

Statistical Interpretation of Economic Bubbles

In-Kwon Yeo¹

¹Department of Statistics, Sookmyung Women's University

(Received August 27, 2012; Revised October 11, 2012; Accepted November 6, 2012)

Abstract

In this paper, we propose a statistic to measure investor sentiment. It is a usual phenomenon that an asymmetric volatility (referred to as the leverage effect) is observed in financial time series and is more sensitive to bad news rather than good news. In a bubble state, investors tend to continuously speculate on financial instruments because of optimism about the future; subsequently, prices tend to abnormally increase for a long time. Estimators of the transformation parameter and the skewness based on Yeo-Johnson transformed GARCH models are employed to check whether a bubble or abnormality exist. We verify the appropriacy of the proposed interpretation through analyses of KOSPI and NIKKEI.

Keywords: GARCH model, leverage effect, skewness, Yeo-Johnson transformation.

1. 서론

어떤 자산이나 물건이 내재가치보다 현저히 높은 가격으로 거래되는 경우 일반적으로 가격에 거품 또는 버블(bubble)이 끼었다고 한다. Garber (1990)의 연구에 의하면 17세기 네덜란드에서 벌어진 ‘튤립마니아(Tulip mania)’ 파동이 최초의 대규모 거품현상으로 기록되고 있다. 당시 네덜란드에 수입된 튤립의 구근에 대한 사재기와 선물거래에 의해 가격이 급격히 상승하면서 1630년대 튤립 뿌리 하나가 숙련된 장인의 연간 소득보다 10배 높은 가격으로 팔리기도 했다고 한다. 금융에서의 거품이라는 용어는 1711년 설립된 남해회사(South Sea Company)의 주식에 대한 투기로 형성된 ‘남해거품(South Sea Bubble)’에서 어원을 찾고 있으며 프랑스의 미시시피 버블(Mississippi bubble)이 비슷한 시기의 경제 거품으로 기록되고 있다. 이후 크고 작은 거품들이 간헐적으로 발생하였으며 일본에서는 1950년대부터 시작된 장기 호황과 1980년대 저축 억제정책으로 인한 저금리 정책으로 자금의 유동성이 커지고 미국과의 플라자 합의 후 금융완화법을 제정하여 기업들이 돈을 더 쉽게 빌릴 수 있도록 만들면서 1980년대 말부터 부동산가격과 주가가 급격히 상승하였다. 또한 인터넷의 인프라가 구축되기 시작하면서 관련 분야의 급성장과 관련 산업 주가의 급속한 상승으로 1995년부터 2000년까지 IT 버블이라고도 불리는 닷컴 버블(dot-com bubble)이 발생하였다. 미국에서는 신용이 가장 낮은 사람들을 상대로 고금리로 대출해주는 주택담보대출 서브프라임 모기지론(subprime mortgage loan)이 주택가격의 상승으로 높은 수익을 얻자 세계적 금융업체와 헤지펀드 등이 부동산에 대규모로 투자하면서 부동산 거품을 형성하기 시작하였다.

This research was supported by the Sookmyung Women's University Research Grants 2011.

¹Professor, Department of Statistics, Sookmyung Women's University, Seoul 140-742, Korea.

