http://dx.doi.org/10.11627/jkise.2012.35.4.83 pISSN 2005-0461
eISSN 2287-7975

A Generalized Integrated Inventory Model for a Multi-Item and its Raw Materials

Dae-Hong Kim†

Department of Industrial and Management Engineering, Hansung University

공급사슬에서 다완제품-원자재의 통합재고정책에 관한 연구

김 대 홍†

한성대학교 산업경영공학과

In this paper, we consider a single-manufacturer single-buyer supply chain problem where a single manufacturer purchases and processes raw materials into a family of items in order to deliver a family of items to a single buyer at a fixed interval of time for effective implementation of Just-In-Time Purchasing. An integrated multi-item lot-splitting model of facilitating multiple shipments in small lots between buyer and manufacturer is developed in a JIT Purchasing environment. Previous research on the integrated model assumed that the manufacturer orders raw materials m (integer) times for every production run (lot multiplier policy for the raw material). In this paper, we consider a generalized policy in the replenishment of raw materials, allowing lot multiplier policy and lot splitting policy. An iterative solution procedure is developed to find the order interval for finished goods and raw materials, and number of shipments between buyer and manufacturer. We show by numerical example that when the integrated policy is adopted by both buyer and manufacturer in a cooperative manner, both parties can benefit.

Keywords : Supply Chain Management, Multi-Item, Integrated Inventory System

1. 서 론

나날이 글로벌화 되고 급변하는 시장 환경 속에서 경쟁우위를 점하기 위하여 기업들은 이제까지의 부분적이고 한정적인 경영혁신방법과는 다른 차원의 새로운 경영혁신을 추진하고 있다. 기업들은 경쟁력 있는 상품과 서비스를 공급할 수 있는 능력을 갖추고, 가치창출의 원천이 되는 수요를 정확히 예측하여 변화하는 고객의 요구에 신속히 대응할 수 있는 능력을 갖추어야 한다. 또한 선도적인 기업들은 경쟁우위를 확보하기 위하여 자사의 역량을 강화하는 내부적인 노력과 함께 자사와 협력업체를 통합적인 측면에서 관리하는 공급사슬관리(Supply Chain Management : SCM)를 핵심전략으로 도입하고 있다. 공급사슬관리란 기업을 확장된 시각에서 보는 것으로 제품의 생산단계에서부터 소비자에게 최종적으로 판매될 때까지의 공급업체와 고객을 통합적으로 연결시켜 관리하는 것을 의미하며 공급사슬을 연계하는 것이 각각의 개별 기업 단독으로 관리하는 것보다 효율적이라는 것이며 공급사슬관리의 목적은 공급사슬 내에 존재하는 기업을 통합 관리하여 전체의 이윤을 극대화 하는 것으로 볼 수 있다[1, 5, 6].

공급사슬관리(SCM)의 일환으로 제조업에서는 JIT구

Received 15 August 2012; Finally Revised 23 September 2012; Accepted 27 September 2012
† Corresponding Author : dhkim@hansung.ac.kr

매를 도입하는 기업이 늘고 있으며 이는 제조업체(공급업체)와 구매업체 간의 파트너 쉽을 바탕으로 서로 정보를 공유하여 전체의 이익을 도모하기 위한 조직간 혁신 프로그램이다. JIT구매는 제조업자 및 구매업자 간의 긴밀한 협조 아래 상호 이익을 도출할 수 있는 방법의 모색을 주요한 목적으로 하고 있으며 이의 달성을 위하여 JIT구매 관행의 실행 목표는 장기적인 관계의 모색을 통해서 공급업자의 수를 점차 줄여나가는 것이라고 해석할 수 있다. 이와 같은 공급업자와 구매업자 간의 유기적인 관계는 재고수준, 품질, 생산단가, 생산성, 고객의 만족도 등에 매우 긍정적인 영향을 미치는 것으로 평가되고 있다[1, 3, 4, 10].

그러나 과거의 전통적인 구매에서는 구매업자와 공급업자가 서로 적대적인 관계였으며, 한 집단의 이익을 최대화하려는 재고정책이 다른 집단에게는 더 많은 비용이나 손실을 가져다주는 경우가 발생하였다. JIT구매 하에서는 이 두 집단을 하나의 공급사슬로 묶어 구매업자가 발주를 하면 공급업자는 다빈도 소량으로 납품하게 되며 이렇게 되면 두 집단 전체의 이익은 증가하게 된다[1, 24].

본 연구에서는 구매업자와 제품을 공급하는 제조업자(공급업자)를 하나로 묶어 구매업자와 제조업자간의 통합재고정책을 적용할 때와 제조업자 또는 구매업자 주도의 발주정책을 적용할 때를 통합총비용 면에서 비교하려고 한다. JIT구매의 특징으로는 다빈도 소량구매라 할 수 있으며 구매업자가 주문을 하면 공급업자는 구매업자에 다빈도 소량으로 나누어 납품하게 된다.

공급업자와 구매업자 간의 파트너 쉽에 의거한 JIT구매에 관한 연구는 많이 진행되어 왔으나 주로 전략적인 측면이나 정성적 측면에 관한 연구들이 주류를 이루어 왔다[7]. 공급업자와 구매업자 간의 통합재고모형에 관한 과거의 연구들의 특징을 간략히 살펴보기로 하자. Kim과 Chandra[15] 및 Saker and Parija[21]는 단일 완제품을 생산하는데 필요한 다원자재를 외부에 주문하게 되며, 이때에 완제품의 1회 생산량 및 각 원자재의 1회 주문량을 동시에 결정하는 통합재고모형을 제시하였다. Pan과 Liao [19]는 JIT구매 하에서 구매업자의 발주량을 공급업자가 다빈도로 여러 번에 나누어 보내는 경우에 최적발주량을 정하는 연구를 하였으나, 다빈도로 납품하는 경우의 고정운송비를 고려하지 않았다. Ramasesh[20]는 Pan과 Liao [19]의 연구을 확장하여 고정운송비를 고려하였으나 구매업자에게서 발생하는 총비용만을 고려하였고 공급업자에게서 발생하는 비용은 고려하지 못하였다. Goyal[11]은 제품의 수요가 알려져 있고 부재고는 허용되지 않는 상황에서 단일 품목에 대한 구매업자와 공급업자의 총비용을 최소화하는 발주량을 찾을 수 있는 통합재고모형을 제시하였으며, Fazel[9]은 JIT구매와 EOQ구매를 총비용 면에서 비교분석을 하였다.

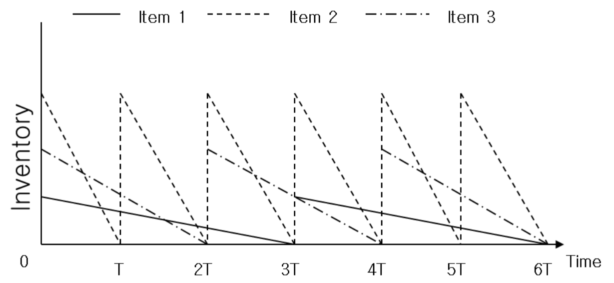
Teng, Cardenas-Berron, Luo[23], Yan, Banerjee, Yang [26], Miller and Kelle[18]은 JIT구매 하에서 구매업자와 공급업자의 단일품목의 통합재고모형을 제시하였다. Kelle and Miller[14] 및 Ha and Kim[12]이 제시한 연구도 JIT구매를 수행하기 위해 구매업자와 공급업자 사이에 단일제품의 통합재고모형에 관한 연구였다. Woo, Hsu, 및 Wu [25]이 제시한 모형은 공급업자가 여러 구매업자들에게 단일 완제품을 생산하여 공급하기 위해 원자재를 구매하는 경우의 통합재고모형을 보여주었지만 JIT구매를 고려하지는 않았다. kim and kim[4]의 연구에서는 앞의 연구들을 확장하여 단일품목이 아닌 다품목으로 확장한 구매업자와 공급업자의 통합재고모형을 제시하였으나 공급업자의 원자재는 고려하지 못하였다.

구매업자와 공급업자의 공급사슬에 관한 선행 연구들에서는 대부분이 단일 품목에 대한 연구였지만[12, 16, 23, 26], 본 연구에서는 이를 다완제품으로 확장하여 구매업자에게 완제품을 공급하기 위하여 제조업자가 다완제품을 생산하기 위한 원자재의 발주정책까지 고려하였다. 또한 원자재에 관한 발주정책을 일반화하여 선행연구에서는 원자재의 발주량이 1회 생산량의 정수배라는 제약 하에서(즉 원자재발주량은 완제품 1회 생산량에 필요한 양보다 같거나 많아야 한다는 가정) 통합재고모형을 수립하였으나[2], 본 연구에서는 이를 일반화하여 원자재 발주량에 관한 의사결정변수가 정수비율(integer-ratio)을 포함한 일반화된 통합재고모형을 수립하였다.

