

## 평면도형의 넓이 지도에 대한 교사의 PCK 분석

박 선 영\* · 강 완\*\*

본 연구에서는 평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식(PCK)을 설문지와 수업 관찰을 통해서 분석하였다. 연구 결과, 다음과 같은 4가지 결론을 얻을 수 있다. (1) PCK의 '수학 내용 지식' 영역에서 교사는 넓이의 개념, 넓이와 길이의 속성 구분을 정확히 이해하고 배열구조를 지도의 대상으로 인식하여야 한다. (2) PCK의 '수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식' 영역에서 교사는 교과 목표를 넓이의 개념 이해와 공식의 이해를 균형적으로 설정하고 평가해야 한다. (3) PCK의 '수학 학습에 대한 학생 이해 지식' 영역에서 교사는 설명 위주의 오류수정 보다 넓이의 개념의 이해에 대한 활동을 제시해야 한다. (4) PCK의 '수학과 수업 상황에 대한 지식' 영역에서 교사는 교과서에 대한 주체적 의식을 가지고 교과서의 활동을 보완하여야 한다.

### 1. 서론

초등학교의 수학 내용은 성인 누구나 다 알고 있는 쉬운 내용이라고 생각할 수 있으나, 교사가 이 내용을 어떤 활동과 순서로 어떻게 가르칠 것인지에 대해 고민을 하지 않는다면 40분의 수업시간은 매우 길게 느껴질 수 있다. 학교 수학은 학생들이 수학적으로 사고하고 수학적 개념을 잘 형성하고 수학적 원리를 정확히 이해하는 것을 우선적 목표로 하기 때문에, 수학 교사는 가르치고자 하는 수학 내용에 대하여, 그리고 수학 교육 방법과 학생 이해에 대한 전문적인 지식이 필요하다. 따라서 수학 교육에서는 수학을 잘 가르치기 위해 교사가 무엇을 알고 어떻게 가르쳐야 하는가에 대한 논의가 끊임없이 이어지고 있다.

교사의 전문성에 대한 연구를 의뢰받은 Shulman

(1986: 9)은 교사가 갖추어야 할 전문 지식을 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK)이라고 정의하면서 교사의 지식에 대한 논의를 본격화하였다. 이 후 Grossman(1990), 최승현(2007) 등 여러 연구자들은 다양한 방식으로 교사의 지식을 규정하고 분류하였다. 연구자에 따라 PCK의 영역과 범위에 차이가 있지만, 일반적으로 PCK는 교과 내용 지식, 교수 방법에 대한 지식, 학생에 대한 지식 등으로 형성된 교사의 고유의 지식이라고 할 수 있다.

한편 측정 영역은 실생활과 가장 관련이 있으면서도 자연수의 계산, 분수 학습, 추론 능력 등 다른 분야와 연관되어 학습할 수 있는 중요한 영역이다. NCTM(2007: 56)에서는 측정은 물체의 길이, 넓이, 무게, 부피 등과 같이 실생활 속의 다양한 대상과 상황의 속성에 수치를 부여하는 활동으로 일상생활과 밀접한 관련을 가지고 있음을 언급하였다. 하지만 수업 현장에서는 넓이

\* 서울언남초등학교 (silvia82@nate.com)

\*\* 서울교육대학교 (wkang@snu.ac.kr)

와 부피 학습은 학습의 대상은 다르지만 결국에는 수치 계산에 치우친 학습을 강조하게 되기 쉽다. 박혜경·김영희·전평국(2008: 184-187)은 초등학생들이 넓이를 측정할 때 공식을 기계적으로 적용하여 넓이를 계산하려고 하거나 또는 전략을 부정확하게 사용하고 있다고 하였다. 또한 오영열(2010: 234)은 측정 영역에 대한 학생들의 이해 수준이 수학의 다른 영역에 비해 상대적으로 낮게 나타난 원인은 측정의 토대가 되는 개념에 대한 이해보다는 측정의 절차에 초점을 맞추어서 학습하기 때문이라고 지적한다. 학교의 넓이 수업에서 수학 교사가 넓이의 개념의 정립보다 넓이를 구하는 공식의 형식화 과정에 초점을 맞추고 단순히 공식을 외우며 반복적으로 익히는 방식으로 수업을 진행한다면, 이와 같은 결과를 초래할 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 평면도형의 넓이에서 나타나는 교수-학습의 어려움을 교수학적 측면에서 그 원인을 알아보려고 한다. 본 연구의 목적은 넓이 개념 학습이 집중적으로 이루어지는 넓이 지도의 초기 단계에 연구의 초점을 맞추어 평면도형의 넓이에 대한 교사의 PCK를 3명의 교사를 선정하여 사례 연구를 하여 평면도형의 넓이에 대한 교사의 PCK에서 나타난 문제점과 평면도형의 넓이 학습에서 효과적인 수업 구현을 위해서 개선할 점을 알아보는 데 있다.

## II. 이론적 배경

### 1. 교수학적 내용 지식(PCK)

Shulman(1986, p. 9)은 교사가 수업에서 교과 내용을 전달하는 방식은 각 교과목의 학문적 방식과는 다르다는 관점에서 교수학적 내용 지식(PCK)이라는 개념을 제시하였다. Shulman의

PCK 개념은 교수 가능성에 가장 적합한 내용 지식의 특수한 형태라고 볼 수 있으며, 각 교과 영역을 가장 효과적으로 가르치는 주제들과 그러한 아이디어들에 가장 적합한 표상의 형식들, 유추, 보기, 설명, 실례, 실연 즉, 각 교과목의 내용을 가장 유용한 형식으로 다른 사람이 이해할 수 있도록 교과 내용을 표현하고 구성하는 방식을 포함하고 있다.

Grossman(1990)은 Shulman의 정의를 확장하여 교사들에게 필요한 지식을 일반 교수학적 지식, 교과 지식, 교수학적 내용 지식, 상황에 대한 지식으로 구분하였다. 이 중 교수학적 내용 지식은 교과를 가르치는 목적에 대한 개념화, 학생의 오개념과 어려움을 포함하는 이해 과정에 대한 지식, 지도 전략, 교육과정 지식 등을 포함하는 것으로 보았다(박지혜 2011: 5, 재인용).

국내에서 최승현·황혜정(2008: 578-579)은 PCK를 풍부한 교수법적 지식과 내용 지식의 결합물로 파악하고, 주어진 맥락에서 학생들이 특정한 수학 내용을 더 잘 이해할 수 있도록 무엇을, 어떻게 가르칠 것인지를 교사가 의도적으로 개발해낸 것으로 보고 있다. 그리고 여러 문헌 연구에 기초하여 ‘수업 목표’, ‘수학 내용 지식’, ‘교수 방법 및 평가 지식’, ‘수학과 학습에 대한 학생 이해 지식’, ‘수학과 수업 상황에 대한 지식’ 요소로 구성되었으며 동시에 이러한 요소들이 서로 결합된 지식으로 제시하였다.

### 2. 평면도형의 넓이

#### 가. 넓이의 의미

평면도형의 넓이를 지도할 때에 발생하는 여러 가지 교수학적 문제점을 분석하기 위해서는 넓이의 의미와 넓이의 수학적 개념을 먼저 분석해 보는 것이 필요하다. Baturo & Nason(1996)은 넓이를 경계 안에 있는 2차원의 표면이 가지

는, 어떤 방식으로든 수량화할 수 있는 양이라고 정의하였고, Reynolds & Wheatley(1996)는 영역의 넓이는 보통 정사각형 단위인 작은 단위에 영역을 비교함에 따라 측정된다고 하며 다음의 네 가지 가정을 하였다(Stephan & Clements 2003: 10, 재인용).

- (1) 단위로서 적당한 2차원 영역이 선택되어야 한다,
- (2) 합동인 영역은 같은 넓이를 가진다,
- (3) 영역은 겹치지 않아야 한다,
- (4) 부분들의 넓이의 합은 전체의 넓이의 합이다.

따라서 Stephan & Clements(2003: 10)는 넓이를 구하는 것은 2차원의 측정 단위를 가지고 영역을 타일링 하는 것으로서 가르쳐야 한다고 분석했다.

구광조·라병소(1997: 44-47)는 측정으로서 넓이를 단위 정사각형이 꼭 덮을 수 있는 어떤 양을 1로 정의하고, 측정하고자 하는 도형의 내부를 단위 정사각형으로 겹치지 않게 빈틈없이 늘어놓아 몇 번이나 들어가는지를 세는 것으로 정의하였다.

#### 나. 넓이의 수학적 개념

넓이의 수학적 개념은 수학 교육과정의 측정 영역에 대한 논의에 해당된다. 측정에 대한 수학적 개념은 넓이의 측정에서도 유사하게 적용할 수 있다. 하지만 측정 대상이 달라져서 이에 따른 속성이 다르므로 넓이와 관련된 수학적 개념을 이해할 필요가 있다. Stephan & Clements(2003: 10-11)는 넓이 측정 학습과 관련된 4가지 기본 개념, (1) 분할, (2) 단위 반복, (3) 보존, (4) 배열 구조를 제시하였다.

(1) 분할: 2차원의 단위로 2차원 공간을 나누는 활동이다. 학생들이 넓이를 처음 측정하고자 할 때 평면을 2차원의 똑같은 크기의 작은 영역으로 나누어야 한다는 생각을 할 수 있어야 한다.

