

## 학습자 중심 수학 수업을 위한 수업자료의 몇 가지 특징<sup>1)</sup>

김진호 (대구교육대학교)

제7차 교육과정 이후로 학습자 중심 수업이 지속적으로 강조되고 있음에도 불구하고, 초등수학교과서에 제공되어 있는 수업자료로 수업을 할 때 학습자 중심 수업의 진면목이 들어나고 있지 않은 것이 현실이다. 이에 학습자 중심 수학 수업을 실천에 옮기기에 적합한 수업자료가 지녀야 하는 몇 가지 특징에 대하여 살펴보았다. 지속적으로 교육과정을 개정하고 그에 따른 수학교과서 개발시에 본고에서 논의한 특징들이 반영된 수업자료가 개발되기를 기대해 본다.

### I. 들어가며

우리나라는 제7차 교육과정으로 교육과정을 개정하면서 학습자 중심 수학 수업을 강조한 후 2007 개정 교육과정과 2009 개정 교육과정에서도 지속적으로 학습자 중심 수학 수업을 강조하고 있다. 제6차 교육과정의 수업은 주로 교사 중심 수업이었다는 점에서, 학습자 중심 수업으로의 교수-학습 방법의 전환은 교육분야에서의 패러다임적 전환이라고 할 수 있다. 교육분야에서 패러다임적 전환이 이루어진 교육을 해야 하는 근본적인 이유는 우리 사회가 빠른 속도로 변하면서 그 사회에서 요구하는 인간상이 변했기 때문이다. 우리가 살고 있는 현재의 사회를 지식기반사회 더 나아가 지식융합사회라고 하면서, 이 새로운 형태의 사회에서 살아갈 현재의 초·중·고등학교 학생들은 학교 교육을 통해서 “더욱 발전적인 문제해결 지도와 창의적인 수학적 사고 능력의 신장, 그리고 다양한 상

황에서 유연하게 대처할 수 있는 수학적 소양과 태도를 육성(교육인적자원부, 1997, p. 2)’할 필요가 대두되었다. 학습자들이 창의적인 수학적 사고를 하는데 있어서 중요한 요소로 작용하는 것 중의 하나가 ‘학생들이 학습한 내용의 풍부성’이기는 하지만, 이것만으로 학습자들이 자신들의 내면에 잠재해 있는 창의적인 능력을 발현할 수 있는 것은 아니다. 이와 더불어, 학생들은 수학 지식을 학습하는 과정에서 창의적인 정신활동을 해야 한다. 이를 통해서 그들은 처음 당면하는 문제 상황을 ‘창의적으로, 융통성 있게’ 접근할 수 있다. 그런 점에서 학생들은 “~ 기초적인 개념, 원리, 법칙 등을 학습자가 스스로 발견하고 이해(교육과학기술부, 2007, p. 51)’할 필요가 있다. 즉, 개념, 원리, 법칙 등의 발견의 주체가 교사가 아니라 학습자이어야 한다. 이는 학습자들에게 활동을 시키고 학습자들이 활동으로부터 얻은 자료를 통해서 그 자료 속에 잠재해 있는 의미 구성을 교사가 아닌 학습자가 해야 한다는 것이다.

그렇지만, 제7차 교육과정에 터한 초등수학교과서를 바탕으로 학습자 중심 수학 수업을 실천에 옮긴 10년에 대한 반성은 “~ 학교 현장에 적용·운영되는 과정에서 문제점을 드러내었고, 이에 대한 개선 요구가 줄곧 제기되었다.(교육과학기술부, 2007, p. 3)’로 요약할 수 있다. 앞서 진술하였듯이, 교사 중심 수업에서 학습자 중심 수업으로의 전환은 교육분야에서의 전면적인 개혁임에도 불구하고, 전면적인 개혁이 당시의 현실적인 이유로 학습자 중심 수업을 이상적으로 실천에 옮길 수 있을 정도로 개혁이 이루어지지 않았기 때문이다(Kim, Colen, & Colen, 2013). 즉, 부분적인 개혁을 시도하였는데, 이런 부분적인 개혁은 패러다임 이전의 교육의 양태와 패러다임 이후의 교육의 양태의 혼합으로 나타난다. 예를 들어, 학습자들이 한 수업 시간에 하나의 수학 지식을 학습해야 한다는 가정하에 제시되

\* 접수일(2012년 11월 26일), 게재 확정일(2012년 12월 20일).  
\* ZDM 분류 : D33  
\* MSC2000분류 : 97D30  
\* 주제어 : 학습자 중심 수업, 수업자료의 특징, 개방형, 학습자의 지적 수준  
1) 이 논문은 대구교육대학교 교내연구비의 지원에 의하여 연구되었음.

는 차시별학습목표의 진술은 패러다임적 전환이 이루어지기 이전의 수업에서 보편화된 관행 중의 하나라는 패러다임적 전환이 이루어진 학습자 중심 수업에서는 바람직하지 않은 관행이다. 단지, 패러다임적 전환이 이루어지기 이전의 관행인 교사 중심의 설명식 수업에서 학습자들의 활동이 중심이 되는 수업으로의 전환은 패러다임적 전환이 이루어진 수업을 실행에 옮길 때 요구되는 관행중의 극히 일부분에 지나지 않는다.

학습자 중심 수학 수업이 이상적으로 실천되기 위해서는 수업과 관련된 교사의 학습자에 대한 인식, 학습자 자신의 자신에 대한 지적 능력에 대한 인식, 주 수업 자료인 초등수학교과서 등 다양한 요소들에 대한 융합적 개혁이 있어야 한다. 융합적 개혁의 실천이 요구되는 것은 이들 각 요소에 대한 일측면에 대한 개혁이 아니라 이들 요소들에 대한 화학적 결합이 이루어져 패러다임 이전의 수업과는 전혀 다른 형태의 수업이 발생해야 하기 때문이다. 일부 요소만의 개혁으로는 의도한 수업 효과를 이끌어 낼 수 없다. 예를 들어, 미국과학재단(NSF)의 지원을 받아 제작된 수학교과서로 수업을 한 수업에서 교사들이 교사 중심 수업 방법으로 수업을 실천에 옮김으로써 수업 결과는 부정적이었다(Senk, & Thompson, 2003). 이들 요소들에 대한 융합적 개혁에 대한 논의는 본고의 범위를 벗어나지만, 이에 대한 이해는 Kamii(1985, 1989, 1994), Kim, Colen, & Colen(2013), National Council of Teachers of Mathematics (1989, 1991, 2000: 이하 NCTM)을 참고하기 바란다.

