韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2012. 12. 제 15권, 제 3호, 219-233

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Dec. 2012, Vol. 15, No. 3, 219-233

분수의 연산과 크기 비교에서 맥락 문제와 비맥락 문제에 대한 학생들의 문제해결 방법 분석

범아영(오동초등학교)[1]
이대현(광주교육대학교)[2]

본 연구에서는 분수의 연산과 크기 비교에서 맥락 문제와 비맥락 문제에 대한 학생들의 성취도와 해결 방법을 비교・분석하였다. 이를 위해 6학년 193명을 연구대상으로 선정하였고, 맥락・비맥락 문제를 각각 7문항씩 검사도구로 이용하였다. 또 이 중 9명을 대상으로 심층 면담을 실시하였다. 연구 결과, 분수에서 맥락 문제와 비맥락 문제 사이에 성취도 차이를 보였다. 그리고 맥락 문제와 비맥락 문제해결 방법에서도 차이를 보였다. 비맥락 문제의 풀이에서는 분수 계산 알고리즘을 이용한 해결 방법이 대부분 나타났고, 맥락 문제의 풀이에서는 다양한 해결 방법이 나타났다. 예를 들면, 분수의 곱셈이나 나눗셈에서는 비례식을 이용한 풀이 및 비의 개념을 이용한 풀이, 분수에 자연수의 곱셈·나눗셈을 이용한 풀이 등 학생들의 사전 경험이나 직관에 의한 해결 방법이 나타났다.

Ⅰ. 서론

인류의 역사를 통해 수학은 실생활에 필요한 실용적이고 실제적인 지식으로 발전되어 왔다. 이러한 수학의 역사는 학교 수학도 생활 속에서 부딪히는 여러 가지 실제적인 문제를 해결하는 도구로 다루어져야 한다는 것을 말해준다. 특히 학교에서 수학을 배우는 이유에 대한 궁극적인 답을 전달하기 위해서는 학교에서 배운 지식과 학교 밖에서 사용하는 지식 사이에 유기적인 연결이 형성되어야 한다(백선수, 2004).

학교수학과 실제 수학의 연결성이 더욱 강조되고 있다. 우리나라의 교육과정(교육과학기술부, 2011)에서도 '생활 주변이나 사회 및 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 경험을 통하여 수학의 기본적인 기능과 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하는 능력을 기른다(p. 3).'라고 목표에 제시하고 있다. 이것은 수학 학습을 통하여 학생들이 주변의 맥락으로부터 수학적 사실을 도출하고, 이를 다시 현실 문제를 해결하는데 활용하도록 이끌어야 한다는 것을 의미한다. Freudenthal(1991)도 수학 학습에서 친숙한 일상의 맥락에서 도출되는 주제를 이용하여 실제적 탐구를 바탕으로 수학화하도록 권고하고 있다. NCTM(1989, 2000)에서 제시하는 수학적 연결성은 수학적 사실과 수학 교과의 외적 상황과의 풍부한 관련성을 강조하고 있는 것이다.

특히 분수는 실세계 상황에서 발생하는 측정과 분배를 포함한 다양한 문제를 이해하고 다룰 수 있는 개인의 능력을 향상시키며, 지적 발달에 필요한 정신 구조의 발달과 확장을 위한 풍부한 장을 제공한다(Behr et al., 1983). 이런 면에서 분수 개념 발생의 초기 단계에 나타난 이집트 분수의 예를 비추어 볼 때 분수는 측정이라는 맥락에서 발생되었다(서동엽, 2005). 분수 개념의 발달의 역사와 마찬가지로, 많은 수학적 개념은 현실적인 상황에 의해 암시되었으며, 수학은 실제 세계에 대한 경험으로부터 발생되었다(우정호, 2000). 그렇지만 분수 지도에서는 이러한 개념의 발생적 맥락을 반영하지 못하고 있으며, 실제로 학생들은 부분과 전체라는 모델에 고착화되어지고 알고리즘화 하는 경향이 강하게 나타난다(소성숙, 2003).

그렇지만 초등 수학 교육과정에 분수 학습이 많은 시간을 차지하고 있을 정도로 분수는 중요하기 때문에 학습 지도에서도 많은 노력을 할애하고 있으나, 많은 학생들이 분수의 개념과 계산 학습에 어려움을 갖고 있다(고상숙, 김규상, 2003; 소성숙, 2003; 서동엽,

---

* 접수일(2012년 10월 22일), 수정일(2012년 12월 10일), 게재확정일(2012년 12월 17일).
* ZDM 분류: D53
* MSC2000분류: 97D50
* 주제어: 분수, 맥락 문제, 비맥락 문제, 문제해결 방법
1) dizzyfriend@hanmail.net
2) leedh@gnue.ac.kr(교신저자)

2005). 초등학생들이 분수 학습을 어려워하는 내적인 측면의 원인은 분수의 표기나 크기 비교, 계산 방법 등이 복잡하기 때문이고, 외적인 측면의 원인으로는 분수의 교수·학습이 개념적인 이해보다 추상적인 기호와 계산에 더 비중을 두고, 실제 문제 상황과 분리되어 기호에 따라 연산 알고리즘을 수행하는 기능적 측면을 강조하고 있기 때문이기도 하다(Post, Behr & Lesh, 1982).