(2) 단위 반복: 단위 넓이로 영역을 반복해서 덮으면서 영역의 넓이를 측정한다. 이 때 단위는 빈틈이 있거나 겹쳐서는 안 된다.

(3) 보존: 넓이의 보존은 길이의 보존과 유사한 것이다. 보존개념은 넓이를 단위로 덮어 보는 학습에서 뿐만 아니라 직사각형의 넓이를 구하는 전략을 바탕으로 평행사변형, 삼각형, 사다리꼴, 마름모의 넓이를 구하는 방법을 학습할 때 중요한 기본 개념이 된다.

(4) 배열 구조: 학생들이 넓이를 이해하기 위하여 공간의 구조화를 학습해야 한다.

### 3. 넓이에 대한 학생 이해 지식

Stephan & Clements(2003: 10)는 넓이의 측정을 하는 데 학생들이 가지는 어려움을 다음과 같이 제시하였다.

첫째, 직사각형의 넓이를 측정하기 위한 형식적인 방법은, 두 변의 길이를 측정하고, 2차원의 넓이를 도출해내기 위해 두 1차원의 단위를 곱하는 것이다.

둘째, 직사각형의 영역을 따라 단위 반복을 함으로써 단위 배열을 하게 된다. 배열의 구조는 어른들에게는 명백해 보일 수 있으나 학생들에게는 이해하기 어려운 개념일 수 있다.

셋째, 직사각형 넓이 공식을 해석하는 것은 두 가지 길이에 관한 복잡한 추론을 필요로 한다.

넷째, 측정에 사용한 도구와 과정은 넓이의 측정의 기초가 되는 개념을 가리게 하기도 한다.

박은률·백석운(2010: 316-318)은 평면도형의 넓이 학습에서 보이는 초등학생들의 인식론적 장애를 확인하고자 학생들에게 검사지 조사와 면담을 실시하였다. 넓이 측정의 기본 개념을 단위-속성 관계, 반복과 타일링, 표준화로 추출하여 이 개념들을 토대로 검사지를 구성하였다. 검사지와 면담을 통한 결과 평면도형의 넓이 학습

에서 보이는 인식론적 장애 유형을 측정 속성과 관련된 장애, 단위넓이 개념과 관련된 장애로 나누고 있다. 측정 속성과 관련된 장애는 빨대로 만든 직사각형과 이를 옆으로 밀어 만든 평행사변형의 넓이를 비교하는 문항에서 두 도형의 둘레가 같으므로 넓이도 같다고 답한 다수의 학생들을 통해 나타났다. 이를 통해 학생들이 길이와 넓이라는 차원이 다른 두 대상의 속성을 정확히 인식하지 못함을 알 수 있다. 즉 선행 학습된 길이에 대한 지배적인 관념 때문으로 보고 있다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구에서는 교사의 평면도형의 넓이에 대한 교수학적 내용 지식을 다양하게 알아보기 위하여 경력은 비슷하지만 수학교과에 대하여 서로 다른 관심을 가진 교사 3명을 선정하여 관찰하였다. 관찰 대상 교사의 경력과 전공은 다음 <표 III-1>과 같다.

#### 2. 연구 절차

교사의 평면도형의 넓이에 대한 교수학적 내용 지식을 알아보기 위하여, 교사가 평면도형 넓이의 어떤 부분에서 어떤 지식을 가질 수 있는

지 기준을 마련하기 위하여 평면도형의 넓이에 대한 문헌 연구를 실시하였다. 문헌연구를 한 결과를 바탕으로 선행연구인 박은률·백석윤(2010: 312-314)의 검사 문항을 참고하고, 전문가의 조언을 얻어 설문지를 작성하였고 이를 통하여 교사의 교수학적 내용 지식을 알아보았다. 설문지를 통해서 파악할 수 없거나 부족한 부분은 면담을 통하여 보완하였다.

교사의 평면도형의 넓이에 대한 교수학적 내용 지식이 실제 수업에서 어떻게 나타나는지를 분석하기 위하여 4학년 2학기 5단원 평면도형의 넓이에서 연구 의도와 부합하는 3차시의 수업을 각 교사별로 녹화를 하였다. 녹화된 수업은 전사하여 분석하였다. 수업 후 교사와의 면담을 통하여 녹화 분석의 한계를 보완하였다.

#### 3. 자료 수집

##### 가. 설문지를 통한 자료 수집

수업을 하기 전에 평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식을 ① 수학 내용 지식, ② 수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식, ③ 수학 학습에 대한 학생 이해 지식, ④ 수업 상황에 대한 지식으로 나누어서 각 교사들에게 설문지에 답을 작성하도록 하였다. 설문지의 내용은 응답자 작성의 편의성을 위하여 객관식 문항을 부분적으로 포함하였지만, 심층적 분석을 위한 질문은 개방적인 질문 형태를 취하였다.

<표 III-1> 연구 대상

교사	성별	경력	심화 전공	4학년지도 경험	성별	근무학교 소재지
A	여	5년	학부: 수학교육 대학원: 수학교육	×	여	송파구 가락동
B	여	6년	학부: 컴퓨터교육	○(1회)	여	성동구 성수동
C	여	4년	학부: 컴퓨터교육	○(1회)	여	광진구 자양동

나. 면담을 통한 자료 수집  
수업을 시작하기 전에 질문지를 통하여 파악되지 못한 점이나 부족한 부분을 면담을 통하여 보완하였다. 또한 수업 실시 후에 면담을 하여 수업에 대한 교사의 부가적인 설명을 요구하였다.

다. 수업 녹화를 통한 자료 수집  
본 연구를 수행하기 위하여 초등학교 4학년 2학기 5단원 평면도형의 둘레와 넓이에서 연구의 목적과 관련되는 3차시의 수업에 대한 분석을 하였다. 각 수업은 3명의 연구 대상이 각자 담임을 맡고 있는 학급에서 녹화를 하였고 평소와 같은 자연스러운 수업 상황을 유지하도록 요구하였다.

#### 4. 자료 분석

교사가 작성한 설문지 내용에 따라 교사의 PCK를 분석하기 위하여 최승현(2007: 50)의 분석틀을 이용하여 ① 수학 내용에 대한 지식, ② 교수 방법 및 평가에 대한 지식, ③ 학생 이해 지식, ④ 수업 상황에 대한 지식의 네 영역으로 준거를 나누었다. 또 각 준거에 따라 1~3개의 세부 분석 항목을 정하여 이에 따라 교사의 PCK를 분석하였다. 평면도형의 넓이에 대한 PCK 영역별 분석 준거와 세부 분석 항목은 <표 III-2>와 같다.

녹화한 수업은 여러 번 반복하여 보며 전사하고 프로토콜을 작성하여 번호 부여, 해석 달기의 순서를 거쳐 분석하였다. 세 교사는 A, B, C

<표 III-2> PCK 영역별 분석 준거와 세부 분석 항목

PCK 영역	분석 준거	세부 분석 항목	관련 문항
1. 수학 내용 지식	가. 넓이의 개념 지식	1) 넓이의 의미 2) 넓이의 수학적 개념 이해	1-가-[1],[2] 1-가-[3],[4],[5],[6]
	나. 넓이에 대한 교육과정 내용 이해	1) 넓이 학습 개념도 2) 넓이 지도 순서 3) 넓이 지도 단계 이해	1-나-[1] 1-나-[2] 1-나-[3],[4]
2. 교수 방법 및 평가에 대한 지식	가. 교과 목표 설정	1) 강조하는 교과 목표	2-가-[1],[2]
	나. 교수 방법	1) 효과적인 교수 방법 2) 학습 과정 점검 및 피드백	2-나-[1],[2],[3] 2-나-[4],[5]
	다. 평가의 목표와 방법	1) 평가 목표 2) 평가 방법	2-다-[1] 2-다-[2]
3. 학생 이해 지식	가. 학습자의 오류에 대한 지식	1) 오개념 파악 2) 오류 수정 방법	3-가-[1] 3-가-[2]
	나. 학습자의 정의적 측면	1) 학생의 수학 학습에 대한 신념 2) 학생의 동기, 흥미	3-나-[1] 3-나-[2]
4. 수업 상황에 대한 지식	가. 수업 자료	1) 교과서 재구성 2) 수학익힘책 활용 3) 수업 보조 자료 구성 및 활용	4-가-[1] 4-가-[2] 4-가-[3]
	나. 수업 집단	1) 수업 집단 크기, 활용	4-나-[1]

로 이름을 정하고 수업 차시 순서로 1에서부터 3까지 숫자로 나타내었다. 교사는 T, 학생은 S로 나타내고, 다음은 차시와 발언번호를 썼다. 발언 번호는 001부터 시작되었다. 예를 들어, A2T025는 A 교사의 2차시 수업 중 교사의 발언 25번을 나타낸다. 각 프로토콜 자료는 모두 3회에 걸쳐 읽고 분석하였다.

