

크루즈선의 횡동요 제어시스템에 미치는 포드 각속도의 영향

이성균^{1,†} · 이재훈¹ · 이기표^{1,2} · 최진우³
서울대학교 조선해양공학과¹
서울대학교 해양시스템공학연구소²
(주)대우조선해양 중앙연구소 유체연구그룹³

The Effect of the Turning Rate of the Pod Propeller on the Roll Control System of the Cruise Ship

Sungkyun Lee^{1,†} · Jaehoon Lee¹ · Key-Pyo Rhee^{1,2} · Jin-Woo Choi³
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University¹
Research Institute of Marine Systems Engineering, Seoul National University²
Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering Co., Ltd, R&D Institute Fluid R&D Group³

Abstract

Recently, the application and installation of the pod propeller to the cruise ship is dramatically increased. It is because pod propulsion system allows a lot of flexibility in design of the internal arrangement of a ship. To reflect this trend, many researches have conducted to use the pod propeller for the roll stabilization of a ship. In the paper, a roll stabilization controller is designed by using fins and pod propellers as the control actuators for cruise ships. Two kinds of control algorithms are adopted for the roll control system; LQR (Linear Quadratic Regulator) algorithm and frequency-weighted LQR algorithm. Through the numerical simulation, the effect of the turning rate of the pod propeller on the roll control system is analyzed. Analysis of the simulation results indicated that the turning rate of the pod propellers is one of the important parameters which give the significant effects on the roll stabilization.

Keywords : Cruise ship (크루즈선), Fin stabilizer (핀안정기), POD propeller (포드프로펠러), Roll motion (횡동요), Nominal plant (공칭플랜트), Frequency weighted LQR (주파수 가중 선형최적제어)

1. 서론

선박은 파에 의해 횡동요를 하게 되며 이러한 횡동요는 승선감과 장비 운용에 지대한 영향을 미친다. 특히 크루즈선의 경우 승객의 승선감을 향상시키고 안전을 확보하기 위하여 횡동요를 감소시키는 것이 더욱 중요하다.

일반적으로 횡동요를 감소시키는 데에는 핀 안정기나 감요 수조, 그리고 러더 등이 사용되어 왔다. 핀 안정기나 감요 수조를 사용하면 많은 공간이 필요하고 중량이 증가하며 비용이 많이 든다는 단점이 있다. 반면에 기본적으로 장착되어 있는 타를 횡동요 제어에 이용하면 부가적으로 필요한 공간이나 중량 증가가 없다. 이러한 이유로 타 횡동요 감소장치 (Rudder Roll Stabilization)가 주목을 끌어왔고 포드추진 시스템을 갖춘 크루즈선의 경우, 러더 대신 포드 프로펠러를 횡동요 제어에 이용할 수 있다.

McTaggart (2008)은 Coastal Naval Vessel에 대해서 포드 프로펠러를 이용하여 횡동요를 제어한 연구를 수행하였고 Stettler, et al. (2004)은 포드 프로펠러에 의해 발생하는 힘을 수학적으로 모델링 하였다. 또한 Islam, et al. (2007)은 실험을 통해 포드 프로펠러에 의해 발생하는 힘을 측정하였다.

본 논문에서는 핀 안정기와 포드 프로펠러를 이용한 횡동요 제어시스템을 설계하였다. 먼저 크루즈선의 Sway-Roll-Yaw의 3자유도 운동방정식을 정립하였고 제어력과 파강제력을 포함한 운동방정식의 외력 항들을 모델링하였다. 규칙파 중 횡동요 제어를 위해 LQR기법을 사용하였으며 불규칙파 중 횡동요 제어를 위해 공칭플랜트와 주파수 가중 선형최적제어기법을 사용하였다.

2. 운동방정식과 상태방정식 구성

2.1 좌표계

선박의 조종 운동을 표현하는 좌표계는 관성 좌표계에 해당하는 지구 고정 좌표계 (space fixed coordinate), 선체 고정 좌표계 (body fixed coordinate), 등속 이동 좌표계 (steady moving coordinate)로 구성된다.

선체 고정 좌표계는 Fig. 1에서 볼 수 있듯이 전진 방향이 양의 x축이고, 우현이 양의 y축, 아래 방향이 양의 z축이 된다. 선수동요와 횡동요는 각각 z축과 x축을 기준으로 한 시계 방향을 양으로 잡는다. 원점은 선체가 좌우 대칭이 되도록 수선면 위에 잡고 x축은 선체의 중심면 위에 잡는다.

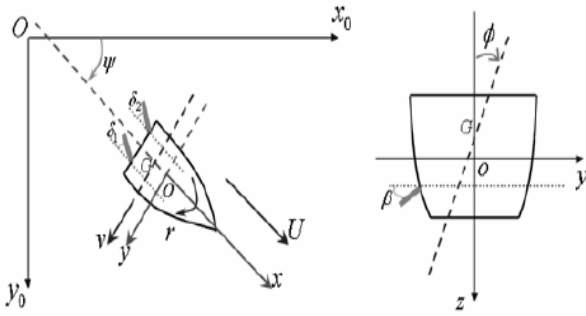


Fig. 1 Coordinate system

2.2 운동방정식

선박의 운동을 무게중심 (G)에 원점이 있는 등속 이동 좌표계에 대하여 표현하면 다음과 같은 좌우동요, 횡동요, 선수동요 연성 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$(m + a_{22})\dot{v} + b_{22}v + (-mz_G + a_{24})\dot{p} + b_{24}p + (mx_G + a_{26})\dot{r} + (b_{26} + mU)r = Y_W + Y_F + Y_P \quad (1)$$

$$(I_{xx} + a_{44})\dot{p} + b_{44}p + mg\overline{GM}\phi + (-mz_G + a_{42})\dot{v} + b_{42}v + (b_{46} - mz_GU)r = K_W + K_F + K_P \quad (2)$$

$$(I_{zz} + a_{66})\dot{r} + (b_{66} + mx_GU)r + (mx_G + a_{62})\dot{v} + b_{62}v + a_{64}\dot{p} + b_{64}p = N_W + N_F + N_P \quad (3)$$

위에서 a_{mn} 은 부가질량, b_{mn} 은 감쇠계수, \overline{GM} 은 메타센터 높이, U 는 전진속도를 의미한다. 우변의 아래첨자 'W'로 표현된 항들은 파강제력에 의한 힘, 아래첨자 'F'로 표현된 항들은 핀 안정기에 의한 힘, 그리고 아래첨자 'P'로 표현된 항들은 포드 프로펠러에 의한 힘을 뜻한다.

2.2.1 동유체력

선체가 파도에 의해 받는 힘에는 파강제력에 속하는 Froude-Krylov

force, diffraction force (산란력), 그리고 선체의 운동으로 인한 radiation force (방사력)가 있다. 본 연구에서는 3차원 고차 패널 방법을 이용해, 파 주파수에 따른 선박의 부가질량 및 감쇠계수, 그리고 파강제력을 계산하였다. 또한 횡동요 감쇠계수의 산출을 위해서 무게중심이 높은 선박에 적용 가능한 Kawahara (2009)의 추정식을 사용하였다.

Fig. 2는 동유체력 계산을 위해 선형을 이산화한 것이며 계산 결과는 Fig. 3~5에 도시하였다. 각 유체력 미계수 및 파 주파수의 무차원화 방법은 다음과 같다.

$$a'_{jk} = \frac{a_{jk}}{m}, \quad b'_{jk} = \frac{b_{jk}}{m\sqrt{g/L_{pp}}} \quad (4)$$

for $j = 1, 2, 3 \quad k = 1, 2, 3$

$$a'_{jk} = \frac{a_{jk}}{mL_{pp}}, \quad b'_{jk} = \frac{b_{jk}}{mL_{pp}\sqrt{g/L_{pp}}}$$

for $\begin{cases} j = 1, 2, 3 & k = 4, 5, 6 \\ j = 4, 5, 6 & k = 1, 2, 3 \end{cases}$

$$a'_{jk} = \frac{a_{jk}}{mL_{pp}^2}, \quad b'_{jk} = \frac{b_{jk}}{mL_{pp}^2\sqrt{g/L_{pp}}}$$

for $j = 4, 5, 6 \quad k = 4, 5, 6 \quad \omega' = \omega\sqrt{\frac{L_{pp}}{g}}$

위에서 g 는 중력가속도를, L_{pp} 는 선박의 길이를 의미한다. 본 논문에서 사용된 선박의 길이는 약 243 m 이며, 질량은 약 51,400 ton 이다.