E-mail: inkwon@sm.ac.kr

문제는 거품이 꺼지면 거품이 형성되는 동안 누적된 비정상적인 투자자산이 급격히 붕괴되면서 원금 손실 및 금융파산, 경기침체 등의 경제적 위기가 장기간 지속될 수 있다는 것이다. 튜립과동 때 가격이 하락세로 반전하면서 파산자가 속출하였고 이 파동은 그 당시 동인도 무역을 통해 막대한 부를 축적하며 실물경제와 금융경제에서 세계 최고 위치에 있었던 네덜란드가 영국에게 경제대국의 자리를 넘겨 준 결정적 요인 중 하나가 되기도 하였다. 또한 1720년 남해거품이 꺼지면서 대규모 금융파산을 초래하였는데 이 회사의 거품 붕괴 때 물리학자 아이작 뉴턴도 막대한 손해를 보았는데 Spence (1820, p.368)에 의하면 뉴턴은 “나는 천체의 움직임을 계산할 수 있지만 인간의 광기는 짐작조차 할 수 없었다.”라는 말을 남겼다고 한다. 일본에서 1990년 주식 가격과 부동산의 거품이 꺼지면서 수많은 기업과 은행이 도산하였고 1991년부터 2002년까지 ‘잃어버린 10년’이라고 불리는 장기침체가 진행되었으며 현재까지도 그 영향을 받고 있다. 미국의 집값이 하락하면서 서브프라임 모기지 대출자들이 대출금을 상환하지 못하게 되었고, 여기에 투자했던 미국의 서브프라임 모기지 회사를 비롯한 헤지펀드, 은행, 보험사 등이 전세계적으로 연쇄 부도가 났으며 이 금융위기는 북부 유럽의 부자국가였던 아이슬란드의 몰락과 이후 그리스, 이탈리아, 스페인, 포르투갈 등 지중해 인근 지역 국가의 국가부도 위기를 초래하는 주요 원인이 되었으며 이로 인해 유로화를 사용하는 EU 경제 전체의 부실을 초래하고 있다.

거품은 재정자금과 금융 완화 조치 등에 따른 유동성의 확대와 인플레이션이과 같은 금융 및 경제적 요인뿐만 아니라 경제 상황을 인식하는 투자자의 사회 심리적 요인 등이 복합적으로 결합되어 발생된다고 한다. 대부분의 거품은 거품이 붕괴되어 사회경제적으로 심각한 문제가 발생한 후에 인지되고 있으며 붕괴 이전에 거품인지 또는 정상적인 성장인지에 대한 납득할만한 이론적 근거를 제시하는 경우가 드물다. 이 논문에서는 거품형성에서 있어 투자자의 심리적 요인을 바탕으로 거품에 대한 통계적 정의를 유도하고자 한다.

2. 거품의 통계적 정의

금융시계열분석에서는 변동성군집(volatility clustering) 현상이 흔히 관측된다. 변동성군집 현상은 전체 시계열의 변동성에는 차이가 있으나 지협적으로 비슷한 변동성을 가지는 성질을 의미하며 이러한 성질을 가지는 시계열을 조건부이분산(conditional heteroscedastic) 시계열이라고 한다. 조건부이분산 시계열분석에서는 기본적으로 시계열 X_t 가 다음과 같은 모형을 따른다고 가정한다.

$$X_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sqrt{h_t} a_t,$$

여기서 h_t 는 $t-1$ 시점까지의 시계열 정보 I_{t-1} 가 주어졌을 때 조건부 분산 $h_t = \text{Var}(\varepsilon_t | I_{t-1})$ 로 정의되고 a_t 는 분산이 1인 백색잡음을 나타낸다. h_t 를 어떻게 정의하는가에 따라 SV(stochastic volatility) 모형과 GARCH-type 모형으로 나눌 수 있다. 선형모형을 랜덤효과모형과 고정효과모형으로 나누는 것처럼, SV 모형은 조건부분산식에 랜덤효과가 포함하고 있으며 GARCH-type 모형은 결정적 구조를 가진다. 여기서는 모수추정과 설명이 상대적으로 쉬운 GARCH-type 모형을 중심으로 설명하고자 한다.

주식이나 채권 등 금융상품의 내재가치는 경제 상황 등에 의해 수시로 변하고 측정이 어렵기 때문에 상품의 현재 가격이 실제 내재가치에 비해 높고 낮음을 판단하기 어렵다. 이러한 이유 때문에 가격이 거품이 끼었는지는 거품이 꺼지면서 문제가 발생해야 인지되는 경우가 많다. 거품이 경제나 금융시장에 주는 영향이나 충격이 매우 크기 때문에 거품에 대한 다양한 연구가 진행되어 왔는데 Camerer (1989), Diba와 Grossman (1988), Flood와 Hodrick (1990), Wu (1997), Ma와 Kanas (2004) 등은 거품에 대한 수량적 분석방법을 제시하였다. 이 논문에서는 경제거품 또는 금융거품에 대한 투자자나 자산운영자의 심리적 측면을 표시할 수 있는 통계적 측도를 제안하려고 한다.