#### IV. 분석 및 논의

##### 1. 설문지 분석

###### 가. 수학 내용 지식

넓이의 의미(1-가-[2])에 대하여 A교사는 단위 넓이의 몇 배, B교사는 가로 길이 만큼의 선분 위의 점들이 세로 길이 까지 차지하는 공간의 크기, C교사는 1제곱센티미터의 몇 배라고 응답하였다. A교사와 C교사는 측정의 관점에서 넓이의 개념을 가지고 있지만, B교사는 측정의 관점에서 넓이의 개념을 바르게 형성하고 있지 않았다. 넓이의 4가지 수학적 개념(1-가-[3]~[6])에 대하여 A교사는 분할, 단위 반복, 보존, 배열구

조를, B교사는 단위 반복, 보존, 배열 구조를, C교사는 분할, 보존, 배열구조의 개념을 바르게 제시하였다.

넓이의 지도 순서(1-나-[2])를 A교사와 B교사는 직접 비교 → 간접 비교 → 임의단위 도입 → 1제곱센티미터 알기 → 직사각형의 넓이 구하는 공식 알기로 일반적 측정의 지도 순서와 같게 제시하였다. C교사는 직접 비교 → 임의단위 도입 → 간접 비교 → 1제곱센티미터 알기 → 직사각형의 넓이 구하는 공식 알기로 제시하였지만 임의단위를 사용하여 넓이를 간접 비교해야 한다는 의미로 순서를 나열한 것으로 일반적 측정의 지도 순서와 같이 파악하고 있다고 볼 수 있다. 따라서 세 교사는 넓이의 지도 순서를 일반적 측정의 지도 순서와 같게 생각하고 있었다(<표 IV-1> 참조).

###### 나. 수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식

넓이 단원에서 궁극적으로 가장 강조하는 수학 교과 목표(2-가-[1])를 A교사는 수학적 개념 학습, B교사는 문제해결력 신장, C교사는 수학적 사고력 신장으로 응답하였다. 넓이 수업에서 강조하는 수업 목표(2-가-[2])로 A교사는 넓이 개

<표 IV-1> 세 교사가 제시한 수학 내용 지식

		A교사	B교사	C교사
넓이의 의미	분할	○	×	○
	단위반복	○	○	×
	보존	○	○	○
	배열구조	○	○	○
넓이 지도 순서	일반적 측정의 지도 순서와 같게 제시함	가로 길이 만큼의 선분 위의 점들이 세로 길이까지 차지하는 공간의 크기	1제곱센티미터의 몇 배	일반적 측정 지도 순서로 파악한 것으로 볼 수 있음

념의 이해, B교사는 넓이 공식의 활용, C교사는 넓이 공식의 이해를 제시하였다. 각 교사가 강조하는 넓이 수업의 목표는 각 교사가 넓이 단원에서 궁극적으로 강조하는 수학 교과 목표와 연결되는 일관성 있는 모습을 보였다. A교사는 넓이 개념의 이해라는 수업 목표를 통하여 수학적 개념 학습을 이루고자 하였고, B교사는 넓이 공식 활용이라는 수업 목표를 통하여 문제해결력 신장을 강조하였다. C교사는 넓이 공식의 이해하는 과정에서 수학적 사고력 신장을 제시하였다. 수업 목표에서도 B교사와 C교사는 개념 학습에 비하여 넓이 공식을 더 중요시하는 유사점을 보였다.

각 교사가 제시한 직사각형의 넓이 구하기의 지도 방법(2-나-[1])을 살펴보면, A교사는 상황 제시 → 단위넓이로 덮기 → 배열구조 그리기

→ 단위넓이의 수를 세지 않고 넓이 구하는 방법 토의하기 → 학생의 공식 형식화하기를 제시하였다. B교사는 상황 제시 → 직사각형의 단위넓이의 배열 그림 제시 → 단위넓이의 수 세기 → 공식 유도 설명을 제시하였고, C교사는 상황 제시 → 직사각형의 단위넓이의 배열 그림 제시 → 단위넓이의 수 세기 → 공식 유도 설명 → 공식 제시 → 비슷한 문제 풀기를 제시하였다. 지도 방법에서 A교사는 학생 중심의 조작 활동과 토의 활동을 강조하였고 B교사와 C교사는 교사의 설명으로 넓이를 구하는 공식을 유도하는 과정을 중시하였다.

직사각형의 넓이 구하기의 평가 목표(2-다-[1])로 A교사는 넓이 구하는 방법의 이해와 적용, B교사와 C교사는 넓이를 정확히 구하기를 제시하였다. 평가 방법(2-다-[2])으로 A교사는 발문과

<표 IV-2> 세 교사가 제시한 수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식

	A교사	B교사	C교사
강조하는 수학교과 목표	수학적 개념 학습	문제해결력 신장	수학적 사고력 신장
강조하는 넓이수업 목표	넓이 개념의 이해	넓이 공식의 활용	넓이 공식의 이해
직사각형의 넓이 구하기 지도 방법	상황 제시 ↓ 단위넓이로 덮기 ↓ 배열구조 그리기 ↓ 단위넓이의 수 세기 ↓ 넓이 구하는 방법 토의 ↓ 학생의 공식 형식화하기	상황 제시 ↓ 단위넓이의 배열 제시 ↓ 단위 넓이의 수 세기 ↓ 공식 유도 설명	상황 제시 ↓ 단위넓이의 배열 제시 ↓ 단위 넓이의 수 세기 ↓ 공식 유도 설명 ↓ 공식 제시 ↓ 비슷한 문제 풀기
평가 목표	직사각형의 넓이 구하는 방법을 이해하고 구하기	주어진 조건을 활용하여 직사각형의 넓이 구하기	주어진 직사각형의 넓이 구하기
평가 방법	발문, 지필평가	지필평가	지필평가

지필평가, B교사는 학습지를 활용한 지필평가, C교사는 지필평가를 제시하였다. 세 교사는 모두 평가 방법으로 지필평가를 제시하였고, 그 외의 다양한 방법은 제시하지 못하였다(<표 IV-2> 참조).

다. 수학 학습에 대한 학생 이해 지식

넓이 학습에서 학생들이 가질 수 있는 오류(3-가-[1])로 A교사는 넓이와 길이 개념의 혼동이라고 제시하였고, B교사는 선과 넓이의 개념 혼동, 제곱센티미터에 대한 이해 부족, 단위넓이의 크기에 대한 이해 부족을 제시하였으며, C교사는 넓이 공식의 원리 이해 부족을 제시하였다. 넓이와 길이의 단위를 혼동하는 오류에 대한 수정 지도 방법(3-가-[2])으로 A교사는 넓이와 길이의 개념을 그림을 그려 설명하는 방법을, B교사는 제곱센티미터의 제공에 대한 설명 방법을, C교사는 제곱센티미터의 정의에 대한 설명 방법을 제시하였다. A교사의 의견은 개념에 바탕을 둔

오류 수정, B교사와 C교사는 넓이는 길이의 곱이라는 대수적이고 공식에 바탕을 둔 오류 수정으로 볼 수 있다.

학생들의 정의적 측면을 수업에 반영하는 방식(3-나-[2])에 대하여 A교사는 학생들의 오류를 활용한 동기유발, 조작 활동, 의사소통 활동을, B교사는 흥미 위주의 활동에 시간 할애, 수준별 문제 제시를, C교사는 학습양의 증가, 칭찬의 방법을 제시하였다(<표 IV-3> 참조).

라. 수학과 수업상황에 대한 지식

교과서의 재구성(4-가-[1])에 대하여 A교사는 넓이 단원의 교과서에서 부족한 활동을 보완하고자 교과서 재구성한다고 하였고, B교사는 선 수학습 및 학생 간의 수준 차에 따라서 교과서를 재구성할 수도 있고 안할 수도 있다고 하였다. C교사는 반복학습과 계산연습이 중요한 수업에서는 교과서를 따로 재구성하지 않는다고 했다.

<표 IV-3> 세 교사가 제시한 수학 학습에 대한 학생 이해 지식

	A교사	B교사	C교사
학습자의 오류	넓이, 길이의 개념 혼동	넓이, 선의 개념 혼동, 1cm <sup>2</sup> 에 대한 이해 부족	넓이 공식의 원리 이해 부족
넓이, 길이의 단위 혼동 오류 수정	측정 대상이 다르므로 넓이와 길이의 단위가 다를 것을 그림으로 설명	cm <sup>2</sup> 는 cm를 2번 곱한 것이니 넓이의 단위는 cm에 제곱을 붙어야 함을 설명	cm <sup>2</sup> 의 정의가 cm×cm임을 설명
정의적 측면 반영 방식	학생의 오류를 활용한 동기유발, 조작 활동 제시	수준별 문제 제시, 흥미 위주의 활동에 시간 할애	학습양의 증가, 칭찬의 방법

<표 IV-4> 세 교사가 제시한 수학과 수업상황에 대한 지식

	A교사	B교사	C교사
교과서의 재구성	학습상황과 환경에 맞게 교과서를 재구성함	상황에 따라서 교과서 재구성 여부가 달라짐	반복학습이 중요한 수업에서는 교과서를 재구성하지 않음
수업 집단	4~6명이 한 모둠이 되는 모둠 집단으로 주로 편성함.		



