대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 22 권 제 4 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 22, No. 4, 557 ~ 580. Nov 2012

미국의 수학교육과정 규준 CCSSM의 수학적 실천에 대한 고찰[1)]

장 혜 원[*]

미국의 수학교육과정 규준인 Common Core State Standards for Mathematics(CCSSM)은 이전의 규준에 비해 구별되는 특징을 지녔고, 특히 '수학적 실천' 규준 8가지는 '수학적 내용' 규준에 버금가는 주요 요소로서 각 학년의 지도 내용과 함께 매번 제시되면서 강조되고 있다. 그 구체적인 내용 설명이나 내용 규준 전체에 걸쳐 지도되어야 한다는 특징 등으로 볼 때 우리나라 2009 개정 수학과 교육과정의 신설 요소인 '수학적 과정'에 비견될 성질의 것이다. 그러나 CCSSM에 대한 우리나라의 선행 연구는 주로 내용 규준의 변화 및 비교에 초점이 있거나 심지어 과정 규준의 존재 자체를 간과하는 경우도 있다. 이에 본 연구는 CCSSM 및 그 적용의 확장을 위해 마련된 여러 가지 후속 자료를 수집하고 분석하여, 수학적 실천의 의미를 이해하는 데 목적이 있다. 나아가 수학적 과정과의 비교를 통해 우리나라 수학과 교육과정에 보강되어야 할 과정적 측면에 대한 검토와 더불어 수학적 과정을 효과적으로 적용하기 위한 방법에 대한 논의를 포함할 것이다.

I. 서론

2007 개정 교육과정에 이어 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정이 2011년 8월에 공표되었다. '창의 · 인성 중심 교육과정'이라 불리는 새로운 교육과정 연구 보고서에서는 '수학적 과정'을 강조하며, 20%의 내용 축소로 확보되는 시간을 이용하여 수학적 과정에 기반한 수학적 사고력, 창조성의 개발에 중점을 두는 것으로 설명된다(한국창의과학재단, 2011). 수학적 과정은 이전 교육과정에서도 다루어졌던 요소이지만 주로 교수·학습 방법에 국한되어 있었다. 새로운 교육과정에서는 보다 포괄적으로 교수·학습 방법뿐만 아니라 학습내용 성취기준 및 교수 학습상의 유의점, 평가 등에서 보다 구체적으로 다루겠다는 취지를 분명히 하였다. 이와 같은 교육과정의 취지를 고려할 때, 수학적 과정에 대한 이해를 위해서는 우리나라의 수학교육에서 문제해결, 추론, 의사소통, 연결성 등이 중요한 이슈로 부각되기 시작하는 데 결정적인 영향을 미친 미국의 교육과정 규준에 대한 고찰이 필수적이다. 특히 2010년에 개정된 미국 교육과정 규준 가운데 수학적 과정에 비견되는 내용을 면밀히 검토하는 것은 앞으로 새로운 교육과정의 적절한 구현을 위한 지침을 마련하고 수학적 과정을 보강하는 데 도움이 될 것으로 기대된다.

Common Core State Standards(CCSSI, 2010a)는 최근 미국 교육정책의 가장 주목할 만한 변화 중 하나로, 수학과 영어에서 주 차원의 교육과정 마련을 위한 엄격한 학업 성취기준을 정하여 제공함으로써 규준의 선택은 의무가 아닐지라도

---

* 진주교육대학교 수학교육과 (hwchang@cue.ac.kr)
1) 본 연구는 2011학년도 진주교육대학교 기성회계 연구비 지원을 받아 수행되었음.

자율에 의한 책무성 추궁보다는 규제에 의한 교육의 질적 향상을 꾀하겠다는 의도를 엿볼 수 있다. 그 중 본 연구의 관심인 수학에 관한 Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)는 1990년대를 겨냥한 '학교수학을 위한 규준'(NCTM, 1989) 및 2000년대를 위한 '학교수학을 위한 원리 및 규준'(NCTM, 2000)의 연속선상에서 발표된 미국 수학교육의 청사진이라 할 만하다. 교사, 수학 및 수학교육 전문가, 부모, 교육행정가 등 다양한 개발진이 참여함으로써 학생의 성취 수준 및 교실 실제를 반영하여 학생에게 기대되는 바를 명확히 하는 문서를 마련하고자 하였고, 특히 학생들을 글로벌 세계에 경쟁력 있도록 교육시킨다는 현 정부의 취지를 십분 반영하여 외국의 교육과정을 벤치마킹한 것으로 알려져 있다(CCSSI, 2010b).

미국 수학교육계의 연구 및 실제의 변화에 민감한 우리나라 수학교육 연구는 CCSSM의 발표 이후 다수의 관련 연구물을 통해 그에 대해 소개한 바 있다(김영옥, 2011; 김영옥, 최성웅, 이승미, 2010; 이광호, 2010 등). 다만 이 연구들은 이전까지의 학년군별이 아닌 학년별 목표 및 내용 선정이라는 변화에 주목하면서 학습 내용을 고찰하고 우리나라 교육과정의 내용 요소와 비교하는 것에 초점을 맞추고 있다. 더욱이 발표된 연구 중에는 '내용기준과 과정기준을 모두 설정한 Standards 2000과 달리 CCSSM은 수학 내용기준으로만 구성된다. [⋯] 미국 CCSSM은 이전의 Standards 1989와 2000이 수학 내용을 약화시키고 과정기준을 지나치게 강조함으로써 학생들의 수학 성취도 저하를 가져왔다는 반성에서 비롯된 만큼 과정기준을 의도적으로 제시하지 않는 것으로 보인다(박경미, 2010).' 라고 하여 과정 규준의 존재 자체를 간과한 연구도 있다.

이와 같이 우리나라에서 행해진 CCSSM에 대한 연구는 내용 규준에만 초점을 맞추거나 과정 규준을 인식하지 못한 경우조차 있으나, 실제로 '학교수학을 위한 원리 및 규준'(NCTM, 2000)의 과정 규준에 대응하는 CCSSM의 규준이 '수학적 실천(mathematical practice)'이고 미국 수학교육계에서는 주목해야 할 주요 변화 중 한 가지로 간주되고 있다. Heck, Weiss, Pasley(2011a)는 수학적 실천이 수학 학습 및 수학하기(doing mathematics)에 대한 기본 접근 및 성향을 설명하고 있다고 하면서, 그것이 K-12학년 전반에 걸쳐 수학교육의 중요 부분으로 의도되었다고 하였다. 실제로 CCSSM 문서(CCSSI, 2010b)에는 수학적 실천 전반 및 각 항목에 대한 두 쪽 분량의 설명뿐만 아니라 매 학년마다 각 학년의 내용 규준 제시와 함께 박스 안에 들어있는 8개의 수학적 실천 항목이 발견된다. 모든 학년에 걸쳐 모든 내용 지도와 함께 지도되어야 할 요소인 것이다. 그러나 문서에 포함된 설명만으로는 수학적 실천을 이해하는 데 충분하지 않아 보인다. 이후 발표되는 미국 내의 여러 보고서 및 연구들이 수학적 실천에 대한 해석을 추가하고 있다는 사실이 이를 입증한다.

미국의 수학교육 변화를 관찰하는 입장에서 표면적인 내용 요소의 변화나 지도 시기의 변화만을 아는 것으로는 불충분하며, 어떤 생각과 상황을 배경으로 그러저러한 내용을 선정하고 변화를 모색하였는지를 아는 것이 필요하다고 할 것이다. 특히 학습 내용 요소의 지도 전반에 걸쳐 수학적 과정의 지도를 강조하는 2009 개정 수학과 교육과정의 적용을 목전에 두고 있는 전환의 시점에서, 대응하는 요소인 수학적 실천의 의미를 이해하고 구체적인 적용 사례를 고찰하는 것은 수학적 과정의 실천 방법을 논의하는 데 큰 도움이 될 것으로 기대된다. 따라서 본 연구에서는 수학적 실천의 생성 배경을 통해 그 의미를 이해하고, 교육과정의 개정 사례 및 수업 사례에 대한 분석을 통하여 수학적 실천의 교수

학습 맥락에서의 적용을 파악하는 것을 목표로 한다.

II. CCSSM에 대한 이해

CCSSM의 배경에는 미국의 현 정부가 제시한 교육개혁을 위한 청사진 중 첫째 항목에 해당하는 '모든 학생이 대학이나 직업적 요구에 준비된 상태에서 졸업시킨다(USDE, 2010).'는 요구가 있다. 이러한 요구는 외국의 수학교육과정을 벤치마킹하여 이전보다 적은 수의 주제에 대해 심도 있는 공부를 시켜야 한다는 생각을 유도하였고, 따라서 보다 높은 차원의 기능을 이용한 수학적 지식의 적용을 포함하도록 하였다. 연구 개발진은 '성취 수준이 높은 국가로부터의 증거, 인지과학 및 수학교육 연구로부터의 발견사항, 규준에 기초한 책무체계로부터 배운 교훈'이라는 세 종류의 증거에 기초하여 새로운 규준을 작성할 임무를 부여받았다. 개발 목적은 대학 및 직업 준비에 충족되고, 합리적 범위 내에서 발달단계상 적절하고 교수학적으로 처리 가능한 규준을 마련하는 것과 교육과정 및 교수 자료 고안을 위한 충분한 안내를 제공하는 것이었다(Heck et al., 2011b). 다시 말해, 사회적 요구, 수학적 교수, 인지적 요구, 교수학적 요구를 두루 충족시키는 규준의 마련과 그 적용을 위해 사후관리까지 담당하겠다는 의지를 보여준다.

다른 한편으로는 NAEP에서 보여주는 50개 주 사이의 성취도 격차 및 PISA와 TIMSS를 포함한 국제비교평가연구에서 드러나는 미국 학생들의 낮은 성취도에 기인한다(NCTM, 2012). 결국 국내 외적으로 미국 학생들의 낮은 수학 성취도를 해결하기 위한 방책이라 할 만하다. 따라서 K-12 학년의 학업 성취기준에 대한 주 사이의 일치성을 제고함으로써, No Child Left Behind Act of 2001(Public Law, 2002)에서 미국 교육개혁의 제1 목표로 밝힌 대학 또는 산업 현장에서 요구되는 지식 및 기능을 소유하도록 하는 것이다. 미국 교육 정책의 오랜 특성상 CCSSM의 선택은 주에게 달려있고, 채택한 주라고 할지라도 각자 부가적 규준을 15%까지 포함할 수 있기 때문에(Heck et al., 2011a) 여전히 주 혹은 학교 구역(school district)에 어느 정도의 융통성이 남아 있다는 사실이 주의 선택을 보다 수월하게 한다. 2011년 11월 현재 47개[2] 주가 CCSSM을 채택하였으며 그 실천과 계획에 대해 다양한 설문조사와 연구가 실시되었거나 진행 중이다(Reys, 2006; EF & EPE, 2012). 15%의 자율적 구성을 허용함에도 불구하고 새로운 규준에 합치하기 위해서는 많은 변화가 불가피하기 때문에, CCSSM의 적용을 위한 주 단위의 계획은 전문성 개발, 교육과정 안내 및 교수 자료 개발, 교사 평가 체계 등에 대해 수립되며, 구체적으로 시행 시기, 교사교육 전략, 새 규준의 자료 목록 등을 포함하는 것으로 알려진다. 주 채택 비율에서도 알 수 있듯이 CCSSM에 대한 수학교육계의 반응은 대부분 긍정적이지만 비판적인 시각도 존재하며(Wiggins, 2011), 특히 현장 교사들은 새로운 규준에 대해 잘 알지 못한다는 조사 결과[3]는 교사연수의 필요성을 대변해준다.