인간은 생존 가능성을 높이기 위해 자신에게 위협이 될 수 있는 상황을 빨리 인식하고 대처하도록 진화해 왔기 때문에 긍정적인 정보보다는 부정적인 정보에 더 민감하게 반응하는 것이 일반적이다. 이것은 Henry (1998) 등이 언급한 것 같이 금융시장에서 호재보다는 악재에 더 영향을 받는 비대칭 변동성 즉 레버리지 효과(leverage effect)가 흔히 관측되는 이유이기도 하다. 금융자료 분석에서는 이러한 비대칭 변동성 때문에 Engle (1982)의 ARCH모형이나 Bollerslev (1986)의 GARCH 모형과 같은 대칭적 변동성모형으로 분석하면 표준화 잔차의 왼쪽 꼬리부분이 길어지는 형태를 가져 음의 왜도인 경우가 많다. 그래서 많은 실증분석에서는 레버리지 효과를 모형화하기 위해 EGARCH나 TGARCH 등과 같은 비대칭 모형이 사용되기도 한다. 이들 모형에 대한 자세한 내용은 Nelson (1991), Glosten 등 (1993), Zakoian (1994) 등을 참조하기 바란다.

거품 상태에서의 투자자들은 금융 상황을 매우 낙관적으로 보는 경향이 있기 때문에 약간의 호재에도 투자심리가 고조되고 악재에 대해서는 일시적인 것으로 무시하는 경향이 있어 금융상품의 가격을 계속 올리면서 거품을 키우는 경향이 있다. 이러한 현상을 통계적으로 모형화 하기 위해, 거품이 형성되는 시기에는 정상적인 상황에서 모형에 의해 적합시킬 수 없는 ‘문지마’식 투자 심리가 중장기적으로 지속된다고 가정한다. 이는 금융시계열 분석에서 사용되는 표준모형으로 분석했을 때 잔차의 분포가 대칭이나 음의 왜도를 가지는 것이 아니라 양의 왜도를 가질 가능성이 높아질 것으로 예상되며 이 논문에서는 이를 이용한 통계량으로 거품의 여부를 판단할 수 있을 것이라는 아이디어에서 출발한다. 하지만 ARCH나 GARCH와 같은 대칭적 모형을 통해 얻은 잔차의 왜도가 유의하게 양수라고 하면 시계열 자료가 이들 모형에서의 가정을 만족하지 않는다는 것을 의미한다. 이것은 John과 Draper (1980)가 언급한 것과 같이 결국 잘못된 모형의 적용은 잘못된 결과를 초래할 수 있기 때문에 단순히 왜도를 이용하여 판단하는 것은 또 다른 문제를 유발할 수 있다. EGARCH나 TGARCH 등과 같은 비대칭 모형과 같이 비대칭 모형을 사용할 수 있으나 시계열 자료가 모형에서 가정한 조건을 여전히 만족하지 않을 수 있다. 이 논문에서는 Yeo-Johnson (2000) 변환을 이용하여 자료를 모형에서 가정한 조건에 근접하게 만들면서 우리가 원하는 결과를 도출하는 방법에 대해 알아본다.

시계열분석에서는 log 변환이 많이 사용되고 있는데 이를 일반화시킨 것이 아래의 Box-Cox (1964) 변환이다.

$$\psi(x, \lambda) = \begin{cases} \frac{(x^\lambda - 1)}{\lambda}, & \lambda \neq 0, \\ \log(x), & \lambda = 0. \end{cases}$$