본 연구의 목적은 학습자 중심 수학 수업이 원활히 실천에 옮겨지기 위한 다양한 요소들 중 초등수학교과서에 제공되어 있는 수업 자료가 학습자 중심 수업을 실천하는데 부적합하다는 지적들이 있었으므로, 학습자 중심 수업에 적합한 수업 자료가 지녀야 하는 특징에 대해 살펴보는 것은 의미있는 작업이라고 할 수 있다. 제7차 교육과정 이후로 수학교과서 의존적인 수학 수업에서 벗어나 교사가 수학교과서를 통해서 제공된 수업 자료를 재구성할 수 있도록 허용하고 있지만, 많은 초등학교 교사들은 여전히 수학교과서에 충실한 수업을 실천하는 것으로 보고되고 있다는 점에서(김평국, 2004; 방정숙, 2002; 나귀수, 2009; 최승현, & 황혜정) 본고에서 밝히고 있는 학습자 중심 수업을 위한 수업

자료의 특징들이 학습자 중심 수학 수업을 실천에 옮기고자 하는 교사들에게 자신만의 수업자료를 개발할 때 기초자료로 활용될 수 있기를 기대한다.

## II. 학습자 중심 수학 수업을 위한 수업 자료의 특징

앞서서도 진술하였듯이, 학습자 중심 수학 수업이 이상적으로 실천에 옮겨지기 위해서는 관련 요소들 간의 융합적 개혁이 뒤따라야 한다. 즉, 교사의 설명 주도형 수업자료에서 학습자의 활동이 첨가된 정도의 개혁만으로는 학습자 중심 수학 수업을 목적으로 개발된 수업 자료라고 할 수 없을 듯 하다(김진호, 2006). 학습자 중심 수학 수업을 목적으로 개발된 수업 자료에 대한 논의는 수업 자료 그 자체의 특성 뿐만 아니라 학습자들이 학습해야 할 내용(지식), 이를 실천에 옮기기 위한 수업 양식, 교사의 학습자에 대한 인식 등에 대한 관점이 반영되어야 한다. 이 중 본 절에서는 몇 가지 점에 대해서 살펴보도록 한다.

### 1. 학생 개인의 지적 능력을 고려한 수업 자료 : 개방형 과제

학습자 중심 수학 수업은 ‘한 교실에 있는 학생들의 지적 능력 및 기저지식이 다르다.’는 기본 명제로부터 출발한다. 즉, 학습자 마다 서로 다른 지적 능력을 소유하고 있기 때문에 학습자의 지적 능력 수준에 맞는 수업 자료를 제공해 줄 필요가 있다. 이점을 반영하기 위해서 제7차 교육과정 및 2007 개정 교육과정, 2009 개정교육과정은 학습자의 능력 수준에 맞춘 수준별 수업을 강조하고 있다. 수준별 수업, 즉 학생들의 지적 능력에 따른 학급 편성을 한 후, 각 학급을 대상으로 학습자 중심 수업을 실천할 것을 강조하고 있는 것이다. 그런데, Latterrell(2008)은 이에 대해서 다른 의견을 제시하고 있다. 제7차 수학과 교육과정 및 2007 개정 교육과정 그리고 2009 개정 교육과정은 NCTM (1989, 2000)이 출간한 표준안의 영향을 받았다는 점에서 Latterrell의 진술은 음미해 볼 필요가 있다.

NCTM-지향 교육과정에는 수준별

과정이 없다. 모든 학생들이 같은 교실에서 수업을 받는다. 전통적 교육과정에서는 학생별로 수준별 과정이 있다. 학생이 대학 진학 지망생인지 아닌지에 따라 또는 과거에 수학을 얼마나 잘했느냐에 따라 수준별 과정이 다르다. (p. 181)

위의 Latterrell의 진술로부터 학습자의 지적 수준을 고려한 수업 형식이 두 가지로 구별될 수 있음을 알 수 있다. 즉, 한 가지는 우리나라에서 주로 실시되는 수준별 수업 형식으로 학습자의 지적 능력이 차이가 있으므로 지적 능력이 비슷한 학습자 집단을 형성해서 각 집단에게 적절한 수업 자료를 제공해 주는 것이다. 다른 한 가지는 학습자의 지적 능력에 따라 학습자 집단을 형성하는 것이 아니라 저마다 다른 지적 능력을 소유한 학습자들을 함께 모아 놓고 수업을 하는 것이다. Latterrell의 진술의 핵심은 NCTM-지향 교육과정은 서로 다른 지적 능력을 갖춘 학습자들이 한 교실에서 수업을 해야 한다는 것이다. 이 NCTM-지향 교육과정이 바로 학습자 중심 수업을 강조하고 있다는 점(NCTM, 1991)에서 볼 때, 우리나라에서 시도되고 있는 수준별 수업이 학습자의 능력에 따른 집단을 형성하기 보다는 이질집단 내에서 학습자 중심 수업이 이루어져야 한다는 점을 시사한다. 초등학교의 경우는 이와 같은 학습자의 능력에 따른 세부 동질집단으로 이루어진 학급 구성을 시도하지는 않았지만, 제7차 교육과정에서는 학습자의 능력 수준에 따라 기초, 기본, 심화의 세 수준으로 구성된 초등수학교과서를 제공하였고(교육인적자원부, 1997), 2007 개정 교육과정에서는 국가 수준의 교육과정에서는 모든 학생들이 필수적으로 학습해야 할 수학과 학습 내용만 제시하고, 단위 학교에서는 각 학교 학생의 능력과 수준, 적성에 적합하게 수학과 교육 내용 및 방법을 재조직하여 지도할 수 있도록 수준별 수업의 편성·운영 권한을 각 학교에 부여하였다(교육과학기술부, 2007, p. 7). 제7차 교육과정에 따른 초등수학교과서는 결국은 학습능력이 다른 학습자에게 서로 다른 학습자료를 제공하고 학습자의 학습능력에 따라 그들에게 서로 다른 수업 방법을 적용하겠다는 의미로 받아들여진다는 점에서 이는 중·고등학교에서 수준별 수업을 접근한 방식과 유사하다고

할 수 있다. 또한, 앞서 진술하였듯이, 2007 개정 교육과정에서는 심화 학습을 위해서는 교사가 학습자의 이해 정도에 따라서 심화 활동을 위한 수업자료를 제공해야 한다는 진술하고 있지만, 이 심화 활동을 위한 수업자료는 교사용 지도서 어디에서도 찾아 볼 수 없고 ‘다시 알아보기’와 ‘좀 더 알아보기’를 위한 자료를 제공하고 있는데, 2007 개정 교육과정(교육과학기술부, 2007, p. 53)에 진술되어 있듯이 이들은 분명히 평가도 구이지 수업도구는 아님에도 불구하고 교사들은 이를 실천에 옮기면서 수준별 수업을 실천에 옮기고 있다고 생각하고 있는 것이 현실이다.