CCSSM은 이전의 수학 교육과정 규준과 마찬가지로 내용 규준으로서 수학에 대한 개념적 이해와 절차적 기능을 포함한다. 차이가 있다면 학

2) 알라스카, 네브라스카, 텍사스, 버지니아를 제외한 46개의 주와 콜롬비아 자치구이다. 본 연구에서는 교육 분야에서 콜롬비아 자치구를 하나의 주로 간주하여 포함하기로 한다.

3) University of Missouri-Columbia의 2012년 봄 학기 대학원 수업인 LTC 8900 Seminar: Current Issues in Mathematics Education 중 Northeast Randolph County R-IV Cairo High School의 한 수학교사의 발표 자료(2012. 2. 12)에 근거함.

년군이 아닌 학년별 제시를 택했다는 점이다.[4)]기본적으로 무엇을 언제 배워야 하는지를 설명하는 내용 규준을 K-8 학년까지 학년별로 제공함으로써 주 교육과정 문서로 즉각 채택될 수 있을 정도의 상세함을 특징으로 한다. 한편, 고등학교는 내용 범주별(수와 양, 대수, 함수, 모델링, 기하, 통계와 확률)로 제시되어 있다. 이전보다 수를 줄이면서 더 엄밀한 내용 규준의 중요성에 초점을 맞추고 학년 수준 내에서, 그리고 전 학년에 걸친 연결성과 일관성을 강조한다. '전체로서의 규준은 일관된 수학교육에 대한 비전이며 그 부분들의 합 이상이다(Heck et al., 2011b).'라고 함으로써 개별 내용뿐만 아니라 전체 집합으로서의 내용 구조를 중요하게 여긴다는 사실을 알 수 있다. 이와 같이 일관성을 강조한 내용 규준과 함께 본 연구의 초점인 8가지 수학적 실천이 매 학년마다 제시된다. 그 상세한 내용 분석은 III장에 포함될 것이다.

CCSSM의 발표 후, 미국 수학교육계에서는 그 시행을 뒷받침하기 위한 다각적인 지원을 제공하고 있다. 그 중 하나가 Mathematics Common Core Coalition(2012)이다. 새 규준에 대한 성공적인 의사소통, 해석, 실행, 평가를 돕기 위해 마련된 국가적 차원에서의 모임으로, 2011년 9월 현재 8개의 조직이 활동 중에 있다(Dacey & Polly, 2012) : National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM), Association of Mathematics Teacher Educators (AMTE), Association of State Supervisors of Mathematics (ASSM), Council of Chief State School Officers (CCSSO), National Governors Association (NGA), SMATER Balanced Assessment Consortium (SBAC), Partnership for the Assessment of Readiness for College and Careers (PARCC).

아울러 주, 학교구역, 학교가 CCSSM을 성공적으로 시행할 수 있도록 돕기 위해 마련한 문서 Confrey(2011)에서는 규준에 기초한 수학교육 실행이 15년 이상 되었지만 교육 현장의 변화는 미비함을 지적하면서 교육실천가들은 CCSSM의 규준뿐만 아니라 구조, 조직, 전략을 이해해야 하며, 내용 규준과 실천 규준을 상보적인 동시에 본질적인 파트너로 함께 시행해야 함을 주장하였다. 이는 CCSSM의 온전한 이해와 시행을 위해 수학적 실천에 대한 이해가 필수불가결하다는 주장으로 이어질만하다.

III. 수학적 실천의 의미와 배경

CCSSM에서 수학적 실천 규준은 수학적 내용 규준에 비해 지면을 차지하는 비율은 훨씬 적지만 그 중요도에 있어서는 결코 뒤지지 않는 비중을 차지한다. 수학적 실천 규준은 수학교육이 모든 수준에 있는 학생에게서 개발하려고 해야 하는 다양한 전문성을 설명한다(CCSSI, 2010b). Kanold, Briars, Fennell(2012)은 CCSSM이 기여한 가장 중요한 점으로 수학적 실천을 꼽으며, 학생이 수학을 능동적으로 잘 하는 방법을 설명한다고 하였다.

그러나 이전의 과정 규준(NCTM, 2000)과 차별된 특징이 있는지 의심해볼 만큼 사실 수학적 실천 규준의 정체성은 명확해 보이지 않는다. 이전 과정 규준에 대해 새로운 규준 체제에 맞춰 명명된 새로운 이름에 불과한 것인지 의심해볼 만하다. 그러한 의심에 어느 정도의 타당성을 부여

4) CCSSM 개발진이 참조한 외국 교육과정에는 우리나라의 것도 포함되어 있다(Education Week, 2012). 반면 우리나라 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 많은 반대와 우려에도 불구하고 오히려 학년제에서 학년군제로의 전환을 시도하였다. 의미 있는 비교 분석과 비판적 시각에서의 고찰을 암시하지만 본 연구의 범위를 벗어나므로 다음 연구로 미루기로 한다.

할 수 있는 것이, 예측이라도 한 듯 그러한 의심이 잘못된 것임을 본문(CCSSI, 2010b)에 밝히고 있어 흥미롭다. 이에 수학적 실천이 의미하는 바를 밝히기 위해 관련 문헌을 조사・분석하였다.

1. 수학적 실천의 근원

수학적 실천은 미국 수학교육에서 중요하게 여겨지는 두 가지 문서로부터 비롯된다. NCTM(2000)의 '과정 규준(process standards)'과 National Research Council(2001)의 보고서 'Adding It Up'에서 설명된 '수학적 능력(mathematical proficiency)'이다.

가. 과정 규준

CCSSI(2010b)에 따르면, '각 주는 지난 20여 년간 규준에 기초한 개혁으로부터 배운 교훈을 토대로 하여 함께 작업할 때'라고 하였다. 요컨대 CCSSM은 NCTM(1989) 규준의 연속선상에 있는 개정임을 암시하고 있다. 따라서 CCSSM의 수학적 실천은 NCTM에서 80년대의 agenda for action의 문제해결력, 90년대의 규준에서 세 학년군별 과정 규준, 2000년대의 원리와 5개의 과정 규준에 이어지는 2010년대의 비전이라 할 만하다. 따라서 NCTM(2012)은 과정 규준과 CCSSM의 수학적 실천의 항목별 비교표를 부록으로 담고 있기도 하다. 또한 NCTM의 과정 규준과

<표 III-1> NCTM(2000)의 과정 규준

과정 규준	K-12학년의 교수 프로그램이 학생들에게 요구하는 능력
문제해결	• 문제해결을 통해 새로운 수학 지식 구성 • 수학 및 다른 맥락에서 발생하는 문제 해결 • 문제 해결을 위해 다양한 적절한 전략을 맞추어 적용 • 수학 문제 해결 과정을 통제하고 반성하기
추론과 증명	• 추론과 증명을 수학의 기초 측면으로 인식 • 수학적 추측을 하고 조사 • 수학적 논증과 증명을 개발하고 평가 • 다양한 유형의 추론 및 증명 방법을 선택하여 사용
의사소통	• 의사소통을 통해 수학적 사고를 조직하고 확고히 함 • 자신의 수학적 사고를 동료, 교사, 다른 사람과 일관되고 명확하게 의사소통 • 다른 사람의 수학적 사고와 전략을 분석하고 평가 • 수학적 아이디어를 정확하게 표현하기 위해 수학 언어를 사용
표현	• 수학적 아이디어를 조직, 기록, 의사소통하기 위해 표현을 만들고 사용 • 문제 해결을 위해 수학적 표현 중 선택하고 적용하고 번역 • 물리적, 사회적, 수학적 현상을 모델링하고 해석하기 위해 표현을 사용
연결성	• 수학적 아이디어 사이의 연결성을 인식하고 사용 • 일관된 전체를 산출하기 위해 수학적 아이디어가 다른 아이디어와 어떻게 상호 연결되고 다른 아이디어를 기반으로 어떻게 구성되는지 이해 • 수학 외적 문맥에서 수학을 인식하고 적용

<표 III-2> NRC(2001)의 수학적 능력

수학적 능력	의미
개념적 이해	수학 개념, 연산, 관계에 대한 총체적이고 기능적인 파악
절차적 유창성	절차를 유연하게, 정확하게, 효과적으로, 적절하게 수행하는 능력
전략적 역량	수학 문제를 형식화하고 표현하고 해결하는 능력
조정 가능한 추론	논리적 사고, 반성, 설명, 정당화 능력
생산적 태도	성실과 자신의 효능에 대한 신념과 함께 수학을 의미 있고 유용하고 가치 있는 것으로 보는 습관적 성향

CCSSM의 수학적 실천 사이의 세부적 차이는 있지만 양자 모두 배워야 하는 본질적인 수학이면서 학생이 수학 내용을 배울 때 참여하는 방식이라고 설명한다.

그러나 CCSSM은 이 규준이 옛 방식에 대한 새로운 이름으로 의도된 것이 아님을 명시함으로써 본질적인 차이를 암시하고 있다. 발견되는 차이는, 과정 규준이 수학적 과정의 역할에 대한 꽤 일반적인 견해를 제시하는 반면, 수학적 실천은 학생들이 참여해야 하는 과정의 다소 구체적인 진술과 함께 정확성 측면에서 타인과의 토론이나 자신의 추론에서 명확한 정의를 사용하는 등의 노력을 강조하는 특성을 보여준다.

NCTM(2000)의 원리와 규준은 잘 알려져 있지만 수학적 실천에의 영향이라는 시각에서 본다면 결국 10개의 규준 중 과정 규준인 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 표현, 연결성과 관련한 구체적인 능력을 고찰할 필요가 있다(<표 III-1>).

나. 수학적 능력

수학적 능력은 NRC(2001)가 수학에 대한 전문성, 역량, 지식, 기능의 모든 측면을 완전하게 포괄할 용어가 없다고 생각하여 수학의 성공적인 학습이 의미하는 바를 포괄하기 위해 선택한 용어이다. 수학적 능력은 <표 III-2>에서 보듯이 다섯 요소로 구성된다.