따라서 본 연구에서는 JIT구매 하에서 구매업자에게서 발생하는 완제품의 발주비용 및 재고유지비용, 그리고 구매업자에게 다빈도로 운송하는데 소요되는 운송비용, 제조업자의 완제품 재고유지비용, 제조업자의 완제품 생산을 위한 생산준비비용, 제조업자의 원자재 발주비용 및 원자재 재고유지비용을 모두 고려한 공급사슬 전체의 통합총비용을 나타내는 식을 유도하고 또한 쉽게 이용할 수 있는 발견적 해법(heuristic)을 제시하고자 한다.

2. 분석적 모형

구매업자가 제조업자에게 다품목의 완제품을 발주하는 방법에는 세 가지가 있는데, 첫째 각 품목을 독립적으로 발주하는 경우이다. 이러한 방법은 품목 간에 발주를 통합시키지 않는 경우로 각 품목별 발주시기와 운송시기가 다르므로 구매업자의 발주비용과 운송비용이 과다하게 발생할 수 있다. 둘째 모든 품목을 통합하여 동시에 발주하는 경우이다. 이 방법은 수요가 많은 품목이든 적은 품목이든, 혹은 단위기간 당 재고유지비용이 높은 품



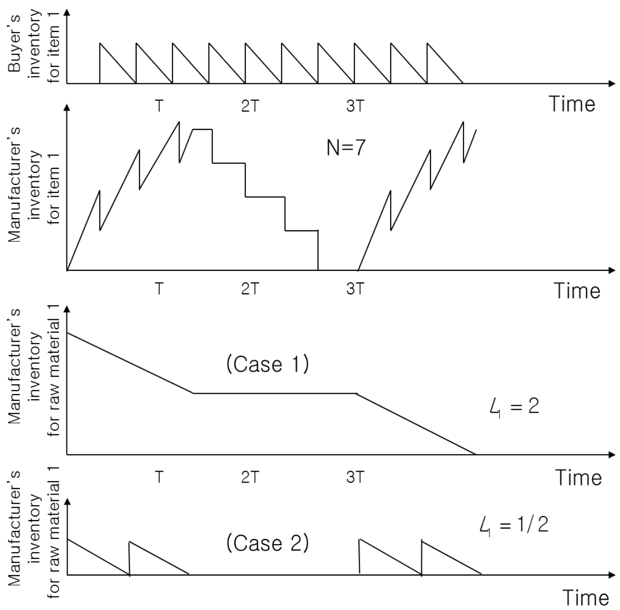
<Figure 1> Inventory-time Plots of the Buyer for $m_1=3$, $m_2=1$, $m_3=2$

목이든 낮은 품목이든 모두 통합을 시키기 때문에 실제로 발주빈도가 낮을 수 있는 품목도 동시에 발주를 하게 되어 개별발주비용이 부과된다. 세 번째로 다품목을 통합 발주하되 매 발주에 모든 품목이 포함되는 것이 아니라 각 품목들의 비용이나 수요를 고려해서 선택적으로 통합 발주하는 경우이다[22].

본 연구는 위에서 제시한 발주방법 중에서 세 번째 발주방법에 관한 연구로 구매업자가 제조업자에게 다품목을 선택적으로 발주하는 경우로 구매업자는 각 완제품을 공통발주주기(T)의 정수배의 시점에 각 완제품을 발주할 수 있다. 제조업자는 구매업자로부터 완제품의 발주를 받으면 완제품에 대한 생산준비를 하여서 완제품을 생산하게 되며 제조업자가 완제품을 생산하기 위하여서는 원자재가 필요하며 원자재는 외부에 발주를 하게 된다. 여기서 구매업자는 각 완제품의 발주를 공통발주주기(T)의 배수(m_i)에만 제조업자에게 발주를 하는 것으로 가정하였으며, 동일한 제조업자에게 다품목을 공동주문하게 되므로 구매업자의 공동발주비용이나 공동운송비용을 줄일 수 있다. 여기서 품목별로 정기발주를 한다는 것은 동시에 모든 품목을 발주한다는 것은 아니며 통합발주가 가능하되 각 품목들의 비용특성을 고려해서 선택적으로 통합발주하는 경우로 발주빈도가 높은 제품은 공통발주주기(T)마다 발주할 수 있지만 발주빈도가 낮은 제품은 두 번, 혹은 세 번의 공통발주주기마다 발주할 수 있다.

<Figure 1>은 공통발주주기가 T이며 품목 1은 $3T$마다 발주하며, 품목 2는 T마다 발주하고 품목 3은 $2T$마다 발주하는 경우의 구매자의 완제품 품목별 재고수준의 변화를 나타낸 그림이다. 제조업자는 구매업자로부터 완제품의 발주가 들어오면 생산준비를 하여 생산을 개시하고 JIT구매라는 조건으로 인하여 1회 생산량(발주량)을 N번에 나누어 목분할로 납품을 하게 되며, 여러 완제품 간에 운송수단을 공유하여 한번 운송하는 데는 공동운송비용(Z)이 발생하게 된다. 제조업자는 완제품생산을 위하여 필요한 원자재는 외부업자에게 발주하여야 하며, 분석의 난이도를 고려하여 원자재는 완제품당 한 가지로 가정하였다. 각 원자재의 발주빈도는 완제품의 발주빈도에 맞추어 발주하게 되며, 원자재의 발주량은 완제품 1회 생산량에 필요한 원자재량의 정수배 또는 정수분의 1배를 주문하는 것을 가정하였다.

아래의 <Figure 2>는 여러 가지 완제품 중에서 구매업자 및 제조업자에서 완제품 1 및 원자재 1의 재고수준의 변화를 나타내는 그림으로 구매업자는 완제품 1을 $3T$마다 한 번씩 제조업자에게 발주하며($m_1=3$), 제조업자는 $3T$마다 생산준비를 하여 완제품을 생산하며 JIT구매조건으로 7번에 나누어 구매업자에게 운송하며(N = 7), 완제품생산에 필요한 원자재는 <Figure 2>의 (경우 1)처럼 완제품 2회 생산하는데 필요한 원자재를 구매하여 재고로 두면서 사용할 수도 있고, 또는 (경우 2)처럼 완제품 생산 1회에 필요한 원자재를 2번에 나누어 자주 발주할 수도 있다.



<Figure 2> Inventory-time Plots for the Buyer and Manufacturer

기호정의

D_i : 완제품 i의 연간 수요율

P_i : 완제품 i의 연간 생산율(P_i > D_i)

A_b : 구매업자의 통합주문의 공동 발주비용

a_i : 구매업자의 완제품 i의 1회 발주비용

A_{si} : 제조업자의 완제품 i의 1회 생산준비비용

A_{ri} : 제조업자의 완제품 i에 필요한 원자재 1회 발주비용

H_{bi} : 구매업자의 완제품 i의 단위당 연간 재고유지비용

H_{si} : 제조업자의 완제품 i의 단위당 연간 재고유지비용
H_{ri} : 제조업자의 완제품 i에 필요한 원자재 단위당 연간 재고유지비용
u_i : 제조업자의 완제품 i의 원자재 사용율
T : 공통발주주기(의사결정변수)
N : 공통발주주기 T기간 동안의 공동운송 횟수(의사결정변수)
Z : 1회 운송당 공동운송비용
m_i : 각 완제품별 공통발주주기의 배수(의사결정변수로 정수값), $\overline{m}=(m_1, m_2, \cdots, m_n)$
L_i : 제조업자의 i번째 완제품의 원자재 1회 발주량을 결정하는 의사결정변수로 완제품 몇 회 또는 몇 분의 1회 생산에 필요한 원자재를 발주해야 하는 지를 결정하며 정수 값 또는 정수 분의 1 값을 가짐(의사결정변수)

기본가정은 전통적 경제적 발주량(EOQ)에 기반을 두고 있다.

1) 완제품의 수요는 일정하고 알려져 있다.
2) 완제품 및 원자재의 조달기간은 일정하고 알려져 있다.
3) 완제품과 원자재의 품절은 허용하지 않는다.
4) 각 완제품 생산에 대해 한 가지의 원자재를 사용한다.

여기서 T는 완제품의 공통 발주주기로 모든 완제품이 공통으로 T주기의 배수마다 완제품 발주가 가능함을 의미한다. 그러나 실제적으로는 품목별 발주주기가 상이할 수 있으므로 각 완제품 품목별 발주주기는 T의 배수인 m_iT가 된다. 구매업자의 연간 총발주비용은 통합주문의 공동발주비용과 개별 완제품 품목별 발주비용의 합이 되어 $[A_b+\sum_{i=1}^{n}(a_i/m_i)]/T$이 되며, 각 완제품은 m_iT마다 생산준비를 하게 되므로 제조업자의 연간 생산준비비용은 $\sum_{i=1}^{n}A_{si}/(m_iT)$이 된다.

구매업자는 T기간마다 N번씩 운송하게 되면 연간 총운송비용은 ZN/T이다. 제조업자는 구매업자로부터 발주를 받으면 1회 생산량(= m_iTD_i)만큼 생산하여 구매업자에게 N번에 나누어 운송하게 되며 제조업자의 완제품재고유지비용은

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}H_{si}m_iTD_i\left(1-\frac{D_i}{P_i}-\frac{1}{N}+\frac{2D_i}{NP_i}\right)$$

이 된다[12, 16].

