

2009 개정 교육과정에 따른 중학교 수학과 교육과정의 기하 성취기준에 대한 논의¹⁾

이 환 철* · 김 선 희** · 고 호 경***

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 수학 교과 내용 양의 20% 경감과, 수학적 과정을 통한 수학적 창의성 강조, 교육과정 운영의 유연성 확보를 위한 학년 군제 반영을 배경으로 하여 개정되었다. 그러나 2007 개정 교육과정과는 다르게 교육과정 해설서가 발행되지 않아 해석을 하는 데 모호함이 발생하거나 어려움을 겪는 부분이 생겨날 수 있다. 따라서 본고에서는 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 기하영역을 학교현장에서 이해하는 데 보다 도움이 되고자, 교육과정 개정에 대한 의도, 내용, 반영 방법 등을 논의하였다.

1. 들어가는 말

중학교 수학과 교육과정은 수학적 창의성과 인성을 갖춘 미래 사회의 인재 양성을 위한 수학 교육을 목표로 한다(신이섭 외, 2012). 2011년에 공표된 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정(이후 2011 개정 교육과정)은 2011년에 수행된 「창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구」(황선욱 외, 2011)와 2009년 시행된 「창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구」(김도한 외, 2009)를 선행연구로 하여, 체제나 방향, 철학적 기반이 설정되었다. 또한 연구 과정에서 전문가 의견이나 설문조사, 학습연구년 교사들과의 동반 연구 수행 등을 통해 등장한 수학교육의 주요 이슈들을 적극 반영해 나가면서 연구를 수정·보완하는 방식으로 진행되었다.

「2011 수학과 교육과정 개정을 위한 시안 개발 연구」는 “수학과 교육과정에 문제해결, 의사소통, 추론, 연결성 등과 같은 방법적 지식 측면에서의 ‘수학적 과정’을 드러내어 강조하여 적극 반영하고, 이와 관련된 수학적 사고 과정을 의미 충실하게 경험할 수 있는 상황, 과제 등이 교수·학습 자료에 수록되고 수업 진행에 반영될 필요가 있으며, 이를 위한 교육과정 개선은 무엇이며 어떠한 부문에서의 실제적 변화가 요구되는지 심도 있게 탐색하여 실효성을 거둘 수 있는 안을 마련(p. 2~3)”하는 데 그 목적이 있으며 또한 “교과서 인정제 도입 등을 앞두고 양질의 교과서 개발 및 교과서 재구성이 가능토록 자율성을 보장하고 융통성을 부여함과 더불어 다양한 교구 및 매체 기능 활용이 활성화 될 수 있도록, 이에 요구되는 수학과 교육과정 내용, 기능 및 교수 학습 방법 등 다각적인 측면(p. 3)”을 도모하고자 하였다.

* 한국과학창의재단 (singgri@kofac.re.kr), 제1저자

** 신라대학교 (mathsun@silla.ac.kr)

*** 아주대학교 (kohoh@ajou.ac.kr), 교신저자

1) 이 논문은 2012년도 교육과학기술부의 재원으로 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 성과물의 일부임

이에 따라 2011 개정 교육과정의 배경 및 방향은 다음과 같다(신이섭 외, 2012).

- 수학 교과 내용 양의 20% 경감
- 수학적 과정을 통한 수학적 창의성 강조
- 교육과정 운영의 유연성 확보를 위한 학년군제 반영

먼저, 수학 교과 내용 양의 20% 경감의 배경은 국가교육과학기술자문위원회의 교육과정위원회(2010)의 2009 개정 교육과정 총론에 따른 교과 교육과정의 개정 방향에 대한 논의에서 현행 교육과정 대비 교과 내용의 양은 현행 교육과정보다 20% 정도 감축하여 상정하고 최적(最適)한 학습 내용을 정선(精選)할 것을 강조한 것에 따른 것이다. 이에 따라 교육과정 ‘내용’ 구성 시 내용 양 20% 경감을 가시화하기 위해서 중영역 및 성취기준의 양을 산정하여 그 특성과 사정에 따라 현행 교육과정 ‘내용’ 양의 80%에 맞추는 방식으로 진행되었다.

두 번째, 수학적 과정(mathematical process)을 통한 수학적 창의성의 강조는 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 ‘수학적 과정’ 수행 능력을 의미한다. 요컨대, ‘수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통’을 ‘수학적 과정’ 수행의 주요 요소로 간주하고, 학습 내용 성취기준 및 교수·학습상의 유의점, 교수·학습 방법 등에 최대한 반영하고자 하였다. 그러나 어떤 경우 내용의 특성상 수학적 과정 자체가 성취기준으로 받아드려질 우려가 있는 것들은 그 기술을 제한하거나 생략하였다.

세 번째, 홍후조(2009)는 학년군은 학생의 발달단계와 시기별 교육중점을 강조하기 위해 필요하다 하였다. 이에 중학교 1, 2, 3학년을 묶어 ‘중학교 1~3학년군’이라고 지칭되었고, 편의상

1학년, 2학년, 3학년과는 다른 개념인 ‘중학교 수학 교과서 ①②③’으로 구분 고시되었다. 교육과정 운영의 유연성 확보를 위한 학년군제 반영은 교육과정이 학년군으로 구성되더라도 학년별로 교과서가 어떻게 저술되어야 하는지에 대한 기준이 필요하기 때문에, 학년별로 참고할 내용을 제시하기는 하되 중학교에서 대수와 함수를 밀접하게 관련시켜서 교과서를 구성하거나 기하만을 모아서 구성하는 등의 영역별 구성이나 또는 성취기준 내에서도 교과서별로 특성을 발휘하여 다양한 교과서의 출현이 가능할 수 있는 것이다.

그러나 이러한 배경에 따라 추구된 2011 개정 교육과정이 2007 개정 교육과정과는 달리 교육과정 해설서가 발행되지 않아, 교육과정을 해석하는 데 어려움이 따르는 부분이 있을 수도 있다. 이에 박교식·권석일(2012)은 기하 영역에 대한 해설의 모호함을 제시하고 이에 대한 자세한 해설서가 발행되어야 함을 피력한 바 있다.

본고는 교과서별로 다양한 내용 구성을 추구하기 위하여 교육과정 해설서의 발행 없이 최소한의 성취 기준을 제시한 교육과정에 대한 이해를 증진하기 위하여 다음과 같은 내용을 살펴보고자 한다.