Box-Cox 변환은 $x > 0$ 에 대해 정의되며 변환모수 λ 의 값에 따라 변환이 오목(concave) 또는 볼록(convex)한 형태를 가진다. van Zwet (1964)의 상대적 왜도의 정의에 의하면, 분포가 음의 왜도를 가지는 경우 오목한 변환($\lambda < 1$)을, 양의 왜도를 가지는 경우 볼록한 변환($\lambda > 1$)을 통해 대칭형태를 가지도록 만들 수 있다고 한다. Box-Cox 변환의 문제는 양의 값을 가지는 관측값에만 적용할 수 있기 때문에 수익률과 같은 금융자료에는 적합하지 않다. 이 논문에서는 Box-Cox 변환과 유사한 성질을 가지면서도 음의 관측값에 대해서도 적용할 수 있는 Yeo-Johnson (2000) 변환을 사용한다.

$$\psi(x, \lambda) = \begin{cases} \frac{\{(x+1)^\lambda - 1\}}{\lambda}, & \lambda \neq 0, x \geq 0, \\ \log(x+1), & \lambda = 0, x \geq 0, \\ -\frac{\{(-x+1)^{2-\lambda} - 1\}}{(2-\lambda)}, & \lambda \neq 2, x < 0, \\ -\log(-x+1), & \lambda = 2, x < 0. \end{cases}$$

Yeo-Johnson 변환에서 $\lambda < 1$ 는 원 시계열의 분포가 양의 왜도를 가진다는 것을 의미하며 이 논문에서는 λ 의 추정값이 1보다 작은 시기를 거품이 형성되는 시기로 추측한다.

수익률 등과 같은 금융시계열자료에 대한 실증분석에 흔히 발생하는 문제가 시계열의 특성이 바뀌는 변화점이 발생하는 것이다. 일반적으로 자료의 수가 많으면 많을수록 분석결과의 정확성이 높아지지만 시계열에서의 변화점이 발생하는 경우 이러한 정확성이 무력화 될 수도 있다. 이러한 문제를 해결하고자 이 논문에서는 시계열을 전체를 분석하지 않고 이동평균을 계산할 때처럼 시계열을 적당량 나누어 이동하면서 반복적으로 분석한다. 이렇게 추정된 λ 들의 시계열이 지속적으로 음수를 유지하는 구간에서 거품이 형성되는 것으로 가정한다.

3. 변환모수 추정

$\Phi(B)$ 와 $\Theta(B)$ 는 각각 AR 작용소와 MA 작용소라고 하자. 이 논문에서는 k 번째 구간에서의 시계열 $\{X_t\}_{t=k}^{n_k}$ 를 Yeo-Johnson 변환으로 변환시킨 시계열 $\{\psi(X_t, \lambda)\}_{t=k}^{n_k}$ 이 다음과 같은 ARMA(p, q)-GARCH(a, b) 모형을 따른다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \Phi(B) \{\psi(X_t, \lambda) - \mu\} &= \Theta(B)\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sqrt{h_t}\epsilon_t, \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{j=1}^a \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^b \beta_j h_{t-j}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서 $\alpha_0 > 0$, $\alpha_j \geq 0$, $\beta_j \geq 0$ 이며 $\sum_{j=1}^{\max(a,b)} (\alpha_j + \beta_j) < 1$ 를 만족하고 ϵ_t 는 분산이 1인 백색잡음을 나타낸다. 일반적인 시계열에서는 ϵ_t 가 정규분포를 따른다고 가정하지만 금융시계열에서는 상대적으로 꼬리부분이 두꺼운 형태가 많이 관측되므로 자유도가 $\nu > 2$ 인 t -분포를 가정한다. 이러한 가정 하에서 추정할 모수 $\xi = (\mu, \phi, \theta, \alpha, \beta, \lambda)$ 의 로그가능도함수(log likelihood function)는 다음과 같다.

$$l(\xi|x) = - \sum_{t=k}^{n_k} \left[\frac{1}{2} \log(h_t) + \frac{\nu+1}{2} \log \left(1 + \frac{\{\Theta(B)^{-1}\Phi(B)(\psi(x_t, \lambda) - \mu)\}^2}{(\nu-2)h_t} \right) - \log(J(x_t, \lambda)) \right],$$

여기서 $J(x_t, \lambda)$ 는 변환된 확률변수들에 대한 자코비안으로 Yeo-Johnson 변환인 경우 다음과 같이 계산된다.

$$J(x, \lambda) = \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, \lambda) = (|x| + 1)^{\text{sign}(x)(\lambda-1)}.$$

위의 로그가능도 함수를 최대로 만드는 최대가능도 추정값 $\hat{\xi} = (\hat{\mu}, \hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\lambda})$ 을 수치해석학적인 방법을 통해 계산할 수 있다.