지적 능력이 다른 학습자들이 한 교실에 함께 모여 학습하는 상황에서 학습자 저마다의 다른 지적 능력을 소유하고 있음을 인정한다면, 학습자에게 제공되는 수업 자료는 학습자가 이 수업자료로부터 저마다의 지적 능력에 따라서 서로 다른 수학적 아이디어를 추출해 낼 수 있어야 한다. 이런 특성을 갖는 수업 자료가 개방형 과제이다. 초등수학교과서에 개방형 과제가 도입된다면, 이는 학습자들이 이 과제를 통해서 학습 즉 학습자들이 저마다의 다른 수준에서 배움이 발생해야 하는 것이다(보다 자세한 내용은 김진호, 2010, pp. 15-17; Letterrell, 2008, pp. 190-194 참고.). 2007 개정 교육과정에 따른 초등수학교과서에서도 개방형 과제가 이전 제7차 교육과정 보다 많이 나타나고 있지만, 개방형 과제의 용도는 학습을 위한 것이 아니라 배운 내용의 적용 또는 응용을 위한 것이라는 점에 주목할 필요가 있다.

수학 학습을 목적으로 개발된 개방형 과제의 예는 개방형 교수법(구광조, 전평국, 박성선, 문성길, 2004), 개인화 수업(differentiated instruction)(Small, 2012; Small & Lin, 2011), 개방형 교수·학습 자료(유대현, 안희진, 박현미, 김은영, 정미연, 2012) 등에서 발견할 수 있다. 이질집단 내에서 학습자들의 학습 능력에 따른 수업을 위해 개발된 개방형 자료의 좋은 사례는 <초인종이 울렸어>(김진호, 홍은숙, 황혜진, 2007)을 들 수 있다. 이 수업자료는 수업자료의 제목에서 암시하듯이, <초인종이 울렸어>라는 수학동화를 바탕으로 한다. 이 수학동화의 내용은 한 어머니가 두 자녀에게 12개의 과자를 간식으로 주고 두 자녀가 똑같이 나누어 먹는 장면으로 시작한다. 그런데, 초인종이 울리면 친구 2명이 오고, 이 4명이 12개의 과자를 똑같이

나누어 먹으려고 한다. 하지만, 그 순간 초인종이 울리면서 2명의 친구가 더 와서 6명이 12개를 과자를 나누어 먹으려고 한다. 이때, 초인종이 울리면서 6명의 친구가 더 오고, 12명의 아이들이 12개의 과자를 똑같이 나누어 먹으려고 하는데 초인종이 또 울린다. 아이들은 하나도 먹을 수 없을 수 있다는 마음으로 누가 오나 하는데, 이번에는 할머니가 많은 과자를 가지로 오면서 아이들이 즐거워하는 장면으로 이야기가 끝난다.

이 수학동화를 바탕으로 A4를 8등분하도록 한 후, 첫 번째 칸에는 활동명과 이름을 적고 두 번째 칸에는  $12 \div 2 = 6$  식과 그림, 세 번째 칸에는  $12 \div 4 = 3$  식과 그림, 네 번째 칸에는  $12 \div 6 = 2$  식과 그림, 다섯 번째 칸에는  $12 \div 12 = 1$  식과 그림, 그리고 여섯 번째 칸에는 할머니가 18개를 더 가지고 왔다고 가정하고  $30 \div 12 = 2.5$  식과 그림을 그리도록 한다. 그리고 일곱 번째 칸과 여덟 번째 칸에는 초인종이 더 울렸다고 가정하고 과자의 수 또는 사람의 수를 학생이 정해서 식을 세워 답을 구하고 그에 합당한 그림을 그리는 활동을 하도록 한다. 이 일곱 번째와 여덟 번째 활동이 개방형 과제이다. 개방형 과제가 답이 여러 가지 있는 것 그리고 방법이 여러 가지 있는 것으로 일반적으로 정의되지만, 이처럼 문제 설정도 문제해결자에 따라서 달라지는 과제도 개방형 과제라고 할 수 있다. 이런 문제 설정은 학습자의 지적 수준에 따라서 동일한 상황에도 다른 문제 설정을 할 수 있다. 이와 유사한 유형의 개방형 문제로 ‘철수네 학급에는 남학생이 12명이고 여학생이 11명 있습니다. 이 정보를 이용해서 문제를 만들고 답을 구하시오.’를 들 수 있다. 이 상황으로부터 어떤 학생은 남녀 학생 수의 차를 구하는 문제를 설정할 수 있고, 어떤 학생은 남녀 학생의 합을 구하는 문제를 설정할 수 있고, 어떤 학생은 남녀 학생이 할 수 있는 약수의 수를 구하는 문제를 설정할 수도 있다. 물론, 이렇게 설정된 문제에 대한 문제해결 과정은 또한 다양할 수 있다.