- 중학교 수학 ①의 기하 성취기준 중 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선, 삼각형의 결정조건, 평면도형의 성질, 회전체
- 중학교 수학 ②의 기하 성취기준 중 정당화, 닮음의 중심, 닮음의 위치, 삼각형의 중점 연결 정리
- 중학교 수학 ③의 기하 성취기준 중 피타고라스 정리, 원주각의 성질

이러한 내용의 성취기준에 대한 의도, 내용, 반영 방법 등을 살펴봄으로써 2011 개정 교육과

정의 기하 영역에 대한 전반적인 이해도를 높일 수 있을 것이라 기대한다.

II. 중학교 수학 ①의 성취기준

1. 기본 도형

2011 개정 교육과정의 'Ⅰ 기본 도형'의 성취기준은 2007 개정 교육과정의 내용과 비교해서 크게 달라진 것이 없다. 즉, 2007 개정 교육과정의 Ⅰ의 ①과 ②가 2011 개정 교육과정 Ⅰ의 ①로 통합 되었고, Ⅰ의 ③은 Ⅰ의 ②에 보다 구체적으로 내용을 명시한 것으로 나타난다. 다만 2007 개정 교육과정의 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 가 $AB \perp CD$ 로 바뀌어 제시되었다.

<표 II-1> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교육과정의 수학 ① 기하 영역 'Ⅰ 기본 도형'의 내용

2007 개정 교육과정	2011 개정 교육과정
Ⅰ 기본 도형(1학년)	Ⅰ 기본 도형(1학년)
① 점, 선, 면, 각의 성질을 이해한다.	① 점, 선, 면, 각을 이해하고, 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.
② 점, 직선, 평면의 위치 관계를 이해한다.	② 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다.
③ 평행선의 성질을 이해한다.	
<용어와 기호> ..., \overline{AB} , \overline{AB} , \overline{AB} , $l // m$, $\angle ABC$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\triangle ABC$, ...	<용어와 기호> ..., \overline{AB} , \overline{AB} , \overline{AB} , $l // m$, $\angle ABC$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\triangle ABC$, ...

제5차 교육과정의 <용어와 기호> 이래 2007

개정 교육과정에 이르기까지 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 는 계속 사용되어 왔다. 따라서 교육과정 해설서가 없는 상황에서 이러한 기호의 변화는 오해를 불러일으킬 수도 있을 것이다. 박교식·권석일(2012)은 기본 도형에서의 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 $AB \perp CD$ 로 바꾸어 제시한 것은 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 에 어떤 문제점이 있어서 더 이상 사용하지 않게 된 것 같은 인상을 줄 수 있다고 지적하였다.

2011 개정 교육과정에서 제시한 $AB \perp CD$ 기호는 직교(\perp) 또는 수직(\perp)임을 나타내기 위한 기호이다. 순환소수 표현에 대한 기호인 2.415와 같이, 선분이나 직선이냐가 아니라 수직 기호에 초점을 맞추어 제시한 것이다. 따라서 제시된 기호는 수직 기호를 표시한 하나의 예이기 때문에 그것이 어떤 식으로 교과서에서 표현되는지는 중요하지 않다. 가령, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $l \perp m$ (l, m 은 직선을 나타내는 기호) 등의 어떤 표현이든, 중학교 교과서에서 교육과정에 나오는 직교라는 개념을 다룰 때, '직선들(만)이 수직' 한다는 의미보다는 '수직으로 만난다'라는 개념이 주가 되는 것이니만큼, 수직을 강조하는 기호이면 교과서별로 상황에 맞게 강조하면 된다.

수직이란 개념은 기본적으로 직선, 반직선, 선분에 대해 모두 적용되는 것이다. 수학적인 관점에서, '두 선분이 수직으로 만난다'는 것은 선분이 연장된 직선으로 적용될 수 있기 때문에 문제가 없다. 만약 직선의 수직에서만 이 기호를 사용한다면, 직사각형에서 이웃한 변이 수직하다는 것을 기호로 표시할 수 없을 것이다.

실제로 학교 현장에서는 수직 개념을 설명할 때 주위에서 흔히 구할 수 있는 펜이나 막대기 등을 이용하여 시각적으로 설명하기도 한다. 학

2) 본 연구는 2011 개정 교육과정에 대한 해설에 목적을 두고 있으며, 본 연구의 결과물은 2011 개정 교육과정의 연구 절차인 '연구진의 집중작업 및 전문가 협의회를 통한 연구 내용 검토 및 수정·보완' → '현장 교사의 집중 검토 및 논의' → '수학과 교육과정 시안 공청회 개최' → '외부 전문가 검토 협의회를 통한 연구 내용 최종 검토 및 수정·보완' → '교육과정 심의진 검토 협의회' → '연구진의 최종 검토를 통한 연구 내용 수정·보완'의 절차를 통해 주요 논의에 대한 연구진들의 합의가 이루어진 결과물임.

생들에게는 눈에 보이는 선분의 개념으로 접근하는 것이 수직 개념을 이해하기 수월하며, 수직 개념을 설명하는 장면에서 눈에 보이는 선분을 지칭하면서 직선의 개념을 부가적으로 생각하여야 하는 인지적 부담을 줄일 수도 있을 것이다.

2. 작도와 합동

2011 개정 교육과정의 1학년 기하 영역 ‘㉒ 작도와 합동’의 내용은 <표 II-2>에서 볼 수 있듯이, 2007 개정 교육과정 내용과 비교하여 내용이 축소 변화되었음을 알 수 있다. 여기서는 삼각형의 작도와 관련해서 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선, 합동인 도형의 성질, 삼각형의 결정조건의 성취기준에 관하여 살펴본다.

<표 II-2> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교육과정의 수학 ① 기하 영역 ‘㉒ 작도와 합동’의 내용

2007 개정 교육과정	2011 개정 교육과정
㉒ 작도와 합동 (1학년) ① 간단한 도형을 작도할 수 있다. ② 합동인 도형의 성질을 이해한다. ③ 삼각형의 결정조건과 합동조건을 이해한다.	㉒ 작도와 합동 (1학년) ① 삼각형을 작도할 수 있다. ② 삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.

1) 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선

2011 개정 교육과정에서는 작도 내용에 대한 성취기준을 ‘삼각형을 작도할 수 있다’로 작도에서 다루어야 할 내용 중 최소한만을 언급하고 있다. 또한 교수·학습상의 유의점에 “주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.”, “작도를 이용하여 삼각형의 합동 조건을 이해하게 한다.”라고 명시하고 있다. 2011 개정 교육과정의 배경이 ‘내용 감축’과 ‘학습 내용의 정선(精選)’이기 때문에, 삼각형의 합동조건을 이해하

는데 있어서 결정조건을 사용하지 않더라도 작도와 연관 지어 학습함으로써 내용의 중복을 막고 이를 통해 학습량을 감소시키고자 한 것이다. 또한 2011 개정 교육과정의 배경 중 하나가 ‘교과서의 자율성 보장’이다 따라서 2007 개정 교육과정에서 다루던 선분의 수직이등분선의 작도와 각의 이등분선의 작도는 다음의 예와 같이 교과서마다 다양하게 구성의 특성에 맞게 취급할 수 있다.