<표 IV-5> 수업에서 관찰된 세 교사의 수학 내용 지식

	A교사	B교사	C교사	
넓이의 의미	넓이를 측정의 개념으로 단위넓이의 몇 배라고 일관되게 파악함	넓이를 대수적 개념으로 길이와 길이의 곱이라고 파악함	넓이를 측정의 개념으로 단위넓이의 몇 배라고 일관되게 파악함	
넓이와 길이의 속성 구분	측정 대상의 속성이 다름을 알고 넓이, 길이를 구분함	cm <sup>2</sup> 를 두 길이의 곱으로 정의하고 넓이, 길이의 속성을 잘 구분 못함	넓이와 길이를 혼동하는 학생들의 오류를 그냥 지나침	
넓이 의 수학 적 개념	분할	학생의 활동으로 지도	지도하지 않음	학생의 활동으로 지도
	단위반복	학생의 활동으로 지도	지도하지 않음	학생의 활동으로 지도
	보존	학생의 활동으로 지도	교사의 설명으로 지도	교사의 설명으로 지도
	배열구조	학생의 활동으로 지도	지도하지 않음	지도하지 않음
넓이 지도 순서	일반적 측정학습 지도순서를 따름	임의단위의 활동이 제시되지 않았음	일반적 측정학습 지도순서를 따름	

세 교사 모두 수학 수업에서 수업 집단의 형태(4나-11)로 4~6명이 한 모둠이 되는 모둠 형태를 제시하였다(<표 IV-4> 참조).

## 2. 수업 분석

### 가. 수학 내용 지식

수업에서 관찰된 넓이의 의미와 수학적 개념을 분석하면 A교사는 넓이를 1차시에서 임의단위로 덮기 활동, 테트라 스퀘어 활동, 2차시에서 1제곱센티미터로 덮기 활동, 넓이 자 사용 활동을 하여 학생들에게 일관되게 단위넓이의 몇 배로 설명하고 지도하였다. 또한 도형을 단위넓이로 덮는 활동을 통해 분할을, 덮기 활동과 임의단위로 덮는 활동에서 단위반복을, 단위넓이가 놓여 있던 자취를 그리는 활동을 통해 배열구조를, 도형을 잘라서 각각의 넓이를 구한 후 원래 도형을 넓이자로 재어 본 것과 비교하는 활동을 통해 보존을 지도하였다.

B교사는 일관되게 넓이를 측정의 관점에서 단위넓이의 몇 배로 파악하지 못하였다. 넓이를 세

로운 측정의 대상으로 인식하지 않고 넓이의 개념을 종종 길이의 개념과 혼동을 하는 모습을 보였다. 1차시 수업에서 제곱센티미터를 단위넓이로서 인식하기보다는 대수적 측면으로 설명하였다. 넓이의 수학적 개념에 대하여 넓이가 여러 가지 방법으로 구하여도 같아야 함을 설명하여 보존을 언급하였다. 다음은 B교사가 지닌 넓이 개념을 드러내는 1차시 수업 내용이다.

B1T060: 자, 1제곱센티미터입니다. 1cm에 2가 붙어있어요. 제곱이 붙어있지요? 이 제곱이 무슨 의미일까요?

B1T062: 자, 이게 1cm이죠? 그러면 1제곱센티미터는 뭐냐면,

B1T063: 1과 1을 곱했다는 거죠? 제곱.

B1T064: 1과 1을 세 번 곱하면 무엇이 될까요?

B1T065: 여기에 1이 있고, 또 여기의 1을 곱했으니 제곱이 붙는 거예요. 무슨 말인지 알겠죠? 그러면 세 번 곱했을 때는 어떻게 쓸까?

C교사는 수업에서 1차시에서 임의단위로 덮기

활동, 2차시에서 단위넓이의 수 세기 활동을 하여 넓이를 일관되게 단위넓이의 몇 배로 설명하였다. 하지만 넓이 구하는 공식을 배우기 전, 넓이를 길이를 자로 재어봐서 넓이를 비교하겠다는 학생의 발표에 대하여 긍정적인 반응을 하였다. 따라서 1차원과 2차원의 속성을 구분하여 길이와 넓이의 차이를 제시하지는 못하였다. 또한 임의단위로 덮기 활동과 단위넓이를 세어보는 활동을 통해 분할을, 단위로 덮기 활동과 임의단위로 덮을 때 빈틈없이 덮어야 함을 언급하면서 단위반복을, 넓이가 여러 가지 방법으로 구하여도 같아야 함을 설명하여 보존을 설명하였다.

수업에서 관찰된 넓이의 지도 순서에서 A교사와 C교사는 교과서를 재구성하여 임의단위를 활용하여 직접 비교 → 간접 비교 → 임의단위 도입 → 1제곱센티미터 알기 → 직사각형의 넓이 구하는 공식 알기의 순서로 지도하였으나 B교사의 수업에서는 임의단위의 사용 활동은 제시되지 않았다(<표 IV-5> 참조).

#### 나. 수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식

수업에서 관찰된 교과 목표를 분석하면 A교사는 덮기 활동, 양감과 어림 활동, 테트라 스퀘어 활동을 통해 학생들에게 넓이의 정의를 스스로 내려 보게 함으로써 넓이의 개념 형성과 공식 발견하기를 강조하였다. B교사는 매 수업 마무리로 문장제로 구성된 학습지를 제공하여 학생들이 공식을 활용할 수 있는 기회를 제시하고 교사가 공식을 이용하여 문제를 푸는 과정을 설명하며 넓이 공식의 활용과 문제해결력 신장을 강조하였다. C교사는 직사각형의 단위넓이의 개수를 어떻게 하면 쉽게 셀 수 있는지에 대하여 생각하게 하고 여러 학생들이 발표를 하여 자신의 생각을 말할 수 있도록 함으로써 넓이의 이해, 공식의 원리 이해와 수학적 사고력 신장을 강조하였다.

수업 방법 면에서 A교사는 다양한 조작활동, 토의활동을 통한 학생 중심의 학습, 발견학습 방법으로 진행하여 학생들이 능동적으로 수업에 참여할 수 있는 기회를 제공하였다. 그리고 학생의 활동을 바탕으로 하여 학생 스스로 넓이 공식을 발견하도록 하였다. 다음은 A교사가 직사각형의 넓이 공식을 지도하는 장면이다.

A2T033: 4개씩 2줄, 그래서 이렇게 8이라는 수자를 얻어냈다? 굉장히 좋은 생각 같은데요, 여러분이 생각했을 때, 맨날 덮어보기 힘들니까 어떻게 하면 쉽게 넓이를 구할 수 있을지, 모두 세어 보지 않고 직사각형의 넓이를 구할 수 있는지 밑에 큰 박스에 한 번 적어보세요. 여러분 생각을 한 번 정리를 해보세요.

A2T034: 아까 그냥 가로 곱하기 세로가 넓이니까 라고 말한 친구가 있는데 그것은 기본적인 원리를 잘 모르는 것이예요. 왜 가로와 세로를 곱하면 넓이가 나오는지 그 이유를 더 정확히 알고 있어야 합니다. 그러면 발표 한번 해볼까요? 저는 넓이를 쉽게 구하는 방법을 발견했어요? 유진이.

A2S030: 가로가 2cm이고, 세로가 4cm이니까 가로와 세로를 곱하면 돼요.

A2T035: 어, 왜 가로가 2cm이고, 세로가 4cm이니까 가로와 세로를 곱하면 되는 거지?

B교사는 교과서를 재구성하지 않았고 교사의 설명을 듣거나 교과서에 제시된 방법을 살펴보는 절차로 수업이 진행되었다. 교과서의 활동이 학생들의 조작 활동이 제시되지 않았기 때문에 B교사의 수업에서 개인의 학생들의 활동은 제시되지 않았다. 또한 학생들에게 개인에게 수업 자료가 주어지지 않았다. B교사는 넓이 공식의 원리를 스스로 발견할 수 있는 활동이 제공되지 않고 교사가 공식을 설명하였고, 직사각형

의 넓이 공식을 제시하였다.

C교사는 1차시 수업에서 넓이의 개념이 형성될 수 있도록 교과서를 재구성하고 학생들의 조작 활동을 제시하였다. 학습 자료가 모둠과 학생 개인에게 제공되었고 직사각형의 직접 비교하는 활동, 교사가 제시한 임의단위로 덮기 활동을 통하여 보편단위의 필요성을 가르쳐 다음 활동으로 자연스럽게 연결이 되게 하였다. 2차시와 3차시의 수업에서 교과서를 재구성하지 않고 학생의 조작 활동 없이 교과서에 제시된 질문에 대하여 학생들이 발표하게 한 다음, 이에 대해 교사가 설명하고, 수학 익힘책을 풀어 공식을 익히는 반복학습이 이루어졌다. 또 학생들의 활동이 제시되지 않고 교사의 계획된 질문에 의하여 넓이의 공식으로 유도되었다. 다양한 방법을 장려하였지만 결국 교사가 공식을 제시하고 판서하였다.

평가 면에서 세 교사는 모두 구체적인 평가 목표를 제시하지 못하였다. A교사는 활동 과정을 점검하거나 넓이의 개념 혹은 공식의 원리에 대해 발문하기, 학습한 활동지 검토로 넓이의 개념

과 공식의 원리를 평가하였다. B교사는 매 시간 마무리로 실시한 학습지로 공식의 활용을 평가하였다. C교사는 매 차시 수업의 마무리로 수학 익힘책을 풀고 채점을 하였다(<표 IV-6> 참조).