이 다섯 요소는 수학적 능력이라는 복잡한 전체의 서로 다른 측면이기 때문에 상호 관련되고 종속적인 성질의 것이다. NRC(2001)는 이러한 특성을 다섯 가닥이 꼬여 한 줄기를 이루는 것에 비유하였다. 따라서 학생이 수학적 능력을 획득하는 방법이나 교사가 수학적 능력을 개발시키는 방법, 교사 교육 방법 등을 고려할 때 각각의 능력 요소에 초점을 맞추되 한 능력을 개발시키면 다른 능력의 개발을 자극하는 효과가 있으므로 다른 요소와의 관련 속에서 상호관련성을 파악하여 총체적으로 접근해야 함을 주장한다.

2. 수학적 실천

과정 규준과 수학적 능력의 양자에 기초하여 설정된 수학적 실천의 행동 주체는 ‘수학적으로 유능한 학생(mathematically proficient student)’이다. 곧 수학을 잘 하는 학생에게 기대되는 행동 요소를 서술한 것으로 볼 수 있다. 이 여덟 가지 규준을 각각 MP1~MP8이라 부르고, CCSSM (CCSSI, 2010b)에서 설명한 바에 따라 행동 특성을 검토해보자(<표 III-3>).[5]

5) 수학적 실천의 홍보를 위해 유튜브의 동영상도 활용된다.
- Common Core Standards - Mathematical Practices (Part 1 of 2)

<표 III-3> CCSSM의 수학적 실천

	수학적 실천	행동 특성
1	문제를 이해하고 끈기 있게 풀기	• 문제의 의미를 스스로에게 설명 • 주어진 것, 제약조건, 관계, 목표 분석 • 해법의 형식과 의미에 대한 추측 • 해결 경로 계획 • 유사 문제 참조하고 특수한 경우나 간단한 형태 시도 • 자신의 풀이를 감독, 평가, 필요시 방향 전환
2	추상적으로, 정량적으로 추론하기	• 문제 상황에서 양과 그 관계를 이해 • 탈문맥화 능력과 문맥화 능력 • 관련 단위를 고려, 계산 방법뿐만 아니라 양의 의미 다루기, 연산과 대상의 다른 성질을 알고 유연하게 활용
3	실행가능한 주장을 구성하고 다른 사람의 추론을 비판하기	• 가정, 정의, 증명된 결과를 이해하고 이용하여 논증 구성 • 추측하고, 그것이 참인지 탐구하기 위해 명제를 논리적으로 전개 • 상황 분석, 반례 이용 • 자신의 결론을 정당화하고, 그 결론을 다른 사람과 의사소통하고, 다른 사람의 논증에 반응 • 데이터가 비롯된 문맥을 고려하여 논증을 만들면서 귀납적 추론 • 두 논증의 효과 비교 • 추론의 시비 구별, 오류 설명
4	수학으로 모델링하기	• 일상의 문제 해결을 위해 수학 적용
5	적절한 도구를 전략적으로 사용하기	• 문제 해결에 도구 사용 • 도구의 장단점을 인식하여 사용 적절한 시기를 결정
6	정확성에 주의를 기울이기	• 정확한 의사소통 • 토론이나 추론시 명확한 정의 사용
7	구조를 찾고 활용하기	• 패턴이나 구조를 식별하기 위한 관찰
8	반복된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내기	• 계산의 반복 파악 • 일반 해법과 약식 해법 찾기

MP1은 문제 해결을 무작정 시작하는 것이 아니라 계획을 세워 해를 구할 때까지 지속하여 푸는 것을 말한다. 문제의 이해, 계획, 실행, 반성 단계에서 필요한 행동뿐만 아니라 전략 사용, 메타인지 능력이 언급된다. 문제의 이해 및 해결 과정에서 표현의 역할을 중시하여, 고학년은 문

• Common Core Standards - Mathematical Practices (Part 2 of 2)
• The Importance of Mathematical Practices
• Mathematical Practices, Focus and Coherence in the Classroom
• Shifts in Math Practice: The Balance Between Skills and Understanding
• Mathematics Fluency: A Balanced Approach

제의 맥락에 따라 필요한 정보를 얻기 위해 대수식을 변형하거나, 방정식, 언어적 설명, 표, 그래프 사이의 대응을 설명하거나, 중요한 특징과 관계를 나타내고 규칙성이나 경향을 찾는 능력, 저학년은 구체적 사물이나 그림의 사용 능력을 강조한다. 자신의 풀이를 다른 방법으로 검토하고, 스스로에게 '이것이 의미 있는가?'를 지속적으로 질문하여 풀이 과정을 점검한다.

MP2에서 문제 상황으로부터 추상화하여 표현하고 참조물에 대한 해석 없이 기호를 다루는 탈문맥화와 관련 기호를 참조물을 써서 해석하는 문맥화의 유연한 사용은 추상적 추론과 관련된 상보적 능력이다. 또한 단위, 양의 의미와 관련된 세 번째 행동군은 정량적 추론에 수반되는 구체적 특성이다.

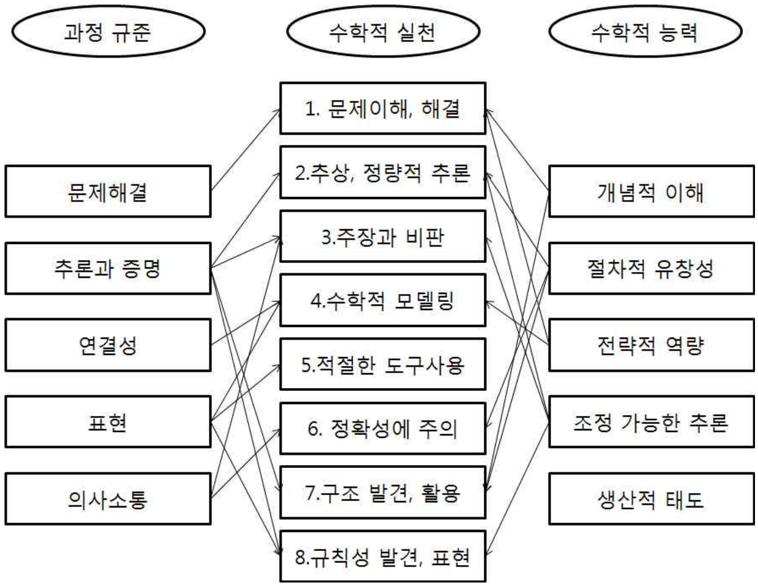
MP3은 논리적 사고 및 비판적 사고와 관련된다. 다른 사람의 논증을 듣거나 읽고, 그것이 의미 있는지 결정하고, 그 논증을 개선하기 위한 질문을 할 수 있어야 한다. 초등학생의 경우에는 논증을 구성할 때 사물, 그림, 도표, 행동과 같은 구체적 참조물을 이용할 수 있다. 이러한 논증은 일반화 또는 형식화되지 않아도 그 자체로 의미 있으며, 후에 논증이 적용되는 범위를 결정하는 것을 배운다.

MP4에서 수학적 모델링은 수학과 실세계와의 연결성을 요구한다. 실제 상황에서 규명된 양 사이의 관계를 여러 가지 표현을 써서 나타내고 그 관계를 수학적으로 분석하여 결론을 이끈 다음, 그 수학적 결과를 상황의 맥락에서 다시 해석하여 의미 있는지 검토하는 것이다. 복잡한 상황을 단순화하기 위해 자신이 알고 있는 수학적 지식을 적용하는 것이 필요하다. 초등학생은 문장제를 풀기 위해 그에 적합한 덧셈식을 쓰는 것과 같이 단순한 것에서 시작하지만, 중학교에서는 이벤트 계획과 같이 학교나 학급 공동체의 문제를 분석하기 위해 비례적 추론을 적용하는 수준에 이르고, 고등학생 즈음되면 디자인 문제를 해결하기 위해 기하를 활용하거나 양 사이의 관계를 설명하기 위해 함수를 이용할 수 있다.

MP5와 관련하여, 공학기술의 발달과 함께 교육적으로 활용 가능한 도구 및 그 효용성은 날로 증가하고 있다. 예를 들어 학생들은 자신의 학년 수준에 맞는 웹사이트 탐색을 통해 풍부한 수학 자료를 활용할 수 있다. 다양한 교육용 소프트웨어는 개념 이해를 심화시킬 수도 있다. 고등학교 수학 교실에서 그래프 계산기를 이용하여 함수의 그래프를 분석하는 활동과 같은 공학도구의 활용은 수학적 모델링의 맥락에서 서로 다른 가설의 결과를 시각화하고, 탐구하고, 비교할 수 있도록 한다.

MP6는 계산의 정확성뿐만 아니라 구한 값을 문제의 맥락에 적합하게 하기 위해 어느 정도 정확하게 표현하는지와도 관련된다. 또한 용어의 정의를 분명히 하는 것, 정확한 용어를 사용하여 설명하는 것, 등호와 같은 기호의 의미를 파악하여 정확하게 사용하는 것, 측정 단위를 명시하는 것, 수량의 정확한 대응을 위해 축에 이름을 붙이는 것 등은 이 규준과 관련된 행동 사례이다.

MP7에 대한 설명에서 시기에 따른 수학적 구조의 예를 볼 수 있다. 초등 저학년에서는 $3+7$과 $7+3$이 같은 양임을 주목하며, 도형을 변의 수에 따라 분류할 수 있다. 고학년에서는 $7\times8=7\times5+7\times3$과 같다는 것을 인식함으로써 분배법칙을 학습할 준비가 된다. 중학생은 식 $x^2+9x+14$에서 14를 2×7로, 9를 $2+7$로 볼 수 있으며, 기하 문제 해결을 위해 보조선을 이용할 수 있다. 한 걸음 뒤로 물러서 전체를 개관하거나 관점을 바꾸는 것이 가능해지면서, 복잡한 대수식을 하나의 대상으로 인식하게 된다. 예를 들어 $5-3(x-y)^2$을 5에서 양수와 어떤 제곱의 곱을 뺀 것으로 볼 수 있고, 그 값이 임의의 실수 x, y에 대해 5보다 클 수 없음



[그림 III-1] 수학적 실천과 그 근원과의 관련성

을 인식한다.

MP8은 규칙 찾기와 관련된다. 반복된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내는 것을 요구하는 실천 항목이다. 예를 들어 25를 11로 나눌 때 같은 계산이 끝없이 되풀이됨을 파악함으로써 순환소수를 도입할 수 있다. 또는 주어진 점이 점 (1,2)를 지나는 기울기 3인 직선 위에 있는지 반복하여 검토할 때 기울기에 주목하여 방정식 $\frac{y-2}{x-1}=3$을 추상화하거나, $(x-1)(x+1)$, $(x-1)(x^2+x+1)$, $(x-1)(x^3+x^2+x+1)$을 전개할 때 소거되는 항을 주목함으로써 규칙성을 파악하고 등비급수의 합을 위한 일반식으로 유도할 수 있다.