- 선분의 수직이등분선의 작도와 각의 이등분선의 작도는 삼각형 작도와 관련이 적고 삼각형의 합동을 이해하는 데 필요하지 않는다고 판단된다면 이를 작도에서 다루지 않을 수도 있다.
- <용어와 기호>에 ‘수직이등분선’이 나와 있기 때문에 이에 대한 개념은 다루어야 한다.
- 수직이등분선의 도입은 선분의 중점을 도입하고 이어 선분의 수직이등분선을 정의하는 것도 가능하고, 직교(수직 기호)를 다룬 후에 수선의 발과 수직이등분선을 다루는 등 교과서별로 적절히 다룰 수 있다.
- 외심과 내심 등을 다룰 때 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선 작도가 필요하다고 판단되면 수학 ①에서 다루지 않더라도, 교과서별로 적절한 위치에서 다룰 수 있다.
- 삼각형의 내심을 정의할 때 종이접기 활동 등을 이용하기 때문에 각의 이등분선 작도를 다루지 않고, 수학 ② 직각삼각형의 합동조건 등에서 각의 이등분선의 성질을 삼각형의 합동을 이용하여 알아보는 정도로 다루는 것이 가능하다.
- 수직이등분선에 대한 성질은 수학 ② ‘수 삼각형과 사각형의 성질’에서 삼각형의 합동을 이용하여 적절히 다룰 수 있다. 반면, 각의 이등분선은 2007 개정 교육과정이나 2011

개정 교육과정에서 모두 <용어와 기호>로 취급된 일이 없어, 교육과정 내에서 반드시 다루어야 할 내용은 아니다. 그러나 삼각형의 내심 등을 설명할 때 필요한 내용이므로 차기 교육과정에 연구에서 이에 대한 명확한 지침이 있다면 보다 분명해질 수 있을 것으로 보인다.

2) 합동인 도형의 성질

2007 개정 교육과정에서 다룬 ‘합동인 도형의 성질을 이해한다.’의 내용은 초등학교에서 이미 ‘합동의 의미를 알고, 합동인 도형을 찾을 수 있다’는 성취기준 하에 다루어지므로 2011 개정 교육과정에서는 합동인 도형의 성질은 취급하지 않는다.

3) 삼각형의 결정조건

2011 개정 교육과정의 <용어와 기호>에서 ‘삼각형의 결정조건’이라는 용어를 제시하지 않고 있다. 이것은 2011 개정 교육과정에서 ‘삼각형의 결정조건’이라는 용어를 사용하지 않고, 합동조건처럼 별개의 내용 성취기준으로 두어 다루지 않는다는 의미이다. 이는 삼각형의 결정조건과 삼각형의 합동 조건의 내용이 결과적으로 같기 때문에 별개로 다루지 않음으로써 학습량을 일부 감소시키고자 하는 의도이다. 단지, 삼각형의 결정조건은 삼각형을 작도하는 것과 관련이 있기 때문에 삼각형을 작도하는 과정에서 자연스럽게 삼각형의 결정조건 개념을 학습할 수 있다. 예를 들어 학생들은 작도 결과를 통해, 삼각형을 작도하기 위해 삼각형의 세 변의 길이와 세 각의 크기를 모두 알 필요는 없고, 특정한 조건이 주어진 삼각형을 작도하면 모양과 크기가 하나인 삼각형을 작도할 수 있음을 알 수 있는 것이다.

다시 말하면, 2011 개정 교육과정 교수·학습상의 유의점에서 “② 주어진 삼각형과 합동인

삼각형을 작도할 수 있게 한다.”의 ‘주어진 삼각형’은 ‘세 변의 길이’, ‘한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기’, ‘두 변의 길이와 그 끼인각의 크기’의 조건을 가지고 삼각형을 작도할 수 있다. 여기서 이러한 특정한 조건이 바로 삼각형의 결정조건이다. 이러한 삼각형의 결정조건에 따른 삼각형의 작도를 통해 교수·학습상의 유의점에서 제시한 “③ 작도를 이용하여 삼각형의 합동 조건을 이해하게 한다.”와 같이 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있기에, 삼각형의 결정조건을 별도로 다루지 않아도 어느 두 삼각형이 합동인지를 판별할 수 있도록 내용을 구성할 수 있다.

3. 평면도형의 성질

2011 개정 교육과정의 ‘③ 평면도형의 성질’의 내용은, <표 II-3>에서 볼 수 있듯이, 2007 개정 교육과정의 ①, ②가 2011 개정 교육과정의 ①로, ③, ④는 ②로 단축되었을 뿐 실제 내용은 달라진 게 없다. 다만, 2007 개정 교육과정의 ⑤, ⑥은 삭제되어 2011 개정 교육과정에서는 다루지 않는다.

<표 II-3> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교육과정의 수학 ① 기하 영역 ‘③ 평면도형의 성질’의 내용

2007 개정 교육과정	2011 개정 교육과정
③ 평면도형의 성질	③ 평면도형의 성질
① 다각형의 성질을 이해한다.	① 다각형의 성질을 이해한다.
② 다각형의 내각과 외각의 크기를 구할 수 있다.	② 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구할 수 있다.
③ 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해한다.	
④ 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구할 수 있다.	
⑤ 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.	
⑥ 두 원의 위치 관계를 이해한다.	

2011 개정 교육과정에서는 2007 개정 교육과정의 ⑤의 내용이 삭제되었으나 접선과 할선은 <용어와 기호>에 제시하고 있다. 따라서 접선의 개념이 필요한 삼각형의 외심과 내심 내용을 다루기 전에 교육과정 용어인 ‘접선, 접점, 접한다’를 함께 정의해 주고 이에 대한 성질인 원의 반지름과 접선이 서로 수직이라는 것까지 다루어 준다면 삼각형의 외심과 내심을 학습하는 데 어려움이 없을 것이다. 예를 들어, “원과 직선이 한 점에서 만나면 그 직선은 원에 접한다고 한다. 이때, 원에 접하는 직선을 원의 접선이라고 하며, 접선이 원과 만나는 점을 접점이라고 한다. 원의 중심과 접점을 이은 선분은 접선에 직교한다.”와 같이 제시할 수 있다. 한편, ‘할선’은 2007 개정 교육과정에서는 할선을 1학년에서 취급했고, 이때 접선과 함께 도입했다. 그러나 2011 개정 교육과정의 <용어와 기호>에 제시되기는 하였으나 1학년의 ‘원과 직선의 위치관계’가 삭제되었기 때문에 할선 역시 1학년에 도입하는 것은 적절치 않고, 접선과 함께 2학년 삼각형의 성질에서 다루거나 3학년 ‘원의 성질’에서 다룰 수 있다.