다. 수학 학습에 대한 학생 이해 지식

수업에서 관찰된 교과 목표를 분석하면 A교사는 수업 중 학생들이 범할 수 있는 오류를 길이와 넓이의 개념에 대한 혼동, 제곱센티미터를 센티미터로 잘못 사용하는 것으로 파악하였다. 학생들이 수업 중에 길이와 넓이의 개념을 혼동하거나, 넓이의 개념을 단순히 길이의 곱으로 표현하는 것에 대하여 넓이와 길이의 차이를 그림을 통해 설명하며 적극적으로 수정을 하였다. 다음은 A교사가 학생의 오류를 지도하는 장면이다.

A1T023: 이렇게 직접 비교하기 어려운 경우는 무엇을 이용해서 비교하면 좋을까요?

A1S019: 자.

A1T024: 자? 그런데 자는?

<표 IV-6> 수업에서 관찰된 세 교사의 수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식

	A교사	B교사	C교사
교과 목표 및 강조점	넓이의 개념 이해, 공식의 발견	공식의 활용, 문제 해결력	넓이와 공식 원리 이해, 사고력 신장
교수 방법	학생의 조작활동, 발견학습, 토의학습으로 학생 중심의 수업	교사의 설명식 수업, 계산 위주의 수업	1차시-조작활동 2,3차시-교사의 설명식 수업, 계산 위주의 수업
넓이 공식 유도 방법	조작활동을 바탕으로 학생이 공식을 스스로 형식화	교사가 공식의 과정을 일방적으로 설명	단위넓이를 세는 방법을 다양하게 생각하고 발표
교사의 공식 제시	교사가 제시하지 않음	교사가 공식을 제시함	교사가 공식을 제시함
수업에서 평가 목표가 정확히 제시되지 못함			
평가 목표	넓이의 개념과 공식의 원리 이해하기	공식을 활용하여 넓이 구하기	공식의 원리를 이해하여 넓이 구하기
평가 방법	관찰 및 활동지 점검	학습지 이용	수학익힘책 이용

A1T025: 길이를 측정하는 것이지요. 자는요, 우리가 저번에 둘레를 측정할 때 사용했어요. 그런데 지금은 넓이를 알아보려고 해요. 넓이를 측정하기 위해서는 어떻게 하면 좋을까요? 물건을 자르면 안 되는 상황도 있잖아요. 그럴 땐 어떻게 하면 될까? 유진이.

A2T055: 27제곱센티미터. 여러분 27만 적으면 안 돼요. 왜냐면 1 제곱센티미터가 27개이기 때문에 27 제곱센티미터라고 적어야 해요. 어떤 친구는 27cm라고 적고서 아까워하는 친구도 있어요. 단위 잘 못 적었다고 아까워하는 친구들이 있는데 (칠판에 선을 그리고) 이게 27cm예요. 길이와 넓이의 단위는 완전히 달라요. 무슨 말인지 알겠어요? 2번의 답은?

B교사는 수업 중 학생들이 범할 수 있는 오류로 길이와 넓이의 단위의 혼동으로 파악하고 예방적으로 단위 사용에 대한 설명을 하였다. 하지만 B교사의 설명은 제곱센티미터는 센티미터를 두 번 곱한 것이라는 대수적인 설명에 의한 것으로 오히려 학생들의 넓이의 개념 형성에 방해가 될 수 있는 요인으로 작용할 것으로 예상된다.

C교사는 수업에서 학생들이 범할 수 있는 오류에 대한 예방적 설명이 없었다. 또한 길이와 넓이의 개념이 확실치 않은 학생의 발표에 오류가 있었으나 오류에 대한 수정이 이루어지지 않

았고 오류를 지나치는 경우가 있었다. 다음은 C교사가 학생의 오류를 지나치는 장면이다.

C1T027: 나가 더 넓다. 자, 또? 선재.

C1S027: 나하고 다의 길이를 자로 재어 봐서 넓이를 구해보니, 나의 넓이가 더 넓은 것 같습니다.

C1T028: 어. 자로 재어봐서 넓이를 구해보니까 나가 더 넓다고 선재는 생각을 했습니다. 또?

학습자의 정의적 측면과 관련하여 A교사는 다양한 조작활동, 토의활동으로 진행하여 학생들이 적극적으로 수업에 참여할 수 있도록 하였다. B교사는 학생들의 정의적 측면과 관련하여 학생들이 지속적인 격려와 칭찬을 통하여 수업에 참여하도록 독려했다. C교사는 전체 학생을 대상으로 하는 칭찬을 통해 학생들을 격려하고 자신감을 북돋았다(<표 IV-7> 참조).

라. 수학과 수업상황에 대한 지식

교과서의 재구성과 관련하여 A교사는 1, 2, 3차시의 수업에서 교과서의 활동을 재구성하였다. 1차시 수업에서 임의단위 사용의 활동을 넣어 단위넓이의 선택 조건을 알아보았고 측정 학습의 흐름을 자연스럽게 연결하였고, 2차시 수업에서 배열구조를 지도하였다. B교사는 1, 2, 3차시

<표 IV-7> 수업에서 관찰된 세 교사의 수학 학습에 대한 학생 이해 지식

	A교사	B교사	C교사
오류에 대한 지도	넓이와 길이의 속성 혼동에 대해 예방적 설명을 하고 학생의 오류를 즉각 수정함	넓이와 길이의 단위 혼동에 대해 예방적 설명을 했으나 $cm^2$ 를 대수적으로 설명하여 넓이개념 형성을 방해함	학생 오류에 대한 예방적 지도가 없고 넓이와 길이를 혼동하는 학생의 오류를 수정하지 않고 지나침
정의적 측면의 이해	조작, 토의활동으로 능동적 수업 분위기를 형성함	못하는 학생에게 적절한 칭찬과 격려를 함	칭찬을 통해 학생들을 격려함

의 수업에서 교과서를 재구성하지 않았고 교과서에서 제시된 활동의 순서대로 수업하고 교과서에서 제시된 질문에 답을 찾는 방식으로 수업을 진행하였다. C교사는 1차시 교과서의 활동을 재구성하여 임의단위 사용 활동을 넣어 보편단위의 필요성을 알아보았으며 측정 학습의 흐름을 자연스럽게 연결하였다. C교사는 2, 3차시의 수업에서는 교과서를 재구성하지 않고 교과서에서 제시된 활동의 순서대로 수업하고 교과서에서 제시된 질문에 답을 찾는 방식으로 수업을 진행하였다.

수업에서 활용된 집단의 형태를 분석하면 A교사는 짝 집단, 모둠 집단, 전체 집단, 개별 집단 등으로 형태를 고루 사용하였다. B교사는 전체 집단과 개별 집단으로만 구성하였다. C교사는 1차시 수업에서 짝 집단, 모둠 집단, 전체 집단, 개별 집단의 형태로 다양하게 구성하였지만 2, 3차시 수업은 전체 집단과 개별 집단으로만 구성하였다(<표 IV-8> 참조).

### 3. 논의

#### 가. 수학 내용 지식

##### 1) 넓이의 개념을 측정의 관점으로 이해하기

교사별로 넓이의 개념에 대한 이해가 달랐는데 설문지를 통해 알아보았던 세 교사의 넓이의 개념에 대한 PCK(<표 IV-1>참조)는 각 교사의

수업에서도 관찰된 PCK(<표 IV-5>참조)와 일치하였다. 세 교사 중 넓이의 개념을 측정의 관점에서 가지지 못한 B교사는 수업에서 대수적으로 넓이를 설명하고, 넓이와 길이의 속성을 구분하지 못하는 문제점이 있었다. 또한 A교사와 C교사가 학생들에게 단위넓이로 덮는 활동을 제시한 것과 다르게, B교사는 교과서에서 제시된 단위넓이의 수 세기 활동 외에 넓이의 개념을 학생들이 익힐 수 있는 어떤 활동도 제시하지 못하였다. 오영열(2010: 234)은 넓이 측정에 대한 학생들의 개념적 이해를 돕기 위해서 교사들이 넓이의 개념을 충분히 이해해야 함이 선행되어야 하고, 넓이에 대한 개념 중심의 지도를 위해 넓이 측정에 대한 개념적 토대가 되는 넓이 측정의 단위와 배열구조에 대하여 교사들이 깊이 있게 이해하고 있어야 한다고 하였다. 따라서 교사는 넓이 학습에서 2차원인 넓이의 개념을 측정의 관점에서 더 작게 분할된 2차원인 단위넓이의 몇 배로 가질 필요가 있다.