이와 같이 설명된 수학적 실천은 III장 1절에서 고찰한 '과정 규준'과 '수학적 능력'에 그 근원을 두고 있기 때문에 [그림 III-1]과 같이 그들 항목 사이의 관계를 짝지어 비교해보는 것은 수학적 실천의 의미를 이해하는 데 도움이 될 것으로 생각한다.

각 화살표는 영향을 주고받은 요소들간의 관계를 나타낸다. 수학적 실천 내의 항목들은 상호 관련되기 때문에 사실 훨씬 더 많은 연결선을 가정해야 할 것이지만, CCSSM에서 제시된 설명 및 예시를 통해 좀 더 명확하게 영향 미친 요소들 간의 관계를 나타내고자 하였음을 밝혀둔다. 특히 수학적 능력 중 생산적 태도는 학습자 자신과 수학에 대한 신념을 의미하는 정의적 영역이므로 각 요소 전반에 걸친 배경적 요소라 할 수 있다.

요컨대 CCSSM에서 새롭게 등장한 수학적 실천은 수학적 모델링, 적절한 도구를 사용하여 문제 해결, 추론, 주장과 비판, 구조 발견, 규칙성 발견, 정확성에 기초한 의사소통 등을 할 수 있는 수학하는 방법적 측면이자 학생에게 기대되는 학습상의 습관적 행동이라 할 수 있다.

3. 수학적 내용 규준과의 관련

Larson(2012)은 CCSSM이 이전 규준과 다른 새

로운 기회를 제공한다고 보면서, 다만 내용 규준에만 초점을 맞춘다면 그 변화는 피상적일 것이며 그 내용 규준이 수학적 실천을 통해 구현됨으로써 이전과 다른 접근을 요구한다고 하였다.

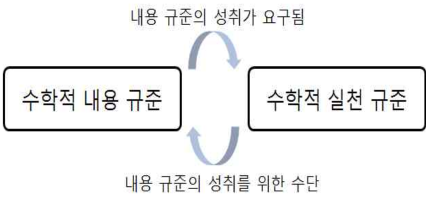
그렇다면 CCSSM의 내용 규준이 수학적 실천을 통해 어떻게 구현되어야 하는가를 고려하는 것은 CCSSM의 적용 과정에서 매우 중요한 과제가 될 것이다. 실제로 CCSSM의 본문에서도 수학적 실천과 내용 규준과의 관련성을 설명하면서 교육과정, 평가, 교사 전문성 개발자들은 모두 수학 지도시 내용 규준과 실천 규준을 연결할 필요를 인식하고 그 방법을 고안할 것을 말한다. 특히 내용 규준 중 '이해한다'로 끝나는 규준은 내용 규준과 실천 규준과의 연결을 용이하게 한다고 하였다. 이해가 부족하면 절차에 지나치게 의존함으로써 문제 이해, 표현, 결론의 정당화, 도구 사용, 정확한 설명, 수학의 적용에 뒤처지므로 수학적 실천을 행하는 데 방해가 되기 때문이다. 따라서 수학의 이해를 보장하는 내용 규준의 성취는 수학적 실천의 실행을 위한 조건이 될 수 있다.

한편 CSMC(2010)는 '학생들이 수학에서 능숙하게 되기 위해서는 내용 규준을 학습하고 이해하는 수단으로서 8개의 수학적 실천을 내면화해야 한다.'고 하면서 수학적 실천을 수학 내용 규준의 학습을 위한 수단이자 내면화되어야 할 습관적 행동으로 간주하였다.

이와 같이 내용 규준과 실천 규준의 양자 간에는, 수학적 실천을 위해 내용 규준의 성취가 요구되는 동시에 수학적 실천은 내용 규준의 성취를 위한 수단인 양방향 관계가 성립되는 것으로 해석할 수 있다([그림 III-2]). 즉 수학적 실천은 내용 규준을 다루는 학습 상황에서 동시에 발생해야 할 기대 행동인 것이다.

<표 III-4> '연산과 대수적 사고' 영역의 과제와 관련된 수학적 실천

규준	주어진 과제에 대한 수학적 실천 관련 행동
MP1	학생들은 문맥을 이해하고 사물이나 그림을 이용하여 문제를 탐구하는 방법을 찾는다.
MP2	학생들은 문제를 탈문맥화하고 개의 마리 수를 수량화할 수 있다. 한편 각 양을 문맥화하고 각 양이 나타내는 바를 설명할 수 있다.
MP3	학생들은 자신의 전략을 지지하기 위해 정확하게 주장한다. 마찬가지로 급우들의 전략을 평가한다.
MP4	학생들은 자신의 전략에 적합한 식을 세운다. 예컨대, $74 + \square = 131$ 또는 $131 - 74 = \square$
MP5	학생들은 자신의 풀이를 뒷받침하기 위해 구체물(예컨대 십진블록)이나 그림을 이용한다.
MP6	학생들은 시각적 모델이나 설명으로써 자신의 과정을 명확하고 정확하게 의사소통한다.
MP7	학생들은 자신의 풀이를 위해 십진수체계의 구조를 적용한다. 예컨대 74에서 시작하여 10씩 뛰어세어 124에 도달한 다음 131에 도달하기 위해 1씩 세어 나갈 수 있음을 파악한다.
MP8	학생들은 이후 문제를 풀 때, 발견한 정보를 이용한다. 예를 들어 "더해지는 수를 찾고자 할 때 첫째 수에서 시작하여 세어나갈 수 있다. 그래서 74에서 시작하여 131을 얻을 때까지 세어나갈 것이다."와 같이 추론할 수 있다.



[그림 III-2] 내용 규준과의 관련성

따라서 수학적 실천의 적용을 위하여 구체적인 학교, 학년급의 내용 규준에 대해 어떤 행동이 기대되는지 고려해보는 것은 의미 있을 것이다. 예를 들어 초등학교 2학년 '연산과 대수적 사고' 영역의 규준인 '100 이하의 덧셈과 뺄셈을 포함하는 문제를 표현하고 풀기'를 생각해보자. Dacey & Polly(2012)는 이 내용 규준을 위해 다음 과제를 제시하고 그것을 이용한 수업에서 수학적 실천의 적용시 기대되는 학생의 행동을 예시한다(<표 III-4>).

과제: 공원에 개가 74마리 있다. 몇 마리가 더 모여들어 지금 131마리가 있다. 더 모인 마리 수는 얼마인가?

이와 같은 분석은 교실 수업에서 수학적 실천을 어떻게 적용해야할지 궁리하는 교사들에게 구체적인 도움이 될 것이다. 여기서 기대 행동은 교사가 관련 내용 규준을 지도하기 위해 준비해야 하는 학습 활동 요소가 되기 때문이다.

Ⅳ. 수학적 실천의 적용을 위한 권고 및 사례 분석

CCSSM의 적용 확산을 위해 정부, 연구 단체 차원에서 다양한 후속 연구 및 실행 자료를 제공하고 있기 때문에, 본 연구의 관심인 수학적 실천과 관련해서도 교실 적용을 위한 여러 가지 제안이나 적용 사례를 접하는 것이 어렵지 않다. 본 장에서는 그러한 연구 결과 및 구체적인 적용 사례를 고찰함으로써 수학적 실천에 대한 이해를 강화하고자 한다. 적용 사례로는 주 차원의 교육과정 변화, 연구기관에서 마련한 기존 교육과정에의 적용, 교실 수업 사례를 이용할 것이다.

1. CCSSM의 학교 적용을 위한 제안

CSMC(2010)는 CCSSM의 시행을 위한 권고 중 수학적 실천과 관련한 행동 지침으로 다음의 네 가지를 제안한다.

첫째, CCSSM의 시행을 수학적 실천으로 시작하라.

둘째, 수학적 실천과의 보다 명료한 관련을 위해 현행 교육과정 자료를 수정하라.

셋째, 모든 새로운 평가는 내용 규준간의 연결과 함께 수학적 실천에서 학생의 숙련도를 평가하는지 확인하라.

넷째, 수학적 실천의 발달에 초점 맞춘 교실 평가를 시행할 때 교장이 사용할 실천 기반 관찰 모델을 개발하라.

이들 제안의 의미와 실천 방안을 차례대로 검토해보자. 수학적 실천을 강조하는 첫째는 전반적인 지침에 해당한다. 보통 교육과정의 개정이라 하면 지도 시기나 지도 내용에 주안점을 두게 되는데, 그보다 수학하는 방법적 측면에 더 집중하라는 의미로 볼 수 있다. 우리나라의 경우에 비추어 본다면, 학습내용 성취기준에 앞서 수학적 과정에 대한 시행으로 2009 개정 수학과 교육과정의 적용을 시작하라는 의미이다. 그 구체적인 방법의 하나로서, Kanold et al.(2012)은 학생들의 수학적 실천의 강화를 돕기 위한 교수

<표 IV-1> 수학적 실천의 학생용 재진술

규준	학생들을 위한 수학적 실천의 재진술
MP1	수학 문제를 여러 차례에 걸쳐 이해하고 풀 수 있다.
MP2	수학 문제 대해 먼저 머릿속으로 생각할 수 있다.
MP3	문제를 풀기 위해 계획을 세울 수 있고, 다른 학생의 전략을 논할 수도 있다.
MP4	문제를 풀기 위해 수학 기호와 수를 사용할 수 있다.
MP5	문제를 풀기 위해 수학 도구, 그림, 그려 보기, 사물을 이용할 수 있다.
MP6	내 전략과 계산이 옳은지 알아보기 위해 검토할 수 있다.
MP7	문제를 풀기 위해 수학에 대해 이미 알고 있는 것을 이용할 수 있다.
MP8	이용한 전략을 다른 수학 문제를 푸는 데도 적용할 수 있다.

전략 8가지를 제공하였다.

· 적극적인 참여
· 도전적인 문제 해결
· 아이디어, 개념, 기능의 연결
· 수학적 의사소통
· 학생의 선지식 이용
· 적절한 피드백과 함께 지속적이고 광범위한 실천을 이용
· 적절한 도구의 전략적 이용
· 학생의 긍정적인 자신감 독려

그 각각이 어떤 수학적 실천의 강화를 자극하는 데 도움을 줄 수 있는지를 분류하였다. 적극적인 참여와 피드백이 있는 지속적이고 광범위한 실천은 수학적 실천 전 영역에 대응하는 교수 전략이다. 도전적인 문제 해결은 MP1, MP3을 위해 이용 가능하며, 아이디어, 개념, 기능의 연결은 MP5, MP6을 제외한 거의 모든 요소와 관련된다. 수학적 의사소통은 MP1, MP3, MP6와, 학생의 선지식 이용은 MP1, MP3, MP7, MP8과 관련된다. 적절한 도구의 전략적 이용은 MP5 그 자체이며, 학생의 긍정적인 자신감 독려는 특히 MP1과 밀접하다.