## 2. 실생활 소재를 바탕으로 한 수업 자료

학습자들이 수학을 수학 그 자체로 배우기를 강조하던 ‘새 수학’ 시기와는 달리, 최근 들어서는 학습자들이 배울 수학은 학습자들의 삶 속에 이미 존재하고, 이 학습자들의 삶 속에 숨어 있는 수학을 관찰하고 조

직하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하는 능력을 향상할 필요가 있다(교육과학기술부, 2007, p. 51). Piaget가 임상실험을 통해서 밝혀낸 초등학교 학습자들의 지적 특성을 고려했을 때 이 진술은 타당하다. 즉, 초등학생들은 구체적 조작기에 있는데, 구체적 조작기에 있는 학습자들은 자신들이 행한 행위를 바탕으로 그 행위 속에 잠재해 있는 의미를 구성할 수 있다. 이 진술은 초등학생들이 자신들의 학교 안팎의 삶 속에서 경험한 그리고 경험했음직한 소재들을 바탕으로 구성된 수업 자료를 수업에서 제공해주는 것은 그들이 이 소재들을 바탕으로 한 학습 경험으로부터 수학적 의미를 추출할 수 있다는 것을 의미한다. 또한, 학습소재를 일상생활로부터 가져올 때는 실제로 학습자들이 학교 안팎의 일상생활에서 경험하는 소재이거나, 실제로 발생하지는 않더라도 발생할 개연성이 충분히 있는 소재이어야 하며, 수학적 내용이 풍부해야 한다. 이런 점을 반영하기 위해서 제7차 교육과정 및 2007 개정 교육과정에 따른 수학교과서에 ‘실생활에서 알아보기’를 설정하였는데, 초등수학교과서에 제시되어 있는 실생활 소재가 인위적이고 인공적이라는 비판과 함께 소기의 목적을 달성하고 있지 못하다는 비판이 있다(김상룡, 2001).

교실 안팎에서 발생하는 실생활 소재들을 토대로 개발된 수업자료의 예는 Kamii(1994, 8장 참고), 김진호, 홍은숙, 황혜진(2007), Ronfeldt(2003) 등에서 발견할 수 있다. 한 가지 예를 들자면 학생들은 학교에서 여러 교과 활동을 하면서 다양한 형태의 모둠구성을 한다. 이런 모둠구성 경험을 토대로 나눗셈 수학 수업을 할 수 있는 수업자료인 <학급 모둠의 수>를 개발할 수 있다(김진호, 홍은숙, 황혜진, 2007). 이 수업 자료를 통해서 학생들은 특히 포함제로서의 나눗셈을 학습할 수 있다. 이 수업 자료는 다음과 같은 순서에 따라 수업을 진행한다.

### 학급 모둠의 수 수업과정안

#### 개요

이 활동에서, 학생들은 자신들의 학급에서 빈번하게 발생하는 일종의 의사결정과 관련된 실생활 문제를 탐구한다. 이 문제는 어린이들에게 나눗셈의

|   |
|---|
| 포함제 모델에 대한 경험을 제공해 준다. 학생들은 각 묶음에 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10명의 학생들이 있을 경우에 발생하는 집단의 수를 알아내야 한다.   |
| 준비물<br>없음   |
| 시간<br>2차시   |
| 교수·학습 지침<br>1. 교사가 학생들을 집단으로 구성하기를 원할 때가 있는데 언제 그러는지를 근거를 들어 발표하도록 요청한다.<br>2. 학생들과 함께, 학급에 있는 어린이의 수를 결정한다. (출석부에 등록된 모든 학생들을 대상으로 할 것인지 아니면 출석한 학생들만을 대상으로 할 것인지를 결정해야 한다.)<br>3. 학생들이 2명씩 짝을 지어서 집단을 구성하면 몇 개의 집단을 구성할 수 있는지 학생들에게 묻는다. 몇몇의 학생들에게 이유를 설명하도록 한다.<br>4. 어린이들은 9개의 서로 다른 문제들을 해결하고 답을 구한 방법을 설명해야 한다고 말해 준다. 9개의 문제는 학급에 있는 어린이들을 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10명으로 모둠을 구성하고 모둠의 수를 말하는 것이다.<br>5. 어린이들이 자신들이 발견한 것을 발표할 수 있는 전체 학급토론을 이끈다. |

<학급 모둠의 수> 수업 자료의 두드러진 특징은 이 학급 모둠이라는 한 소재를 가지고 전체 한 단위 수업을 이끌어 간다는 것이다. 즉, 2차시를 진행하는 수업 자료임에도 불구하고 하나의 소재로 단위 수업이 진행된다는 점이다. 이렇게 함으로써 학습자들이 한 단위 수업 내에서 경험하는 다양한 학습 경험들은 서로 서로 연계성을 파악할 수 있는 학습경험을 하게 된다. 이런 연계성이 있어야 개별 활동들 사이에 존재하는 어떤 수학적 의미를 학습자들이 구성해 낼 수 있는 것이다. 이 수업자료는 나머지가 있는 나눗셈, 나머지가

없는 나눗셈 등 다양한 나눗셈의 하위 학습 요소들이 통합되어 있다. 실생활 소재를 바탕으로 구성된 수업 자료는 학습자들로 하여금 외재적 동기유발을 일으킬 뿐만 아니라, 자신들이 익숙한 상황설정이 되어 있기 때문에, 주어진 상황에 대한 충분한 이해를 바탕으로 학습 활동을 전개해 갈 수 있다. 또한, 2인 모둠-9인 모둠까지의 모둠짓기에 따른 각 모둠의 수를 구해야 하기 때문에 모든 학습자들이 자기 수준에서 접근 할 수 있는 모둠짓기를 선택적으로 활동할 수 있다. 즉, 앞 절에서 논의하였듯이, 학습자들이 지적 능력에 따라서 모든 학생들이 이 9가지 소활동들 중 일부만 또는 전부를 할 수 있다. 이는 분명 전통적인 교실에서 모든 학생들이 주어진 동일한 과제를 모두 완수해야 하는 압박에 시달림으로써 자유로운 지적 활동을 방해 받는 것과는 다른 방향으로 수업이 전개될 수 있음을 암시한다. 이처럼, 학습자들은 자신들의 현재의 지적 수준에 따라 이 수업 자료로 학습 경험을 하면서 자신의 지적 수준에 맞는 지식을 구성할 수 있는 기회를 가짐으로써 학습자들은 저마다의 수준에서 앞의 기쁨을 느낄 수 있다. 이런 저마다의 수준에서의 지적 희열을 경험하는 것이 결국에는 자기주도적 학습 능력의 배양이고, 이어서 이런 앞의 희열은 차후의 학습을 위한 내재적 동기유발을 촉진할 수 있다. 따라서, 단순히, 제7차 교육과정 및 2009 개정교육과정에 따른 초등수학교과서처럼 실생활적 소재를 도입하는데 의의가 있는 것이 아니라 그 소재에 다양한 수학적 요소들이 잠재해 있어야 하고, 서로 다른 지적 능력을 갖춘 학생들이 서로 다른 접근을 할 수 있는 여지가 있는 학습 활동을 이끌어 낼 수 있는 그런 실생활 소재이어야 한다.