4. 실증분석

이 절에서는 우리나라 주가지수인 KOSPI와 일본 NIKKEI의 로그수익률 자료를 이용하여 한국과 일본에서 투자심리가 어떻게 변해 왔는지와 거품 형성된 시기에 대해 알아본다. P_t 를 t -시점에서의 주가지수라고 하면 로그수익률은 다음과 같이 정의한다.

$$X_t = 100 \times \log \left(\frac{P_t}{P_{t^*}} \right),$$

여기서 t^* 는 일반적으로 $t-1$ 이고 P_{t-1} 이 관측되지 않는 경우 t -시점 이전 중 지수값을 얻을 수 있는 최후 시점을 의미한다. 일반적인 분석에서는 분석할 자료의 수 즉 블록의 크기 $B_k = n_k - k + 1$ 를 100 또

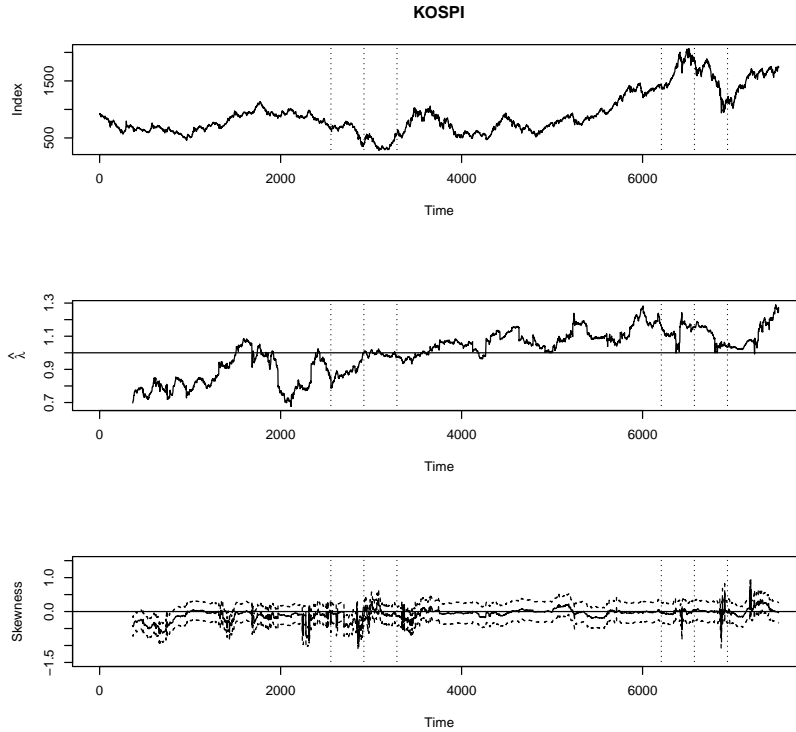


Figure 4.1. Time series plots of KOSPI, $\hat{\lambda}$, and skewness of residuals

는 200과 같이 어떤 특정값으로 고정하지만 이 논문에서는 분석 기간에 따른 분석이 필요하고 예전 자료의 경우 토요일 자료도 포함되어 있기 때문에 블록의 크기를 1년에 대응하게 가변적으로 설정하고 분석하였다.