좀 더 구체적인 방법으로 White & Dauksas (2012)는 학생들에게 친숙한 언어로 소개된 수학

<표 IV-2> 문장제에 대한 학생 반응 사례 (Kanold et al.(2012)에서 인용)

문제	선재는 카드 한 갑인 38장 중 7장을 가지고 있다. 나머지는 누나와 형이 가졌는데, 형이 누나보다 한 장 더 많다. 세 사람은 각각 몇 장씩 갖고 있는가?
학생 1	자, 7+(어떤 수)가 38, 그래서 세어 가면… 8, 9, 10은 3이고 28이 더 많으니까 카드 31장이 형과 누나 몫이네. 음, 15+16은 31, 그러니까 형이 16, 누나가 15야.
학생 2	좋아, 빼자. $38-7=31$. 이게 형과 누나가 가진 거야. 30의 반은 15이고 하나 많으면 16. 그래서 $7+15+16=38$.
학생 3	$x+1$이 형의 하나 많은 카드라면 $7+x+x+1=38$이라고 생각할 수 있어. 이제 $2x+1+7=38$, $2x+8=38$, $2x=38-8$, $2x=30$, $x=\frac{30}{2}$, $x=15$, 그래서 $7+15+16=38$.

적 실천이 교실 벽보 등을 이용하여 항상 주변에 있고 눈에 띄게 할 것을 권한다. <표 IV-1>은 초등 저학년 학생들을 위한 용어로 재진술된 수학적 실천이다.

둘째는 교육과정 개정을 뒷받침하는 교과서, 활동지 등의 자료가 수학적 실천을 강조하도록 개발되어야 함을 말한다. 우리나라의 경우, 교과서, 익힘책 등의 교과용 도서가 이에 해당하는데, 2009 개정 수학과 교육과정에 대한 연구보고서(한국과학창의재단, 2011)에는 '교과서 개발 및 심의의 방향'이 포함되고, '창의 및 인성의 강조'와 '수학적 과정의 반영'이 항목별로 명시되어 있어 위의 제안과 부합될 가능성을 제고시킨다.

셋째와 넷째는 평가에 관한 것이다. 교사의 입장에서 학생에 대한 평가로서 내용 규준뿐만 아니라 실천 규준이 성취되어야 함을 말하며, 학교 관리자의 입장에서 교실 평가를 위한 관찰 준거를 마련할 것을 제안한다. 학생의 수학적 실천 평가에 대한 아이디어를 얻기 위해 <표 IV-2>를 보자. 이는 주어진 문장제에 대한 세 학생의 반응을 보여준다. 그로부터 MP2인 '추상적, 정량적 추론'의 증거를 확인해보자.

학생 1의 경우, 가장 덜 추상적이지만 7부터 38까지 모두 세지 않고 10이 될 때까지 3을 센 다음 38까지 28이 더 많다는 양적 사고가 있었다. 그러나 계산 도중에 카드 31장이라고 생각하는 것은 이 규준의 요소인 탈문맥화가 덜 이루어진 것으로 볼 수 있다. 한편 학생 2는 주어진 양의 관계를 뺄셈으로 인식하여 식으로 계산하고(탈문맥화) 다시 그 계산 결과의 의미를 파악하는 문맥화도 유연하게 발생한 것으로 볼 수 있다. 또한 두 수의 합이 주어지고 그 차이가 1

<표 IV-3> 교실에서 수학적 실천의 발생 단서

수학적 실천	교실 지시자
MP1	학생은 문제해결에 참여한다. 교사는 학생들이 문제해결을 논할 시간을 제공한다.
MP2	학생은 문제를 문맥화, 탈문맥화할 수 있다. 교사는 문제의 적절한 표현에 접근하여 사용할 수 있도록 한다.
MP3	학생은 주장을 세울 때 선수 학습을 이해하고 이용한다. 교사는 학생들에게 다른 사람의 결론과 주장을 듣고 읽을 기회를 제공한다.
MP4	학생은 (식이나 방정식을 이용하여) 관계를 수학적으로 분석하고 모델링한다. 교사는 학생이 배운 수학을 적용할 맥락을 제공한다.
MP5	학생은 이해를 심화시킬 교육 도구에 접근하여 활용한다. 교사는 적절한 도구를 교육적으로 활용한다.
MP6	학생은 문제에 대응하여 정확성에 대한 필요를 인식하고 적절한 수학 용어를 사용한다. 교사는 수학 용어의 적절한 사용을 포함하여 정확한 의사소통의 중요성을 강조한다. 필요시 어림산과 암산의 활용을 포함하여 문제를 풀 때 정확성과 효율성의 중요성을 강조한다.
MP7	학생은 수학 내에서 패턴과 구조(성질의 활용, 수의 합성과 분해)를 찾도록 장려되어야 한다. 교사는 학생이 문제 해법에서 등장한 패턴을 토론할 시간을 제공한다.
MP8	학생은 문제 해결을 위한 다양한 전략과 방법에 대해 추론하고 그 결과의 합리성을 검토한다. 교사는 학생이 자신의 추론에서 규칙성을 찾고 논할 수 있도록 격려한다.

이라는 관계로부터 합의 반을 생각해내는 것 또한 바람직한 정량적 추론의 증거이다. 반면 학생 3은 미지수가 있는 방정식을 이용하여 가장 추상성이 높은 것으로 생각되지만 정량적 추론의 증거는 학생 2가 더 풍부하다. 이와 같이 학생 반응에 대한 분석은 평가 그 이상으로 교사가 의도하는 수학적 실천의 요소를 파악할 수 있는, 수학적 실천의 교실 적용을 위해 중요한 단계라 할 만하다.

한편 학교관리자의 관점에서 교실 평가와 관련한 사례로, Kanold et al.(2012)는 수학적 실천이 교실에서 실제로 어떻게 발생하는지 알 수 있는 단서를 <표 IV-3>과 같이 학생-교사 활동 사례로 제시하였다.

예를 들어 '교사가 학생들에게 충분한 시간을 허용하지 않는다.'는 Fennell(2012)의 지적은 <표 IV-3>을 적용한 MP1 관련 결과로 볼 수 있다. 결국 학생과 교사가 수학적 실천 규준을 충실히 따르고 있는가에 대한 판단의 근거로 역할하는 것이다.

2. 주 차원의 적용 사례 : 미주리 주

수학적 내용 규준과 더불어 대등한 위치를 차지하는 수학적 실천에 대한 강조는 각 주별 교육 계획에서도 발견된다. 미국 교육정책의 특성상 국가적 차원에서 CCSSM을 마련한 이유는 결국 주 차원의 교육과정을 마련하는 데 적극 반영되기를 기대하는 것이고, 이미 47개 주에서 그 반영을 진행 또는 계획하고 있다고 이미 언급하였다. 그러한 과정을 수학적 실천의 적용이라는 측면에서 관찰하기 위해 한 사례로서 미국 중서부의 미주리 주의 교육과정을 살펴볼 것이다. 미주리 주는 기존의 'Show-me 교육과정'을 CCSSM을 반영한 교육과정 'Core Academic Standards(CAS)[6]'로 바꾸는 과정에서 그 구조를 [그림 IV-1]과 같이 나타내었다.

[그림 IV-1] 미주리주 수학교육과정의 구조

CCSSM의 구조를 내용 규준과 실천 규준의 두 가지로 이해하고 그것을 기존의 교육과정에서 '지식'과 '과정'의 두 측면과 연결시켜 궁극적으로 절차적 지식과 이해, 과정과 유창성이라는 측면에서 완성도를 높이는 새로운 교육과정 CAS를 마련한다는 취지이다. 새로운 규준을 채택하되 현행 교육과정과의 연계 속에서 개정하고자 하는 의도를 분명히 한 것이다.

특히 Bryant[7]는 인지적 요구가 높은 과제란 수학적 실천을 강조하는 과제라고 하고, 현행 'Show-me 교육과정'의 요소를 수학적 실천과 관련지었다(<표 IV-4>). 이는 새로운 교육과정으로 넘어가는 과도기적 시기에 불가피한 기존 교육과정의 적용을 CCSSM의 관점에서 타당화하려는 의도로 볼 수 있다.

이 대응에서 볼 수 있듯이 'Show-me 교육과정'의 과정 요소 네 가지 중 하나가 문제해결이기

6) CAS에 대한 더 자세한 내용은 www.dese.mo.gov/divimprove/curriculum/common-core-math.htm에서 찾을 수 있다.
7) Cindy Bryant(Brayant@dese.mo.gov)는 미주리 주의 수학 장학사(DESE math consultant)이다. 2012년 4월 4일 미주리대학(University of Missouri-Columbia)의 수학교육 대학원 수업과 관련한 특강에서 발표한 내용에 기초한다.

<표 IV-4> 수학적 실천과 미주리 주 교육과정의 과정 요소의 대응

수학적 실천	미주리 주 'Show-me 교육과정'의 과정 요소
MP1	1.7. 정보의 정확성과 그 원천의 신뢰도를 평가할 수 있다. 1.10. 배운 정보, 아이디어, 기능을 학생, 근로자, 시민, 소비자로서의 서로 다른 맥락에 적용할 수 있다. 3.1. 문제를 파악하고 그 범위와 요소를 안다. 3.2. 다른 사람의 풀이에 기초하여 전략을 개발하고 적용할 수 있다. 3.3. 문제해결에 성공 또는 실패한 자신의 경험에 기초하여 전략을 개발하고 적용할 수 있다. 3.4. 문제해결에 이용된 과정을 평가할 수 있다. 3.6. 문제와 제안된 풀이를 다중 관점에서 검토할 수 있다. 3.7. 문제에 사용된 전략의 적합성을 평가할 수 있다. 3.8. 제안된 풀이의 가치, 장점 및 다른 결과들을 평가할 수 있다.
MP2	1.8. 분석 또는 발표하기 위해 데이터, 정보와 아이디어를 유용한 형태(차트, 그래프, 개요 등)로 조직할 수 있다. 3.5. 일련의 특수한 사실로부터 귀납적으로, 일반적 전제로부터 연역적으로 추론할 수 있다.
MP3	1.10[8]), 3.5 2.1. 다양한 목적과 청중을 위해 문어, 구어, 시각적 발표를 계획하고 시행할 수 있다. 4.1. 결정을 뒷받침하는 데 사용된 정보를 규명하고 추론을 설명할 수 있다.
MP4	1.3. 자연과 사회 현상을 탐구하기 위해 현장 및 실험 조사를 계획하고 실행할 수 있다. 2.4. 예술, 인문, 과학 활동과 관련한 아이디어를 제공할 수 있다.
MP5	1.4. 정보를 찾고 선택하고 조직하기 위해 공학 도구와 다른 자원을 사용할 수 있다. 2.7. 정보와 아이디어를 교환하기 위해 공학 도구를 사용할 수 있다.
MP6	1.7, 1.8, 3.8 2.2. 정확성과 명료함을 증진시키기 위해 의사소통을 반성하고 수정할 수 있다. 2.3. 타인의 관점을 파악하면서 정보, 질문, 아이디어를 교환할 수 있다.
MP7	1.7, 1.8, 3.6 1.6. 정보, 아이디어, 구조에서 패턴과 관계를 발견하고 평가할 수 있다.
MP8	1.6, 3.5, 3.6, 3.7

때문에 MP1과 관련한 요소가 많은 것은 당연하며, 교육과정의 요소들은 특정한 수학적 실천의 한 요소에 국한되는 것이 아니라 다각적 측면을 내포하고 있는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 연관성에 기초하여 미주리 주의 현행 교육과정에 있는 과정적 요소는 새로 준비하는 교육과정 CAS에서 수학적 실천을 강조하는 방향으로 더욱 강화될 것으로 기대된다.