4. 입체도형의 성질

2011 개정 교육과정의 ‘[4] 입체도형의 성질’의 내용은, <표 II-4>에서 볼 수 있듯이, 2007 개정 교육과정의 내용과 달라진 게 없다. 다만, 2007 개정 교육과정에서는 초등에서 도입되었던 ‘회전체’라는 용어가 2011 개정 교육과정에서는 삭제되었기 때문에, 이는 중학교 교육과정 <용어와 기호>에 제시되어야 한다.

2007 개정 교육과정에서는 초등에서 ‘회전체’ 용어를 다루고 이에 대한 기본적인 개념을 학습하였다. 그러나 2011 개정 교육과정의 초등학교 5~6학년군에서는 회전체의 내용 모두가 삭제되

었다. 이때, ‘모선’은 회전체에서 다루는 개념이 아닌 입체도형에서의 개념으로서 초등에서 다룬다. 따라서 ‘회전체’ 용어는 중학교에서 처음 나오게 되는 용어이니만큼 중학교 교육과정의 <용어와 기호>로서 제시되어야 한다. 이는 차기 교육과정에서 누락됨이 없이 보완되어야 할 사항이다.

<표 II-4> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교육과정의 수학 ① 기하 영역 [4] 입체도형의 성질’의 내용

2007 개정 교육과정	2011 개정 교육과정
[4] 입체도형의 성질(1학년) ① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ③ 입체도형의 겹넓이와 부피를 구할 수 있다.	[4] 입체도형의 성질(1학년) ① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ③ 입체도형의 겹넓이와 부피를 구할 수 있다.

III. 중학교 수학 ②의 성취기준

1. 정당화

2011 개정 교육과정의 ‘수 삼각형과 사각형의 성질’의 내용은, <표 III-1>에서 볼 수 있듯이, 2007 개정 교육과정과 비교해 볼 때 몇 가지 다른 점이 드러난다. 우선 2011 개정 교육과정에서는 2007 개정 교육과정에서의 “① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다.”라는 진술이 삭제되었다. 이는 2011 개정 교육과정에서는 형식적 증명보다는 학생들의 이해 수준에 입각한 ‘정당화’ 수준의 교육을 지향하고자 하는 의도이다. 이에 따라 ‘명제, 가정, 결론, 역, 정의, 정리, 증명, $p \rightarrow q$ 등의 용어와 기호가 삭제되었다. 또한 삼각형과 사각형의 성질을 ‘증명할 수 있다’를 이등변삼각형과 삼각형의 외심과 내심으로 세부 내용을 제시한 후, 이에 대한 성질을 ‘이해하고 설

명할 수 있다’로 바꾸어 제시하고 있다.

<표 III-1> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교육과정의 수학 ② 기하 영역 ‘수 삼각형과 사각형의 성질’의 내용

2007년 개정 교육과정	2011년 개정 교육과정
수 삼각형과 사각형의 성질 ① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다. ② 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형의 성질을 증명할 수 있다.	수 삼각형과 사각형의 성질 ① 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ② 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ③ 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

박교식·권석일(2012)은 우리나라 중학교 기하에서 ‘증명’ 대신 ‘정당화’를 실질적으로 도입한 것은 초유의 일이라 할 수 있는 만큼, 그것의 순탄한 이행을 위해서는 정당화의 의미를 제대로 정립하여야 하며 이에 대한 정립이 여의치 않을 경우 “구체적 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하고, 발견한 것이 옳다는 것을 조리 있게 설명해 보게 한다.”와 “귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 추측한 것이 옳다는 것을 조리 있게 설명해 보게 한다.”와 같이 서술해도 무방하다는 의견을 제시하고 있다.

교육과정에 정당화란 용어는 2011 개정 교육과정에서 처음 도입한 것은 아니며, 2007 개정 교육과정에서도 아래와 같이 ‘정당화’라는 표현을 사용하고 있다. 그러나 2007 개정 교육과정에서 사용한 정당화의 의미는 증명을 완전히 대체하거나 포괄할 수 있는 용어는 아니고 증명을 일부 대체할 수 있는 활동임을 알 수 있다.

사. 수학적 사고와 추론 능력을 발전시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

(1) 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하게 하고, 이를 정당화하거나 증명

해 보게 할 수 있다.(p. 45)

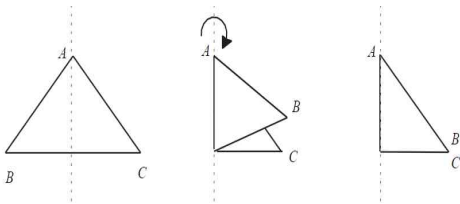
2011 개정 교육과정에서는 증명이란 용어를 삭제한 대신에 이를 완전히 대체할 용어가 필요했는데, 이것이 바로 정당화이다. 그러나 정당화란 용어가 2007 개정 교육과정에서 사용한 것과는 다른 의미이므로, 이를 전면으로 대체할 수는 없고 단계적으로 전환할 필요성이 있었다. 따라서 교육과정 문서 중 교수 학습 방법(p.35)에만 “구체적 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하고 이를 정당화하게 한다.”, “귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 이를 정당화할 수 있게 한다.”와 같이 정당화라는 용어를 도입해서 사용하고, 성취기준에는 정당화를 적절히 대체하여 사용할 수 있는 표현으로서 ‘이해하고 설명할 수 있다’를 사용하였다.

우리나라 중학교 기하 교육의 목표를 분석하면, 내용적으로는 도형의 개념, 성질을 이해하고 활용할 수 있게 한다는 것이고 방법적으로 도형의 개념은 직관적으로 이해하고 도형의 성질은 직관 또는 연역적 추론에 의해 이해하게 한다는 것이다. 따라서 기본적으로 기하 영역의 목표에는 도형의 성질을 습득하는 것과 함께 논리적 사고력의 계발을 중요시하고 있다(한인기, 2005).