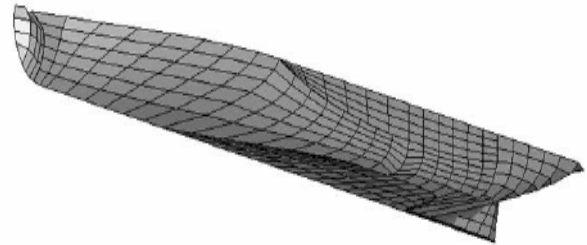


Fig. 2 Discretized hull surface

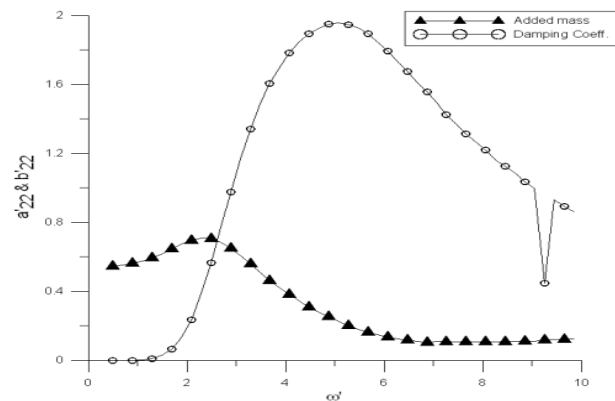


Fig. 3 Added mass/damping coefficient in sway mode

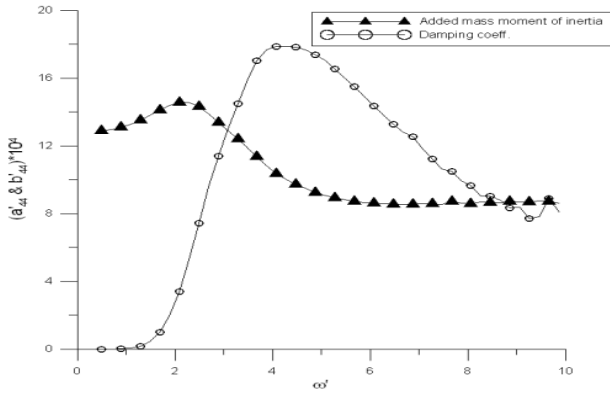


Fig. 4 Added mass moment of inertia/damping coefficient in roll mode

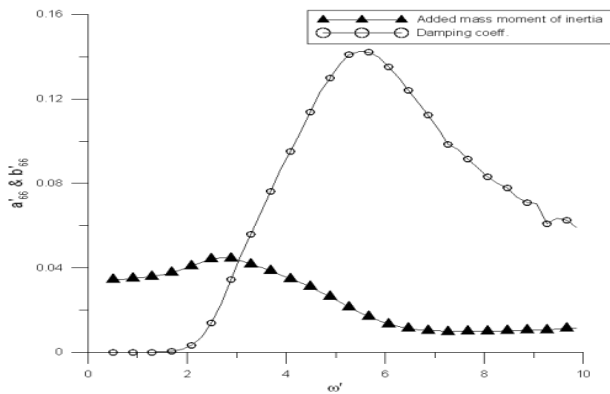


Fig. 5 Added mass moment of inertia/damping coefficient in yaw mode

2.2.2 핀에 의해 발생하는 힘과 모멘트

핀에 의해 발생하는 힘은 양력과 항력의 두 가지 성분으로 나누어진다. 핀에 α 라는 받음각을 가지고 유체가 들어오는 경우, 핀의 압력중심을 기준으로 핀 진행방향과 수직인 방향으로 작용하는 양력과 진행 반대방향으로 작용하는 항력을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L = \frac{1}{2} \rho C_L(\alpha) V_f^2 A_f \quad (5)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho C_D(\alpha) V_f^2 A_f \quad (6)$$

위에서 V_f 는 핀에 유입되는 유체의 속도이고 A_f 는 핀의 면적이며 C_L 과 C_D 는 각각 양력 및 항력계수로 받음각에 대한 함수이다.

핀 안정기는 비스듬히 선체에 부착되어 양력을 제어력으로 사용하여 횡동요를 안정화시키는 역할을 한다. 핀에 의해 발생하는 좌우동요 방향의 힘, 횡동요 모멘트, 선수동요 모멘트는 다음의

식으로 표현할 수 있다.

$$Y_F = -2L \sin \beta \quad (7)$$

$$K_F = 2L r_f \quad (8)$$

$$N_F = 2x_f \times L \sin \beta \quad (9)$$

위에서 r_f 는 횡동요 모멘트 암을 나타내고 x_f 는 선수동요 모멘트 암을 나타내며 β 는 핀이 선체와 이루는 각을 의미한다.

핀의 명령각과 실제 핀의 각 사이에는 시간차가 존재하며 이를 고려해 주기 위해 핀의 거동을 1계 미분방정식으로 표현해 줄 수 있다. 핀의 명령각 α_c 가 주어졌을 때, 실제 핀의 각 α_a 는 다음의 식을 따른다.

$$\dot{\alpha}_a = -\frac{1}{T_c} \alpha_a + \frac{1}{T_c} \alpha_c \quad (10)$$

여기서는 시상수 (Time constant)이다. 시상수의 영향을 살펴기 위해, 초기 핀의 각이 -20° 이고 핀의 명령각이 20° 로 들어왔을 때의 핀의 거동을 살펴보면 Fig. 6과 같다.

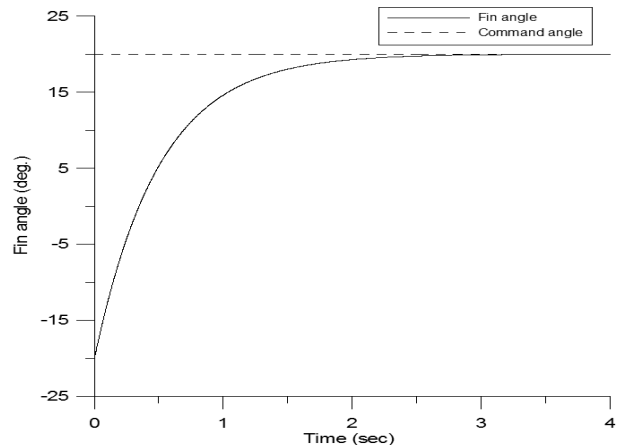


Fig. 6 Time history of the actual fin angle

Table 1은 본 논문에서 사용된 핀의 기본 제원이다.

Table 1 Principal particulars of fin stabilizer

Section shape	NACA 0015
Aspect ratio	1.5
Fin area	5 m ²
Tilt angle	15 deg
Taper ratio	0.45
Time constant	0.5 sec

2.2.3 포드에 의해 발생하는 힘과 모멘트

McTaggart (2008)는 포드 프로펠러에 의해 발생하는 힘과 모멘트를 Fig. 7과 같이 추력방향 성분 (F^T)과 수직방향 성분 (F^N)의 두 가지로 나누어 다음과 같이 모델링 하였다.

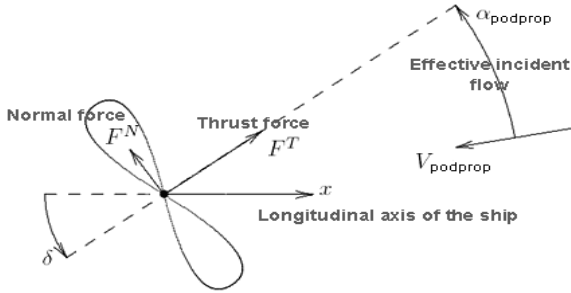


Fig. 7 Force acting on the pod

포드의 추력방향 성분과 수직방향 성분은 아래와 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$F^T = \rho n^2 D^4 K_T(\alpha_{Pod}, J_{Pod}) \quad (11)$$

$$F^N = \rho n^2 D^4 K_N(\alpha_{Pod}, J_{Pod}) \quad (12)$$

여기서, n 과 D 는 각각 포드 프로펠러의 회전수 (rpm)와 직경이다. 또한 K_T 와 K_N 은 추력 및 수직력의 무차원 계수로 본 논문에서는 Islam, et al. (2007)의 논문에서 제시된 Fig. 8의 값들을 사용하였다.