분석은 matlab 2008을 사용했으며 보다 안정적인 분석결과를 얻기 위해 상수항-GARCH(1, 1), AR(1)-GARCH(1, 1), MA(1)-GARCH(1, 1) 모형을 적용하였다. 각각의 모형에 대해 garchfit 함수의 로그가능도함수값에 Jacobian의 로그를 추가하여 fminbnd 함수로 변환모수 추정값 $\hat{\lambda}$ 을 구했다. 이렇게 계산된 각 변환모수 추정값으로 자료를 변환하고 각각의 모형의 표준화 AIC를 계산한 후 최적의 모형을 선택하였다. 추정된 $\hat{\lambda}$ 로 자료변환한 후 선택된 모형으로 다시 분석하여 왜도와 표준오차를 다음과 같이 계산하였다 (Mardia, 1980).

$$\sqrt{b_1} = \frac{1}{B_k} \sum_t \left(\frac{\hat{\epsilon}_t - \bar{\epsilon}}{S_\epsilon} \right)^3, \quad SE = \sqrt{\frac{6}{B_k} \left(1 - \frac{3}{B_k} + \frac{6}{B_k^2} - \frac{15}{B_k^3} \right)},$$

여기서 $\hat{\epsilon}_t$ 와 $\bar{\epsilon}$ 는 표준화 잔차와 잔차의 평균을 나타내고 $S_\epsilon^2 = \sum(\hat{\epsilon}_t - \bar{\epsilon})^2/B_k$ 이다.

4.1. KOSPI

KOSPI 분석에는 1990년 1월 5일부터 2010년 7월 21일까지의 자료가 이용되었으며 1년간의 자료를 이동하면 분석하였다. Figure 4.1은 위에서부터 주가지수, λ 의 추정값, 변환된 수익률 분석에서 계산된 잔

차의 왜도와 왜도를 중심으로 ± 1.96 표준오차를 표시한 시계열그림이다. 각 그림에서 수직 점선은 경제적으로 문제가 있었던 1997, 1998, 1999, 2007, 2008, 2009년도 1월 1일 시점을 표시한 것으로 λ 의 추정값과 왜도 시계열그림은 그 날로부터 과거 1년 동안의 자료를 이용하여 얻은 결과들이다.

우리나라의 경우 금융시장은 1997년 말 금융위기로 인해 IMF 금융지원을 받기 전후로 큰 변화가 있었다고 볼 수 있다. Figure 4.1의 주가지수 그림을 보면 90년대 초반부터 주가는 부분적으로 상승과 하락을 반복하며 1992년 8월까지 하향 추세를 보이다가 이후 반전하여 1994년 11월 상향추세를 보이고 1998년 3분기까지 하향하는 추세를 보이고 있다. 일반적인 상식으로는 하향구간에서는 음의 왜도 상향구간에는 양의 왜도를 가져야 한다. 하지만 우리나라 주가지수의 수익률 구조는 일부 구간을 제외하고 1997년 전까지 λ 가 음수로 변환 전의 수익률은 양의 왜도를 가지는 것으로 나타났다. 이것은 IMF 금융위기 이전 우리나라에서는 주식시장 호황에 대한 기대가 오랫동안 유지되었던 것을 의미한다.

1999년 이후 상승과 하락을 반복하면서 2008년까지 주가지수는 지속적으로 상승했으며 2007년에 급격한 상승 이후 국제금융 위기로 급격한 하락이 있었으며 2009년 이후 안정을 되찾는 형태를 보이고 있다. 이 기간의 수익률에 대한 분석에서는 상향이나 하향 추세와 관계없이 λ 이 대부분 양의 값을 가지고 있으며 변환 전의 수익률은 음의 왜도인 것으로 분석되었다. 이것은 IMF 금융위기 이전과 이후의 투자심리에 큰 변화를 있다는 것을 보여준다. 주가지수로 거품여부를 평가한다면 2001년 이후 2008년까지 지속적으로 상승하면 거품이 생성되어 2008년에 빠진 것처럼 보이지만 제안된 통계량에 의하면 심리적으로 정상적인 투자가 이루어지고 있는 것으로 판단된다.

잔차의 왜도시계열그림에서 변환된 시계열의 분석에서 나온 잔차들이 대부분 대칭을 이루어 변환에 의한 모형적합이 적절하게 이루어졌음을 볼 수 있다.