수학적 명제가 참임을 밝히는 가장 엄밀하고 형식적인 과정을 증명이라 하지만, 수학적 명제가 참임을 자신 또는 다른 사람을 확신시키는 방식으로 사용되는 용어 중에는 정당화(justification)가 있다(김정하, 2010). 증명을 정의함에 있어서, Balacheff(1991)는 전통적인 수학적 증명만을 고집한 것이 아닌 어떤 것에 대한 추측을 하고 이에 대한 반례를 찾아 반박을 하는 과정을 또 다른 형태의 증명이라 하였다. 이는 증명을 어떠한 한 가지 특수한 표상으로부터 분리되어 내면화된 활동으로서의 예로 보이는 사

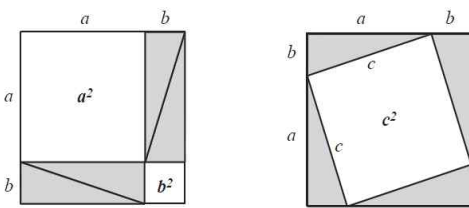
고 실험이라 정의함으로써(Balacheff, 1987), 증명을 경험주의에 입각한 포괄적인 관점으로 바라보았다. Harel & Sowder(1998)는 증명을 외적 스키마와 경험적 스키마에 의존하다 점차 해석적 스키마로 성장한다고 보았다. 따라서 교수학습 측면에서 증명을 학습할 때에는 이러한 측면을 고려하여 지도해야 한다고 주장하였다. Tall(1995) 역시 증명지도를 학생 개인의 인지적 발달 수준에 기인하여 다양한 종류의 증명 방법을 도입해야한다고 주장하였는데, 그는 심지어 전통적인 연역적 증명 외에 다음과 같은 것도 증명의 한 종류로 바라보았다.

- 활동에 의한 직관적 방법

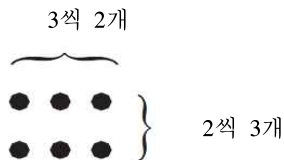


예) 종이접기를 통해 사실을 확인하는 방법

- 시각적인 방법

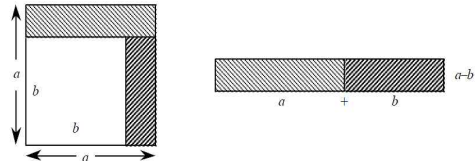


예) 피타고라스 정리가 성립함을 시각적인 자료로 확인하는 방법



예) 3×2 와 2×3 이 같다는 것을 시각적으로

확인하는 방법



예) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 임을 시각적으로 확인하는 방법

- 그 외의 조작적 방법 및 다양한 시각적 확인을 통한 언어적 전이로서의 증명 방법

위와 같이 전통적인 증명 이외에 다양한 방법으로 명제가 참임을 설득시키는 과정을 증명의 한 분야로 포함시키면서(Sowder & Harel, 1998), 증명의 포괄적인 의미로서 사용되고 있는 것이 ‘정당화(justification)’라 할 수 있다(이종희·이지현, 2009).

‘정당화’라는 개념이 도입된 이유는 엄밀한 증명을 포함한 다양한 형태의 증명을 통해 학생들이 보다 쉽게 기하학적 성질을 이해하고 그 논리적 타당성을 습득하게 하는 데 있다(Sowder & Harel, 1998; Tall, 1995; 김정하, 2010; 한인기, 2005; 황선욱 외, 2011; Back et. al., 2009; 조완영, 2000; 이환철·하영화, 2011).

예를 들어, “이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다”란 명제에 대한 설명으로써 실제 이등변 삼각형을 반으로 접어 봄으로써 이러한 명제가 참이라는 것을 경험/직관적으로 이해하고, 그에 대한 이유를 학생 자신이 갖고 있는 지식을 활용하여 모순 없이 설명할 수 있게 하는 것은 정당화 활동 중 하나라 할 수 있다.

2011 개정 교육과정에서의 기하 영역은 학생들이 도형을 탐구하여 도형의 성질을 이해하고 이를 통해 추론 능력과 수학적 의사소통 능력을

신장시키는 것을 목표로 한다. 그러나 기하학적 성질을 이해하고 그 지식을 습득하는 방법을 제시함에 있어서, 형식적이고 엄밀한 증명 대신 학생의 직접적인 활동을 통한 추측활동을 강조하는 것이다. 이러한 관점에서 엄격하고 형식적인 요소들은 약화시키되 어떤 수학적 사실이 옳다는 것을 학생의 수준에 맞게 이미 알고 있는 수학적 사실을 바탕으로 모순 없이 설명하는 활동은 중요하게 다루어 질 수밖에 없다. 이는 증명을 하기 위해 익숙해야 하는 용어와 기호의 사용이나 형식 논리 규칙의 이용에서 생기는 어려움을 줄이고 학생의 기하 지식에 기초한 추론 활동은 강화하고자 하는 것인데, 이러한 활동을 ‘정당화’를 통해 도달하고자 하는 것이다.

이와 같이 기하 교육에서 객관적 사실의 확인 과정인 논리 증명을 정당화 수준으로 확대함으로써, 논리 형식만을 다루는 것이 아니라 학생들의 인지 수준과 흥미를 고려한 추론 기회를 폭넓게 제공하려 하였다. 이러한 활동은 기하에 대한 이해와 반성적 사고뿐만 아니라 의사소통 능력의 향상에도 도움이 될 것으로 기대한다.

2. 도형의 닮음

1) 닮음의 위치와 닮음의 중심

2011 개정 교육과정의 ‘[6] 도형의 닮음’의 내용은, <표 III-2>에서 볼 수 있듯이, 2007 개정 교육과정 내용과 달라진 것이 거의 없다. 다만, 2011 개정 교육과정의 <용어와 기호>에서 ‘닮음의 중심’과 ‘닮음의 위치’를 제시하지 않고 있으며, 이는 2011 개정 교육과정에서는 닮음의 중심과 닮음의 위치라는 용어를 사용하지 않는다는 것을 의미한다.

<표 III-2> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교육과정의 수학 ② 기하 영역 ‘[6] 도형의 닮음’의 내용

2007년 개정 교육과정	2011년 개정 교육과정
[6] 도형의 닮음 ① 도형의 닮음의 뜻을 안다. ② 닮은 도형의 성질을 이해한다. ③ 삼각형의 닮음조건을 이해한다.	[6] 도형의 닮음 ① 도형의 닮음의 뜻을 안다. ② 닮은 도형의 성질을 이해한다. ③ 삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.