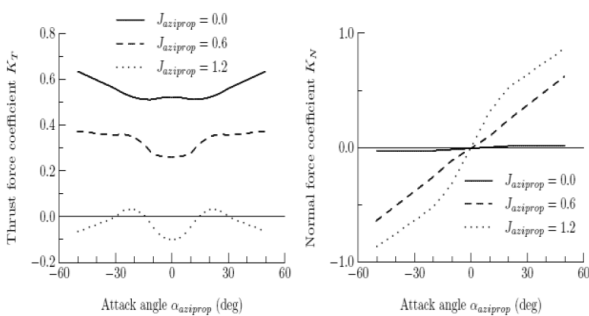


Fig. 8 K_T and K_N coefficients

포드 프로펠러에 의해 발생하는 좌우동요 방향의 힘, 횡동요 모멘트, 선수동요 모멘트는 다음과 같이 포드 프로펠러의 추력방향 성분과 수직방향 성분으로 표현된다.

$$Y_P = F^T(\sin\delta_1 + \sin\delta_2) + F^N(\cos\delta_1 + \cos\delta_2) \quad (13)$$

$$K_P = - Y_P \times r_p \quad (14)$$

$$N_P = - Y_P \times x_p \quad (15)$$

여기서, δ_1 과 δ_2 는 좌우 포드 프로펠러의 각을 의미하며 본 논문에서는 같은 값을 가진다고 가정하였다. r_p 는 선체중단면에서 무게중심부터 포드 프로펠러 중심까지의 거리이며 x_p 는 무게중심 (LCG)부터 포드 프로펠러 중심까지의 길이방향 거리이다.

포드 프로펠러의 거동은 2계 미분 방정식으로 표현할 수 있으며 제어입력 δ_c 가 주어졌을 경우, 실제 포드의 각 δ 는 다음의 식을 따른다.

$$\ddot{\delta} + 2\zeta_\delta\omega_\delta\dot{\delta} + \omega_\delta^2\delta = \omega_\delta^2\delta_c \quad (16)$$

여기서, ζ_δ 는 response damping coefficient 이며, ω_δ 는 response natural frequency 이다. 포드 프로펠러의 거동은 이러한 변수들의 영향으로 결정된다. 예를 들어, 설정된 명령 타각에 포드의 각이 도달하는 시간이나 포드 각이 정상상태에 이르기까지의 시간, 그리고 명령 타각에 도달하는 과정에서 발생할 수 있는 오버슈트의 값들이 ζ_δ 와 ω_δ 에 의해 결정된다.

Table 2은 본 논문에 사용된 포드 프로펠러의 기본 제원으로 McTaggart (2008)가 실험적으로 찾아낸 값들을 사용하였다.

Table 2 Principal particulars of pod propeller

Propeller diameter	5.6 m
RPS	3.33 s ⁻¹
Maximum deflection angle	35 deg
Response natural frequency	3 rad/s
Response damping coefficient	0.85

포드 프로펠러 관련 변수 중 ζ_δ 와 ω_δ 의 영향을 살펴보기 위해, 초기 포드의 각이 -5도이고 포드의 명령각이 5도로 들어왔을 때의 핀의 거동을 살펴보면 Fig. 9와 같다.

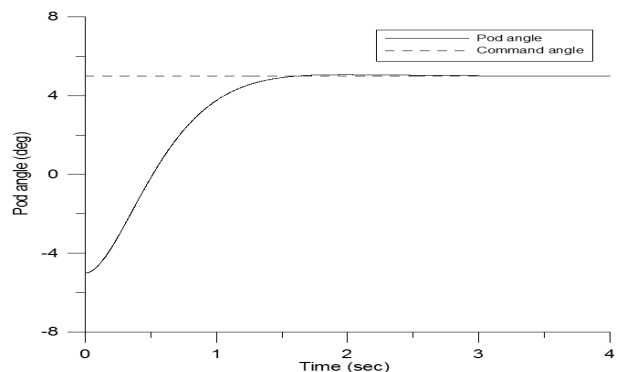


Fig. 9 Time history of the actual pod angle

Fig. 9에서 확인할 수 있듯이, 포드 각은 포드 명령각에 도달

하는데 어느 정도의 지연이 발생한다. 파 기진력과 같이 주기적으로 방향이 바뀌는 외란에 노출된 경우, 선박을 효과적으로 제어하기 위해서는 ζ_δ 와 ω_δ 가 충분한 포드 각속도를 낼 수 있도록 설정되어야 한다.

2.2.4 상태방정식

횡동요 제어시스템 설계를 위해 상태변수를 도입하고 2.2절에서 소개된 운동방정식을 바탕으로 아래와 같은 형태의 상태방정식을 구성하였다.

$$\vec{x} = [v \ p \ r \ \phi \ \psi \ \alpha \ \delta \ \dot{\delta}]^T \quad (17)$$

$$\vec{u} = [\alpha_c \ \delta_c]^T$$

$$\vec{d} = [Y_w \ K_w \ N_w]^T$$

$$\vec{y} = [\phi \ \psi]^T$$

$$\dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B\vec{u} + D\vec{d} \quad (18)$$

$$\vec{y} = C\vec{x} \quad (19)$$

3. 횡동요 제어시스템 설계

3.1 규칙파 중 제어시스템

규칙파 중 횡동요 제어를 위해서는 선형최적기법인 LQR 제어 기법이 사용되었다. Kim, et al., (2009)은 수중운동체의 심도 및 자세를 제어하기 위해 LQR 제어기법을 사용한 바 있다. 선형최적제어 기법은 아래와 같은 성능함수 지수 (performance index)를 최소화 하는 제어입력을 찾는 방법이다.

$$J = \int_0^\infty (\vec{x}^T Q \vec{x} + \vec{u}^T R \vec{u}) dt \quad (20)$$

선형최적제어기법에서 설계변수는 최적화 성능지수의 가중행렬 (weighting matrix)인 Q 와 R 이 된다. 행렬 Q 를 이용하여 상태변수들에 가중치를 부여할 수 있고 행렬 R 을 이용해 제어입력 변수들의 가중치를 부여하게 된다. 제어이득 K 는 성능함수 지수와 아래의 ARE (Algebraic Riccati Equation)의 해를 구함으로써 계산할 수 있다.

$$PA + A^T P - PBR^{-1}R^T P + Q = 0 \quad (21)$$

$$K = R^{-1}B^T P \quad (22)$$

제어이득이 결정되면 최적제어를 위한 제어입력은 다음과 같이 계산된다.

$$u(t) = -Kx(t) \quad (23)$$

3.2 불규칙파 중 제어시스템

3.2.1 공칭플랜트의 설정

앞의 2.2.4에서 구성한 상태방정식의 행렬 A , B , D 의 요소들을 살펴보면 added mass/mass moment of inertia, damping coefficient와 같이 주파수에 의존하는 값들이다. 따라서 불규칙파 중 제어시스템을 설계하기 위해서는 주파수역의 한 점을 기준으로 선택하여 제어시스템을 설계하며 이 때 선택된 설계기준점에서의 시스템을 공칭플랜트라 한다.

공칭플랜트를 설정하는 기준은 특별히 정해져 있지 않다. 임의적으로 무한대의 주파수, 주파수가 0인 점, 공진주파수 등을 선택한다. Lee (1999)는 주파수에 따라 달라지는 시스템에 대하여 제어시스템이 강인성을 가지도록 입력과 출력에 대한 시스템의 불확실성이 최소가 되는 주파수를 공칭플랜트로 설정하였고 본 논문에서도 이와 같은 방법을 적용하였다.

앞에서 언급했듯이 식 (18)의 구성행렬은 주파수에 따라 달라진다. 라플라스 변환에 의해서 시스템의 출력을 표현하면 다음과 같이 입력의 출력에 대한 전달 특성 $G_o(s)$ 와 외란의 출력에 대한 전달 특성 $G_d(s)$ 로 나타낼 수 있다.

$$y(s) = C(s)(sI - A(s))^{-1}(B(s)u(s) + D(s)d(s)) \quad (24) \\ \equiv G_o(s)u(s) + G_d(s)d(s)$$

여기서, $G_o(s)$ 와 $G_d(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_o(s) = C(s)(sI - A(s))^{-1}B(s) \quad (25)$$

$$G_d(s) = C(s)(sI - A(s))^{-1}D(s) \quad (26)$$

제어시스템을 설계할 때의 주관심사는 입력의 출력에 대한 전달특성이다. 최적의 제어이득을 찾기 위해서는 제어입력이 시스템에 큰 영향을 주면서 주파수 변화에 따른 불확실성이 최소가 되도록 공칭플랜트를 설정하는 것이 중요하다. 따라서 입력의 출력에 대한 전달 특성 $G_o(s)$ 을 이용하여 공칭플랜트를 결정하였다.