### 3. 학습 내용은 학습자의 지적 호기심으로부터 발생

한 학급에 있는 학습자들의 지적 능력이 서로서로 다름을 인정한다면, 서로 다른 학급에 있는 교사에 의해 제공된 동일한 수업자료라 할지라도 학습자들은 이를 바탕으로 서로 다른 추상을 할 것이다. 즉, 출발은 같을지라도, 시간이 지남에 따라 학급마다 서로 다른 학습 경험을 할 것이고 이를 토대로 학습자들이 학습 할 내용이 선정되어야 한다는 것은 자명해 보인다. 즉,

학급마다 서로 다른 내용을 지도할 수 있는 서로 다른 수업 자료를 교사가 제시할 수 있어야 한다. 이와 반대로, 현재 수학 교실에서 실행되고 있는 것처럼, 학습자들이 학습해야 할 수학 내용의 선정이 수학 교과서에서 미리 정해진 일련의 수학 내용들로 고정되어 있는 상태로 학습자들에게 학습할 내용을 제공하는 것은 학습자들의 특성을 반영하지 못하는 수업자료라고 할 수 있다. 그런 점에서 볼 때, 모든 학습자가 동일한 학습능력을 갖추고 있고 모두 동일한 내용(차시별 학습 목표)를 학습해야 한다는 가정을 하는 것(남승인, 1999)은 더더구나 바람직하지 못하다.

교사는 학습자들이 지적 호기심을 보이는 내용을 다음과 같은 방식으로 파악해 낼 수 있다. 한 가지는 학습자들이 수업 중에 보이는 반응으로 학습자들이 더 알고자 하는 내용을 파악할 수 있다. 다음 절에서 진술하고 있듯이, 수학적 지식들은 단절된 지식체가 아니라 서로서로 연결된 집합체이기 때문에, 어떤 지식을 학습하는 과정에서 학습자들은 이와 관련된 다른 수학 내용에 대해서 관심을 가지게 된다. 또는 수학은 위계적인 속성이 있기 때문에 보다 큰 수로 확장가능성 또는 일반화 등에 대해서도 궁금증을 가지게 될 수 있다. 이런 가능성은 학습자들이 지식을 구성할 수 있는 지적 능력이 있음을 믿고 그들에게 자신들의 지능과 사고를 할 수 있는 기회를 준 수업 환경에서 발생한다(김진호, 2006; Kamii, 1994; 김진호, 홍은숙, 황혜진, 2007).

다른 한 가지는 학습자들이 학습일지에 기록한 내용<sup>2)</sup>으로부터 교사는 학습자들이 관심 있어 하는 수학 내용을 파악할 수 있다. 전통적인 수업 방법으로 수학 수업을 실행에 옮기는 수학교사들은 수학 수업 중에 학습한 내용을 반복·연습할 것을 숙제로 제공하는 반면에, 학습자 중심 수학 수업을 운영하는 교사들은 일반적으로 학습자들에게 그 날 수학 수업 중에 자신이 스스로 이해 한 수학 내용, 동료 학습자가 창안해 낸 방법들 중 자신들이 알게 된 것, 동료 학습자가 낸 수학적 아이디어들 중 자신이 이해하지 못한 것 등을 수

학 저널에 적도록 하는데, 학습자들이 학습일지에 기록한 내용들을 바탕으로 학습자들이 배워야 하는 학습 내용을 선정할 수 있다(김진호, & Lee, 2012). 자신들의 지적 호기심과는 무관하게 미리 정해진 수학 내용들이 순차적으로 제시되는 전통적인 수학교과서를 활용하는 수업에 임할 때 보다. 이렇게 선정된 학습내용을 토대로 실행되는 수학 수업을 받는 학습자들은 수업에 몰입하는 효과를 가져 오게 된다. 자신들이 알고자 하는 바로 그것이 수업의 중심에 서게 됨으로써 학습자들은 자신들의 현재의 지적 능력을 최대한 발휘해서 그것을 이해하려는 노력을 기울이게 된다.

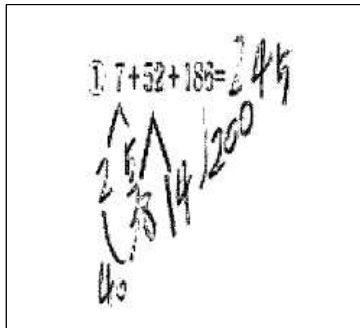
예를 들어, 한 교사가 3학년 나눗셈 수업 중에  $80 \div 4$ 를 여러 가지 방법으로 풀어보라고 하였을 때, 한 학생이 '80 나누기 4는 80을 2로 나누어 구한 중간 값을 다시 2로 나눌 수 있다.'고 하였다. 이 말을 들은 다른 학생이 '친구의 방법으로 하면, 큰 수로 나누기를 할 때 좋겠다.'고 하였다(서민지, 2012, 개인적 대화). 즉, 이 학생들은 주어진 문제를 풀어나가는 과정에서 한 번 나누기로부터 연제법을 생각해냈고, 이 방법에 대해서 학습할 기회를 가질 수 있었다. 이처럼, 제시된 학습과제로부터 파생되어 나오는 학습 내용들을 외면해서도 안 될 뿐만 아니라 이런 내용을 모든 학생들이 이해할 것을 기대해서도 안 될 것이다. 왜냐하면, 전자의 입장에서는 이는 분명 그들에게는 충분히 호기심의 대상이 되는 학습 내용인 것이고, 후자의 경우는 아직 다른 학생들에게는 아직 그 아이디어를 구성하지 못하고 있기 때문이다. 그렇지만, 이 학생들마저도 이 방법을 착안해 낸 학생과 이 방법을 보다 일반적인 아이디어로 확장한 학생, 그리고 교사가 추후에 제공해 주는 대상들의 전개 과정으로부터 혜택을 받을 수 있을 가능성이 있다. 이것이 이질집단으로 학습을 운영하는 장점이다.