그리고 각 완제품 생산을 위하여 외부에 발주하여야 하는 원자재는 한 가지로 각 원자재의 발주빈도는 완제품의 발주빈도에 맞추어 발주하게 되며, 원자재의 발주량은 완제품 1회 생산량에 필요한 원자재량의 정수배($L_i=1, 2, \cdots, k_i$, k_i 은 정수) 또는 정수분의 1배($L_j=1, 1/2, \cdots, 1/k_j$, k_j은 정수)를 주문하는 것을 가정하였다. 원자재 관련비용은 (경우 1)과 (경우 2)로 나누어서 분석하였다.

(경우 1) <Figure 2>의 (경우 1)과 같이 $L_i=2(k_i=2$에 해당)라면 완제품 2회 생산량에 필요한 원자재를 1회에 주문하는 경우이다. 일반적으로 $L_i=\{1, 2, \cdots, k_i\}$ 이라면 이때에 제조업자에게서 발생하는 연간 원자재의 발주비용 및 재고유지비용의 합은 아래와 같다[25].

$$\frac{A_{ri}}{k_im_iT}+H_{ri}\left\{\frac{u_im_iTD_i^2}{2P_i}+\frac{(k_i-1)u_im_iTD_i}{2}\right\}$$

(경우 2) <Figure 2>의 (경우 2)와 같이 L_j = 1/2(k_j = 2에 해당)라면 완제품 1회 생산량에 필요한 원자재를 반만 주문하는 경우이다. 일반적으로 L_j = {1, 1/2, 1/3, $\cdots$, $1/k_j$}이라면 이때에 제조업자에게서 발생하는 연간 원자재의 발주비용 및 재고유지비용의 합은 아래와 같다[8, 17].

$$\frac{A_{rj}k_j}{m_jT}+\frac{H_{rj}u_jm_jT}{2k_j}\frac{D_j^2}{P_j}$$

제조업자에게서 발생하는 총원자재발주비용 및 재고유지비용은 (경우 1)과 (경우 2)에 해당되는 모든 원자재의 관련비용을 합한 것이며 (경우 1)에 속하는 원자재는 $i\in LM$(Lot Multiplier)로 표기하고, (경우 2)에 속하는 원자재는 $j\in LSP$(Lot Splitting)로 표시하기로 하면, 원자재 관련 총비용은

$$\sum_{i\in LM}\left[\frac{A_{ri}}{k_im_iT}+H_{ri}\left\{\frac{u_im_iTD_i^2}{2P_i}+\frac{(k_i-1)u_im_iTD_i}{2}\right\}\right]+$$
$$\sum_{j\in LSP}\left\{\frac{A_{rj}k_j}{m_jT}+\frac{H_{rj}u_jm_jT}{2k_j}\frac{D_j^2}{P_j}\right\}$$

수식을 간략화하기 위하여 기호 $\overline{m}$과 $\overline{k}$는 $\overline{m}=(m_1, m_2, \cdots, m_n)$과 $\overline{k}=(k_1, k_2, \cdots, k_n)$ 이라 두기로 하자. 통합총비용은 구매업자의 총비용과 제조업자의 총비용의 합이며, 이를 정리하면

$$JTC(T, \overline{m}, \overline{k}, N)$$
$$= \frac{A_b + \sum_{i=1}^{n} a_i/m_i}{T} + \frac{\sum_{i=1}^{n} H_{bi} m_i TD_i}{2N} + \frac{ZN}{T} + \frac{\sum_{i=1}^{n} A_{si}/m_i}{T}$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} H_{si} m_i TD_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i}\right)$$
$$+ \sum_{i \in LM} [\frac{A_{ri}}{k_i m_i T} + H_{ri}\left\{\frac{u_i m_i TD_i^2}{2P_i} + \frac{(k_i - 1) u_i m_i TD_i}{2}\right\}]$$
$$+ \sum_{j \in LSP}\left\{\frac{A_{rj} k_j}{m_j T} + \frac{H_{rj} u_j m_j T}{2k_j}\frac{D_j^2}{P_j}\right\} \quad (1)$$

식 (1)을 최소화하는 $\overline{k}$을 찾는 것은 비선형 정수계획법문제로 최적해를 찾기가 매우 어려운 문제이다. 따라서 복잡한 수학적 모형을 갖는 선행연구들[8, 22]에서처럼 실용적으로 해를 찾는 발견적 해법(heuristic)에 초점을 맞추었다.

원자재 발주량이 완제품 1회 생산량에 필요한 원자재의 정수배를 주문하는 경우(경우 1)와 정수분의 1배 주문하는 경우(경우 2)의 두 가지로 나누어서 분석하였다.

(경우 1) 주어진 T, N, 및 $\overline{m}$에 대하여 통합총비용을 최소화하는 $k_i (i \in LM)$를 찾는 것은 매우 어려운 문제로 본 연구에서는 발견적 해법으로 해를 찾기 위하여 선행연구들과 동일한 방법으로[8, 22] $k_i (i \in LM)$가 정수라는 조건을 무시하고 통합총비용을 k_i에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$-\frac{A_{ri}}{k_i^2 m_i T} + H_{ri}\frac{u_i m_i TD_i}{2} = 0$$

위의 식을 k_i에 대하여 정리하면

$$k_i = \frac{1}{m_i T}\sqrt{\frac{2A_{ri}}{H_{ri} u_i D_i}} \; (i \in LM) \quad (2)$$

(경우 2) (경우 1)과 동일하게 $k_j (j \in LSP)$가 정수라는 조건을 무시하여 통합총비용을 k_j에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$\frac{A_{rj}}{m_j T} - \frac{H_{rj} u_j m_j T}{2k_j^2}\frac{D_j^2}{P_j} = 0$$

위의 식을 k_j에 대하여 정리하면

$$k_j = m_j TD_j \sqrt{\frac{H_{rj} u_j}{2A_{rj} P_j}} \; (j \in LSP) \quad (3)$$

(경우 1)과 (경우 2)로 나누어서 분석한 의사결정변수(k_i)의 해의 특성에 대하여 파악하여 보기로 하자. 원자재 발주관련 의사결정변수(L_i)가 정수인지 또는 정수 분의 1인 경우냐에 따라서 (경우 1)과 (경우 2)로 나누어 분석하였다. 특정 i번째 원자재의 의사결정변수가 (경우 1) 또는 (경우 2)중 어디에 해당되는 것인 가를 파악하기 위하여 (경우 1)의 k_i값인 식 (2)과 (경우 2)의 k_i값인 식 (3)의 값을 계산 후에 두 식의 곱을 계산하면

$$\frac{1}{m_i T}\sqrt{\frac{2A_{ri}}{H_{ri} u_i D_i}}\, m_i TD_i \sqrt{\frac{H_{ri} u_i}{2A_{ri} P_i}} = \sqrt{\frac{D_i}{P_i}} < 1$$

이다. 두 식의 곱이 1미만이라는 것의 의미는 (경우 1) 또는 (경우 2)중 최소한 하나의 (반올림 전의) k_i값은 1 미만의 값이어야 한다는 것이다. 실제로는 k_i값이 1보다는 같거나 큰 정수라는 제약을 고려하면 최소한 하나의 k_i 값은 1이 됨을 의미한다. 동일한 의미로 (경우 1)과 (경우 2)에 해당되는 k_i값을 계산하면, 두 경우 모두가 1보다 클 수는 없다는 것이며, (경우 1), (경우 2) 모두 k_i가 1인 경우는 포함하고 있으므로, 각 원자재별로 (경우 1)과 (경우 2) 둘 중에 하나의 경우만 검토하면 된다는 의미이다. 따라서 각 원자재별로 (경우 1)인 식 (2)와 (경우 2)인 식 (3)을 계산하여, 식 (2) ≥ 식 (3)이면 k_i값은 (경우 1)에 해당되는 것으로 판정하고, 그렇지 않으면 (경우 2)에 해당되는 것으로 판정하기로 한다. (경우 1)과 (경우 2)에 대한 판정을 한 후 $\overline{k}$값은 반올림하여 계산한다.