4.2. NIKKEI

NIKKEI 분석에는 1984년 1월 4일부터 2010년 7월 23일까지의 자료가 이용되었으며 KOSPI분석과 마찬가지로 1년간의 자료를 이동하면 분석하였다. Figure 4.2은 주가지수, λ 의 추정값, 변환된 수익률 분석에서 계산된 잔차의 왜도와 표준오차에 대한 시계열그림이다. 점선은 NIKKEI 주가지수가 가장 높았던 1989년 12월 29일과 전후 1년, IT 버블 기간이었던 1999, 2000, 2001년 1월 1일, 국제금융위기가 있었던 2007, 2008, 2009년 1월 1일을 표시한 것이다.

이 그림에서 먼저 주목해야 할 부분은 1986년 10월 말부터 1987년 말까지 갑자기 왜도가 2보다 커졌으며 해당 기간 λ 로 모형적합이 원활하게 되지 않는 것으로 나타났다. 이것은 1986년 10월 말부터 2년 이상 모형적합이 잘 되지 않을 정도로 NIKKEI에 대한 투기가 이루어진 것으로 보인다. 1990년 1월부터의 2000년까지 하락국면에서도 λ 가 양수인 것보다 음수가 많은 것은 NIKKEI가 다시 상승할 것이라는 기대심리가 여전히 남아있었다고 해석할 수 있다. IT 버블이 붕괴된 직후에도 비슷한 현상이 있는 것으로 볼 수 있다. IT 버블 붕괴 이후 어느정도 안정기를 거쳐 NIKKEI가 상승하는 기간동안 대부분 λ 은 양의 값을 유지하고 있으며 왜도도 0 근처에 분포되어 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 KOSPI와 마찬가지로 2007년 이전의 NIKKEI 상승은 정상적인 투자로 인한 것으로 볼 수 있다.

두 주가지수에 대한 분석에서 주목해야 할 부분은 비정상적인 투자에 의한 주가의 폭등이나 폭락, 금융위기 기간에는 λ 의 값이 음수를 유지하거나 변환을 하더라도 왜도가 양수를 유지하고 있다는 것이다. 이것은 λ 나 왜도가 현재 경제상황에 대한 투자자들의 심리를 어느 정도 파악하는데 이용될 수 있는 통계량으로 고려할 수 있다는 것을 의미한다.