##### 2) 넓이와 길이의 속성을 정확히 구분하기

B교사와 C교사는 길이와 넓이의 측정에서 대상의 속성 차이를 정확히 구분하지 못하였다(<표 IV-5>참조). B교사는 넓이의 개념을 측정의 관점에서 가지지 못하였으므로 넓이와 길이의 속성의 차이도 정확히 인지하지 못하였고 수업에서 넓이를 길이의 곱이라고 설명하였다. C교

<표 IV-8> 수업에서 관찰된 세 교사의 수학과 수업상황에 대한 지식

	A교사	B교사	C교사
교과서 재구성	1~3차시- 재구성함	1~3차시-재구성하지 않음	1차시- 재구성함 2,3차시- 재구성하지 않음
수업 집단	1~3차시- 짝, 모둠, 전체, 개별 집단으로 고루 형성	1~3차시-전체, 개별 집단으로 형성	1차시- 짝, 모둠, 전체, 개별 집단으로 고루 형성 2, 3차시- 전체, 개별 집단으로 형성

사는 설문에서 넓이를 측정의 개념으로 단위넓이의 몇 배라고 응답하였지만 1제곱센티미터에 대하여 1센티미터와 1센티미터의 곱으로 표현하였다. 수업에서 C교사는 넓이와 길이를 혼동하는 학생의 오류를 그냥 지나치고 이에 대한 오류 수정 지도를 하지 않았다. 넓이의 개념을 측정의 관점으로 이해하더라도 넓이와 길이의 속성 구분을 정확히 구분하지 못한 C교사는 수업에서 학생이 넓이와 길이를 혼동하는 오류에 대하여 지도를 할 수 없었다. Reys et al.(1999: 528)은 두 가지 속성을 포함하는 활동은 아동으로 하여금 그 속성이 어떻게 서로 관련되는지를 또한 한 속성이 다른 속성에 어떻게 의존하지 않는지를 아는 데 도움이 된다고 하였다. 따라서 교사는 넓이와 길이의 속성에 대하여 정확히 구분을 할 수 있어야 하고, 넓이와 길이의 속성을 탐색하는 활동을 통하여 길이의 개념이 넓이의 개념을 학습하는데 장애가 되지 않도록, 넓이의 공식을 넓이를 구하는 전략으로 인식하도록 지도할 필요가 있다.

### 3) 배열구조를 지도의 대상으로 인식하기

세 교사들은 설문지를 통해 넓이의 수학적 개념 중 배열구조를 잘 알고 있는 것으로 드러났으나(<표 IV-1>참조), B교사와 C교사의 수업에서 이에 대한 설명 및 지도가 이루어지지 않았다(<표 IV-5>참조). 2007 개정 교육과정에 따른 수학 교과서에서 제시된 직사각형에는 단위넓이의 배열구조가 미리 그려져 있어 학생들이 배열구조의 개념을 학습할 기회가 없는 것으로 볼 수 있다. B교사와 C교사는 배열구조를 이해하고 있으나 가르칠 개념으로 인식하지 못하여 교과서의 활동을 재구성하지 않았고 배열구조를 지도하지 못하는 문제점이 있었다. Battista(2003, 2007)는 평면의 배열구조는 넓이 측정에 대한 사고를 이해하는 데 중요하므로 학생들은 넓이

의 배열구조를 이해할 필요가 있다고 하였다(오영열 2010: 237, 재인용). 주어진 도형을 단위넓이로 나누어서 배열된 구조를 학습함으로써 학생들은 넓이를 측정의 개념으로 인식할 수 있다. 또한 단위로 덮고 배열구조를 이해함으로써 단위넓이의 행의 수와 열의 수가 도형의 길이와 관련됨을 인식하고 공식의 원리를 발견할 수 있으며 직사각형의 넓이를 구하는 방법을 대수적으로 이해하는 토대를 다질 수 있을 것이다. 따라서 교사들은 넓이의 수학적 개념을 알고 있는 것에서 그치지 않고, 학생에게 지도해야 하는 대상으로 인식하고 가르칠 필요가 있다.

### 4) 넓이의 지도 순서에서 임의단위의 도입을 생략하지 않고 강화하기

세 교사는 설문 조사에서 넓이의 지도 순서를 측정의 일반적인 절차인 직접 비교 → 간접 비교 → 임의단위 도입 → 1제곱센티미터 알기 → 직사각형의 넓이를 구하는 공식 알기로 제시하였지만(<표 IV-1>참조), 실제 수업에서 넓이의 지도 순서는 이와 일치하지 않았고(<표 IV-5>참조), 교사가 교과서를 재구성한 여부에 따라 달라졌다. B교사는 교과서를 재구성하지 않아 넓이의 간접 비교 상황에서 단위를 설명하고 이를 1제곱센티미터라고 약속하여 임의단위에 대한 지도가 생략되었다. 오영열(2010: 241)은 구체물을 임의단위로 활용하여 사물의 넓이를 측정하는 것은 넓이의 크기에 대한 비교와 보편단위를 활용한 넓이 측정을 연결하기 위한 중간 단계의 활동이 된다고 하였지만, 현행 2007 개정 교과서에서는 임의단위를 활용한 도형의 넓이 측정 과정이 없이 보편단위의 도입 과정이 2차원적인 평면의 측정을 위한 단위의 개념과 연결성이 부족하다고 지적하였다. 따라서 교사는 교과서의 활동을 보완하여 임의단위를 활용함으로써, 보편단위의 필요성과 보편단위로 적당한 도형의 조

건을 알아볼 수 있도록 하여 측정의 지도 흐름을 자연스럽게 연결해야 한다.

나. 수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식

1) 넓이의 개념에 대한 교수 목표를 강화하기  
교사가 설문에 응답한 넓이 학습에서 궁극적으로 강조하는 수학 교과 목표와 강조하는 넓이의 수업 목표는 실제 수업에서 설정한 교과 목표 및 강조점과 일치하였고, 수업에서 교사가 설정한 목표는 교수 방법에 영향을 끼쳤다. 세 교사가 설문지에서 응답한 교과 목표 설정을 비교한 <표 IV-1>과 수업에서 관찰된 세 교사의 교과 목표 및 강조점, 전체적인 교수방법을 비교한 <표 IV-6>을 바탕으로 세 교사의 교과 목표와 교수 방법에 대한 설문지와 수업을 비교하여 정리하면 다음 <표 IV-9>과 같다.

교사가 설정한 교과 목표에 따라 교수 방법이 달라졌는데, 전체적인 넓이 수업이 주로 공식의 과정에 대한 이해를 목표로 하고 그에 따라 교사 중심의 설명식 수업, 계산 중심의 수업이 이루어지는 문제점이 있었다. 이경화(1999: 55)는 측정 수업이 여전히 공식화된 지식을 암기하거나 기계적인 반복학습을 통하여 학습이 이루어질 위험이 있다고 하였다. 박은률·백석운(2010:

308-310)은 초등학교에서의 넓이 학습은 논증이나 대수와 같은 고도의 접근보다 단위넓이를 통한 실제적 측정 방식으로 인식되어야 하고 넓이의 공식이 측정의 개념보다 더 지배적으로 학생에게 인식된다면 학생들은 일반화의 장애를 쉽게 범할 수 있다고 하였다. 따라서 교사의 공식의 지도 이전의 학습 단계들에 대한 충실한 지도가 선행되지 않은 상태에서 공식을 도입되지 않도록 넓이의 개념에 대한 지도를 충실히 하고 수업 목표에 반영해야 한다. 넓이의 학습에서 공식에 의하여 넓이를 구하기 전에 넓이의 개념과 속성을 이해하도록 수업 목표를 균형적으로 설정할 필요가 있을 것이다.

2) 학생의 활동, 발견, 탐구 중심의 교수 방법 활용하기

교사가 설문에 응답한 넓이 학습에서 사용하는 교수 방법은 실제 수업에서의 교수 방법과 일치하지 않았고 교사가 설정한 목표에 영향을 받았다(<표 IV-9> 참조). 수업에서 관찰된 교수 방법은 학생의 활동 중심의 수업, 넓이와 길이의 속성에 대해 탐구하는 수업, 공식을 발견하는 수업, 교사의 설명식 수업, 공식 활용에 대한 계산 위주 수업이었고 이에 따라 학생들의 수업참여

<표 IV-9> 세 교사의 교과 목표와 교수 방법에 대한 설문지와 수업 비교

	설문지(강조 목표)	수업(목표)	수업(교수 방법)
A교사	수학적 개념 학습 넓이 개념의 이해	넓이의 개념 이해	조작활동(직접비교, 덧기), 어림활동을 함.
		공식의 발견	조작활동(덧기, 넓이자, 배열구조 그리기), 토의활동을 함.
B교사	문제해결력 신장 넓이 공식의 활용	공식의 활용	교사가 공식을 설명하고 학습지를 풀게 함.
		넓이의 문제해결	교사가 풀이과정을 설명함. 학생이 풀이과정을 설명하게 함.
C교사	수학적 사고력 신장 넓이 공식의 이해	넓이의 이해	조작활동(직접비교, 덧기)을 함.
		공식의 원리 이해	넓이를 구하는 방법을 학생들이 발표하고 교사가 설명, 검증함.

도가 달라졌다. 교수 방법에 있어 B교사의 수업과 C교사의 2, 3차시 수업은 넓이의 개념, 공식의 과정에 대한 교사 중심의 설명식 수업, 공식의 활용에 대한 계산 중심 수업으로 이루어지는 문제점이 있었다. 측정 수업에서는 학생들이 수동적으로 관찰하기보다 측정에 대한 중요한 개념과 아이디어를 행동하고 실험함으로써 활동 지향적인 측정 상황과 부딪쳐야 하고, 여러 아이디어와 개념을 세련시키고 검증하는 것을 자극하기 위하여 토론 활동이 권장되어야 한다. 이경화(1999: 56)는 연역적 추론과 특수화, 일반화 등 정교한 수학적 사고가 필요하기 때문에 공식으로 가는 일련의 추론 과정은 4학년 학생들에게 어렵고, 구체적인 상황에서 직관적으로 이들 설명의 과정을 경험하도록 하는 것이 학생들의 이해에 도움을 준다고 하였다. 따라서 교사 중심의 설명식 수업, 공식 활용의 계산 위주의 수업에서 벗어날 필요가 있다. 학생들이 능동적으로 수업에 참여하고 넓이의 개념과 속성을 이해하는 경험을 쌓을 수 있도록 교사는 학생의 활동 중심, 탐구 중심의 교수 방법이 활용되어야 한다.