공칭플랜트를 $G(s)$ 라 하면 시스템의 불확실성을 최소화하는 주파수를 찾기 위해 SVD (Singular Value Decomposition)방법을 아래와 같이 적용한다. (Lewis, 1992)

$$\omega_{design} = \min[\max\langle \bar{\sigma}(G(j\omega) - G_o(j\omega)) \rangle] \quad (27)$$

여기서, $\bar{\sigma}$ 는 SVD를 행렬 ($G(j\omega) - G_0(j\omega)$)에 대해 수행해서 얻은 특이값 중에서 최대인 값을 의미한다.

본 논문에서는 최대 특이값이 최소가 되는 주파수를 찾기 위해 주파수 0.1 ~ 1.98 (rad/s) 범위에서 0.04 (rad/s) 간격으로 식 (27)의 계산을 반복수행 하였다. 그 결과, 주파수 0.18 (rad/s)에서 최대 특이값이 최소가 되었으며 이 주파수에서의 added mass/mass moment of inertia, damping coefficient 를 이용하여 공칭플랜트를 설정하였다.

3.2.2 주파수 가중 선형최적제어

일반적인 선형최적제어 기법에서는 모든 주파수에 대한 가중치가 일정하다. 불규칙파 중에서 선박의 횡동요는 좁은 범위의 주파수에 에너지가 몰려 있으므로 이 범위의 주파수에 해당하는 횡동요를 감소시키는 것이 중요하며 따라서 주파수에 대한 가중치를 줄 필요가 있다. Lee (2004)는 핀 안정기와 타를 이용한 횡동요 제어시스템을 설계하면서 주파수 가중 선형최적제어 시 횡동요 진폭이 10%정도 더 감소되는 것을 보였다. Fig. 10은 주파수에 대한 가중치를 주는 절차를 보여주고 있다.

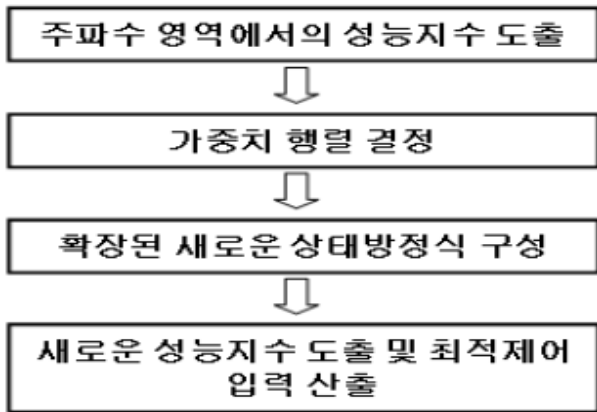


Fig. 10 Flow diagram of frequency weighted LQR

위의 흐름도에서 알 수 있듯이 주파수 가중 선형최적제어를 위해서는 우선 주파수 영역에서의 성능지수를 구해야 한다. 식 (20)의 시간영역 성능지수에서 가중행렬 Q 를 $C^T C$ 로 놓고 Parseval의 정리에 따라 성능함수 지수를 주파수 영역으로 변환하면 다음과 같다. (Weber, 2004)

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{y}^T(-j\omega)\vec{y}(j\omega) + \rho \vec{u}^T(-j\omega)\vec{u}(j\omega)] d\omega \quad (28)$$

위에서 가중치 ρ 는 제어출력과 제어입력의 상대적인 중요도에 따라 결정된다. 즉, 입력이 크더라도 출력을 작게 해야 하는 경우에는 ρ 를 작은 값으로 결정하고 입력이 되도록 작아야 하는 경우에는 ρ 를 큰 값으로 결정해야 한다.

주파수에 가중치를 주기 위해 가중치 행렬 $W_1(j\omega)$ 과

$W_2(j\omega)$ 를 도입하면 성능함수 지수는 아래와 같이 표현된다.

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [|W_1(j\omega)y(j\omega)|^2 + |W_2(j\omega)u(j\omega)|^2] d\omega \quad (29)$$

본 논문에서는 제어 입력의 주파수 가중치는 고려하지 않고 출력 중에서 횡동요에만 주파수 가중치를 고려하였다. 따라서 아래와 같이 주파수 가중치 행렬을 설정할 수 있다.

$$W_1(j\omega) = \begin{bmatrix} \omega_{11}(j\omega) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$W_2(j\omega) = \rho = 0.1 \quad (31)$$

행렬 $W_1(j\omega)$ 의 ω_{11} 이차의 전달함수로 놓고 계산하였다. 아래 식의 계수 d_1, d_2, d_3, n_2, n_3 를 조정하여 주파수에 대한 가중치를 결정할 수 있다.

$$w_{11}(s) = \frac{d_1 s^2 + d_2 s + d_3}{s^2 + n_2 s + n_3} \quad (32)$$

주파수 가중치를 결정하는 특별한 이론 및 방법은 없으나 본 논문에서는 횡동요 스펙트럼이 최대인 주파수 구간, 불규칙파 스펙트럼이 최대인 주파수 구간, 공칭플랜트가 설계된 주파수 구간에 각각 가중치를 크게 주어 제어 성능을 비교해 보았다.

가중치 행렬을 결정한 후, 새로운 상태변수를 도입하여 상태방정식을 재구성할 수 있다. 식 (29)에서 $W_1 \vec{y}$ 를 \vec{z}_1 , $W_2 \vec{u}$ 를 \vec{z}_2 라 하면 아래와 같은 새로운 상태방정식을 얻을 수 있으며 가중치 행렬 $W_1(j\omega)$ 과 $W_2(j\omega)$ 는 식 (35), 식 (36)과 같이 전달함수의 형태로 표현된다.

$$\vec{\dot{x}}_1 = A_1 \vec{x}_1 + B_1 \vec{y} \quad (33)$$

$$\vec{z}_1 = C_1 \vec{x}_1 + D_1 \vec{y}$$

여기서 $\vec{z}_1 = [z_1 \ z_2]^T$ 이다.

$$\vec{\dot{x}}_2 = A_2 \vec{x}_2 + B_1 \vec{u} \quad (34)$$

$$\vec{z}_2 = C_2 \vec{x}_2 + D_2 \vec{u}$$

$$W_1 = C_1(sI - A_1)^{-1} B_1 + D_1 \quad (35)$$

$$W_2 = C_2(sI - A_2)^{-1} B_2 + D_2 \quad (36)$$

식 (32)는 결국 y_1 에 대한 z_1 의 전달 특성을 나타내며 식 (37)과 같이 미분 방정식으로 두 변수의 관계가 표현된다.

$$\ddot{z}_1 + n_2 \dot{z}_1 + n_3 z_1 = d_1 \ddot{y}_1 + d_2 \dot{y}_1 + d_3 y_1 \quad (37)$$

이후 식 (33)에 정의된 형태대로 표현이 가능하도록 행렬 A_1 , B_1 , C_1 , D_1 을 식 (32)의 계수들을 이용하여 정의하게 된다. 본 논문에서는 아래와 같이 행렬들을 정의하였다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -n_3 & -n_2 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} d_2 - d_1 \\ d_3 - n_2(d_2 - d_1) + n_3 d_1 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

이후 새로운 상태변수와 상태방정식을 아래와 같이 정의한다.

$$\vec{X} = [\vec{x} \ \vec{x}_1 \ \vec{x}_2]^T, \quad \vec{Z} = [z_1 \ z_2]^T \quad (38)$$

$$\dot{\vec{X}} = \bar{A}\vec{X} + \bar{B}u, \quad \vec{Z} = \bar{C}\vec{X} + \bar{D}u \quad (39)$$

여기서 행렬 \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} 는 다음과 같다.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ B_1 C A_1 & 0 & \\ 0 & 0 & A_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_1 C C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_2 \end{bmatrix}$$

이제 식 (39)의 상태방정식을 이용하여 성능함수 지수를 표현하면 다음과 같은 cross weighted LQR 문제로 바뀌게 된다. (Lewis, 1992)

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{X}^T \bar{C}^T \bar{C} \vec{X} + 2\vec{X}^T \bar{C}^T \bar{D} u + u^T \bar{D}^T \bar{D} u] dt$$

위의 성능지수를 최소화하는 입력은 일정한 제어이득에 상태변수를 곱하여 되먹임하는 상태가 된다. 일반적인 선형최적제어와 다른 점은 원래의 상태변수인 외에 주파수 가중치에 의해 새로 추가된 상태변수까지 되먹임 된다는 것이다. 최적의 제어입력은 아래와 같은 ARE를 통하여 구할 수 있다.

$$\bar{P}(\bar{A} - \bar{B}R_{uu}^{-1}R_{xu}^T) + (\bar{A}^T - R_{xu}R_{uu}^{-1}\bar{B}^T)\bar{P} - \bar{P}\bar{B}R_{uu}^{-1}\bar{B}^T\bar{P} + (R_{xx} - R_{xu}R_{uu}^{-1}R_{xu}^T) = 0 \quad (41)$$

$$K = R_{uu}^{-1}(R_{xu}^T + \bar{B}^T\bar{P}) \quad (42)$$

$$\vec{u} = -K\vec{X}(t) \quad (43)$$

여기서 $R_{xx} = \bar{C}^T\bar{C}$, $R_{xu} = \bar{C}^T\bar{D}$, $R_{uu} = \bar{D}^T\bar{D}$ 이다.

