



타이거 마스크와 군론(Group Theory)

“**겨**칠은 사각의 정글 속에 오늘도 비바람
이 몰아쳐 온다……”

이 노래를 아는 사람들은 7080 세대임에 틀림없다. 이것은 내가 어린 시절 텔레비전 인기 만화 프로그램이었던 ‘타이거 마스크’의 주제가 가사이기 때문이다. 이것만이 아니다.

“아프리카 밀림은 동물의 왕국……” (‘밀림의 왕자 레오’)

“푸른 하늘 저 멀리 날아라 힘차게 날으는……” (‘번개 아톰’)

타이거 마스크

우리는 이런 만화 프로그램들에 열광했다. 물론 이것들이 일본 애니메이션 프로그램들을 그대로 가져와 번역한 것들이라는 사실은 꿈에도 몰랐다. “건전하고 차원 높은 교육방송이 생길 때까지 우리 집은 텔레비전은 보지 않는다”는 말도 안 되는 구호를 내세워 텔레비전을 다락 안에 처넣어 버린 홀륭하신 우리 아버지의 ‘만행’(!) 때문에 나는 만화 프로그램이 방영되는 시간에 맞추어 친구 집에 ‘공부하러’ 가야 했다. 그런데 ‘공부하러’ 모여든 친구들이 한참

재미있게 ‘공부’를 하고 있으면 친구 어머니께서 참으로 답답한 말씀을 하시곤 했다.

“얘들아, 밥 먹고 텔레비전 보라.”

그게 참, 밥을 먹고 나면 ‘타이거 마스크’는 끝이 나는데…….

나는 해마다 4월 말이 되면 내가 지도하는 서울대학교 자연대 축구부 신입생들을 놀려대곤 한다.

“얘들아, 너희들 고등학교 때 엄마가 ‘지금엔 여자 친구 사귄 생각하지 말고 공부만 열심히 해라.’ 그러셨지?”

“네~!!” (감독님이 도대체 무슨 말씀을 하시려는 걸까?)

“서울대학교만 들어가 보라. 여자애들이 즐선다.’ 그러셨지?”

“네~!!” (뭔가 좀 수상한데?)

이때쯤 결정타를 날린다.

“그런데 벌써 벗꽃이 피었다 진다. 여자애들이 즐서냐?”

“아니요~!!” (내, 이럴 줄 알았다.)

그런다음에 피가 되고 살이 되는 조언을 한다.

“얘들아. 아직 늦지 않았다. 빨리 여자애들 앞에



글 **강석진** 서울대학교 수리과학부 교수
sjkang@snu.ac.kr
글쓴이는 서울대 수학과 졸업 후 미국 예일대에서 석사·박사학위를 받았으며, 젊은과학자상(1998년), 한국과학상(2006년), 대한민국최고과학기술인상(2009년) 등을 수상했다.



가서 줄 서라. 개들은 너들 앞에 줄 서지 않는다. 너들이 가야 한다. 단 너들의 사람됨을 건전하고 풍부하게 하고 가서 줄 서라.”

교환법칙과 결합법칙

위의 두 가지 예가 말해주는 것을 수학적으로 나타내면 간단하다. 세상에는 ‘교환법칙’이 성립하지 않는 연산이 많이 있다는 것이다. 우리는 흔히 덧셈과 곱셈만을 생각해서 대부분의 연산이 교환법칙이 성립하는 줄 안다. 그래서 첫 번째의 엄마는 밥 먹고 텔레비전을 보라고 말씀하신 것이다. 그렇지만 그럴 수는 없다. 밥을 먹고 나면 ‘타이거 마스크’는 끝이 나버리니까.

두 번째 예에 등장하는 엄마는 어떤 연산은 교환법칙이 성립하지 않는다는 것은 잘 알고 있다. 그건 물이 끓은 다음에 라면을 넣어야지 라면을 넣은 다음에 물을 끓이면 안 된다는 것만 봐도 알 수 있다. 그렇지만 엄마는 누가 뭐래도 공부할 때는 공부부터 해야 한다고 생각하신 것이다. 그러나 엄마는 모른다. 여자들은 말로는 자기 일에 열중하는 남자가 멋있다고 말하면서도 실제로는 자기 일에 열중하다가 여자 친구 머리 스타일이 바뀐 걸 알아채지 못하는 남자를 쉽게 차버린다는 것을. 결국 어떤 연산을 먼저 실행하느냐가 중요할 때가 많은 것이다.