식 (2)와 (3)를 식 (1)에 대입하여 정리하면 통합총비용은 아래와 같이 정리된다.

$$JTC(T, \overline{m}, N)$$
$$= \frac{A_b + \sum_{i=1}^{n} a_i/m_i}{T} + \frac{\sum_{i=1}^{n} H_{bi} m_i TD_i}{2N} + \frac{ZN}{T} + \frac{\sum_{i=1}^{n} A_{si}/m_i}{T}$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} H_{si} m_i TD_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i}\right)$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_{i \in LM} H_{ri} u_{ri} m_i TD_i (D_i/P_i - 1)$$
$$+ \sum_{i \in LM}\sqrt{2A_{ri} u_i D_i H_{ri}} + \sum_{i \in LSP} D_j \sqrt{2H_{rj} u_j A_{rj}/P_j} \quad (4)$$

위의 통합총비용을 최소화하는 T의 최적값을 구하기 위해 T에 대하여 편미분하여 0으로 두면 아래와 같은 식으로 정리된다.

$$\frac{\partial JTC(T,\overline{m},N)}{\partial T}$$
$$= -\frac{(A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i})}{T^2}$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i\left\{\frac{H_{bi}D_i}{N} + H_{si}D_i\left(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i}\right)\right\}$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i\in LM} H_{ri}u_i m_i D_i(D_i/P_i - 1)$$

위의 식을 T에 관해 정리하면 다음과 같다.

$$T^* = \sqrt{\frac{2(A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i})}{\sum_{i=1}^{n} m_i\left\{\frac{H_{bi}D_i}{N} + H_{si}D_i(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i})\right\} + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri}u_i D_i(D_i/P_i - 1)}}$$

위의 식을 간소화하기 위해

$$I_i = \left\{\frac{H_{bi}D_i}{N} + H_{si}D_i(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i})\right\}$$

로 두면

$$T^* = \sqrt{\frac{2(A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i})}{\sum_{i=1}^{n} m_i I_i + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri}u_i D_i(D_i/P_i - 1)}} \tag{5}$$

식 (5)을 식 (4)에 대입하여 정리하면 통합총비용은 아래와 같이 정리된다.

$$JTC(m, N) =$$
$$\sqrt{2\left(A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i}\right)\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i I_i + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri}u_i(D_i/P_i - 1)\right\}}$$
$$\sum_{i\in LM}\sqrt{2A_{ri}H_{ri}u_iD_i} + \sum_{j\in LSP} D_j\sqrt{2H_{rj}u_jA_{rj}/P_j} \tag{6}$$

위의 식에서 $\sum_{i\in LM}\sqrt{2A_{ri}H_{ri}u_iD_i}$ 와 $\sum_{j\in LSP} D_j\sqrt{2H_{rj}u_jA_{rj}/P_j}$ 은 상수이므로 통합총비용인 식 (6)를 최소화 하는 $\overline{m}$과 N을 구하는 것은 다음 수식을 최소화 하는 $\overline{m}$과 N을 구하는 것과 동일하다.

$$F(\overline{m}, N) = \left(A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i}\right)$$
$$\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i I_i + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri}u_i D_i(D_i/P_i - 1)\right\} \tag{7}$$

식 (7)를 최소화하는 $\overline{m}$과 N을 찾는 것은 의사결정변수가 n+1개인 비선형 정수계획법문제로 최적해를 찾기가 매우 어려운 문제이다. 따라서 실용적으로 쉽게 해를 찾는 발견적 해법(heuristic)으로 해를 찾는데 초점을 맞추었다. $\overline{m}$를 구하기 위하여 다음과 같이 두 가지 경우로 나누어 분석한다.

(경우 1) 식 (7)을 최소화하는 $m_i(i\in LM)$를 찾는 것은 매우 어려운 문제로 본 연구에서는 발견적 해법으로 해를 찾기 위하여 선행연구들과 동일한 방법으로 [8, 22] $m_i(i\in LM)$가 정수라는 조건을 무시하여 식 (7)을 m_i에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$\frac{\partial F(\overline{m}, N)}{\partial m_i} =$$
$$-\frac{a_i + A_{si}}{m_i^2}\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i I_i + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri}u_i D_i(D_i/P_i - 1)\right\}$$
$$+\left(A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i}\right)\{I_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)\} = 0$$

또는

$$m_i^2 = \frac{(a_i + A_{si})}{I_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)}$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i I_i + \sum_{i=1} m_i H_{ri}u_i D_i(D_i/P_i - 1)}{A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i}}$$

로 정리가 가능하다.

$$[C(N)]^2 =$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i I_i + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri}u_i D_i(D_i/P_i - 1)}{A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i}} \tag{8}$$

으로 두면

$$m_i = \sqrt{\frac{(a_i + A_{si})}{I_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)}} \cdot [C(N)]\,(i\in LM) \tag{9}$$

(경우 2) (경우 1)과 동일하게 $m_j(j\in LSP)$가 정수라는 조건을 무시하여 식 (7)을 m_j에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$\frac{\partial F(\overline{m}, N)}{\partial m_j} =$$
$$-\frac{a_j + A_{sj}}{m_j^2}\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i I_i + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri}u_i D_i(D_i/P_i - 1)\right\}$$
$$+\left(A_b + ZN + \sum_{i=1}^{n}\frac{a_i + A_{si}}{m_i}\right) I_j = 0$$

위의 식을 m_j에 대하여 정리하면

$$m_j = \sqrt{\frac{(a_j + A_{sj})}{I_j}} \cdot [C(N)]\,(j \in LSP) \tag{10}$$

$m_i(i \in LM)$을 계산하는 식 (9)와 $m_j(j \in LSP)$을 계산하는 식 (10) 중에서 최소한 하나는 1의 값을 가진다는 성질을 이용하기로 하자. (경우 1)과 (경우 2)의 m_i와 m_j를 구하는 공식을 관찰하면 $i \in LM$에 해당하는 품목의 상수값

$$\frac{(a_i + A_{si})}{I_i + H_{ri}u_i D_i (D_i/P_i - 1)} \tag{11}$$

와 $j \in LSP$에 해당하는 품목의 상수값

$$\frac{a_j + A_{sj}}{I_j} \tag{12}$$

을 계산하여 가장 작은 값을 가지는 $m_i(i \in LM)$또는 $m_j(j \in LSP)$이 1을 가진다는 성질을 이용하기로 하자.

첫 번째로 (경우 1)의 상수값인 식 (11)에서 최소값이 나온다고 가정하기로 하자(즉, $i \in LM$에서 최소인 경우). 여기서 $LM_1 = \{ i | i \neq 1, i \in LM \}$ 으로 두자.

만약 완제품 번호 1번이 $(a_i + A_{si})/\{I_i + H_{ri}u_i D_i (D_i/P_i - 1)\}$의 계산결과 값이 가장 작도록 순서가 정해졌다면 $m_1 = 1$이다. 이를 이용하면 다음의 등식이 성립한다.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} m_i I_i &= I_1 + \sum_{i \in LM_1} m_i I_i + \sum_{j \in LSP} m_j I_j \\ &= I_1 + C(N) \sum_{i \in LM_1} \sqrt{\frac{a_i + A_{si}}{I_i + H_{ri}u_i D_i (D_i/P_i - 1)}}\, I_i \\ &\quad + C(N) \cdot \sum_{j \in LSP} \sqrt{(a_j + A_{sj}) I_j}\end{aligned} \tag{13}$$

마찬가지로,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i + A_{si}}{m_i} = (a_1 + A_{s1}) + \sum_{i \in LM_1} \frac{a_i + A_{si}}{m_i} + \sum_{j \in LSP} \frac{a_j + A_{sj}}{m_j}$$

식 (9)과 식 (10)을 위의 식에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i + A_{si}}{m_i} &= (a_1 + A_{s1}) + \frac{1}{C(N)} \\ &\quad \cdot \sum_{i \in LM_1} \sqrt{(a_i + A_{si})\{ I_i + H_{ri}u_i D_i (D_i/P_i - 1)\}} \\ &\quad + \frac{1}{C(N)} \cdot \sum_{j \in LSP} \sqrt{(a_j + A_{sj}) I_j}\end{aligned} \tag{14}$$

식 (13)과 식 (14)를 식 (8)에 대입하여 $C(N)$에 대하여 정리하면

$$C(N) = \sqrt{\frac{I_1 + H_{r1}u_1 D_1 (D_1/P_1 - 1)}{A_b + ZN + (a_1 + A_{s1})}} \tag{15}$$

을 얻게 된다.

두 번째로 (경우 2)에 해당하는 상수값인 식 (12)에서 최소값이 나온다고 가정하기로 하자(즉, $j \in LSP$에서 최소인 경우). 여기서 $LSP_1 = \{ j | j \neq 1, j \in LSP \}$ 으로 두자.

만약 완제품 번호 1번이 $(a_j + A_{si})/I_j$의 계산결과 값이 가장 작도록 순서가 정해졌다면 $m_1 = 1$이다.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} m_i I_i &= I_1 + \sum_{i \in LM} m_i I_i + \sum_{j \in LSP_1} m_j I_j \\ &= I_1 + C(N) \sum_{i \in LM} \sqrt{\frac{a_i + A_{si}}{I_i + H_{ri}u_i D_i (D_i/P_i - 1)}}\, I_i \\ &\quad + C(N) \cdot \sum_{j \in LSP_1} \sqrt{(a_j + A_{sj}) I_j}\end{aligned} \tag{16}$$

이 된다. 마찬가지로,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i + A_{si}}{m_i} = (a_1 + A_{s1}) + \sum_{i \in LM} \frac{a_i + A_{si}}{m_i} + \sum_{j \in LSP_1} \frac{a_j + A_{sj}}{m_j}$$

식 (9)와 식 (10)을 위의 식에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i + A_{si}}{m_i} &= (a_1 + A_{s1}) \\ &\quad + \frac{1}{C(N)} \cdot \sum_{i \in LM} \sqrt{(a_i + A_{si})\{ I_i + H_{ri}u_i D_i (D_i/P_i - 1)\}} \\ &\quad + \frac{1}{C(N)} \cdot \sum_{j \in LSP_1} \sqrt{(a_j + A_j)\, I_j}\end{aligned} \tag{17}$$

식 (16)과 식 (17)를 식 (8)에 대입하여 $C(N)$에 대하여 정리하면

$$C(N) = \sqrt{\frac{I_1}{A_b + ZN + (a_1 + A_{s1})}} \tag{18}$$

을 얻게 된다.