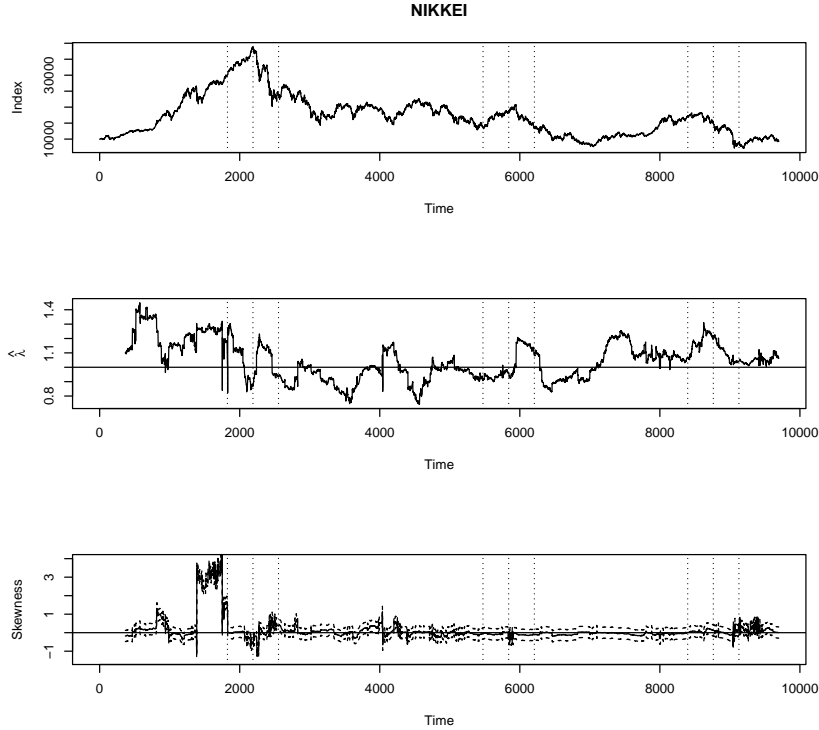


Figure 4.2. Time series plots of NIKKEI, $\hat{\lambda}$, skewness of residuals

5. 결론

이 논문에서는 버블 형성과정에서 투자심리를 수치적으로 표시하는 통계량을 제안하였다. 인간은 생존하기 위해 안 좋은 상황을 보다 민감하게 인식하도록 진화해 왔기 때문에 일반적인 경우 금융시계열에서 호재에 비해 악재에 대해 더 민감하게 반응하는 경향이 있다. 하지만 거품상태에서는 호재에 대한 투자심리가 고조되어 금융상품의 가격을 계속 올리는 경향이 있으며 이 논문에서는 이러한 현상을 GARCH모형에 Yeو-Johnson 변환을 적용하여 추정된 변환모수와 잔차의 왜도를 통해 수치화하여 거품이나 이상 여부를 확인하였다. 우리나라 KOSPI를 제안된 방법으로 분석한 결과 IMF 금융위기가 있기 전 장기간 변환모수의 추정값이 1보다 작은 값을 가지는 것으로 나타났으며 일본 NIKKEI의 경우 지수가 40000에 가깝게 오르던 시기와 IT 버블 형성되는 시기에 변환모수 추정값이나 왜도가 논문에서 가정 한 거품형성과정에서의 결과와 유사한 현상을 보였다. 이 논문에서는 KOSPI와 NIKKEI만을 한정하여 분석하였지만 추후에 제안된 방법의 타당성을 다양한 금융분야의 자료로 확인해 볼 예정이다.

References

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307–328.
 Box, G. E. P. and Cox, C. R. (1964). An analysis of transformations, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **26**, 211–252.

- Camerer, C. (1989). Bubbles and fads in asset prices, *Journal of Economic Surveys*, **3**, 3–41.
- Diba, B. T. and Grossman, H. I. (1988). The theory of rational bubbles in stock prices, *The Economic Journal*, **98**, 746–754.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom inflation, *Econometrica*, **50**, 987–1007.
- Flood, R. P. and Hodrick, R. J. (1990). On testing for speculative bubbles, *The Journal of Economic Perspectives*, **4**, 85–101.
- Garber, P. M. (1990). Famous first bubbles, *The Journal of Economic Perspectives*, **4**, 35–54.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R. and Runkle, D. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of nominal excess returns on stocks, *Journal of Finance*, **48**, 1779–1801.
- Henry, O. (1998). Modelling the asymmetry of stock market volatility. *Applied Financial Economics*, **8**, 145–153.
- John, J. A. and Draper, N. R. (1980). An alternative family of transformations, *Applied Statistics*, **29**, 190–197.
- Ma, Y. and Kanas, A. (2004). Intrinsic bubbles revisited: Evidence from nonlinear cointegration and forecasting, *Journal of Forecasting*, **23**, 237–250.
- Mardia, K. V. (1980). Tests of univariate and multivariate normality, *Handbook of Statistics*, **1**, 279–320.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach, *Econometrica*, **59**, 347–370.
- Spence, J. (1820). *Anecdotes, Observations, and Characters, of Books and Men*, Edited by Singer, S. S., London.
- van Zwet, W. R. (1964). *Convex Transformations of Random Variables*, Mathematisch Centrum, Amsterdam.
- Wu, Y. (1997). Rational bubbles in the stock market: Accounting for the U.S. stock-price volatility, *Economic Inquiry*, **35**, 309–319.
- Yeo, I. K. and Johnson, R. A. (2000). A new family of power transformations to improve normality or symmetry, *Biometrika*, **87**, 954–959.
- Zakoian, J. M. (1994). Threshold heteroskedastic models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **18**, 931–955.