#### 4. 수학적 대상들 사이의 관계 파악에 도움을 주는 수업 자료

수학적 지식은 일상생활로부터 얻어진 1차적 추상과 이 1차적 추상들 사이의 관계로 형성된 2차적 추상, 그리고 이들 하위 추상을 대상으로 형성된 고차적 추상의 집합체이다(Skemp, 1987). 즉, 수학적 지식은 서로 서로 밀접한 관련을 갖고 전개된다. 이런 점에서

2) 학생들이 학습일지에 일반적으로 작성하는 내용으로는 '수업 중 새롭게 이해 한 것', '수업 중 이해하지 못한 것', '더 알고 싶은 것(또는 궁금한 점)' 등을 적는다. 이 중 '더 알고 싶은 것'을 통해서 학생들이 기록한 내용을 토대로 교사는 수업 중 다룰 수 있는 내용을 선정할 수 있다.

볼 때, ‘수학적 지식이 위계적 성격을 갖는다.’는 진술은 하나의 수학 내용은 매우 다양한 수학적 내용들과 상호연결 되어 있음을 의미한다. 그렇다면, 현재 사용되고 있는 초등수학교과서에서 제공하는 수업자료처럼 하나의 수업자료를 통해서 하나의 수학 내용을 취급하는 형식으로 개발된 수업 자료는 학습자들이 수학적 지식들 간의 관계성을 인지하는 능력의 발달에 도움이 되지 못한다. 예를 들어, 두 자리 수 더하기 한 자리 수의 덧셈을 할 때, 덧셈 알고리즘의 학습이라는 점에 매몰되어서 덧셈 알고리즘만을 즉, 받아올림을 하는 경우만 다루는 것은 분명히 위에 지적한 문제를 여실히 보여주는 예라고 할 수 있다. 그 대신에, 어떤 자리 수의 수들을 대상으로 덧셈을 하더라도 이전에 학습한 내용들을 바탕으로 덧셈을 할 수 있도록 해야 한다. 실제로, 이런 과정을 강조한 수업을 받은 한 1학년 학생은  $7+52+186$ 을 자신이 학습한 다양한 사실을 활용해서 계산하였다(김진호, 2007).



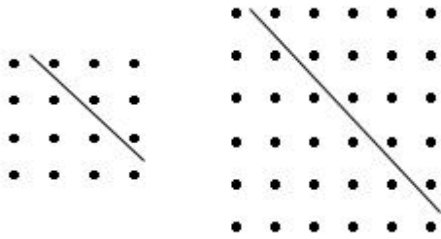
<그림 1> 복합적 기저 지식의 활용한 계산

위의 문제를 해결하기 위해서 문제해결자는 186이 몇 백, 이 경우는 200이 되기 위해서는 14가 더 필요하다는 200, 186, 14의 관계를 파악하고, 52를 14와 38로 가르기를 하였다. 200을 만들고 남은 38을 처리하는 과정에서도 같은 사고를 적용해 7을 2와 5로 가르기를 하여 40을 만들고, 5를 남기었다. 그리고 나서  $200+40+5$ 를 하여 245라는 답을 구하였다. 이 문제해결자는 주어진 수들 사이의 관계와 몇 백 및 몇 십, 그리고 가르기, 더 나아가 정확하게 같은 자리값끼리 연산하는 등 다양한 수학적 개념들 간의 관계를 형성하

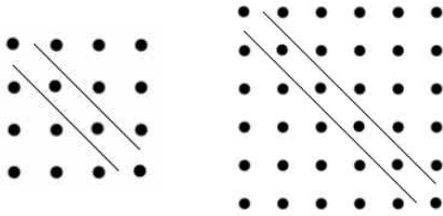
면서 주어진 문제에 대한 답을 구했다. 이처럼 새로운 수학에 대한 이해는 자신이 이미 알고 있는 많은 지식들을 동원하여 해결할 수 있는 것이다. 그 결과로 새로운 지식을 이해할 수 있는 것이다.

새로운 지식의 학습은 학습자의 기저지식에 동화될 때 학습자는 새로운 지식을 자신의 지식으로 이해할 수 있다고 하는 동화의 원리를 생각해 볼 때, 학습자가 이미 이전 수업 시간에 학습한 다양한 내용을 현재의 수업 시간에 활용할 수 있도록 구성된 수업자료를 개발할 필요가 있는 것이다.

또한, 수학적 대상들 사이의 관계 파악이 수학 학습의 중심 활동이 되기 위해서는 단일한 수학 내용이 제시되는 수업자료는 바람직하지 못하다. 왜냐하면, 단일한 수학 내용으로부터 어떤 수학적 관계를 찾아내는 것은 어렵기 때문이다. 관계를 파악한다는 것은 여러 대상들 속에 잠재해 있는 공통적인 성질을 추상해 낸다는 것을 의미하는데, 한 두 가지 대상으로부터 관계를 파악해 내는 것은 그것을 이미 알고 있는 기지자(既知者)나 가능한 것이지 그것을 이해해 내야 하는 학습자의 입장에서는 거의 불가능한 것이다. 그런 점에서 보더라도, 매차시마다 하나의 새로운 수학 지식을 학습할 목적으로 개발된 수업자료는 바람직하지 않다고 할 수 있다. 그 대신에 일련의 차시를 통해서 학습하는 내용들 사이에 존재하는 관계를 찾는 것을 중심 내용으로 하는 수업자료의 개발이 필요해 보인다. 예를 들어, 삼각수, 사각수, 오각수 등의 그림 표현과 수열의 표현에 대해서 각각 학습을 하고, 이들 사이의 관계를 파악하는 학습활동을 구안할 수 있다. 더 나아가 심화 활동으로는 N각형과의 관계까지도 확대해 갈 수 있다. 그런 점에서 볼 때, 현재 초등수학교과서에 제공되는 도형수들은 단편적이고 분절적이며 서로 관련성이 없이 제공되고 있다는 점에서 관계로서의 수학을 학습할 수 있는 기회를 제공하지 못하는 한계가 있다고 할 수 있다. 하지만, 실제로 도형수들 사이의 관계 탐구는 그림으로 표현된 도형수를 통해서 직관적으로 그리고 대수적으로 가능하다. 먼저, n번째 삼각수( $T_n$ )와 n번째 사각수( $S_n$ ) 사이의 관계를 알아보기 구체적인 예를 통해서 두 도형수 사이의 관계를 유추할 수 있다.