4. 시뮬레이션 결과

4.1 규칙파 중 시뮬레이션

규칙파 중 시뮬레이션은 7 노트와 23 노트의 두 조건에서 이루어졌다. 규칙파의 파주파수는 횡동요 스펙트럼이 최대인 0.3 (rad/s)로 선정하였고 파진폭 1 m의 선측파가 들어오는 경우에 대해 제어조건을 달리하여 시뮬레이션을 수행하였다. 3.1절에서 소개된 바와 같이 선형최적제어기법을 이용하여 성능함수 지수와 ARE의 해를 통해 제어이득을 결정하였다.

시뮬레이션은 제어기로 핀 안정기만을 사용했을 경우, 포드 프로펠러만을 사용했을 경우, 그리고 핀과 포드 프로펠러를 동시에 사용했을 경우의 세 가지에 대해 수행하였다. Table 3 는 이러한 시뮬레이션 조건을 보여준다.

Table 3 Simulation conditions in regular waves

Case No.	Speed (knots)	Control actuator
1	23	Fin
2		POD
3		FIN & POD
4	7	FIN
5		POD
6		FIN & POD

시뮬레이션은 400 초 동안 이루어졌으며, 200 초가 지난 이후부터 제어를 작동시켰다.

선속 23 노트인 경우, 횡동요 운동 진폭이 핀만 사용했을 경우 76.7 % 줄어들었고 포드만 사용했을 경우 47.7 % 줄어들었으며 핀과 포드를 동시에 사용했을 경우 90.1 % 줄어들었다. 선속이 23 노트인 경우, 핀이 양력을 충분히 낼 수 있기 때문에 핀만으로도 횡동요를 효과적으로 줄일 수 있었다. 특히, 핀과 포드를 동시에 사용했을 경우 횡동요 운동 진폭이 크게 감소했을 뿐만 아니라 선수동요 운동 또한 크게 감소시켜 크루즈선의 방향 안정성도 증가시켜 주었다.

선속 7 노트인 경우, 횡동요 운동 진폭이 핀만 사용했을 경우 25.6 % 줄어들었고, 포드만 사용했을 경우 38.3 % 줄어들었으며, 핀과 포드를 동시에 사용했을 경우 52.3 % 줄어들었다. 선속이 7 노트인 경우는 핀에 의한 양력이 크게 줄어 충분한 제어력을 얻기 힘들었으며 포드에 의한 제어력 역시 프로펠러의 회전수가 줄어들어 감소하였다. 그러나 핀과 포드를 모두 사용했을 때는 횡동요를 절반 이상 줄이는 효과를 확인할 수 있었다.

각 case별 시뮬레이션 결과를 Fig. 11~16에 나타내었다. 시간에 따른 파고, 횡동요각, 선수동요각, 그리고 핀과 포드의 각을 순서대로 나타내었다. 제어기의 saturation은 핀 안정기의 경우에는 20 도, 포드 프로펠러의 경우에는 5 도인 현실적인 값을 사용하였다.