3. 교육과정 사례 : Investigation in number, data, and space

앞서 설명하였듯이, CCSSM은 교육과정 규준이다. 이에 근거하여 각 주 또는 연구 단체가 교

8) 각 요소 앞에 붙은 숫자는 문서상의 총 네 가지 요소(1.정보수집 및 분석, 2.의사소통, 3.문제해결, 4.의사결정) 속에 배열된 순서에 따라 부여된 넘버링 그대로이며, 표에서 이미 기술된 요소는 다시 기술하지 않았으므로 앞선 내용을 참조하면 된다.

육과정을 마련할 것이 기대된다. 따라서 CCSSM에 기초하여 교육과정 및 교과서를 개정하거나, 기존의 자료에 CCSSM을 적용하는 차원에서 필요한 부가적 자료와 적용 방법에 대한 아이디어들을 제공한다. TERC(2011a)는 후자의 사례로서, K-5학년 수학과 교육과정 Investigation in number, data, and space[9]를 CCSSM의 교육철학과 내용에 기초하여 보강한 경우이다. 이 교육과정을 이용하여 CCSSM을 시행하려는 학교와 교사를 지원하기 위해 그 관계를 설명하고 활용 교수 자료를 제공하는 것이 기본 생각이다. 본 교육과정의 개발 목적 6가지는 CCSSM의 수학적 실천과 부합하며, 실제로 모든 단원이 하나 이상의 수학적 실천을 포함하는 것으로 설명하고 있다(TERC, 2011b). 예시한 자료에는 수학적 실천을 MP1-2, MP4-5-6, MP3-7-8의 세 개로 분류하여, 각각 3학년의 6단원 '표와 그래프', 5학년의 4단원 '그 부분은 얼마인가?', 4학년의 1단원 '약수와 배수' 등을 이용한 상세한 설명과 함께 다음과 같은 결론이 제시되어 있다.

CCSSM의 내용 규준은 학생들이 어떤 수학을 이해하고 할 수 있어야 하는지를 설명하는 반면, 수학적 실천은 학생들이 이 수학적 개념과 기능에 어떻게 참여해야하는지를 설명한다. 본 Investigation 교육과정은 수학에 대한 깊은 이해를 촉진하고 사고하고 추론하고 모델링하고 문제 해결하는 수학적으로 유능한 학생을 양성하려는 의도에서 고안되었다.

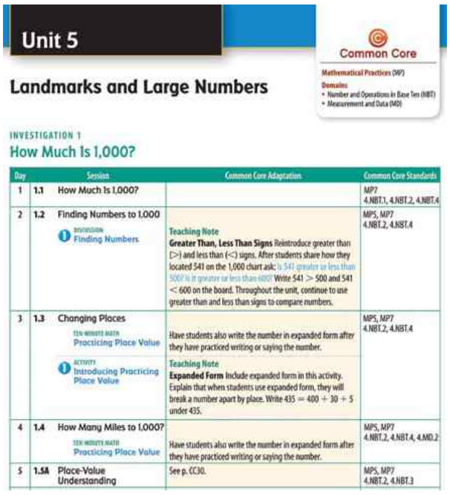
실제로 TERC(2011a)가 CCSSM의 적용을 위해 각 학년별로 제공한 자료에는 다음이 포함된다.

- 각 단원별 교수 계획안: 기존 차시와 새로운 차시의 열거, 기존 내용을 채택하거나 생략하는 부분과 새로운 내용을 추가하는 부분을 명시, 각 차시마다 관련된 수학적 실천 규준과 내용 규준을 명시
- 교사와 학생 준비물: 학년 수준 내에서 내용, 친숙한 문맥, 표현에 기초한 새로운 활동 및 차시, 새롭게 적용된 교실 활동, 새로운 수학 교수 전문성 개발자료, 학생 활동 자료(교실 활동, 숙제, 매일 연습을 위한 자료)
- CCSSM과 Investigations 교육과정 간의 상세한 상호관련성: 학년별로 CCSSM의 내용 규준에 해당하는 교육과정의 각 차시를 제시함

여기서 특히 관심 있는 부분은 각 단원별 교수 계획안으로, 각 차시마다 관련된 수학적 실천 규준과 내용 규준을 안내하고 있다는 점이다. 예를 들어 4학년 5단원 '큰 수' 중, 5차시인 '자릿값의 이해' 시간의 교수·학습 활동([그림 IV-2])은 수학적 실천 규준인 MP5, MP7과, 수학적 내용 규준인 4.NBT.2, 4.NBT.3과 관련된다고 하였다. 수학적 실천 규준의 구체적 내용은 '적절한 도구를 전략적으로 사용하는 것'과 '구조를 찾고 활용하는 것'이고, 내용 규준은 '십진기수법, 수 이름, 확장된 형태를 이용하여 여러 자리 수를 읽고 쓰며, 두 개의 큰 수를 각 자리 수의 의미에 기초하여 비교하고 비교 결과를 기록하기 위해 부등호를 사용하는 것'과 '자릿값의 이해에 기초하여 큰 수를 어떤 자리에서든 반올림하는 것'이다. 이로부터 5차시의 교수·학습 활동을 알 수 있다. 자릿값을 적절하게 표현하는 시각적 표현이나 구체적 모델 등을 이용하여 각 자리 숫자와 자릿값의 관계를 구조적으로 파악하여 십진 위치적기수법의 원리를 이해하고 일반화시켜 큰 수를 다룰 수 있게 하는 것이다. 이렇게 파악한 구조를 적용하여 큰 수의 비교와 반올림에 대한 이해도 가능하게 하는 수업이다.

---

9) 수학, 과학교육에 힘쓰고자 수학, 과학교육의 전문가로 구성된 연구 중심의 자치단체인 Technical Education Research Centers(TERC)가 국립과학재단(NSF)의 후원으로 개발한 초등 수학교육과정이다.


Unit 5

Landmarks and Large Numbers

Common Core
Mathematical Practices (MP)
Domains
• Number and Operations in Base Ten (NBT)
• Measurement and Data (MD)

INVESTIGATION 1
How Much Is 1,000?

Day	Session	Common Core Adaptation	Common Core Standards
1	1.1 How Much Is 1,000?		MP7 4.NBT.1, 4.NBT.2, 4.NBT.4
2	1.2 Finding Numbers to 1,000 — DISCUSSION 1 Finding Numbers	Teaching Note **Greater Than, Less Than Signs** Reintroduce greater than (>) and less than (<) signs. After students share how they located 541 on the 1,000 chart ask: Is 541 greater or less than 500? Is it greater or less than 600? Write 541 > 500 and 541 < 600 on the board. Throughout the unit, continue to use greater than and less than signs to compare numbers.	MP5, MP7 4.NBT.2, 4.NBT.4
3	1.3 Changing Places — TEN-MINUTE MATH Practicing Place Value; ACTIVITY 1 Introducing Practicing Place Value	Have students also write the number in expanded form after they have practiced writing or saying the number. Teaching Note **Expanded Form** Include expanded form in this activity. Explain that when students use expanded form, they will break a number apart by place. Write 435 = 400 + 30 + 5 under 435.	MP5, MP7 4.NBT.2, 4.NBT.4
4	1.4 How Many Miles to 1,000? — TEN-MINUTE MATH Practicing Place Value	Have students also write the number in expanded form after they have practiced writing or saying the number.	MP5, MP7 4.NBT.2, 4.NBT.4, 4.MD.2
5	1.5A Place-Value Understanding	See p. CC30.	MP5, MP7 4.NBT.2, 4.NBT.3

[그림 IV-2] TERC(2011a)의 교육과정과 CCSSM

4. 수업 사례 분석

수학적 실천이 의미하는 바를 정확하게 파악하기 위한 또 한 가지 방법은 그것을 예시하는 수업 사례를 분석하는 것이다. 이를 위해 Inside Mathematics(IM, 2012)에서 제시한 수업 비디오 자료를 이용한다. IM은 8가지 수학적 실천 각각에 대해 다양한 학년급 별 수업을 제시하고, 전체적 관점에서 여러 수학적 실천이 함께 제시되는 2개의 통합 수업 사례를 제공하고 있다. 본 연구에서는 5~6학년의 수업 '내 규칙을 추측해봐'를 분석 대상으로 한다.

수업은 두 수의 대응 관계로부터 규칙을 찾고 그것을 다양한 방법으로 표현하는 것과 관련된다. 교사는 수업을 시작하면서 세 가지 활동을 할 것임을 예고한다. 그 중 첫째 활동인 '수 사이의 규칙 찾기' 과제에 대한 교사-학생 프로토콜을 분석하면서 수학적 실천의 어떤 요소가 적용되었는지 살펴볼 것이다. '내 규칙을 추측해봐'라는 수업명에서 알 수 있듯이 입력수, 출력수로부터 관계식을 추측하는 과제를 다루는 수업이다. 교사는 학생이 알아맞혀야 하는 규칙을 생각해둔 채, 학생이 말하는 입력 또는 출력수에 대해 그 상대수(<표 IV-5>에서 ( )안의 수)를 만들어준다. 칠판에는 입력수와 출력수를 나타내는 2열의 표가 그려져 있고, 입력수를 x로 약속하며 그 범위를 0이상 10이하로 제한하였다. 네 쌍의 입력수와 출력수를 얻은 다음의 장면이다.

T: 좋아. 그럼 너희가 규칙을 안다고 생각해도 될까? 얼마나 안다고 생각하는지 손가락을 보여주렴. 손가락을 위로. 모르면 아래로 하고 거의 다 알듯 하지만 확실하지 않으면 중간에 눕혀놓고. 좋아 그럼 한 점만 더 해보자. 그리핀, y값을 불러보렴. 잊지 마, x값이 0과 10 사이에 온다는 거. 아, 미안, 0이상이고 10이하야.