앞의 결과를 정리하면

식 (11)의 최소값 < 식 (12)의 최소값

이면 $C(N)$은 식 (15)로 계산하고 만약 그렇지 않으면 식 (18)으로 계산한다.

m_i는 1보다 같거나 큰 정수 값을 가져야 하므로, 식 (9)과 식 (10)으로 m_i를 계산하여 1보다 작은 경우는 1이라고 두고, 1보다 큰 경우는 반올림을 하여 정수값을 취한다.

3. 반복적 해법

JIT구매 하에서 통합총비용을 최소화 하는 T, $\overline{m}$, $\overline{k}$, N을 찾는 것은 비선형 정수계획법 문제로 최적해를 구하는 것은 매우 어렵다. 따라서 본 논문에서는 실용적으로 해를 찾는 발견적 해법(Heuristic method)에 초점을 맞추었으며 아래의 반복적 해법을 이용하여 해를 구할 수 있으며, 해의 계산은 엑셀과 같은 스프레드쉬트에서 가능하다.

(단계 1) 운송횟수의 초기치로 $N=1$, $\overline{m}$, $\overline{k}$의 초기치로 $\overline{m}=1$, $\overline{k}=1$로 둔다.

(단계 2) 식 (5)를 이용하여 T값을 계산한다.

(단계 3) 주어진 T와 $\overline{m}$값을 이용하여 원자재관련 의사결정변수인 $\overline{k}$값을 계산하기 위하여 원자재별로 (경우 1)과 관련된 식 (2)와 (경우 2)와 관련된 식 (3)를 이용하여 $k_i(i=1, 2, \cdots, n)$ 값을 계산한 후 식 (2) ≥ 식 (3)이면 k_i값은 (경우 1)에 해당되는 것으로 판정하고, 그렇지 않으면 (경우 2)에 해당되는 것으로 판정한다. 모든 원자재에 대하여 이 과정을 반복한 후 반올림하여 $\overline{k}$값을 계산한다.

(단계 4) 완제품의 발주관련 의사결정변수인 $\overline{m}$을 구하기 위하여 모든 품목에 대하여 식 (11)과 식 (12)를 계산하여 식 (11)의 최소값 < 식 (12)의 최소값이면 $C(N)$은 식 (15)로 계산하고 만약 그렇지 않으면 식 (18)로 계산한다. (경우 1)과 (경우 2)에 해당하는 식 (11)과 식 (12)를 계산하여 가장 작은 값을 가지는 완제품을 $m_1=1$로 한다.
$m_i(i=1, 2, \cdots, n)$는 1보다 같거나 큰 정수 값을 가져야 하므로, 식 (9)와 식 (10)으로 m_i를 계산하여 1보다 작은 경우는 1이라고 두고, 1보다 큰 경우는 반올림을 하여 정수값을 취한다.

(단계 5) 식 (1)을 이용하여 통합총비용인 $JTC(T, \overline{m}, \overline{k}, N)$를 계산한다. l번째 반복에서의 T값을 T_l이라 하면 T가 수렴할 때까지($|T_l - T_{l+1}| \le \epsilon$) (단계 2)-(단계 5)를 반복한다.

(단계 6) 통합총비용이 더 이상 감소하지 않을 때까지 $N=N+1$로 하여 앞의 과정을 반복한다.

4. 수치 예

앞 장에서 유도된 통합재고모형의 유용성을 보이기 위하여 아래의 예제의 수치를 사용해 보도록 하겠다.

공동발주비용 A_b = \$40
운송건당 공동운송비용 Z = \$500

그리고 제조업자는 4가지 완제품을 생산하며 관련된 각 품목별 자료는 아래의 <Table 1>과 같다.

<Table 1>의 자료를 이용하여 앞 장에서 제시된 반복적 해법에 의해 해를 구한 결과가 <Table 2>에 나타나 있다. <Table 2>는 N값에 따른 통합총비용과 공통발주주기 등 의사결정 변수값들을 나타내어준다.

<Table 1> Numerical Example for the Integrated Inventory Model

Data	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4
D_i : Annual demand rate	10000	5000	8000	3000
P_i : Annual production rate	50000	20000	32000	12000
a_i : Ordering cost for the buyer($)	50	20	100	500
A_{si} : Setup cost for the manufacturer($)	100	600	600	3000
A_{ri} : Ordering cost of raw material($)	100	200	80	60
H_{bi} : Buyer's holding cost per unit for the item i	40	50	20	20
H_{si} : Manufacturer's holding cost per unit for the item	10	5	10	15
H_{ri} : Manufacturer's holding cost for raw material	1.2	0.5	30	40
u_i : Usage rate of raw material for the item i	1	1	1	1

<Table 2> Calculation Results for Different Value of N

N	k_1	k_2	k_3	k_4	m_1	m_2	m_3	m_4	T	JTC
1	2(1)	7(1)	2(2)	5(2)	1	1	2	5	0.0585	$111924.7
2	1(1)	4(1)	2(2)	6(2)	1	1	1	4	0.0979	94668.4
3	1(1)	3(1)	2(2)	6(2)	1	1	1	3	0.1269	88894.5
4	1(1)	2(1)	3(2)	5(2)	1	1	1	2	0.1606	87934.9
5	1(1)	2(1)	3(2)	6(2)	1	1	1	2	0.1766	86538.9
6	1(1)	2(1)	4(2)	6(2)	1	1	1	2	0.1909	85724.0
7	1(1)	2(1)	4(2)	6(2)	1	1	1	2	0.2039	85687.0
8	1(1)	2(1)	4(2)	7(2)	1	1	1	2	0.2160	86017.4

반복적 해법에서 운송횟수의 초기치로 $N=1$, $\overline{m}$, $\overline{k}$의 초기치로 $\overline{m}=1$, $\overline{k}=1$로 둔다. 이 때의 공통발주주기 T값을 구한 후 $\overline{m}$, $\overline{k}$ 값을 계산한다. $N=1$인 경우에 품목 1과 2의 경우 식 (2)와 식 (3)을 계산하면 식 (2) $\geq$ 식 (3)으로 판정되며 따라서 품목 1과 품목 2는 (경우 1)에 해당하며 ($1, 2 \in LM$ 즉 Lot Multiplier), 품목 3과 품목 4의 경우 식 (2)와 식 (3)을 계산하면 식 (2) $\leq$ 식 (3)으로 판정되며 품목 3과 품목 4는 (경우 2)에 해당된다. ($3, 4 \in LSP$ 즉 Lot Splitting) 식 (11)과 식 (12)를 이용하여 판정하면 완제품 1의 m_1은 1이며, 나머지 품목에 대하여 m_i를 각각 계산한다. 그리고 m_i값을 이용하여 공통발주주기 T값을 구한다. 운송회수인 $N=1$부터 시작하여 N을 1씩 증가시키며 반복적 해법으로 계산한 결과 최종해는 공동운송횟수(N)은 7회로 나타났고 공통발주주기(T) = 0.2039이며 각 완제품 품목별 공통발주주기의 배수(m_i)는 $m_1=1$, $m_2=1$, $m_3=1$, $m_4=2$로 계산되었으며 원자재 1회 발주량을 결정하는 제조업자 의사결정변수로 정수값을 가지는 제조업자의 완제품 발주량의 배수(k_i)로는 $k_1=1$ (경우 1에 해당), $k_2=2$(경우 1에 해당), $k_3=4$(경우 2에 해당), $k_4=6$(경우 2에 해당)로 도출되었다. 그리고 이 때의 통합총비용은 $85687.0로 계산되었다.

5. 통합재고모형의 타당성 검토

앞 장에서는 구매업자와 제조업자 간의 통합재고모형인 다품목 통합발주정책에 대하여 알아보았다. 이 장에서는 구매업자와 제조업자가 통합재고모형을 이용하지 않고 구매업자와 제조업자가 자신이 유리한 입장에서 발주를 했을 때의 통합총비용을 도출하고 앞 장에서와 같이 통합재고모형의 통합총비용과 비교하여 과연 어떤 정책이 보다 효과적인지 알아보도록 하겠다.