### 3) 넓이의 공식을 학생 스스로 형식화하기

직사각형의 넓이를 구하는 공식을 유도하고 제시하는 방법에서 B교사와 C교사는 교사 중심의 설명으로 진행을 하였고, 교사가 넓이 공식을 직접적으로 제시하는 문제점이 있었다(<표 IV-6> 참조). B교사와 C교사는 배열구조가 처음부터 그려진 직사각형을 이용하였고, 공식을 유도하는 과정에서 학생의 조작활동을 제공하지 않고 교사가 주로 과정을 설명하였다. 이는 학생들이 넓이의 개념을 바탕으로 공식으로 형식화하는 데 수동적인 자세가 되도록 하였다. 교사는 일방적인 설명보다 단위넓이의 배열에 관심을 가지게 하여 넓이의 개념을 바탕으로 넓이를 구하는 전략을 발견하고 스스로 세울 수 있도록

안내를 해야 할 것이다. 또한 7차 수학 교과서에서 제시되었던 공식은 2007 개정 수학교과서에서 제시되지 않고, 빈칸으로 남겨두어 학생들이 학생 스스로 공식을 만들도록 하였다. B교사와 C교사는 넓이를 구하는 공식을 가로와 세로 곱하기 세로 곱하기 교사가 통일된 방법으로 제시하고 적도록 하였다. 오영열(2010: 240)은 단위넓이의 개수를 모두 세지 않고 알 수 있는 방법을 자신의 말로 써보도록 함은 넓이 공식에 대한 학생 자신의 인지적 내면화를 강조하는 데 의의가 있다고 하였다. 따라서 교사는 학생이 자신의 활동을 바탕으로 넓이 측정 결과의 규칙성을 발견하고 이를 스스로 규칙이나 공식을 주도적으로 이끌도록 하고 공식을 제시하지 말아야 한다.

### 4) 넓이의 개념에 대한 이해를 수행평가하기

수업에서 관찰된 세 교사의 평가의 목표는 직접적으로 제시되지 않았고, B교사와 C교사는 주로 공식의 활용만을 지필의 방법으로 평가하는 문제점이 있었다(<표 IV-6> 참조). 수업에서 세 교사 모두 넓이를 구하는 공식의 이해에 대한 평가를 실시하였지만, B교사와 C교사는 넓이의 개념의 이해에 대한 평가를 실시하지 않았다. 넓이의 개념에 대한 학생의 이해 여부를 파악하지 않고 직사각형의 넓이를 구하는 공식을 학습하면 공식의 원리를 바탕으로 한 학습이 이루어지기 어렵고 자칫 계산 위주의 학습이 될 수 있으므로 주의가 필요하다. 또한 공식에 대한 평가도 다양한 방법으로 평가하지 않고 학습지나 수학 익힘책의 문제풀이로 평가하는 획일적인 모습을 보였다. 따라서 교사는 공식에 따른 계산 숙달만을 치중한 평가에서 탈피하여 넓이 학습에서 넓이의 개념적 이해의 여부를 수업에서 형성평가, 수행평가의 방법으로 평가를 하고 이에 따른 적절한 피드백을 해야 한다.



다. 수학 학습에 대한 학생 이해 지식

- 1) 넓이의 개념 형성을 토대로 하여 학생의 오류 지도 방법을 다양화하기

세 교사는 설문지에서 넓이 학습에서 학생이 가질 수 있는 오류를 다양하게 예상하였지만 공통적으로 넓이와 길이를 혼동하여 생기는 오류들을 예상하였다. 설문지에서 응답한 세 교사의 오류 수정의 내용은 교사 자신의 넓이의 개념 지식과 넓이와 길이의 속성 구분의 이해를 얼마나 정확히 가지고 있는지에 따라 각각 달라졌다(<표 IV-3> 참조). 실제 수업에서도 교사의 학생 오류에 대한 지도 방식은 그대로 반영되었고 교사 자신의 수학적 개념 지식 여부에 영향을 받았다(<표 IV-7> 참조).

세 교사는 공통적으로 넓이와 길이를 혼동하여 생기는 오류를 예상하였지만, 실제 넓이 수업에서 학생들의 넓이와 길이를 구분하지 못하여 생기는 오류가 관찰되었을 때, 넓이의 개념이 측정의 관점으로 형성되지 않은 B교사는 대수적 방법으로 넓이의 단위를 설명하였고, 넓이와 길이의 속성을 구분하지 못하는 C교사는 오류 수정을 하지 않고 지나치는 문제점이 있었다. Reys et al.(1999: 530)은 학생이 넓이와 둘레를 혼동하는 것은 넓이를 제대로 이해하지 못한 것과 공식을 너무 빨리 도입하기 때문이라고 하였다. 따라서 넓이와 길이의 단위에 대한 설명 보다 근본적으로 넓이의 개념을 충실하게 지도할 필요가 있고 그에 앞서 교사는 자신이 넓이를 측정의 개념으로 올바르게 이해하고 넓이와 길이의 속성을 정확히 구분하고 있는지를 확인할 필요가 있다. 그리고 오류 수정 지도 방법에 있어 교사의 설명 외에도 다양한 방법을 개발하여 활용해야 할 것이다.

- 2) 학생의 정의적 측면을 적극적으로 반영하기  
학생의 정의적 측면에 대한 이해와 관련하여

세 교사는 학생의 정의적 측면을 수업에 반영하는 방법을 다양하게 제시하였지만(<표 IV-3> 참조), 실제 수업에서 학생의 정의적 측면을 반영하는 모습이 관찰된 것은 많지 않았다(<표 IV-7> 참조). 이는 세 교사는 학생의 정의적 측면을 수업에 반영해야 할 필요성은 알고 있으나 수업에서 적극적으로 지도하지 못하는 문제점을 나타낸다. 넓이 수업은 자칫하면 교사 위주의 설명식 수업으로 진행될 수 있고 넓이 단원의 교과서의 학습은 학생들의 조작활동, 토의활동 등을 직접적으로 제시하지 않고 있다. 따라서 교사는 칭찬과 격려 외에도 학생이 넓이 수업을 적극적으로 참여할 수 있는 학생 중심의 적절한 방법을 고안하여 수업을 진행하여, 학생의 정의적 측면을 수업에 반영할 수 있도록 노력을 계속해야 할 것이다.

라. 수학과 수업상황에 대한 지식

- 1) 교과서에 대한 주체적 의식을 가지고 재구성하기

세 교사가 설문지에서 제시한 교과서의 재구성성에 대한 생각은 각각 달랐는데(<표 IV-4> 참조), 이것은 실제 수업에 반영이 되었다(<표 IV-8> 참조). A교사는 설문에서 넓이 단원에서 교과서에서 제시된 학습 내용이 넓이를 구하는 공식의 절차적 과정에 초점이 맞추어져 있고 학생 활동이 많지 않기 때문에 교과서를 재구성한다고 응답하였다. 실제 수업에서 A교사는 교과서의 활동을 재구성하여 넓이의 간접 비교 상황과 1제곱센티미터 알기 사이에 임의단위 사용 활동을 삽입하여 측정 학습의 흐름을 자연스럽게 연결하였다. B교사는 설문에서 학생, 수업 상황에 따라 교과서 재구성 여부가 달라진다고 하였고 실제 수업에서 교과서를 재구성을 하지 않고 교과서의 학습 순서에 따랐다. C교사는 설문에서 개념학습을 제외하고 반복학습이 중요한

차시에서는 시간이 부족하므로 교과서를 재구성하지 않는다고 하였다. C교사는 개념학습이 중요하다고 판단하여 1차시 수업은 교과서의 활동을 재구성하여 임의단위 사용 활동을 삽입하여 측정 학습의 흐름을 자연스럽게 연결하였고 넓이의 단위로 덮는 활동으로 넓이의 개념을 학생들이 측정의 관점으로 형성할 수 있도록 하였다. 하지만 C교사는 2, 3차시의 수업은 공식의 정확한 사용에 대한 반복적인 학습이 중요하다고 생각하여 재구성을 하지 않았다. 현행 교과서에 대하여 비판적 의식을 가지고 재구성을 한 교사들은 임의단위의 활용, 배열구조의 지도, 실생활의 상황 제시를 강화하는 방향으로 재구성을 하였다. 교사가 교과서에 대한 주제적 시각을 가지고 있고 학생 중심의 활동의 수업을 하고자 할 때, 교과서를 재구성하고 수업에 이를 반영하였다. 따라서 교사는 학생의 상황과 수준에 맞게 교과서의 활동을 보완하여 교과서를 재구성할 필요가 있다.