<표 IV-5> 칠판에 적힌 입출력표

입력x	출력y
10	(27)
6	(15)
8	(21)
(5)	12
	0

S1[10]: 0

T: 0. x가 0.

S2: 아니요, y요.

T: y는…

S3: 와, 그게 가능할지 놀라워요.

S4: 아니, 그건 불가능해요!

T: 누군가 속삭이는 소리가 들리는데… 0이 가능할까? 짝한테 설명할 수 있겠니?

(x가 0일 수 있는지 0과 어떤 수의 곱은 0, 음수 3, 가능성에 대한 토론이 이어진 후)

T: 그럼, 발표해 보렴. 크리스틴, 너희 모둠에서 무엇을 들었니?

S5: 음, 우리는 그것이 가능하다고 생각했어요.

10) Si의 숫자 첨부는 학생의 개별적 구분이 아니라 참조의 편의상 학생 반응의 순서를 나타낼 뿐이다.

왜냐하면 매개변수의 범위가 0 이상이었으니까요.

T: 맞다. 크리스티나, 너희 모둠에서는 무엇을 들었지?

S6: 우리는 가능하지 않다고 생각했어요. 왜냐하면 음수 3이라고 생각하니까요. 0 대신에… 마찬가지로 0은 가능하다고 생각하지 않았어요.

T: 음수 3이 뭐지? 좀 더 자세하게 설명할 수 있니?

(학생들이 x와 y를 언급할 뿐 설명을 제대로 하지 못한다.)

T: 0, 좀 명확히 해줄래? 그리펀이 제안한 0은 y 값을 말한 거였어. 표 이쪽에 0을 써야겠지. 내가 너희들에게 묻고 싶은 것은 ‘이것이 가능하냐?’는 거야. 아주 모호한 질문이지. 어떻게 생각하니, 로비?

S7: 아는데... 그건 모든 경우에 y는 x보다 크니까, 그리고 x는 0 이상이라고 했으니까, x가 y보다 작다면 그건 0보다 작을 수 없어요. 그건 성립하지 않아요.

T: 로비가 말한 것을 누가 한번 다르게 말해볼까? 카일.

S8: 음, 우리가 지금까지 했던 모든 수에서 y는 x보다 컸어요. 그래서 y가 0이라면 x는 0보다 작아야 할 거예요. 하지만 x는 0 이상이라고 했으니까 성립하지 않는다는 거죠.

T: 좀 더 설명해볼 사람? 에릭.

S9: 저는 성립한다고 생각합니다. x가 뭔지 말해도 될까요?

T: 물론이지.

S10: 1입니다. 왜냐하면, 음, 다른 경우에 x 곱하기 3, 빼기 3이 y와 같았지요? 1, 그래서 1 곱하기 3은 3이고, 3을 빼면 0. 그래서 성립한다고 생각했습니다.

T: ‘아’하는 소릴 들었는데, 동의하는 거니? 테오, 무엇에 동의하지?

S11: 저는 동의합니다. 왜냐하면 우리 모둠에서 같은 것에 대해 논했기 때문입니다. 저는 처음에 음수라고 생각했습니다. 하지만 곧 그것이 x가 아니라 y라는 것을 알았습니다. 그래서…

이 담화는 입력수와 출력수를 그 범위와 관련하여 혼동하여 어려움을 겪는 학생들을 보여준다. ‘0과 10 사이, 아니 0 이상 10 이하’나 ‘좀 명확히 해줄래?’ 등에서 두 수 또는 그 범위를 정확히 해야 할 필요성을 인식시키려는 교사의 의도가 파악된다(MP6). 또한 자신의 생각이 아닌 들은 것을 말해보라는 발문은 모둠활동에서의 의사소통을 강조하는 관점을 반영한다. MP6의 사례는 입력수와 출력수를 명확하게 인식함으로써 어려움을 극복할 수 있었던 학생 S11에서도 보인다. 한편 S7, S8은 주어진 데이터로부터 잘못된 일반화를 하였지만 그 과정에서 수의 크기와 관련된 정량적 추론을 하였음을 알 수 있다(MP2). S10은 반례를 들어 다른 사람의 주장을 비판하고 자신의 주장을 구성하는 전형적인 MP3의 사례이다. S11 역시 다른 사람의 주장을 듣고 추론의 시비를 판단, 수정하는 MP3을 보여준다.

수업은 규칙 찾기 활동을 마무리 지으며 학생들이 규칙을 나타내는 다양한 방법을 말하는 것으로 이어진다. $x3-3$, 곱하기 3과 빼기 3, $3x-3$과 같은 것이다. MP4 및 MP5와 관련되는 활동이다.

T: 좋아. 이것을 $3x-3$이라고 쓸 수 있지. 왜 어떤 것이 다른 것보다 더 옳지? 매디와 테오는 동의하지 않나본데… 짝하고 함께 얘기해보자.

S12: 저는 이것이 3의 x묶음 또는 x의 3묶음이

라고 생각합니다.

S13: 그것은 2의 4묶음 또는 4의 2묶음 같은 것입니다. 그것은 똑같은 것이지요, 하지만…

S14: 어떻게 보는가가 중요합니다.

…

T: 대단해. 우리 교실에서 중요한 대화가 오가고 있구나. 자기 모둠에서 들은 것을 말해볼 사람? 케이튼.

S15: 음, 우리는 x가 3 다음에 와야 한다고 생각했습니다. 교과서에서 그랬기 때문입니다.

이 장면에서는 더 적절한 관계식을 찾는 활동(MP 5)을 하면서 그 기준을 교과서에 두고 있다는 것이 흥미롭다. 또한 수업 목표인 규칙 찾기에 관한 문제해결(MP1, MP7)을 하면서 곱셈에 관한 교환법칙을 발견하는 S13과 S14의 담화에서 구조 발견과 관련된 MP7의 뚜렷한 증거를 볼 수 있다.

V. 논의

본 연구에서는 미국의 수학교육과정 규준으로 새롭게 제시된 CCSSM 중 수학적 실천의 의미를 이해하기 위해 CCSSM 문서 및 그 적용 과정에서 산출된 다양한 자료를 수집, 분석하였다. 이러한 분석과 이해가 의미 있기 위해서는, 수학적 실천을 그에 대응하는 우리나라 2009 개정 수학과 교육과정의 '수학적 과정'과 비교하고 보강되어야 할 과정적 측면을 검토할 필요가 있다. 미국의 교육과정 규준은 우리나라의 교육과정과는 교육 정책이나 시행 규모 등 여러 가지 측면

<표 V-1> 2009 개정 교육과정의 수학적 과정 신장을 위한 교수·학습시 유의점

수학적 과정	교수·학습시 유의점
문제해결	1. 문제해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
	2. 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
	3. 문제해결의 결과뿐만 아니라 문제해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
	4. 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다.
추론	1. 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 이를 정당화할 수 있게 한다.
	2. 수학적 사실이나 명제를 분석하고, 수학적 관계를 조직하고 종합하며, 학생 자신의 사고 과정을 반성하게 한다.
	3. 수학적 추론을 통해 합리적으로 사고하는 능력을 키우고, 일상생활에서 자신의 의견을 정당화할 때 적절한 근거에 기초하여 논지를 전개할 수 있게 한다.
의사소통	1. 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하게 한다.
	2. 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하거나 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.
	3. 수학적 아이디어를 표현하고 토론하며 다른 사람의 수학적 아이디어와 사고를 이해하는 과정을 통해 의사소통의 중요성을 인식하게 한다.

에서 차이가 나므로 문자그대로의 비교는 무리가 있을 수 있다. 그러나 교육상황의 개선을 위해 마련되었다는 목적은 동일하며 따라서 교육체제나 운영의 실제적 차이에도 불구하고 그 시행 과정에 대한 고찰은 우리나라 교육과정의 성공적 시행을 위해 다양한 시사점을 제공할 것으로 기대된다.

2009 개정 수학과 교육과정의 개발 방향 중 하나가 '수학적 과정을 통한 수학적 창의성 강조'이다(한국과학창의재단, 2011). 즉 수학적 창의성 개발이라는 목적을 위해 활성화되어야 하는 수학적 과정 수행 능력으로 수학적 추론, 수학적 의사소통, 수학적 추론이라는 주요 요소를 추출하고, 이전 교육과정에서처럼 '목표' 및 '교수・학습 방법'에서만이 아니라 '내용'의 진술에 보다 구체적인 성취기준으로 포함시킴으로써 수학적 과정 지도에 대한 보다 적극적이고 분명한 의도를 보여준다. 어느 특정 영역이 아니라 전 영역에서 늘 염두에 두고 지도해야할 수학적 능력이라는 점에서 CCSSM의 수학적 실천 규준과 동일한 역할을 한다. <표 V-1>은 수학적 과정의 신장을 위해 교육과정에 제시된 교수ㆍ학습시 유의점이다.

이를 CCSSM의 수학적 실천과 비교해보면, 우선 한 눈에 보기에 2009 개정 교육과정의 수학적 과정은 3개의 요소로 구성되고 CCSSM의 수학적 실천은 8개의 항목으로 구성되므로, 후자에서 과정 규준이 더 폭넓게 다루어짐을 알 수 있다. 대체로 문제해결은 MP1에, 추론은 MP3에, 의사소통은 MP3와 MP6에 대응시킬 수 있다. MP7 중 패턴 구별은 초등학교의 경우 규칙성이 하나의 내용 영역으로 포함된 우리나라 교육과정에서 충분히 구현되고 있는 것으로 파악된다. 이렇게 본다면 MP2, MP4, MP5, MP8과 관련된 요소가 비교적 미흡하게 다루어지고 있다고 할 수 있을 것이다. 이와 같이 일견 부족해 보여 보강이 요구되는 수학적 과정의 요소를 재확인하기 위해 2009 개정 교육과정의 학습내용 성취기준 또는 교수 학습 방법에서 MP1~MP8에 따라 해당 요소를 선별해보는 것은 도움이 될 것이다. 초등학교 교육과정을 예로 들어보자. 각 영역의 학년군마다 교수ㆍ학습상의 유의점 중 마지막 항목은 문제해결력 신장과 관련되며, MP7 중 규칙성 찾기는 내용 영역으로 구성되어 있으므로, MP1와 MP7은 2009 개정 교육과정에서 매우 강력하게 다루어진다고 할 수 있다. MP2는 '실생활 문제 상황을 통하여 들이[무게]의 덧셈과 뺄셈을 이해한다.'나 '함수의 개념은 다양한 상황에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다.'와 관련된다. MP3는 '귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 이를 정당화할 수 있게 한다.'와 관련된다. MP4는 '비율그래프를 지도할 때에는 신문, 인터넷 등에 있는 표와 그래프를 소재로 활용할 수 있게 한다.' 나 '다양한 상황을 표, 식, 그래프로 나타내고', '일차방정식으로 나타낼 수 있는 실생활 문제를 찾아 해결하게 한다.'와 관련된다. MP5는 '원그래프를 그릴 때에는 눈금이 표시된 원을 사용하게 한다.'나 '공학적 도구를 활용하여, 함수의 그래프를 그리고'와 관련되며, MP6는 '수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하게 한다.'나 '눈금 등을 잘못 사용하여 자료를 부정확하게 나타낸 표나 그래프에서 오류를 찾는 활동을 하게 한다.' 등과 관련된다. MP8의 경우에는 역시 규칙성과 관련되지만 그 구체적 예를 보면 반복된 추론에서 계산의 반복을 파악하고 약식 해법을 찾는 등 우리나라 교육과정에서 의도하는 규칙성 찾기와는 차이가 있음을 알 수 있다. 오히려 중학교 교육과정의 순환소수의 이해, 다항식의 곱셈원리, 지수법칙의 이해에서 구현될만한 성질의 것이다.