‘닮음의 중심’과 ‘닮음의 위치’를 삭제한 이유는 이 내용들이 단발성 주제로 상대적으로 연계성이 부족하므로 학습 내용 감축을 위한 것이다. 학습량 감소를 위해서 어떠한 내용을 줄여야 한다면 닮음의 중심과 닮음의 위치가 그 우선 대상이 될 수밖에 없는 것이다. 닮음의 중심 혹은 위치의 수학적 의미는 닮음인 도형을 생성하거나 일반적인 두 도형의 닮음 여부를 확인하는 방법이라 할 수 있다. 그러나 닮음인 도형을 생성하는 방법이 중학교 교육과정에서 중요하게 다루어지지 않아 왔으며, 두 닮음인 도형은 항상 닮음의 위치에 있는 것이 아니기 때문에 두 도형의 닮음여부를 확인한다는 측면에서도 완전한 학습이라고 할 수 없다³⁾. 게다가 중학교 교육과정에서 삼각형의 닮음을 판단하는 학습은 닮음의 중심/위치를 사용하지 않고도 충분히 이루어질 수 있으며, 삼각형 이외의 도형을 이용하여 닮음을 판단하는 학습은 하지 않는 상황에서 닮음의 위치를 다룰 필요성은 적어진다 할 수 있다.

이러한 논점에 따라 2011 개정 교육과정에서는 ‘닮음의 중심’과 ‘닮음의 위치’ 용어를 사용하지 않을 뿐 아니라 닮음의 중심과 닮음의 위치에 관한 내용 역시 다루지 않는 것으로 하였

3) 수학적으로 완전한 학습이 되기 위해서는 두 도형을 평행이동 시킨 후 확대 또는 축소하여 합동임을 확인하는 작업까지 완성해야 한다.

다. 따라서 2011 개정 교육과정에서는 닳은 도형의 성질을 확인하기 위하여 도형을 확대 또는 축소하는 과정에서 닳음의 중심을 이용하지 않고 다각형을 이용하여 모눈종이에서 도형을 확대 또는 축소하여 길이의 비를 구해보는 활동으로 확인해 볼 수 있다.

2) 삼각형의 중점 연결 정리와 삼각형의 무게 중심

2011 개정 교육과정의 ‘**7** 닳음의 활용’의 내용은 <표 III-3>에 나타나 있듯이 2007 개정 교육과정과 비교해 볼 때 외형적으로는 상당히 다르게 보이나 2007 개정 교육과정에서 다루는 ①과 ②는 2011 개정 교육과정의 ①로, 2007 개정 교육과정에서의 ③은 2011 개정교육과정에서 ②의 내용으로 개편된 것이다. 다만, 달라진 내용은 2007 개정 교육과정의 “② 삼각형의 중점 연결 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.”가 별도의 성취기준에서 삭제되었다는 점이다.

<표 III-3> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교육과정의 수학 ② 기하 영역 ‘**7** 닳음의 활용’의 내용

2007 개정 교육과정	2011 개정 교육과정
7 닳음의 활용 ① 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ② 삼각형의 중점연결정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ③ 닳음비를 이용하여 닳은 도형의 넓이와 부피를 구할 수 있다.	7 닳음의 활용 ① 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다. ② 닳은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

2007 개정 교육과정의 ②에서는 삼각형의 중점연결정리와 그 역, 그리고 삼각형의 무게중심이 다루어졌는데, 이때 무게중심을 설명하기 위해서 삼각형의 중점연결정리를 활용하였다. 그러

나 2011 개정 교육과정에서는 삼각형이 중점연결정리를 별도의 성취기준으로 두고 있지 않다. 삼각형의 중점연결정리는 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비의 성질의 특별한 경우에 불과하기 때문에 교과서에 따라 평행선과 선분 사이의 관계를 다룰 때 필요하다면 취급할 수도 있는 내용이기엔 학습량 감소를 위하여 2011 개정 교육과정에서는 이러한 성취기준을 삭제하였다. 다시 말하면, 2011 개정 교육과정에서도 삼각형의 어느 한 변에 평행한 직선에 대한 성질을 취급하므로, 교과서 내용 구성상 필요하다면 별도의 성취기준으로 두지 않더라도 문제나 예제 등으로 삼각형의 중점 연결 정리의 내용을 다룰 수는 있다.

또한 2007 개정 교육과정에서의 무게중심은 삼각형의 중점연결정리를 활용하여 취급하고 있다. 그러나 2011 개정 교육과정에서는 삼각형의 중점연결정리를 별개의 성취기준에서 삭제하였지만 닳음의 활용의 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 취급하면서 무게 중심을 다룰 수 있다. 또한 2011 개정 교육과정의 <용어와 기호>에 ‘... 내접, 내접원, 중선, 무게중심, 닳음, 닳음비, ...’의 순서로 무게중심 용어를 제시하고 있다. 교육과정의 <용어와 기호> 순서를 반드시 따를 필요는 없지만, 이러한 순서에 따라 내접, 내접원 용어가 나오는 내용인 삼각형의 내심, 외심을 다루고 또 하나의 삼각형의 중심으로서 무게중심을 연속해서 다룰 수도 있을 것이다.

IV. 중학교 수학 ③의 성취기준

1. 피타고라스 정리

2011 개정 교육과정의 3학년 기하 영역 ‘**8** 피타고라스 정리’의 내용은, <표 IV-1>에서 볼 수

있듯이, 2007 개정 교육과정과 비교해 볼 때 변
화된 것이 거의 없다.

<표 IV-1> 2007 개정 교육과정과 2011 개정
교육과정의 수학 ③ 기하 영역 ‘**8** 피타고라
스 정리’의 내용

2007 개정 교육과정	2011 개정 교육과정
8 피타고라스의 정리 ① 피타고라스의 정리를 알고, 이를 증명할 수 있다. ② 피타고라스의 정리를 간단한 도형에 활용할 수 있다.	8 피타고라스 정리 ① 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다. ② 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

2011 개정 교육과정에서 제시한 <용어와 기
호>에는 ‘피타고라스 정리’ 용어가 있다. 2007
개정 교육과정에서는 “**1** 삼각형과 사각형의 성
질 ① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다.”에
서 ‘정리’라는 용어를 다루었지만 이 내용이 모
두 삭제되었다. 그러나 2011 개정 교육과정에서
는 ‘정리’라는 용어의 존재 여부와는 상관없이
‘피타고라스 정리’라는 용어를 사용하기로 하였
다. 왜냐하면 ‘피타고라스 정리’의 ‘정리’를 별도
로 바라보는 것이 아니라 ‘피타고라스 정리’를
하나의 용어로 이해할 수 있기 때문이다. 다시
말하면, “직각삼각형에서 빗변의 길이가 c 이고,
다른 두 변의 길이가 각각 a , b 일 때, $a^2+b^2=c^2$ 이
다.”라는 직각삼각형의 성질을 피타고라스에 의
해 발견 혹은 증명된 정리 중 하나라고 그 의미
를 축소하여 이해하는 것이 아니라 ‘피타고라스
정리’라는 이름으로 고유 명사화하여 이해하는
것이다. 이러한 이유로 2011 개정 교육과정에서
<용어와 기호>에 ‘피타고라스 정리’를 추가하였다.