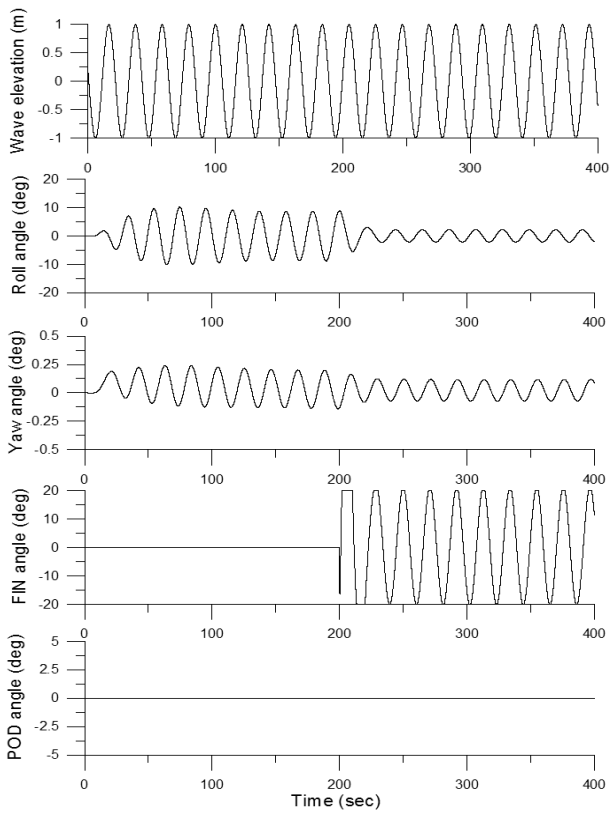


Fig. 11 Simulation results of case 1

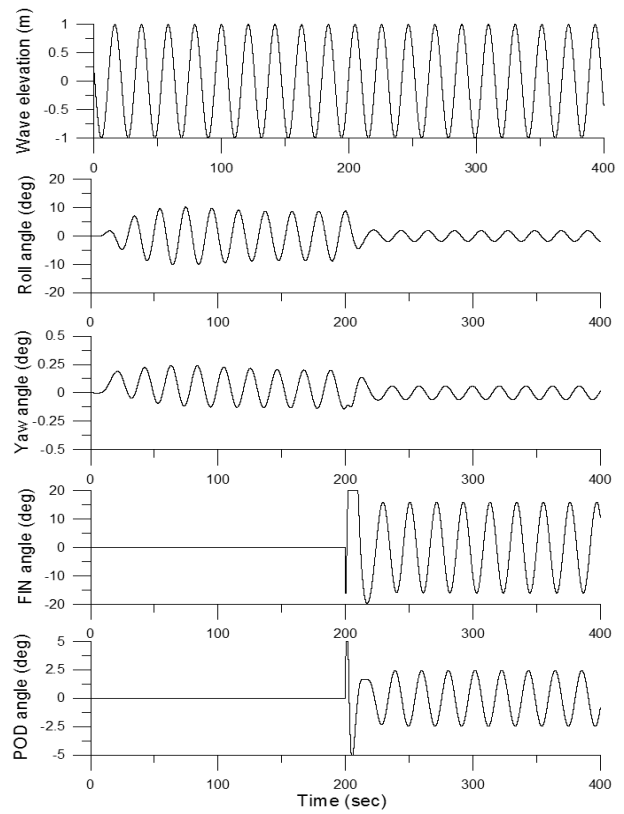


Fig. 13 Simulation results of case 3

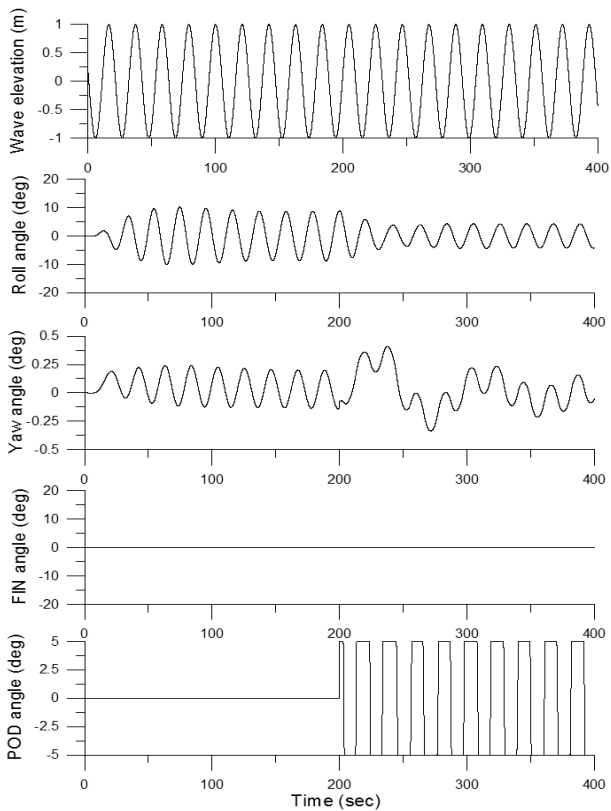


Fig. 12 Simulation results of case 2

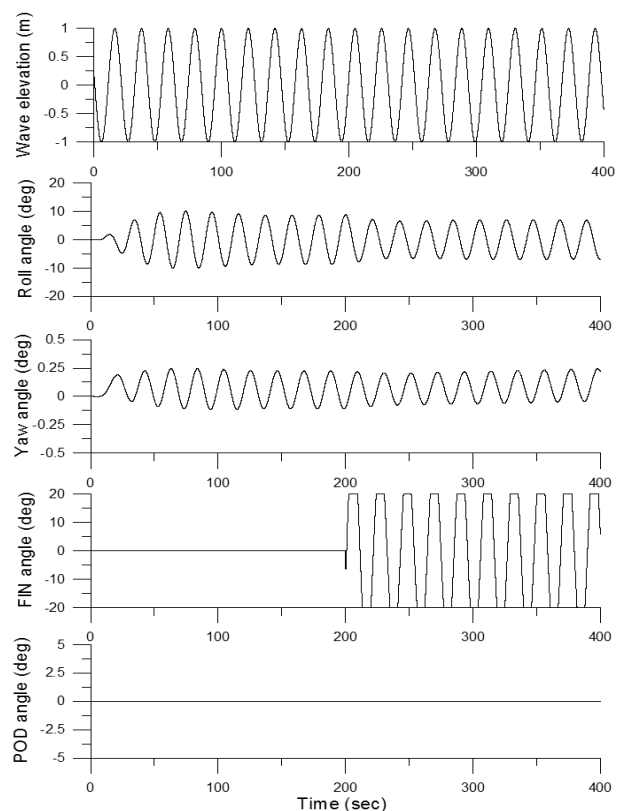


Fig. 14 Simulation results of case 4

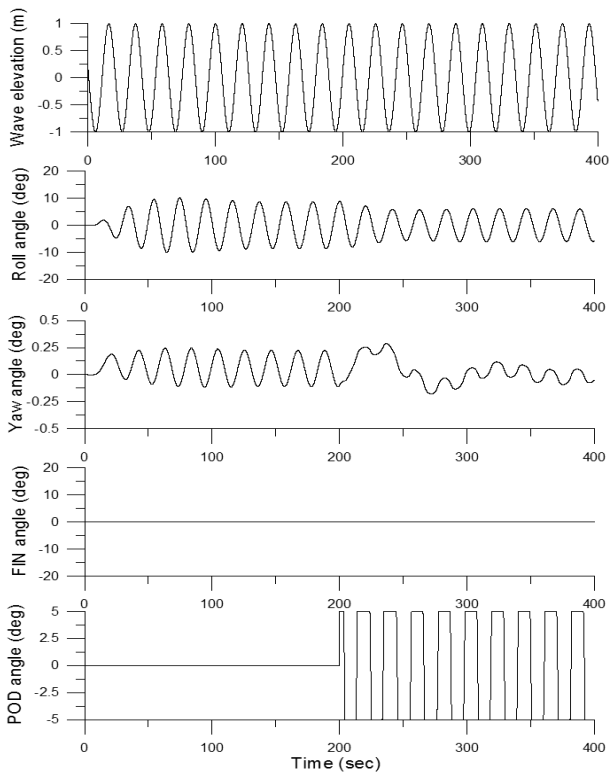


Fig. 15 Simulation results of case 5

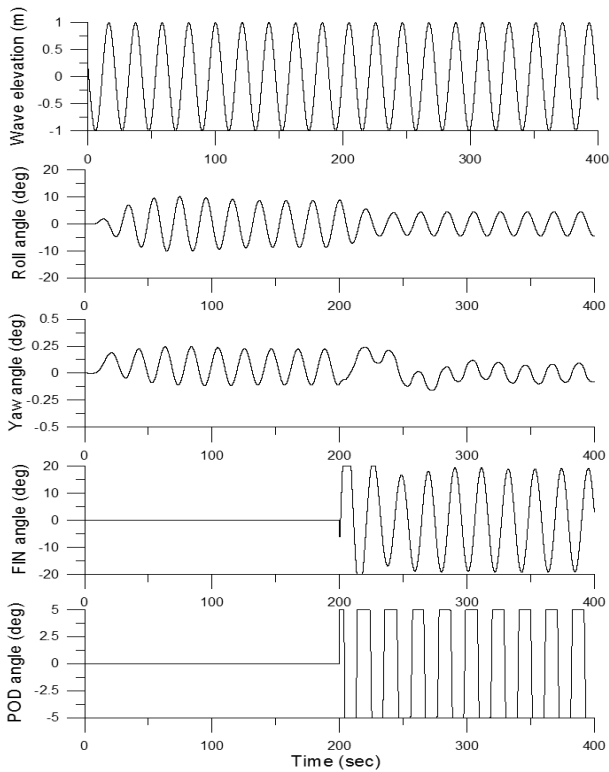


Fig. 16 Simulation results of case 6

4.2 불규칙파 중 시뮬레이션

불규칙파를 생성하기 위해 Fig. 17의 ITTC 파 스펙트럼을 이

용하였다. 시뮬레이션은 Sea state 5인 해상상태에서 횡파 중에 놓인, 23 노트로 전진하는 크루즈선에 대해 수행되었다.

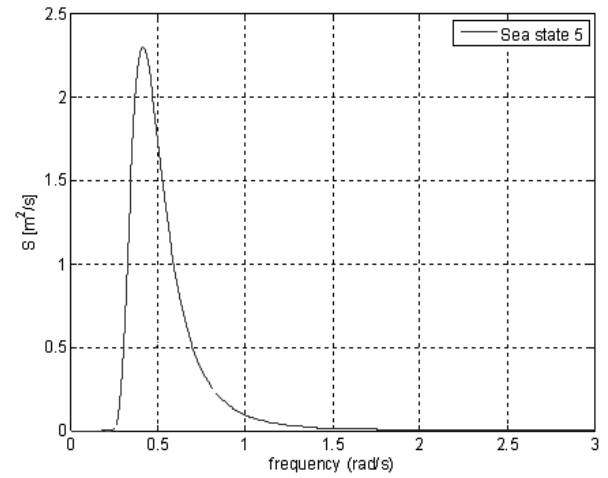


Fig. 17 ITTC wave spectrum

규칙파의 경우와 마찬가지로 시뮬레이션은 400 초 동안 이루어졌으며, 200 초가 지난 이후부터 제어기를 작동시켰다.

4.2.1 주파수 가중치 결정

앞서 언급한 바와 같이 주파수 가중치를 결정하는 특별한 이론은 정립되어 있지 않다. 본 논문에서는 횡동요 스펙트럼이 최대인 주파수 구간, 불규칙파 스펙트럼이 최대인 주파수 구간, 공칭 플랫폼이 설계된 주파수 구간에 각각 가중치를 크게 주어 제어 성능을 비교해 보았다. Fig. 18은 각 case에 따른 주파수 가중함수 (식 (32))의 크기를 나타낸 것이다. Case 1은 공칭플랫폼이 설계된 주파수에 가중치를 집중시킨 경우이고 case 2는 횡동요 스펙트럼이 최대인 주파수에 가중치를 집중시킨 경우이다. Case 3과 case 4는 파 스펙트럼이 최대인 주파수에 가중치를 집중시킨 경우이며 case 3에 비해 case 4는 횡동요에 대한 가중치를 적게 주었다.

