Allen & Unwin, 1948.
15. Yuxin Zheng, *Non-Euclidean geometry and revolutions in mathematics*, in *Revolutions in Mathematics*, ed. D. Gillies, Oxford University Press, 1992, pp. 169–182.
16. http://preview.britannica.co.kr/bol/topic.asp?mtt_id=24100
17. <http://www.gap-system.org/~history/Biographies/Lobachevsky.html>

박창균 서경대학교 철학과
Department of Philosophy, Seokyeong University
E-mail: ckpark4g@gmail.com