또한, 2011 개정 교육과정에서는 교수·학습
상의 유의점으로 “① 피타고라스 정리의 역은
직관적으로 이해하게 한다.”를 제시하고 있다.
‘역’이라는 용어가 없음에도 교수학습 상의 유의

점에 이와 같은 사실을 제시한 이유는 교육과정
의 주요 독자인 교사와 교과서 개발자에게 그
표현은 쓰지 않으나 다를 수 있다는 의미를 직
접적으로 제시하기 위함이었다. 차후 ‘역’을 대
체하는 다른 표현을 사용하거나 ‘피타고라스 정
리의 역’이라는 표현을 제시하지 않고 전개하는
방식을 모색하여 제시하는 것이 좋을 것이다.

2. 원주각의 성질

<표 IV-2>에서 보면, 2011 개정 교육과정의
‘**10** 원의 성질’의 2007 개정 교육과정의 내용과
비교해 볼 때 표면적으로는 많은 양의 성취기준
이 감소한 것으로 보인다. 그러나 2011 개정 교
육과정의 ‘**10** 원의 성질’의 ①은 2007 개정 교
육과정 ‘**10** 원과 직선’의 ①과 ②를 합쳐 놓은
것이다. 그런데 2011 개정 교육과정의 ‘**10** 원의
성질’의 ②는 2007 개정 교육과정의 ‘**11** 원주각’
의 ①을 보완함과 동시에 ‘**11** 원주각’의 ①~③의
일부 내용을 합쳐 놓은 것이다.

<표 IV-2> 2007 개정 교육과정과 2011 개정 교
육과정의 수학 ③ 기하 영역 ‘**10** 원의 성질’의 내용

2007 개정 교육과정	2011 개정 교육과정
10 원과 직선 ① 원에서 현에 관한 성질 을 이해한다. ② 원의 접선에 대한 성질 을 이해한다.	10 원의 성질 ① 원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이 해한다. ② 원주각의 성질을 이해하 고, 이를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.
11 원주각 ① 원주각의 성질을 이해 하고, 이를 활용할 수 있다. ② 원에 내접하는 사각형 의 성질을 이해한다. ③ 원과 비례에 관한 성질 을 이해한다.	

2011 개정 교육과정에서는 내용의 20% 축소
를 그 개정 배경으로 두고 있다. 이에 따라 2007

개정 교육과정에서의 Ⅱ 원주각의 “② 원에 내접하는 사각형의 성질을 이해한다.”와 “③ 원과 비례에 관한 성질을 이해한다.”의 성취기준은 삭제되었다. 그러나 내용의 전개 상 전면 삭제는 어렵고 원주각의 성질 내용 및 이후 학습과의 연계를 고려할 때 교과서 별로 이에 대한 내용과 거기에 따른 문제는 다소 감소하더라도 다루어야 할 내용은 여전히 존재함은 분명하다. 따라서 원에 내접하는 사각형의 성질과 원과 비례에 관한 성질을 공식화하지 않고, 이 성질들을 원주각의 활용으로만 간단히 다루도록 하였다. 여기서 ‘간단히 다룬다’는 것은 전면적인 성취 기준으로 두지 않음에 따라 다소 내용을 축소한다는 의미이다. 그렇다고 해서 2007 개정 교육과정에서의 Ⅱ 원주각 ②와 ③ 내용 모두를 삭제하라는 뜻도 아니고, 이에 대한 내용을 모두 예제나 문제로만 다루라는 의미도 아니다. 따라서 교과서별로 내용의 전개상 필요한 내용을 선정하여 구성할 수 있는데, 예를 들어 교육과정 성취기준에 ‘원주각의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다’라고 하였으므로 ‘원주각의 성질’과 ‘원주각의 활용’ 정도로 소단원을 구성하여 나눈 후, ‘원주각의 활용’에 원에 내접하는 사각형의 성질과 원과 비례에 해당되는 내용을 적절히 제시하는 등의 구성을 할 수 있을 것이다.

V. 맺는 말

본 연구는 2011 개정 교육과정 중학교 기하 영역의 성취기준에 대한 해설을 목적으로 하였다. 이는 해설서가 발행되지 않은 상황에서 교육과정의 변화 내용에 대한 해설에 난해함이 있을 수 있으므로 본고를 통해 성취기준의 변화 내용을 그 근거와 더불어 설명하고자 한 것이다. 이

를 위하여 기하 영역 중 변화된 내용을 중학교 수학 ①, ②, ③의 순서로 제시하였다.

먼저, 중학교 수학 ①에서는 ‘ $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ’의 기호가 직선이 아닌 선분 사이의 수직으로 제시되었으나 이것은 선분이 아니라 ‘수직’ 또는 ‘직교’를 강조한 것이므로 내용상의 변화로 인식될 필요는 없다. 작도에서는 ‘삼각형을 작도할 수 있다’로 최소한의 내용만 언급하고 있는데, 이것은 학습량을 감소시키고자 한 것이다. ‘합동인 도형의 성질’은 초등학교에서 다루었으므로 중학교에서는 삭제되었다. 또한 <용어와 기호>에서 ‘삼각형의 결정조건’이 삭제된 것은 합동조건처럼 별개의 내용 성취기준으로 따로 두어 다루지 않는다는 의미이다.

중학교 수학 ②의 내용을 보면, 교육과정에서 사용된 용어는 아니지만 증명을 대체하여 ‘이해하고 설명할 수 있다’라고 표현된 용어가 ‘정당화’이다. 정당화는 엄격하고 형식적인 요소들을 약화시키고 어떤 수학적 사실이 옳다는 것을 학생의 수준에 맞게 이미 알고 있는 수학적 사실을 바탕으로 모순 없이 설명하는 것이다. 그리고 ‘원과 직선의 위치관계’가 삭제되었으나 ‘접선’과 ‘할선’은 <용어와 기호>에 제시되어 있다. 이것은 접선의 개념이 필요한 삼각형의 외심과 내심 내용을 다루기 전에 교육과정 용어인 ‘접선, 접점, 접한다’를 함께 정의해 주고 이에 대한 성질인 원의 반지름과 접선이 서로 수직이라는 것까지 다루어 삼각형의 외심과 내심을 학습하는데 어려움이 없도록 의도된 것이다. 또한 <용어와 기호>에서 ‘닮음의 중심’과 ‘닮음의 위치’는 단발성 주제로 연계성이 부족하여 학습 내용 감축을 위하여 삭제되었다. ‘삼각형의 중점연결정리’는 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비의 성질의 특별한 경우에 불과하기 때문에 학습량 감소를 위하여 성취기준에서 삭제되었다. ‘무계 중심’은 <용어와 기호>에서 ‘중선’ 이후에 등장

하는데, 순서를 반드시 따를 필요는 없지만 삼각형의 내심과 외심을 다룬 후 무게중심을 연속해서 다룰 수도 있는 것이다.