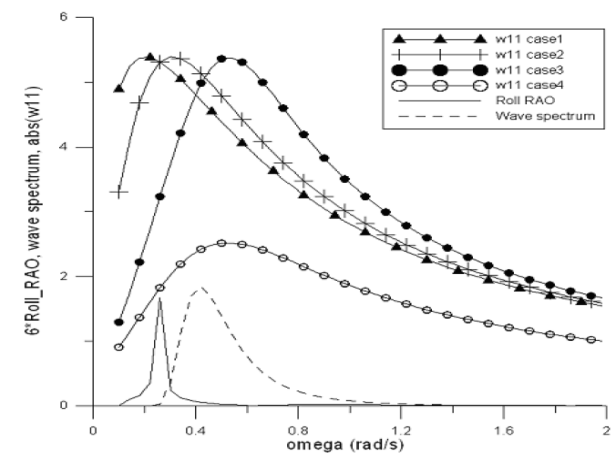


Fig. 18 Magnitude of the weight function ω_{11}

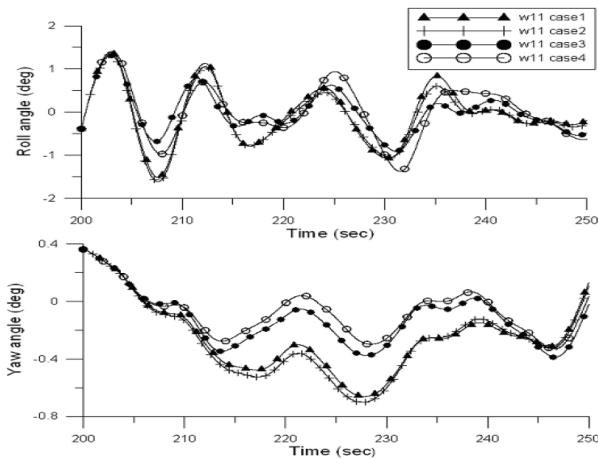


Fig. 19 Simulation results with respect to the weight function ω_{11}

Fig. 19은 위에서 언급한 case별 불규칙파중 시뮬레이션 결과이며 제어가 시작된 200 초부터 300 초까지의 횡동요와 선수동요를 자세히 나타낸 것이다. Case 1의 경우에는 횡동요 운동 진폭이 73.2 % 줄어들었고, case 2에서는 76.5 %, case 3에서는 80.2 %, case 4에서는 73.3 % 줄어들었다. 즉, 파 스펙트럼이 최대인 주파수에 가중치를 집중했을 경우 가장 효율적으로 횡동요가 감소되는 것을 확인하였다. 또한 가중치의 절대값이 작은 case 4에서도 case 1과 비슷한 정도로 횡동요가 감소하는 것을 확인함으로써 가중치를 주는 주파수가 제어시스템에 크게 영향을 미치는 것을 알 수 있었다.

4.2.2 주파수 가중 선형최적제어 결과 비교

앞에서는 파 스펙트럼이 최대인 주파수에 가중치를 집중시킨 case 3의 경우 가장 효율적으로 횡동요가 감소하였다. 주파수 가중 선형 최적제어 기법은 일반적인 선형 최적제어 기법에 비해 장점과 단점을 가지고 있다. 우선 시간영역 성능지수에서 가중행렬 Q 를 $C^T C$ 로 설정하고 출력변수에 대해 주파수 가중치를 주기 때문에 횡동요각에만 가중치를 부여할 수 있다. 반면 일반적인 선형 최적제어 기법에서는 성능지수의 가중행렬 Q 의 대각 성분들을 직접 설정할 수 있기 때문에 상태방정식의 모든 상태변수들에 대해 가중치를 부여할 수 있다. 다시 말해, 본 논문의 경우 8개의 상태변수들에 각각 가중치를 부여하는 것이 가능하다.

하지만 일반적인 선형 최적제어 기법에서는 가중행렬 Q 를 효율적으로 설정하기 위해 수많은 시행착오를 거쳐야 한다. 주파수 가중 선형최적제어의 경우 파 스펙트럼이나 횡동요 스펙트럼을 이용하여 가중치 행렬을 훨씬 쉽고 효율적으로 결정할 수 있다.

Fig. 20은 불규칙파 중에서 제어기법에 따른 시뮬레이션 결과이며 Fig. 21은 제어가 시작된 200 초부터 300 초까지의 횡동요와 선수동요를 자세히 나타낸 것이다. 일반적인 선형최적제어 기법을 사용했을 경우, 횡동요 운동 진폭의 RMS (Root Mean Square) 값이 67.5 % 줄어들었고, 주파수 가중 선형최적제어 기

법을 사용한 경우에는 79.3 % 줄어들었다.

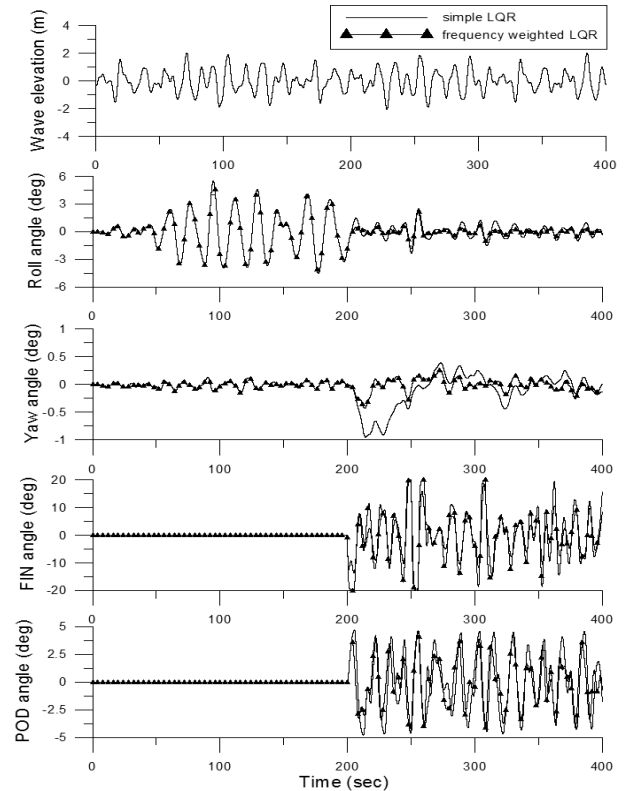


Fig. 20 Simulation results in irregular waves

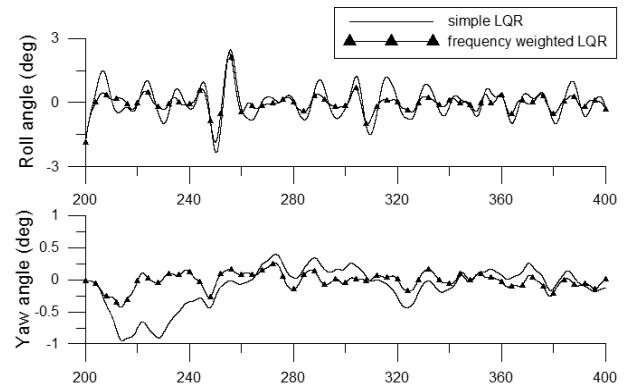


Fig. 21 Simulation results in irregular waves (fine view)

4.2.3 횡동요 제어에 미치는 포드 각속도의 영향

횡동요 제어 시스템의 성능은 포드의 각속도와 밀접한 관련이 있다. SOLAS와 같은 국제 협약에는 타의 각속도가 2.5 (deg/s) 정도의 값을 가져야 한다는 지침이 있으며 이러한 타의 각속도는 조타장치의 용량에 의해 결정된다. 일반적으로 2.5 (deg/s) 정도의 타 각속도는 선박의 침몰을 결정을 위해서는 충분히 빠른 속도이지만 선박의 횡동요 제어를 위해서는 더 큰 타의 각속도가 필요하다.

타의 각속도가 선박의 횡동요 제어에 미치는 영향에 대해서는

많은 선행연구들이 이루어졌다. Amerongen (1982)와 Yang (1998)는 타를 이용하여 선박의 횡동요를 제어할 경우, 타의 최고 각속도가 5~20 (deg/s) 정도의 값을 가져야 한다는 실험적 연구결과를 제시하였다.

포드 프로펠러의 경우 역시 포드의 각속도가 횡동요 제어성능에 영향을 미칠 것이다. 따라서 본 논문에서는 포드의 각속도가 횡동요 제어시스템에 미치는 영향을 확인하였다. 횡동요 시뮬레이션을 위해 주파수 가중 선형최적제어 기법을 적용하였고 불규칙파 중 포드의 각속도에 따라 선박의 횡동요 제어시스템의 효율이 어떻게 변화하는지를 살펴보았다.