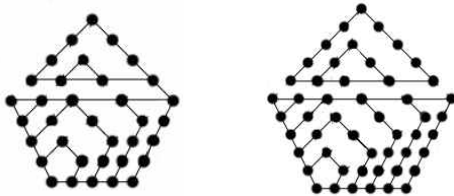


<그림 2> 4번째와 6번째 삼각수와 사각수의 관계(a)

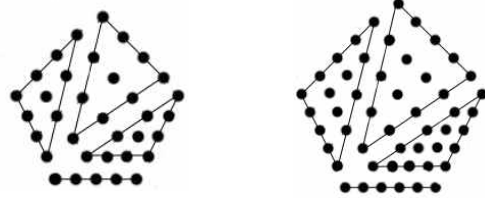


<그림 3> 4번째와 6번째 삼각수와 사각수의 관계(b)

즉, <그림 2>로부터  $S_4 = T_4 + T_3$ 로,  $S_6 = T_6 + T_5$ 로 표현하거나, <그림 3>으로부터  $S_4 = 2T_3 + 4$ 로  $S_6 = 2T_5 + 6$ 로 표현할 수 있다. 몇 가지 삼각수와 사각수를 더 살펴본 후,  $S_n = T_n + T_{n-1} = 2T_{n-1} + n$ 의 관계가 있음을 유추해 낼 수 있다. 더 나아가  $n$ 번째 오각수( $P_n$ )와  $n$ 번째 사각수 사이의 관계 탐구도 오각수 그림과 사각수 그림을 활용해서 가능하다(<그림 4> 및 <그림 5> 참고).



<그림 4> 5번째와 6번째 사각수와 오각수의 관계(a)



<그림 5> 5번째와 6번째 사각수와 오각수의 관계(b)

<그림 4>로부터,  $P_5 = S_5 + T_4$ 로,  $P_6 = S_6 + T_5$ 로 표현하거나, <그림 5>로부터  $P_5 = 3T_4 + 5$ 로,  $P_6 = 3T_5 + 6$ 로 표현할 수 있다. 또한, 삼각수와 사각수의 관계 탐구로부터 알게 된 사실을 활용해서 오각수를 삼각수로 표현할 수 있다. 즉,  $S_6 = T_6 + T_5$ 이므로,  $P_6 = T_6 + T_5 + T_5 = T_6 + 2T_5 = 3T_5 + 6$  ( $\because T_6 = T_5 + 6$ ). 이를 바탕으로  $P_n = S_n + T_{n-1} = 3T_{n-1} + n$  처럼  $n$ 번째 오각수를  $n$ 번째 사각수와  $n$  번째 삼각수와 의 관계를 일반화 할 수 있다. 같은 방법으로  $N$ 번째 육각수( $H_n$ )과  $n$ 번째 오각수 사이의 관계  $H_n = P_n + T_{n-1} = 4T_{n-1} + n$ 의 관계를 구한다. 그리고 나서, 지금까지 얻은 사실들을 바탕으로 더 나아가 심화 활동으로  $N$ 각형의  $n$ 번째 도형수를 삼각수를 이용해서  $N_n = (N-1)n + T_{n-1} = (N-2)T_{n-1} + n$ 으로 일반화 할 수 있다.

학습자들이 수학적 지식이 위계성을 가지고 있음을 알고 이를 활용해서 차후에 학습해야 할 수학 내용들을 학습할 때 앞서 배운 내용들을 활용할 수 있는 능력을 학습자들이 기르기 위해서는 다양한 관련 내용들을 통합적으로 다루고 일반화하고 유추하는 등의 학습 경험을 필요로 한다. 이런 지적 능력은 단편적인 사실들을 학습하고 난 결과로 길러질 수 있는 능력이 아니다. 실제로 그런 학습경험을 해야 하는 것이다.

### III. 나오며

수학교육전문가들이 해야 하는 주요한 역할 중의 하나임에 틀림없는 것이 사회가 변화함에 따라 그 변화 사회에서 삶을 살아가야 하는 학생들에게 그 변화



된 사회에 적용할 수 있는 새로운 내용 및 방법으로 교육할 수 있는 수업자료의 개발이다. 미국에서는 이런 노력을 수학교육관련종사자들이 경주하는 가운데 수학적전쟁이라고 불릴 정도로 다양한 요소들에 대해서 논쟁을 벌이고 있는데, 그 중 가장 합의하기 어려운 요소가 학습자들이 학습해야 할 내용이다. 우리나라의 경우도 관련당사자들의 이해관계가 얽히면서 교육과정을 개정하면서 늘 학습자들이 학습해야 하는 내용에 대한 합의를 도출하는 것이 쉽지 않다. 최근의 몇 차례에 걸친 교육과정 개정에 있어서는 학습내용으로서의 수학적 논쟁의 중심에서 있지만, 이 보다 더 논쟁이 활발한 요소가 바로 개정된 교육과정에서 추구하는 정신에 적합한 수업자료의 개발이다. 본고에서 논의하고 있는 것처럼, 교육과정에서는 학습자 중심 수업을 실천에 옮길 것을 명문화하고 있으면서도 이를 실천하기 위해 개발·보급된 수학교과서로 수업이 이루어지고 있는 수업장면들을 분석한 연구들(강민정, 2002; 신민아, 2002; 배형택, 2005) 그리고 실제 수업을 담당하고 있는 교사들의 의견(서민지, 김진호, 2012; 방진숙, 2002; 최승현, 황혜정, 2004) 등은 학습자 중심 수업이 이루어지고 있다는 결론을 내릴 수 없다.

이런 현상에 대한 원인이 다양할 수 있겠지만, 그 중에서도 본고에서는 학습자 중심 수업을 실천에 옮기는데 있어서 필수자료인 수업자료가 갖추어야 할 몇 가지 특징에 대해서 살펴보았다. 한 학급에 있는 학생들의 지적 능력은 모두 다르기 때문에 이를 충족시킬 수 있는 수업자료, 다양한 수학적 지식을 담고 있는 실생활 소재를 바탕으로 한 수업 자료, 학습자의 지적 호기심으로부터 발생한 아이디어를 반영한 수업자료, 수학적 대상들 사이의 관계 파악에 도움을 주는 수업 자료 등이 그것이다. 물론, 이런 특징이외에도 학생들이 수학적 추론을 하고, 의사소통을 하고, 문제해결을 할 수 있는 수업자료이어야 할 것이다. 또한, 이런 특징들이 반영된 수업자료를 개발하는데서 그쳐서는 안 되고 이 수업자료에 적합한 수업방법을 교사들이 실천에 옮길 수 있어야 한다. 이는 또 다른 문제로 본고의 범위를 벗어나지만, 학습자 중심 수업을 위해 개발된 수업자료로 전통적인 관점의 수업 방법으로 수업을 한

다면 소기의 효과를 볼 수 없는 것은 자명하다.