5.1 구매업자가 발주정책의 주도권을 가지는 경우

구매업자 입장에서 구매업자총비용을 최소화하는 공통발주주기(T), 완제품 품목별 공통발주주기의 배수(m_i) 및 운송횟수(N)를 구하고 이 때의 구매업자 총비용과 통합총비용을 계산하여 보도록 하겠다. 구매업자의 총비용은 구매업자의 발주비용, 재고유지비용 및 운송비용으로 구성되어 있으며 아래와 같다.

$$TC_b'(T,\overline{m},N)=\frac{A_b+\Sigma_{i=1}^{n}\frac{a_i}{m_i}}{T}+\frac{\Sigma_{i=1}^{n}H_{bi}m_iTD_i}{2N}+\frac{ZN}{T} \quad (19)$$

구매업자의 총비용을 최소화하기 위하여 T에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$T^*=\sqrt{\frac{2N(A_b+\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i}{m_i}+ZN)}{\sum_{i=1}^{n}H_{bi}m_iD_i}} \quad (20)$$

식 (20)을 식 (19)에 대입하여 정리하면

$$TC_b(\overline{m},N)=\sqrt{2\sum_{i=1}^{n}H_{bi}m_iD_i\left(\frac{A_b+\sum_{i=1}^{n}a_i/m_i}{N}+Z\right)} \quad (21)$$

식 (21)에서 $2\sum_{i=1}^{n}H_{bi}m_iD_i$, $A_b+\sum_{i=1}^{n}a_i/m_i$ 및 Z가 양수임을 고려하면 구매업자의 총비용인 식 (21)을 최소화하는 N은 $N\rightarrow\infty$(따라서 식 (20)에서 $T\rightarrow\infty$)이고 m_i는 $m_i=1(i=1,2,\ldots,n)$일 때이다. 이때의 구매업자 최소총비용은 $\sqrt{2Z\sum_{i=1}^{n}H_{bi}D_i}$ 이다.

제조업자는 주어진 $T, N, \overline{m}$ 하에서 제조업자의 총비용을 최소화하여야 한다. 식 (19)을 관찰하면 구매업자의 입장에서는 T를 무한히 늘릴수록 구매업자의 발주빈도가 감소하고(이에 비례하여 N값도 늘림) 이에 따라 구매업

자의 공동발주비용 및 개별발주비용이 감소하여 유리하나($T\to\infty$), 이때의 제조업자의 총비용은 무한히 증가하며 전체 통합총비용도 무한히 증가한다. T와 N을 무한히 증가시키는 것은 제조업자가 수용하기 어려운 이론적인 해이며, 구매업자에게 주는 의미는 가능한 공동발주간격(T)을 크게 하는 것이 구매업자에 유리함을 의미한다.

앞 절의 수치 예의 자료를 이용하여 구매업자가 발주정책의 주도권을 가지는 경우에 적용하면 구매업자의총비용은 $TC_b = \$29495.8 (= \sqrt{2Z\sum_{i=1}^{n} H_{bi}D_i})$이나, 제조업자의 총비용은 무한히 커지게 된다. 따라서 통합총비용도 무한히 커지게 된다.

5.2 제조업자가 발주정책의 주도권을 가지는 경우

제조업자의 총비용은 제조업자의 완제품발주비용, 원자재발주비용, 완제품재고유지비용 및 원자재재고유지비용으로 구성되어 있으며 아래와 같다.

$$
\begin{aligned}
TC_s(T, \overline{m}, \overline{k}, N) &= \frac{\sum_{i=1}^{n} A_{si}/m_i}{T} \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} H_{si} m_i T D_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i}\right) \\
&+ \sum_{i\in LM}\left[\frac{A_{ri}}{k_i m_i T} + H_{ri}\left\{\frac{u_i m_i T D_i^2}{2P_i} + \frac{(k_i - 1)u_i m_i T D_i}{2}\right\}\right] \\
&+ \sum_{j\in LSP}\left\{\frac{A_{rj}k_j}{m_j T} + \frac{H_{rj}u_j m_j T}{2k_j}\frac{D_j^2}{P_j}\right\} \qquad (22)
\end{aligned}
$$

제조업자의 총비용인 식 (22)를 최소화하는 $\overline{k}$을 찾는 것은 비선형 정수계획법문제로 최적해를 찾기가 매우 어려운 문제이다. 따라서 복잡한 수학적 모형을 갖는 선행연구들[8, 22]에서처럼 실용적으로 해를 찾는 발견적 해법(heuristic)에 초점을 맞추었다.

원자재 발주량이 완제품 1회 생산량에 필요한 원자재의 정수배를 주문하는 경우(경우 1)와 정수분의 1배 주문하는 경우(경우 2)의 두 가지로 나누어서 분석하였다.

(경우 1) 주어진 T, N, 및 $\overline{m}$에 대하여 제조업자의 총비용을 최소화하는 $k_i(i\in LM)$를 찾는 것은 매우 어려운 문제로 본 연구에서는 발견적 해법으로 해를 찾기 위하여 $k_i(i\in LM)$가 정수라는 조건을 무시하고[8, 22] 제조업자의 총비용을 k_i에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$-\frac{A_{ri}}{k_i^2 m_i T} + H_{ri}\frac{u_i m_i T D_i}{2} = 0$$

위의 식을 k_i에 대하여 정리하면

$$k_i = \frac{1}{m_i T}\sqrt{\frac{2A_{ri}}{H_{ri}u_i D_i}}\ (i\in LM) \qquad (23)$$

(경우 2) (경우 1)과 동일하게 $k_j(j\in LSP)$가 정수라는 조건을 무시하여 제조업자의 총비용을 k_j에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$\frac{A_{rj}}{m_j T} - \frac{H_{rj}u_j m_j T}{2k_j^2}\frac{D_j^2}{P_j} = 0$$

위의 식을 m_j에 대하여 정리하면

$$k_j = m_j T D_j \sqrt{\frac{H_{rj}u_j}{2A_{rj}P_j}}\ (j\in LSP) \qquad (24)$$

식 (23)과 식 (24)를 식 (22)에 대입하여 정리하면 제조업자의 총비용은 아래와 같이 정리된다.

$$
\begin{aligned}
TC_s(T, \overline{m}, N) &= \frac{\sum_{i=1}^{n} A_{si}/m_i}{T} \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} H_{si} m_i T D_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i}\right) \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{i\in LM} H_{ri}u_i m_i T D_i (D_i/P_i - 1) \\
&+ \sum_{i\in LM}\sqrt{2A_{ri}u_i D_i H_{ri}} + \sum_{j\in LSP} D_j\sqrt{2H_{rj}u_j A_{rj}/P_j} \qquad (25)
\end{aligned}
$$

식 (25)을 T에 대하여 편미분하여 0으로 두면 다음의 식으로 정리된다.

$$T^* = \sqrt{\left.\frac{2\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}}{\sum_{i=1}^{n} H_{si}m_i D_i\left(1 - \frac{D_i}{p_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i}\right) + \sum_{i\in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)}\right\}}$$

위의 식을 간소화하기 위해

$$J_t = H_{si}D_i\left(1 - \frac{D_i}{P_i} - \frac{1}{N} + \frac{2D_i}{NP_i}\right)$$

로 두면

$$T^* = \sqrt{\frac{2\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i J_i + \sum_{i \in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)}} \tag{26}$$

식 (26)을 식 (25)에 대입해서 정리하면 제조업자의 총비용은 다음과 같이 된다.

$$TC_s(\overline{m}, N) = \sqrt{2\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i J_i + \sum_{i \in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)\right\}} + \sum_{i=1}^{n}\sqrt{2A_{ri}H_{ri}u_iD_i} + \sum_{j \in LSP} D_j\sqrt{2H_{rj}u_jA_{rj}/P_j} \tag{27}$$

위의 식에서 $\sum_{i=1}^{n}\sqrt{2A_{ri}H_{ri}u_iD_i}$ 와 $\Sigma_{j \in LSP} D_j\sqrt{2H_{rj}u_jA_{rj}/P_j}$ 은 상수이므로 식 (27)을 최소화 하는 $\overline{m}$과 N을 구하는 것은 다음 수식을 최소화 하는 $\overline{m}$과 N을 구하는 것과 동일하다.

$$F_s(\overline{m}, N) = \sum_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i J_i + \sum_{i \in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)\right\} \tag{28}$$

식 (28)은 식 (7)과 동일한 형태를 가지고 있으며, 식 (28)를 최소화하는 $\overline{m}$과 N을 찾는 것은 의사결정변수가 n+1개인 비선형 정수계획법문제로 최적해를 찾기가 매우 어려운 문제이다. 따라서 실용적으로 쉽게 해를 찾는 발견적 해법(heuristic)으로 해를 찾는데 초점을 맞추었다. $\overline{m}$를 구하기 위해 다음과 같이 두 가지 경우로 나누어 분석한다.