그런데 인생을 살다 보면 제 아무리 안달복달 별짓을 다 해봐야 결국엔 결과가 똑같은 때가 많다. 예를 들어 보자. 어떤 녀석은 교환법칙이 성립하지 않는 연산이 있다는 것을 일찍부터 깨달아 엄마 말씀을 싹 무시하고 고교 시절부터 연애를 하다가 천신만고 끝에 대학을 갔으나 대한민국 남자로서 피할 수 없는 국방의 의무를 다하기 위하여 여자 친구를 뒤돌아보고 피눈물을 흘리며 군대를 갔다고 치자. 반면에 어떤 녀석은 엄마 말씀을 철썩 같이 믿고 공부에만 열중하다가 대학교에 가서 뒤늦게 속은 것을 알았지만 이미 때는 늦어서 군대를 갔다고 치자. 그래도 감독님 말씀을 듣고 느낀 바가 있어서 100일 휴가를 나온 김에 만났던 동창 여학생에게 고백을 하여 드디어 여자 친구가 생겼다고 하자. 그래서 그 둘 사이에 무슨 차이가 있겠는가? 아아, 지난 몇 년 동안의 청춘에는, 특히 발렌타인 데이 나 크리스마스에 눈이 내리거나 하면 짜증날 만큼의 차이가 날 때도 있었을지 모른다. 그래봤자 지금은 철책선 앞에서 달빛 아래 여자 친구의 얼굴을 떠올리는 동병상련의

처지일 뿐이다. 이걸 좀 수학적으로 얘기해 보면? 그렇다. 교환법칙은 성립하지 않아도 결합법칙은 성립하는 것이다. 그런 게 인생이다.

군론(Group Theory)

이렇게 교환법칙이 성립하지 않아도 결합법칙은 성립하는 연산은 우리가 이미 알고 있는 것만 해도 여러 가지를 들 수 있다. 그 중에서도 가장 대표적인 것이 행렬의 곱과 함수의 합성이다. 사실 엄밀하게 얘기하면 행렬의 곱도, 위에서 말한 인생유전(人生流轉)도 모두 함수의 합성에 지나지 않는다.

그런데 같은 집합에서 같은 집합으로 가는 1-1 대응 함수의 집합을 생각하면 이 집합 안에는 모든 원소를 자기 자신으로 보내는 ‘항등함수’가 있다. (이걸 인생유전에 비유하자면 ‘무위도식’하는 것쯤으로 생각할 수 있을까? 그러나 그 누구도 시간의 흐름은 거역할 수 없으니 인생에서는 ‘항등함수’는 없을 것이다.) 게다가 1-1 대응 함수는 ‘역함수’를 가진다. 그러니까 1-1 대응 함수들의 집합은 결합법칙이 성립하고 항등함수가 존재하며 모든 함수들이 역함수를 가진다는 말이다.

18세기 말 대수방정식의 해법을 연구하던 라그랑즈(1736~1813)는 이런 성질들에 주목하여 이것들을 추상화한 군(group)의 개념을 도입하였고, 19세기 초반 갈루아(1811~32)는 이 개념을 더욱 발전시켜 ‘갈루아 이론’을 완성하였다. 그러나 이렇게 가슴이 뛰는 이야기들은 다음 기회에 하기로 하고 지금은 군을 정의하는 것으로 만족하기로 하자. **ST**

정의 일반이항연산 *가 정의된 집합 G가 다음 조건들을 만족할 때 G를 군(group)이라고 한다.

- 1) G의 모든 원소 a, b, c 에 대하여 $(a*b)*c = a*(b*c)$ 이다.
- 2) G 안에 e 라는 원소가 있어서 G의 모든 원소에 대하여 $e*a = a*e = a$ 이다.
- 3) G의 모든 원소 a 에 대하여 a^{-1} 라는 원소가 있어서 $a*a^{-1} = a^{-1}*a = e$ 이다.