한편 수학적 과정의 신장을 위한 교수·학습상의 유의점은 교사들에게 도움을 줄 것으로 예상되지만, 구체적인 예가 없다는 한계로 인해 예를 통해 설명한 CCSSM에 비해 교사들이 수학적 과정을 적용하는 데 어려움이 따를 수 있다. 학교수학에서 교과서가 차지하는 비중을 감안할 때 우선은 교과서 개발 방향(한국과학창의재단, 2011)에 포함된 바에 따라 수학적 과정을 반영한 교과서가 마련되어야 할 것이다. 실제로 실험용 교과서(교육과학기술부, 2012)에는 수학을 통한 인성 교육 및 수학적 과정을 의도하는 다수의 내용이 발견된다. 그러나 실제로 수업활동에 적용하고자 하는 교사의 의지가 없다면 교육과정의 의도는 찾아보기 어려울 것이다. 이렇듯 결정적인 영향을 미치는 교사의 수학적 과정에 대한 이해 및 적용을 위해 <표 V-1>에 제시된 교수·학습시 유의점을 특정 단원에 대해 구체적으로 작성해보는 것은 유용할 것으로 기대된다. Russell(2012)은 수학적 실천이 내용에 내장되어야 한다고 하면서, 각 학년에서 수학적 실천을 강조한 수업이 가능한 내용을 규명해야한다고 하였다. 1~2학년군의 성취기준인 '여러 가지 임의 단위를 사용하여 구체물의 길이를 재어봄으로써 길이를 나타내는 표준 단위의 필요성을 인식하고, $1cm$와 $1m$의 단위를 알며, 상황에 따라 적절한 단위를 사용하여 길이를 잴 수 있어야 한다(교육과학기술부, 2011).'를 예로 들어보자. 이에 해당하는 실험용 교과서 수학 2-1(교육과학기술부, 2012)의 '길이재기' 단원에 기초하여 <표 V-2>와 같은 수학적 과정에 초점을 맞춘 지도 방안을 고안할 수 있다.

<표 V-2>의 예시 사례는 각 단원에 대해 수학적 과정을 강조하는 수업의 가능성을 보여주며, 이를 고안하기 위해 2009 개정 수학과 교육과정

<표 V-2> 2학년 '길이재기' 단원에 적용한 수학적 과정의 지도 방안

수학적 과정	유의점	지도 방안
문제해결	1	주어진 카드의 둘레를 재는 문제를 통해 '실제로 해보기' 전략을 지도한다.
	2	밑이 좁고 위가 넓은 컵에 담긴 물의 높이를 재는 방법을 탐구하도록 한다.
	3	자신이 정한 임의단위(학생의 손가락, 뼘 또는 주변의 지우개, 동전, USB 등)를 이용하여 '어림하기' 놀이의 문제를 만들어보도록 한다.
	4	학생들이 선택한 임의단위를 이용하여 수학책의 폭을 측정하게 한다. 단위의 크기와 측정값의 관계를 일반화하도록 한다.
추론	1	책상의 폭을 서로 다른 단위로 잰 여러 측정값을 통해 발견한 사실을 발표하고, 왜 그렇게 되는지를 설명하도록 한다.
	2	갑이 을보다 크고, 을이 병보다 크다면 갑은 병보다 크다고 할 수 있는지에 대해 생각해보도록 한다.
	3	cm자를 이용하여 잰 측정값이 친구와 다를 때 자의 올바른 사용법에 근거하여 자신의 측정값이 옳다는 사실을 주장할 수 있도록 한다.
의사소통	1	측정 결과를 말할 때 단위를 붙이지 않고 수만 말하면 그것이 참조하는 길이가 얼마나 되는지 알 수 없으므로, 단위를 붙여 정확히 말하도록 한다.
	2	서로 다른 단위로 길이를 재었을 때 생기는 문제점을 글로 쓰고, 예를 들어보도록 한다.
	3	서로 다른 측정값을 얻은 이유를 찾기 위해 다른 사람의 측정 방법에 대한 설명에 귀 기울이도록 한다.

의 교수·학습 방법이나 CCSSM의 수학적 실천에 대한 이해가 유효하게 작용할 것이다.

참고문헌

교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8].

교육과학기술부(2012). **수학 2-1.** (주)천재교육

김영옥(2011). 미국 Common core state standards for mathematics 소개. **영남수학회 학술지 East asian mathematical journal, 27**(4), 471-483.

김영옥, 최성웅, 이승미(2010). 미국 Common core state standards for mathematics 소개. **수학교육학논총** 제38회, 27-36

박경미(2010). '학년군'과 '수학적 과정'을 중심으로 한 외국 수학과 교육과정의 최근 경향 비교·분석. **학교수학, 12**(4). 667-686.

이광호(2010). Common core state standards for mathematics 소개. **수학교육학논총** 제38회, 717-726

한국과학창의재단(2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**, 정책연구 2011-11

Center for the Study of Mathematics Curriculum (CSMC: 2010). *Curriculum Design, Development, and Implementation in an Era of Common Core State Standards.* http://mathcurriculumcenter.org/conferences/ccss/SummaryReportCCSS

Common Core State Standards Initiative(CCSSI: 2010a). http://www.corestandards.org

Common Core State Standards Initiative(CCSSI: 2010b). *Common Core State Standards for Mathematics(CCSSM).* http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf

Confrey, J.(2011). Required elements in transformative implementation of common core standards in mathematics and new assessments prior to 2014-5. http://www.myboe.org/portal/default/Resources/Viewer/ResourceViewer?action=2&resid=501365

Dacey, L. & Polly, D.(2012). CCSSM: the big picture. *Teaching Children Mathematics. 18*(6). 378-383. http://www.nctm.org

Education First & EPE Research Center(EF & EPE: 2012). *Preparing for change: a national perspective on Common Core State Standards implementation planning.* http://www.education-first.com/our-focus/education-first-library

Education Week(2012). Common-Core standards drew on ideas from abroad. Jan. 12. 2012. http://www.edweek.org

Fennell, F.M.(2012). The common core state standards from transition to implementation. http://www.ffennell.com/

Heck, D.J., Weiss, I.R., & Pasley, J.D.(2011a). *A priority research agenda for understanding the influence of the common core state standards for mathematics.* Chapel Hill, NC: Horizon Research, Inc.

Heck, D.J., Weiss, I.R., & Pasley, J.D.(2011b). *A priority research agenda for understanding the influence of the common core state standards for mathematics: Technical report.* Chapel Hill, NC: Horizon Research, Inc.

Inside Mathematics(IM: 2012). Common core standards. http://www.insidemathematics.org

Kanold, T.D., Briars, D.J., & Fennell, F.(2012). *What principals need to know about teaching and learning mathematics.* Solution tree press

Larson, M.(2012). The Common Core State Standards for Mathematics: Will They Matter

Ten Years From Now?, 2012 Midwest Mathematics Meeting of the Minds Conference, http://sites.google.com/site/m4conference

Mathematics Common Core Coalition(MCCC: 2012). http://www.mathccc.org

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston: VA

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston: VA

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 2012). *Administrator's guide: interpreting the common core state standards to improve mathematics education.* Reston: VA

National Research Council(NRC: 2001). *Adding it up: helping children learn mathematics.* Washington D.C.: National Academy Press

Public Law(2002). *No Child Left Behind Act of 2001.* http://www2.ed.gov/nclb/landing.jhtml

Reys, B.J.(2006). *The intended mathematics curriculum as represented in state-level curriculum standards-consensus or confusion?,* Research in mathematics education series

Russell, S.J.(2012). CCSSM: Keeping teaching and learning strong. *Teaching Children Mathematics. 19*(1). 50-56. http://www.nctm.org

Technical Education Research Centers(TERC: 2011a). Investigations in number, data, and space. http://investigations.terc.edu/components/CCSS/CommonCore.cfm

Technical Education Research Centers(TERC: 2011b). Standards for Mathematical Practice in Investigations in Number, Data, and Space. http://investigations.terc.edu/library/common_core/InvestigationsandMathPractices.pdf

U.S. Department of Education (USDE: 2010). *A blueprint for reform : the reauthorization of the elementary and secondary education act.* http://www2.ed.gov/policy/elsec/leg/blueprint/blueprint.pdf

White, J. & Dauksas, L.(2012). CCSSM: Getting started in K-Grade 2. *Teaching Children Mathematics. 18*(7). http://www.nctm.org

Wiggins, G.(2011). Common-core math standards: They don't add up. Education week. Sep 28, 2011

Study on the Standards for Mathematical Practice of Common Core State Standards for Mathematics

Chang Hye Won (Chinju National University of Education)

Common Core State Standards for Mathematics(CCSSM) is a blueprint for school mathematics in 2010s of the United States. CCSSM can be divided into two major parts, the standards for mathematical content and the standards for mathematical practice. This study focused on the latter.

Mathematical practice comes from the mathematical process in 'Principles and standards for school mathematics(NCTM, 2000)' as well as the mathematical proficiency in 'Adding it up(NRC, 2001)'. It is composed of eight standards which mathematically proficient students are expected to do. From Korean perspective, it can also be comparable with the mathematical process which contains mathematical problem solving, mathematical reasoning, and mathematical communication and was provided by the 2009 revised national curriculum for mathematics in Korea.

However, few focused the standards for mathematical practice among the studies related to CCSSM in Korea. Moreover, there is a study that even ignores the existence of the standards for mathematical practice itself.

This study aims to understand the standards for mathematical practice through analysing the document of CCSSM and its successive materials for implementing the CCSSM. This understanding will help effective implementation of the mathematical process in Korea.

Key words : mathematical practice(수학적 실천 규준), CCSSM, mathematical content(수학적 내용 규준), mathematically proficient student(수학적으로 유능한 학생), process standards(과정 규준), mathematical proficiency(수학적 능력), mathematical process(수학적 과정)

논문접수 : 2012. 10. 9
논문수정 : 2012. 10. 25
심사완료 : 2012. 11. 12