중학교 수학 ③에서는 ‘정리’라는 용어를 별도로 다루지 않으므로 ‘피타고라스의 정리’를 ‘피타고라스 정리’로 변경하여 <용어와 기호>에 추가하였다. 또한 원의 성질에서 ‘원에 내접하는 사각형의 성질’과 ‘원과 비례에 관한 성질’에 대한 성취기준이 삭제되었는데, 내용의 전개상 전면 삭제는 어렵고 ‘원주각의 활용’ 등으로 내용을 축소해서 간단히 다룰 수 있다.

이상과 같이 본 연구에서는 2011 개정 교육과정 기하 성취기준에 대한 변화 내용을 확인하였다. 이러한 결과 및 논의는 교육과정 개정을 둘러싼 구체적이고도 실제적인 맥락을 좀 더 폭넓게, 실증적으로 뒷받침하기 위하여 다음과 같은 필요성에 대한 제안으로 귀결된다고 할 수 있다.

첫째, 박교식·권석일(2012)은 2011 개정 교육과정의 해석에 오해가 생기지 않도록 하기 위해 교육과정에서 모호하거나 미묘한 내용에 대해서는 교육과정을 고시한 교육과학기술부의 공식적인 해설이 필요하다고 하였다. 2011 개정 교육과정에서는 교육과정해설서가 국가정책에 따라 개발되지 않고 연구보고서 형태로 하여 개정의 의도와 내용이 간단히 제시되었다. 그러나 이 연구 보고서에는 자세한 내용을 일일이 다루고 있는 것이 아니어서 개정 교육과정의 의도나 내용을 파악하는 데 다소 어려움이 따를 수 있다. 따라서 향후 교육과정을 개정하고자 할 때에는 교육과정 연구보고서에 개정의 의도와 변화 내용이 명확히 드러날 수 있도록 보다 세밀한 설명을 추가하거나 교육과정 해설서가 함께 발행되어야 할 것이다.

둘째, 교육과정의 중장기 연구가 지속적으로 필요하다. 2011 개정 교육과정은 「창의 중심의 수학과 교육과정 모형 연구」, 「창의 중심의 수

학과 교육과정 개정 시안 연구」의 토대 위에 연구 개발되었기는 하였으나 보다 면밀하고 시의 적절한 국가 수준의 수학과 교육과정의 토대를 만든다는 차원에서 교육과정의 중장기 연구는 지속될 필요가 있다. 이는 교육과정의 의미를 생각했을 때 2011 개정 교육과정에 관한 수학, 수학교육계의 다양한 의견과 연구 결과들이 충분히 수렴되는 것이 바람직하다.

참고문헌

- 교육인적자원부(2007). 교육인적자원부 고시 제 2006-75호 및 제2007-79호에 따른 **중학교 교육과정 해설(III) 수학, 과학, 기술·가정**. 교육인적자원부.
- 국립국어원(2008). **표준국어대사전** (<http://stdweb2.korean.go.kr/>). 국립국어원.
- 김도한 외 10인(2009). **창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- 김정하(2010). **초등학생의 수학적 정당화에 관한 연구**. 이화여자대학교 박사학위논문.
- 박교식 권석일(2012). 2011 중학교 수학과 교육과정의 비판적 고찰: 기하 영역을 중심으로. **수학교육학연구**, 22(2), 261-275
- 신이섭 외 25인(2012). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- 이종희·이지현(2009). 상위권 고등학생들의 수학적 정당화와 반증에 대한 사례연구. **교과교육학연구**, 13(3), 633-652.
- 이환철·하영화(2011). 중학교 수학 교과서 분석을 통한 정당화 유형 제안. **한국학교수학회**, 14(3), 325-337.
- 조완영(2000). **탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 중학교 2학년 학생의 증명활동에 관한 사례연구**. 한국교원대학교 박사학위논문.

- 한인기(2005). 한국과 러시아의 7~8학년 수학교과서 도형 영역에 나타난 직관적 정당화와 엄밀한 증명. **수학교육**. 44(4), pp.535-546.
- 홍후조(2009). 2009 개정 교육과정 총론 시안에서 학년군, 교과군 개념의 교육과정적 의의 분석. **교육과정연구**. 27(4). 47-70.
- 황선욱 외 33인(2011). **창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구**. 서울 : 한국과학창의재단.
- Back R. J., Mannila L., & Wallin S. (2009). *Student Justifications In High School Mathematics*. Proceedings of CERME 6. Lyon France © INRP 2010
- Balacheff, N. (1988). Aspects of Proof in Pupils Practice of School Mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, Teachers, and Children*, (216-235). London: Hodder and Stoughton.
- Balacheff, N. (1991). Treatment of refutations: Aspects of the complexity of a constructivist approach to mathematics learning. In E. von Glasersfeld, (ed.), *Radical constructivism in mathematics education*, (89 - 110). Dordrecht: Kluwer.
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A.H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education*, (234 - 283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Sowder, L. & Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *Mathematics Teacher*, 91, 670-675.
- Tall, D. (1995). *Cognitive developments, representations and proof*. The conference Justifying and Proving in School Mathematics Institute of Education, London, 27-38.

Achievement Standards of Geometry According to the 2011 Revision of the National Mathematics Curriculum

Lee, Hwan Cheal (Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity)

Kim, Sun Hee (Silla University)

Ko, Ho Kyoung (Ajou University)

The 2011 Revision of the National Mathematics Curriculum, amended based on the 2009 Curriculum version, focuses on three important issues: 1) 20% reduction of the previous curriculum contents; 2) improvement of students' creativity through mathematical processes; 3) flexible management of curriculum. Despite the importance in applications, it has not provided a manual for textbook authors and teachers. Consequently, they are likely to encounter difficulties in interpreting goals of learning achievements. This paper identifies the purposes and contents of achievement standards, and discusses how to implement it at school.

* key words : The 2011 Revision of the National Mathematics Curriculum (개정 수학과 교육과정), achievement standards(성취기준), area of geometry(기하 영역)

논문접수 : 2012. 10. 10

논문수정 : 2012. 10. 25

심사완료 : 2012. 11. 13