2) 활동의 성격에 맞게 수업의 집단을 다양화하기  
수업에서 학생 집단의 형태에 대하여 세 교사 모두 4~6명으로 된 모둠 형태의 집단으로 구성을 한다고 하였지만(<표 IV-4> 참조), 실제 수업에서 집단 형태는 이와 일치하지 않았고, 오히려 각 교사의 수업 방법에 따라 달라졌다(<표 IV-8> 참조). 교사 중심의 설명식 수업을 하는 경우 수업의 집단 형태가 전체 집단, 개별 집단이 주를 이루는 문제점이 있었다. 넓이 학습은 학생이 넓이를 경험할 수 있는 학생의 조작활동이 이루어져야 할 것이고, 측정의 각 단계는 학생의 의사소통에 의하여 다음 단계로 진행되어 자연스럽게 연결되어야 하므로 학생의 집단 형태도 각 활동의 성격에 맞게 다양한 수업 집단이 활용되어야 할 것이다.

## V. 결론

잘 정선된 수업 자료라고 하더라도 교사를 통해서 학생들에게 전달이 되므로 학습에 끼치는 교사의 영향은 크다고 할 수 있다. 따라서 수학 교사는 가르치고자 하는 수학 내용에 대하여, 그리고 수학 교육 방법과 학생 이해에 대한 전문적인 지식이 필요할 것이다. 본 연구에서는 평면도형의 넓이에서 나타나는 교수-학습의 어려움을 교수학적 측면에서 그 원인을 알아보기 위해 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식(PCK)을 설문지와 수업을 통해서 분석하고, PCK에서 나타난 문제점을 바탕으로 개선점을 찾아 평면도형의 넓이 학습에서 효과적인 수업 구현을 위해 고려할 점을 찾아보았다.

본 연구의 분석 결과와 논의를 바탕으로 평면도형의 넓이에 대한 교사의 PCK에 대하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, PCK의 '수학 내용 지식' 영역에서 교사는 넓이의 개념, 넓이와 길이의 속성 구분을 정확히 이해하고 배열구조를 지도의 대상으로 인식하며 넓이의 지도 순서에서 임의단위를 활용하여 측정의 흐름을 자연스럽게 연결하는 방향으로 개선해야 한다.

둘째, PCK의 '수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식' 영역에서 교사는 교과 목표를 넓이의 개념 이해와 공식의 이해를 균형적으로 설정하고, 교수 방법을 교사 중심의 설명식 수업, 계산 위주의 반복 학습에서 벗어나 학생의 활동, 발견, 및 탐구 중심의 수업으로 개선해야 한다. 평가와 관련하여 공식의 활용에 치우친 평가를 하지 말고, 넓이의 개념적 이해의 여부도 수행평가의 방법으로 균형을 이루어 평가해야 해야 한다.

셋째, PCK의 '수학 학습에 대한 학생 이해 지식' 영역에서 교사는 설명 위주의 수정 보다 넓이의 개념을 정확히 이해하고 넓이와 길이의 속성을

탐색할 수 있는 활동을 제시하여 오류에 대하여 근본적인 지도해야 한다. 또한 교사는 칭찬, 격려 외에 학생의 정서적 측면을 반영할 수 있는 방법을 고안하여 수업에 적용할 필요가 있다.

넷째, PCK의 ‘수학과 수업 상황에 대한 지식’ 영역에서 교사는 교과서에 대한 주체적 의식을 가지고 교과서의 활동을 보완하여 임의단위 활용을 강화하고, 실생활의 문제 상황을 제시하며 배열구조를 지도하는 방향으로 교과서를 재구성해야 한다. 또한 수업집단은 활동의 성격에 맞게 전체 집단, 개인 집단, 짝 집단, 모둠 집단 등으로 다양화해야 할 것이다.

수업에서 교사의 PCK를 질적으로 연구하는 과정에서 연구자의 주관적인 판단을 최소화하고 객관성을 확보하고자 녹화된 수업의 프로토콜을 작성하고 번호부여, 해석달기를 하였다. 그러나 수업에서 환경적 요인, 학생 요인 등의 외부 요인으로 인해 교사의 PCK를 관찰하고 분석하기 어려운 한계점이 있었다. 따라서 수학 교과에서 교사의 PCK 연구에 대한 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 수학의 영역별로 교사의 PCK를 다각도로 알아볼 수 있는 검사 도구가 개발될 필요가 있다.

둘째, 수업에서 교사의 PCK를 체계적으로 분석할 수 있는 연구 방법에 대해 활발하게 논의되어야 한다.

셋째, 수학의 다양한 영역에 대한 교사의 PCK를 분석한 결과를 바탕으로 영역별 교사의 PCK를 종합하고 비교하는 연구가 필요하다.

넷째, 정책적으로 교사가 PCK를 개발하고 공유할 수 있는 지원과 시스템을 마련해야 한다.

## 참 고 문 헌

- 구광조, 라병소 (1997). 초등학교에서의 도형의 넓이 지도. **수학 및 통계연구 21**, 41-57.
- 박은를, 백석윤 (2010). 평면도형의 넓이 학습에서 나타나는 인식론적 장애. **수학교육학연구 20**(3), 305-322.
- 박선영 (2012). **평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식(PCK) 사례 분석**. 석사학위논문, 서울교육대학교 교육대학원.
- 박지혜 (2011). **분수의 나눗셈에 대한 교사의 PCK 분석**. 석사학위논문, 서울교육대학교 교육대학원.
- 박혜경, 김영희, 전평국 (2008). 평면도형 넓이 관련 지식 상태의 분석. **중등교육연구 56**(2), 169-196.
- 오영열 (2010). 초등학교에서의 넓이 측정 지도에 관한 고찰-2007년 개정 수학과 교육과정을 중심으로. **한국초등교육 21**(1), 233-245.
- 이경화 (1999). 측정영역의 지도에 관한 소고-4학년 을 중심으로. **한국수학교육학회지 시리즈 C 초등수학교육 3**(1), 55-62.
- 최승현 (2007). **교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식(PCK) 연구(한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2007-3-2)**. 서울: 한국교육과정평가원.
- 최승현, 황혜정 (2008). 수학과 내용 교수 지식 (PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구. **한국학교수학회논문집 11**(4), 569-593.
- Battista, M. T. (2003). Understanding students' thinking about area and volume measurement. In D. H. Clements, & G. Bright (Eds.), *Learning and Teaching Measurement* (pp. 122-142). Reston, VA: NCTM.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.

- 843-908). Reston, VA: NCTM.
- Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics* 31(3), 235-268.
- Grossman, P. L. (1990). *The Making of a Teacher: Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York: Teachers College Press.
- Ma, L. (2002). **초등학교 수학 이렇게 가르쳐라.** (신현용, 승영조 역). 서울: 승산. (영어 원작은 1999년 출판)
- NCTM (2007). **학교 수학을 위한 원리와 기준.** (류희찬 외 5인 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 2000년 출판)
- Reynolds, Anne. & Grayson H. Wheatley. (1996). Elementary students' construction and coordination of units in an area setting. *Journal for Research in Mathematics Education* 27, 564-581.
- Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N. L. (1999). **초등 수학학습 지도의 이해.** (강문봉 외 18인 역). 서울: 양서원. (영어 원작은 1998년 출판)
- Shulman, L. S.(1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15, 4-14.
- Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements, & G. Bright (Eds.), *Learning and Teaching Measurement* (pp. 3-16). Reston, VA: NCTM.
- Wilson, P. S., & Rowland, R. (1993). Teaching measurement. In R. J. Jensen (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: Elementary School Mathematics* (pp. 171-194). New York: Macmillan Publishing Company.

# A Study of Teachers' Pedagogical Content Knowledge about Area of Plane Figure

Park, Sun Young (Seoul Eonnam Elementary School)

Kang, Wan (Seoul National University of Education)

This study is to diversely analyze teachers' Pedagogical Content Knowledge (PCK) regarding to the area of plane figures and discuss the consideration for the materialization of the effective class in learning the area of plane figures by identifying the improvements based on problems indicated in PCK. The subjects of inquiry are what the problems with teachers' PCK regarding to the area of plane figures are and how they can be improved.

In <mathematical content knowledge> which is the first domain of PCK, teachers need to fully understand the concept of the area and the properties and classification of the area and length, recognized the sequence structure as a subject of guidance and improve the direction which naturally connects the flow of measurement by using random units in guidance of the area.

In <knowledge about mathematics education method and evaluation> which is the second domain of PCK, teachers need to establish understanding of the concept for the area and understanding of a formula as a subject matter object and improve the activity, discovery and research oriented class for students as a guidance method by escaping from teacher oriented

expository class and calculation oriented repetitive learning. They also need to avoid the biased evaluation of using a formula and evenly evaluate whether students understand the concept of the area as a performance evaluation method.

In <students' understanding knowledge about mathematics learning> which is the third domain of PCK, teachers need to fully understand the concept of the area rather than explanation oriented correction and fundamentally teach students about errors by suggesting the activity to explore the properties of the area and length. They also need to plan a method to reflect student's affective aspects besides a compliment and encouragement and apply this method to the class.

In <knowledge about mathematics class situations> which is the fourth domain of PCK, teachers need to increase the use of random units by having an independent consciousness about textbooks and supplementing the activity of textbooks and restructure textbooks by suggesting problematic situations in a real life and teaching the sequence structure. Also, class groups will need to be divided into an entire group, individual group, partner group and normal group.

Key words : Pedagogical Content Knowledge (PCK, 교수학적 내용 지식), Area of Plane Figure (평면도 형의 넓이), Teacher Education (교사 교육)

논문접수 : 2012. 9. 9

논문수정 : 2012. 10. 19

심사완료 : 2012. 11. 12