(경우 1) 제조업자의 총비용을 최소화하는 $m_i(i \in LM)$를 찾는 것은 매우 어려운 문제로 본 연구에서는 발견적 해법으로 해를 찾기 위하여 $m_i(i \in LM)$가 정수라는 조건을 무시하여[8, 22] 식 (28)을 m_i에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$\frac{\partial F_s(\overline{m}, N)}{\partial m_i} = -\frac{A_{si}}{m_i^2}\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i J_i + \sum_{i \in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)\right\} + \sum_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}\{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)\} = 0\}$$

또는

$$m_i^2 = \frac{A_{si}}{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)} \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i J_i + \sum_{i \in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)}{\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}}$$

로 정리가 가능하다.

$$[C_s(N)]^2 = \frac{\Sigma_{i=1}^{n} m_i J_i + \Sigma_{i \in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)}{\Sigma_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}} \tag{29}$$

으로 두면

$$m_i = \sqrt{\frac{A_{si}}{J_i + m_iH_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)}} \cdot [C_s(N)] \tag{30}$$

(경우 2) (경우 1)과 동일하게 $m_j(j \in LSP)$가 정수라는 조건을 무시하여 식 (28)을 m_j에 대하여 편미분하여 0으로 두면

$$\frac{\partial F_s(\overline{m}, N)}{\partial m_j} = -\frac{A_{sj}}{m_j^2}\left\{\sum_{i=1}^{n} m_i J_i + \sum_{i \in LM} m_i H_{ri} u_i D_i (D_i/P_i - 1)\right\} + \sum_{i=1}^{n}\frac{A_{si}}{m_i}J_i = 0$$

위의 식을 정리하면

$$m_j = \sqrt{\frac{A_{sj}}{J_j}} \cdot [C_s(N)] \tag{31}$$

$\overline{m}$에 관한 해의 성질에서 $\overline{m}$에서 가장 작은 값이 1을 가진다는 성질을 이용하기로 하자. (경우 1)과 (경우 2)의 m_i와 m_j를 구하는 공식을 관찰하면 $i \in LM$에 해당하는 품목의 상수값

$$\frac{A_{si}}{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)} \tag{32}$$

과 $j \in LSP$에 해당하는 품목의 상수값

$$\frac{A_{sj}}{J_j} \tag{33}$$

을 비교하여 가장 작은 값을 가지는 $m_i(i \in LM)$ 또는

$m_j(j \in LSP)$이 1의 값을 가진다는 성질을 이용하기로 하자.

첫 번째 경우로 (경우 1)의 상수값인 식 (32)에서 최소값이 나온다고 가정하기로 하자(즉, $i \in LM$에서 최소인 경우). 여기서 완제품 품목의 집합, $LM_1 = \{i | i \neq 1, i \in LM\}$으로 두기로 하자.

만약 완제품 품목번호 1번이 $A_{si}/\{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)\}$의 계산결과 값이 가장 작도록 순서가 정해졌다면 $m_1 = 1$이다. 이를 이용하면

$$\sum_{i=1}^{n} m_iJ_i = J_1 + \sum_{i \in LM_1} m_iJ_i + \sum_{i \in LSP} m_jJ_j$$
$$= I_1 + C_s(N) \sum_{i \in LM_1} \sqrt{\frac{A_{sj}}{A_{si}\{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)\}}}$$
$$+ C_s(N) \cdot \sum_{i \in LSP} \sqrt{A_{sj}J_j} \tag{34}$$

이 된다. 마찬가지로,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{A_{si}}{m_i} = A_{s1} + \sum_{i \in LM_1} \frac{A_{si}}{m_i} + \sum_{j \in LSP} \frac{A_{sj}}{m_j}$$

식 (30)과 식 (31)을 위의 식에 대입하여 정리하면

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{A_{si}}{m_i} = A_{s1}$$
$$+ \frac{1}{C_s(N)} \cdot \sum_{i \in LM_1} \sqrt{A_{si}\{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)\}}$$
$$+ \frac{1}{C_s(N)} \cdot \sum_{j \in LSP} \sqrt{A_{sj}J_j} \tag{35}$$

식 (34)과 식 (35)을 식 (29)에 대입하여 $C_s(N)$에 대하여 정리하면

$$C_s(N) = \sqrt{\frac{J_1 + H_{r1}u_1D_1(D_1/P_1 - 1)}{A_{s1}}} \tag{36}$$

을 얻게 된다.

두 번째 경우로 (경우 2)에 해당하는 상수값인 식 (33)에서 최소값이 나온다고 가정하기로 하자(즉, $j \in LSP$에서 최소인 경우). 여기서 완제품 품목의 집합, $LSP_1 = \{j | j \neq 1, j \in LSP\}$으로 두기로 하자.

만약 완제품 품목번호 1번이 A_{sj}/J_j의 계산결과 값이 가장 작도록 순서가 정해졌다면 $m_1 = 1$이다. 이를 이용하면

$$\sum_{i=1}^{n} m_iJ_i = J_1 + \sum_{i \in LM} m_iJ_i + \sum_{j \in LSP} m_jJ_j$$
$$= J_1 + C_s(N) \sum_{i \in LM} \sqrt{\frac{A_{si}}{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)}}\, J_i$$
$$+ C_s(N) \cdot \sum_{j \in LSP} \sqrt{A_{sj}J_j} \tag{37}$$

이 된다. 마찬가지로

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{A_{si}}{m_i} = A_{s1} + \sum_{i \in LM} \frac{A_{sj}}{m_j} + \sum_{j \in LSP} \frac{A_{sj}}{m_j}$$

식 (30)과 식 (31)을 위의 식에 대입하여 정리하면

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{A_{si}}{m_i} = A_{s1} + \frac{1}{C_s(N)} \sum_{i \in LM} \sqrt{A_{si}\{J_i + H_{ri}u_iD_i(D_i/P_i - 1)\}}$$
$$+ \frac{1}{C_s(N)} + \sum_{j \in LSP_1} \sqrt{A_{sj}J_j} \tag{38}$$

식 (37)과 식 (38)를 식 (29)에 대입하여 $C_s(N)$에 대하여 정리하면

$$C_s(N) = \sqrt{\frac{J_1}{A_{s1}}} \tag{39}$$

을 얻게 된다.

앞의 결과를 정리하면 식 (32)의 최소값 < 식 (33)의 최소값이면 $C_s(N)$은 식 (36)으로 계산하고 만약 그렇지 않으면 식 (39)로 계산한다.

$\overline{m}$는 1보다 같거나 큰 정수 값을 가져야 하므로, 식 (30)과 식 (31)으로 $m_i(i = 1, 2, ..., n)$를 계산하여 1보다 작은 경우는 1이라고 두고, 1보다 큰 경우는 반올림을 하여 정수값을 취한다.

제조업자의 총비용을 최소화 하는 T, $\overline{m}$, $\overline{k}$, N을 찾는 것은 비선형 정수계획법 문제로 최적해를 구하는 것은 매우 어렵다. 따라서 실용적으로 해를 찾는 발견적 해법(Heuristic method)에 초점을 맞추었으며 아래의 반복적 해법을 이용하여 해를 구할 수 있다.

(단계 1) 운송횟수의 초기치로 N=1, $\overline{m}$, $\overline{k}$의 초기치로 $\overline{m} = 1$, $\overline{k} = 1$로 둔다.

(단계 2) 식 (26)을 이용하여 T값을 계산한다.

(단계 3) 주어진 T와 $\overline{m}$ 값을 이용하여 원자재관련 의사

결정변수인 $\bar{k}$값을 계산하기 위하여 원자재별로 (경우 1)과 관련된 식 (23)과 (경우 2)와 관련된 식 (24)를 이용하여 값을 계산한 후 식 (23) ≥ 식 (24)이면 k_i값은 (경우 1)에 해당되는 것으로 판정하고, 그렇지 않으면 (경우 2)에 해당되는 것으로 판정한다. 모든 원자재에 대하여 이 과정을 반복한 후 반올림하여 $\bar{k}$값을 계산한다.

(단계 4) 완제품의 발주관련 의사결정변수인 $\overline{m}$을 구하기 위하여 모든 품목에 대하여 식 (32)와 식 (33)을 계산하여 식 (32)의 최소값 < 식 (33)의 최소값이면 $C_s(N)$은 식 (36)로 계산하고 만약 그렇지 않으면 식 (39)로 계산한다. (경우 1)과 (경우 2)에 해당하는 식 (32)와 식 (33)을 계산하여 가장 작은 값을 가지는 완제품을 $m_1 = 1$로 한다.

m_i는 1보다 같거나 큰 정수 값을 가져야 하므로, 식 (30)과 식 (31)로 $m_i(i = 1, 2, ..., n)$를 계산하여 1보다 작은 경우는 1이라고 두고, 1보다 큰 경우는 반올림을 하여 정수값을 취한다.

(단계 5) 식 (22)를 이용하여 제조업자의 총비용인 $TC_s(T, \overline{m}, \bar{k}, N)$를 계산한다. 해가 수렴할 때까지 $(|T_i - T_{i+1}| \le \epsilon)$ (단계 2)~(단계 5)를 반복한다.

(단계 6) 제조업자의 총비용이 더 이상 감소하지 않을 때까지 $N = N+1$로 하여 앞의 과정을 반복한다.

위의 반복적 해법을 앞절의 수치 예에 동일하게 적용하면 제조업자의 총비용은 $TC_s = \$201830.9$을 갖는다.