포드의 거동에서 설정된 명령 타각에 포드각이 도달하는 시간 중 식 (16)의 두 변수인 ζ_δ 와 ω_δ 중 ω_δ 의 영향을 크게 받는다. 따라서 포드의 각속도는 변수 ω_δ 를 이용하여 변화를 주며 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션은 Sea state 5인 해상상태에서 횡파 중에 놓인, 7 노트로 전진하는 크루즈선에 대해 수행되었다. 아래의 Table 4는 시뮬레이션에 조건과 사용된 포드 프로펠러의 변수, ω_δ ,를 보여준다.

Table 4 Simulation conditions with respect to ω_δ

Case No.	Speed (knots)	ω_δ (rad/s)
1	7	3.0
2		2.0
3		0.8
4		0.4

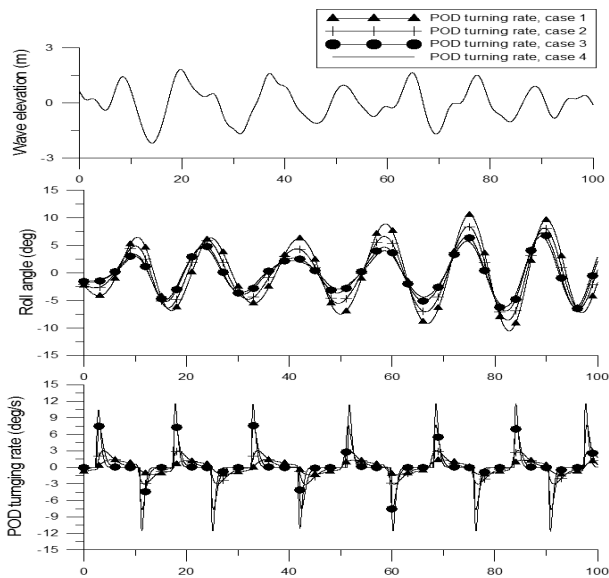


Fig. 22 Simulation results with respect to pod turning rate

Fig. 22은 각각의 경우에 대한 시뮬레이션 결과이며 제어기가 작동하는 300 초부터 400 초까지의 파고, 횡동요각, 그리고 포드의 각속도를 순서대로 나타내었다. Table 5는 각각의 경우에 대한 ω_δ , 포드의 최대 각속도 ($\dot{\delta}_{max}$), 그리고 횡동요 운동진폭에

대한 RMS 값의 감소율을 보여준다. 포드의 최대 각속도는 Fig. 22의 포드 각속도의 최대값을 의미한다.

Table 5 Simulation results with respect to ω_δ

Case No.	ω_δ (rad/s)	$\dot{\delta}_{max}$ (rad/s)	Roll decrement (%)
1	3.0	1.37	-11.46
2	2.0	3.05	8.35
3	0.8	7.69	25.51
4	0.4	11.58	31.13

Fig. 22와 Table 5로부터 포드의 각속도는 횡동요 제어시스템의 효율에 영향을 미치며 각속도가 빨라질수록 더욱 효율적인 선박의 횡동요 제어가 가능함을 확인할 수 있다. 또한, 포드의 각속도가 1.4 (deg/s)보다 더 작아 명령 타각까지 도달하는 데 큰 시간 지연이 생기면 횡동요 제어 시 선박의 횡동요가 오히려 커지는 것을 알 수 있다.

5. 결론

핀과 포드 프로펠러가 장착된 크루즈선에 대해서 횡동요 제어 시스템을 설계하기 위해 좌우동요, 횡동요, 선수동요의 3자유도 운동방정식을 이용하였다. 운동방정식을 구성하기 위하여 선체에 작용하는 힘, 핀 및 포드 프로펠러에 작용하는 힘, 제어기의 거동이 모델링 되었다. 이렇게 완성된 운동방정식을 바탕으로 상태방정식을 세우고 제어기를 설계하였다.

설계된 횡동요 제어시스템을 검증하기 위해 규칙파 중에서 시뮬레이션이 이루어졌다. 크루즈선의 운항속도 23 노트와 저속 7 노트에서 제어입력을 핀만 사용했을 경우, 포드만 사용했을 경우, 핀과 포드를 모두 사용했을 경우에 대해 시뮬레이션 하여 그 특성을 살펴보았다. 그 결과, 23 노트에서는 핀 안정기만으로도 횡동요 진폭을 76.7 % 줄일 수 있었고 핀과 포드 프로펠러를 동시에 사용했을 경우 횡동요 운동 진폭을 90.1 % 줄일 수 있었다. 반면, 7 노트에서는 양력이 크게 줄어 핀 안정기만으로는 횡동요를 안정화시키기 위한 충분한 제어력을 얻기 힘들었으며 핀과 포드를 동시에 사용하였을 경우 횡동요 운동 진폭을 52.3 % 줄일 수 있었다.

불규칙파 중에서의 횡동요 제어를 위해 시스템의 불확실성이 최소가 되는 주파수를 기준으로 공칭플랜트를 설정하였고 최적의 제어입력을 찾기 위해 두 가지 제어기법을 이용하였다. 일반적인 선형최적제어 기법을 사용했을 경우, 횡동요 운동 진폭의 RMS 값이 67.5 % 줄어들었고, 주파수 가중 선형최적제어 기법을 사용한 경우에는 79.3 % 줄어들었다. 주파수 가중 선형최적제어 기법을 적용할 경우는 일반적인 선형최적제어기법에 비해 파 스펙트럼 및 횡동요 스펙트럼을 사용하여 쉽게 효율적인 제어입력을 결정할 수 있었다.

또한 불규칙파 중 횡동요 제어시스템에 미치는 포드 각속도의 영향에 대해 살펴보았다. 포드의 동적 특성을 결정하는 변수 중

를 변화시켜 포드의 각속도에 따른 크루즈선의 횡동요 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과를 통해 포드의 각속도는 횡동요 제어시스템의 효율에 영향을 미치며 각속도가 빨라질수록 더욱 효율적인 선박의 횡동요 제어가 가능함을 확인하였으며 포드의 각속도가 1.4 (deg/s)보다 작을 경우, 횡동요 제어 시 선박의 횡동요가 오히려 증가하였다.

후 기

본 연구의 일부는 서울대학교 BK21 해양기술인력양성사업단과 서울대학교 해양시스템공학연구소(RIMSE)의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- C. Yang., 1998. *A Robust Rudder Roll Damping Control*, PhD Thesis, Aalborg University, Denmark.
- Islam, M. F. et al., 2007. Experiments with Podded Propulsors in Static Azimuthing Conditions, *Proceedings of the Eighth Canadian Marine Hydrodynamics and Structures Conference*, St. John's Newfoundland.
- J. Van Amerongen., 1982. *Adaptive Steering of Ships - A Model Reference Approach to Improved Manoeuvring and Economical Course Keeping*, PhD Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- Kawahara, Y. Maekawa, K. & Ikeda, Y., 2009. A Simple Prediction Formula of Roll Damping of Conventional Cargo Ships on the Basis of Ikeda's Method and Its Limitation, *Proceedings of the 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles*.
- Kim, D.J. Rhee, K.P. & Choi, J.W., 2009. Depth Control of a Submerged Body Near the Free Surface by LQR Control Method, *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 36(4), pp. 382-390.
- Lewis, F.L., 1992. *Applied Optimal Control and Estimation*, Prentice-Hall International Editions.
- Lee, S. Y., 1999. *Theoretical and Experimental Study on the Attitude Control System of Foil-Catamaran*, Ph.D. Thesis, Seoul National University.
- Lee, J. M., 2004. *Study on the Rudder Roll Stabilization Using Frequency Weighted LQR*, M.D. Thesis, Seoul National University.
- McTaggart, K.A., 2008. Active Roll Stabilization of a Coastal Naval Vessel Using Azimuthing Propellers, *Proceedings of the Eighteenth International Offshore and Polar Engineering Conference* Vancouver, BC, Canada.
- Stettler, J.W., Hover, F. S. & Triantafyllou, M. S., 2004. Preliminary Results of Testing of the Dynamics of an Azimuthing Podded Propulsor Relating to Vehicle Manoeuvring, *First International Conference on Technological Advances in Podded Propulsion(T-POD)*, Newcastle, UK.



이성균

이재훈

이기표

최진우