현재도 2009 개정 교육과정에 따른 초등수학교과서가 개발 중이고, 이 개발 작업이 마무리되고 나면, 곧 이어서 2011 개정교육과정에 따른 초등수학교과서 개발 작업이 추진될 것이다. 이런 지속적인 개정 작업은 학습자들이 수학을 이해해가면 학습할 수 있는 학습경험을 제공하는데 기여할 것이기 때문에 필요한 작업임에 틀림없다. 쉽지 않은 작업이겠지만, 본고에서 언급한 수업자료 자체가 지나야 할 특징과 같은 특징들이 반영되고 학습자 중심 수업의 특징들 그리고 학습자 중심 수업을 실천할 때 따라야 하는 평가가 지니는 특징 등과 같은 복합적 요소들이 반영된 수업자료가 개발될 수 있기를 기대한다.

### 참 고 문 헌

강민정 (2002). 우리나라 수학 교수법 분석 및 독일, 일본, 미국과의 비교 연구: TIMSS 비디오 연구의 방법을 적용하여. 한국교원대학교 석사학위논문. 교육과학기술부 (2007). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과. 서울: 대한교과서주식회사. 교육인적자원부 (1997). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과. 서울: 대한교과서주식회사. 구광조·전평국·박성선·문성길 (2004). 개방형 교수법. 서울: 경문사. 김상룡 (2001). 7차 초등 수학 교과서의 문제점 및 개선점에 관한 소고. 과학·수학교육연구, 24, 71-84. 김진호 (2006). 학습자 중심의 수업이란 관점에서 초등 수학교과서에 제시된 활동 분석. 교육학논총, 27(2), 57-75. 김진호 (2007). 학습자 중심 수학 수업을 1년간 받은 학생들의 학업 성취도. 한국초등수학교육학회지, 11(1), 23-42. 김진호 (2010). 모든 학습자가 수학수업에 참여하는 교수·학습 행위. 초등수학교육, 13(1), 13-24. 김진호·서민지 (2012). 구성주의 수학 수업: 3학년 나눗셈의 적용 사례. 2012 국제수학교육학술대회. 김진호·홍은숙·황혜진 (2007). 구성주의 수학교실:

- 나눔샘. 서울: 경문사.
- 김평국 (2004). 초등학교 교사들의 교과 내용 재구성 실태와 그 활성화 방안. 교육과정연구, **22(2)**, 135-161.
- 김진호 · Lee, J. (2012). 수학 수업의 일부 국면에 나타나는 수업의 실태에 대한 일 논의. *East Asian Mathematical Journal*, **28(2)**, 233-249.
- 나귀수 (2009). 초등학교 수학 수업 학습공동체 활동에 대한 연구. 수학교육학연구, **20(3)**, 373-395.
- 남승인 (1999). 교사의 수학과 과 구성주의. 초등수학교육, **2(1)**, 15-26.
- 방정숙 (2002). 제7차 수학과 교육과정의 초등학교 현장 적용에서 나타나는 문제점 및 개선 방향. 학교수학, **4(4)**, 657-675.
- 배형택 (2005). TIMSS 비디오 연구방법을 적용한 일반학교와 대안학교 수학과 수업 비교분석. 홍익대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 신민아 (2002). TIMSS 비디오 연구의 방법을 적용한 수학과 수업분석. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 유대현 · 안희진 · 박현미 · 김은영 · 정미연 (2012). 창의적 사고 신장을 위한 개방형 과제 교수-학습 자료. 서울초등수학교육연구회 하계 자료집.
- 최승현 · 황혜정 (2004). 제7차 수학과 교육과정 운영에 관한 실태 분석 연구. 학교수학, **6(2)**, 213-233.
- Kamii, C. (1985). *Young children reinvent arithmetics-1st grade*. New York, NY: Teachers College Press.
- Kamii, C. (1989). *Young children continue to reinvent arithmetics-2nd grade*. New York, NY: Teachers College Press.
- Kamii, C. (1994). *Young children continue to reinvent arithmetics-3rd grade*. New York, NY: Teachers Collenge Press.
- Kim, J., Colen, Y., & Colen, J. (2013). Reform based instruction in Korea. In J. Kim, Han, I., Park, M., & Lee, J. (Eds.), *Mathematics education in Korea: curriculum and teaching and learning practices* (pp. 104-129). Singapore: World Scientific Press.
- Letterrell, C. (2008). 수학 전쟁: 학부모와 교사를 위한 수학교육 안내서. 서울: 교우사(박성선 역). 서울: 교우사. (원본은 2004년에 출판됨).
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ronfeldt, S. (2003). *Third-grade math: A month-to-month guide*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Senk, S. L., & Thompson, D. R. (2003). *Standards-based school mathematics curriculum: What are they? What do students learn?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. London: Penguin Press.
- Small, M. (2012). *Good questions: Great ways to differentiate mathematics instruction*. New York, NY: Teachers College Press.
- Small, M., Lin, A. (2011). *More good questions: Great ways to differentiate secondary mathematics instruction*. New York, NY: Teachers College Press.

## **On Some Characteristics of Instructional Materials for Learner-Centered Mathematics Instruction<sup>3)</sup>**

**Jinho Kim**

Department of Mathematics Education, Daegu National University of Education  
219 Jungang-daero, Nam-gi Daegu City, 705-715, South Korea  
E-mail : jk478kim@dnue.ac.kr

In reality, learner-centered instruction's real worth has not been exposed when implementing instructions using elementary mathematics textbooks developed for the execution of learner-centered instruction, since the 7th national curriculum were revised in 1997. Therefore, some characteristics have been looked into appropriate for fulfill it. It would be expected that instructional materials are developed which is reflected on the characteristics in revising next national curriculum and developing elementary mathematics textbook.

---

\* ZDM Classification : D33

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D30

\* Key Words : Learner-centered Instruction,  
Characteristics of Instructional Materials, Open-ended  
Task and Problem, Learners' Intellectual Ability