5.3 통합재고모형과의 비교

지금까지 제시한 3가지 발주정책을 구매자 총비용, 제조업자 총비용 및 통합총비용 면에서 비교하여 표로 정리한 결과는 <Table 3>과 같다.

전체 공급사슬을 통합하여 통합총비용을 최소로 하는 통합발주정책이 전체 통합총비용을 최소화할 수 있기 때문에 구매업자가 주도권을 가지고 구매업자의 총비용을 최소화하는 발주정책이나 제조업자가 주도권을 가지고 제조업자의 총비용을 최소화하는 발주정책에 비교하여 비용 면에서 당연히 좋은 성과를 보였다.

구매업자가 발주정책의 주도권을 가지는 경우는 구매업자에게서 발생하는 총비용을 최소화하여 구매업자 총비용 면에서는 공급사슬의 통합관리시보다. 구매업자의 총비용은 $ 15141.0(33.9%)이 적었으나 제조업자에게서 발생하는 총비용이 무한히 증가하여 통합총비용 면에서 가장 불리하였으며, 그러나 이러한 해는 현실적으로 제조업자가 받아들이기 어려운 실행 불가능한 해이다. 제조업자가 주도권을 가질 때에는 제조업자에서 발생하는 총비용을 최소화하여 제조업자의 총비용은 공급사슬의 통합관리시보다 $16112.1(39.2%) 줄었지만 구매업자 총비용은 $132256.1(296.3%)만큼 현저히 증가하여 전체적으로 통합총비용은 $201830.9(134.6% 증가)이었다. 결론적으로 구매업자와 제조업자가 파트너쉽에 기초하여 발주정책 및 운송횟수를 정하여 통합관리하는 것이 통합총비용 면에서 매우 유리함을 알 수 있다.

6. 결 론

각각의 개별기업별로 재고정책을 정하면 공급사슬(Supply Chain) 전체적으로는 통합총비용 면에서 최적화가 안 되며 본 논문에서는 공급사슬에 있는 제조업자와 구매업자가 서로 협력 하에 통합재고정책을 채택하는 경우에 사용 가능한 해법을 제시하고 있다. 또한 협력관계를 고려하여 구매업자와 제조업자가 통합재고관리를 했을 때 개별관리 보다 공급사슬 전체의 통합총비용적인 측면에서 효과적이라는 것을 예제를 통하여 분석하였다.

본 연구가 가지는 한계로는 완제품의 수요가 확정적인 경우를 가정하였으며 보다 현실적인 상황을 나타내기 위하여 수요가 불확실한 경우의 통합재고모형에 관한 연구가 필요하며, 또한 수학적 모형의 복잡성으로 인하여 본 연구에서는 완제품 제조에 한 가지의 원자재만을 사용하

<Table 3> Comparison of the Total Cost for the Different Ordering Policies($)

Policies \ Cost	Buyer's total cost	Manufacturer's total cost	Joint total cost	% increase of Joint total cost
Integrated inventory model	44636.8	41050.2	85687.0	-
Buyer initiative model	29495.8	∞	∞	∞(%)
Manufacturer initiative model	176892.9	24938.1	201830.9	134.6(%)

는 것으로 가정하였으나 보다 현실적인 통합재고모형을 위하여 이를 일반화한 다원자재에 대한 연구가 필요하다.

추후 본 연구와 관련한 연구과제로는 본 연구에서 사용한 발견적 해법(Heuristic method)의 개선을 위하여 유전알고리즘(Genetic algorithms)의 적용에 관한 것이다. 유전알고리즘을 본 연구에서 수행한 해법과 결합하여 보다 나은 해를 쉽게 구하는 방법에 대한 연구를 시도하는 것은 의미 있는 연구가 될 것으로 판단한다.

Acknowledgement

This research was financially supported by Hansung University.

References

[1] Kim, D.H. and Chung, S.H., A Study on Competitiveness of Korean Components Manufacturers under the Types of Innovation Strategies. *J. of the Korean Institute of Ind. Eng.* 1998, Vol. 11, No. 1, p 164-174.

[2] Kim, D.H., An Integrated Inventory Model for a Multi-Product and its Raw Materials in Just-In-Time Purchasing. *J. Soc. Korea Ind. Syst. Eng*, 2008, Vol. 31, No. 1, p 49-58.

[3] Kim, D.H. and Kim, S.B., JIT Purchasing of Korean Manufacturer and It's Impact on Purchasing Performance. *J. Soc Korea Ind. Syst. Eng*, 2006, Vol. 29, No. 3, p 55-61.

[4] Kim, D.H. and Kim, Y.C., An Integrated Inventory Model for Multi-Item in Just-In-Time Purchasing. *J. Soc. Korea Ind. Syst. Eng*, 2002, Vol. 25, No. 1, p 42-48.

[5] Kim, J.I., Nam, I.H., Park, S.Y., and Kim, S.Y., Understanding of Logistics and Supply Chain Management, Pakyoungsa; 2009, p 5-6.

[6] Kwon, O.K., Supply Chain Mangement Pakyoungsa; 2010, p 7-12.

[7] Akacum, A. and Dale, B.G., Supplier Partnering : Case Study Experiences. *J. of Purchasing and Materials Management*, 1995, Vol. 31, p 38-44.

[8] Banerjee, A., Kim, S.L., and Burton, J., Supply Chain Coordination through Effective Multi-stage Inventory Linkages in a JIT Environment. *International Journal of Production Economics*, 2007, Vol. 108, p 271-280.

[9] Fazel, F., A Comparative Analysis of Inventory Costs of JIT and EOQ Purchasing. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 1997, Vol. 27, No. 8, p 496-504.

[10] Fullerton, R.R., McWatters, C.C., and Fawson, C., An Examination of the Relationship between JIT and Financial Performance. *Journal of Operations Management*, 2003, Vol. 21, p 383-404.

[11] Goyal, S.K., An Integrated Inventory Model for a Single Supplier-single Customer Problem, *International Journal of Production Research*, 1976, Vol. 15, No. 1, p 107-111.

[12] Ha, D. and Kim, S.L., Implementation of JIT Purchasing : an Integrated Approach. *Production Planning and Control*, 1997, Vol. 8, No. 2, p 152-157.

[13] Jap, S.D., Pie-expansion Efforts : Collaboration Processes in Buyer-Supplier Relationships. *J. of Marketing Research*, 1999, p 461-475.

[14] Kelle, P., Al-khateeb, F., and Miller, P.A., Partnership and Negotiation Support by Joint Optimal Ordering/setup Policies for JIT. *International Journal of Production Economics*, 2003, Vol. 81-82, p 431-441.

[15] Kim, S.H. and Chandra, J., An Integrated Inventory Model for a Single Product and its Raw Materials. *International Journal of Production Research*, 1987, Vol. 25, No. 4, p 627-634.

[16] Kim, S.L. and Ha, D.S., A Jit Lot-splitting Model for Supply Chain Management: Enhancing Buyer-supplier Linkage. *International Journal of Production Economics*, 2003, Vol. 86, No. 1, p 1-10.

[17] Lee, W., A Joint Lot Size Model for Raw Material Ordering, Manufacturing Setup, and Finished Goods Delivering. *OMEGA*, 2005, Vol. 33, p 163-174.

[18] Miller, P.A. and Kelle, P., Quantitative Support for Buyer-supplier Negotiation in Just-In-Time Purchasing. *International Journal of Purchasing and Material Management*, 1998, p 25-29.

[19] Pan, A.C. and Liao, C., An Inventory model under Just-In-Time Purchasing Agreements. *Production and Inventory Management Journal*, 1989; first quarter, p 49-52.

[20] Ramasesh, R.V., Recasting the Traditional Inventory Model to Implement Just-In-Time Purchasing. *Production and Inventory Management Journal*, 1990, first quarter, p 71-75.

[21] Saker, B.R. and Parija, G. R., Optimal Batch Size and Raw Material Ordering Policy for a Production System

with a Fixed-interval, Lumpy Demand System. *European Journal of Operational Research*, 1996, Vol. 89, p 593-608.

[22] Silver, E.A. and Pyke, D.F., Rein Peterson, Inventory Management and Production Planing and Scheduling. John Wiley and Sons, Third Edition, 1998, p 453-457.

[23] Teng, J.T., Cardenas-Barron, L.E., and Lou, K.R., The Economic Lot Size of the Integrated Vender-buyer Inventory System Derived without Derivatives : A Simple Derivation. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, Vol. 217, p 5972-5977.

[24] Wills, T. and Huston, C., Vendor Requirements and Evaluation in a JIT Environment. *International Journal of Operations and Production Management*, 1990, Vol. 10, No. 4, p 41-50.

[25] Woo, Y.Y., Hsu, S.L., and Wu, S., An Integrated Inventory Model for a Single Vendor and Multiple Buyers with Ordering Cost Reduction. *International Journal of Production Economics*, 2001, Vol. 73, p 203-215.

[26] Yan, C., Banerjee, A., and Yang, L., An Integrated Production-distribution Model for a Deteriorating Inventory Item. *International Journal of Production Economics*, 2011, Vol. 133, p 228-232.