또한 수학교육 현장에서는 분수에 대한 실제적이고 현실적인 분수의 해석, 또는 분수의 양적인 개념이나 계산 개념보다 단순한 기호와 알고리즘적인 계산에 치중하여 가르치고 있다. 이로 인해 학생들은 분수가 포함된 알고리즘적인 계산은 할 수 있지만, 분수 개념을 실생활 상황과 관련짓지 못하는 문제점을 낳고 있다 (Baroody & Coslick, 1998).

본 연구에서는 이러한 문제를 인식하고 학생들이 가지고 있는 분수 지식을 맥락 문제와 비맥락 문제에 어떻게, 어느 정도나 적용하는지를 알아보고자 한다. 이를 위해 분수의 개념과 계산을 학습한 6학년 학생들을 대상으로 수학적 지식의 발생 상황이나 학생들이 경험할 수 있는 현실적인 문제 상황으로 구성된 맥락 문제와 수와 식이나 기호만으로 이루어진 비맥락 문제를 이용하여 각 문제 상황에서의 성취도 차이와 문제 해결 방법을 비교·분석하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

분수는 실세계 상황의 문제를 이해하고 해결하는데 자주 사용된다. 그럼에도 불구하고 분수에 대해서 학생들뿐만 아니라, 예비교사와 교사들도 어려움을 가지고 있는 것이 사실이다(김경은, 방정숙, 2009; 이강섭, 김규상, 2004; Ma, 1999; Newton, 2008). 이러한 원인으로 분수나 분수 연산의 의미를 모르거나, 알고리즘의 이유를 알지 못하고 알고리즘을 암기하는 것에 초점을 두는 지도 방안을 들 수 있다(Baroody & Coslick, 1998). 역사적으로 분수는 실제 생활과 밀접하게 관련된 문제를 해결하는 과정에서 만들어졌으며, 점진적인 수학화 과정을 통해 형식적인 수학으로 발전하였다. 분수의 역사적 생성 배경을 바탕으로 분수 학습을 하게 되면 실제적 분수 개념의 필요성을 느끼게 되며, 현실적인 상황에서 발생하는 실제적인 문제를 해결하는 가운데 역사적 발생 맥락에서와 같은 점진적인 수학화 과정을 통해 학생 스스로 수학적 지식을 형성하게 된다.

분수의 역사적 발생 과정의 고찰을 통해 학교 수학에서 분수지도 시에 제시해야 할 만한 맥락을 추출할 수 있다. 분수 도입의 초기 단계에서 측정 결과를 좀 더 자세히 나타내기 위해서는 먼저 잰 단위와 분명한 관계가 있는 더 작은 단위를 선택해야 했다. 다시 말하면, 정확하게 단위의 몇 배로 잴 수 없는 길이는 단위를 똑같이 나누어 부분의 단위로 길이를 측정하며 단위분수로 잴 수 없는 부분은 몇 개 단위분수의 합으로 나타내었다(신준식 1996). 이러한 측정 활동을 통해 단위보다 작은 부분을 측정하기 위해 다른 측정 단위의 필요로 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$과 같은 단위 분수가 나타났으며, 측정 단위들 간의 관계로부터 분수의 추상적인 개념이 생겨났다(서동엽, 2005; 정은실 2006).

한편, 다른 상황의 분수의 역사적 발생 맥락으로 분배 상황을 들 수 있다. 인류는 공동생활을 하면서 공동 작업을 통하여 얻은 소득을 똑같이, 공정하게 분배할 필요가 있었다. 어떤 양을 분배해야 하는 상황에서 나머지를 남기지 않고 나눌 수 있다면 아무 문제도 발생하지 않겠지만, 그렇지 않다면 나머지를 또 다시 분배해야 하는 상황이 발생한다. 이 경우 분수는 각각의 나누어진 크기를 비교하는 역할을 하며 동시에 분배의 결과를 나타낸다. 여기서 중요한 것은 다양한 종류의 분배가 가능하다는 것이다(신준식 1996).

실제로 BC 1700년경의 산수 교과서라고 할 수 있는 Rhind Papyrus에는 '빵 3개를 4명에게 나누어 주어라'라는 문제가 실려 있다(Streefland, 1991). 이 문제에서 조건은 똑같이 또는 공정하게, 남김없이 나누어야 한다는 것이다. 그들은 빵 2개를 각각 반으로 나누어 4사람이 빵 반개씩 우선 가졌다. 그리고 남은 빵 1개를 4개로 똑같이 나누어 4사람이 빵 반의 반개씩을 나누어 가졌다. 따라서 한 사람의 몫은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$이다. 이런 예는 분수 개념의 발생 과정이 수학 학습에서 구현되어야 하고, 이것은 생활에서의 문제를 해결하는 도구로 분수를 경험하도록 해야 한다는 것을 의미한다.

수학의 역사적 생성 과정을 재구성함으로써 역사적

인 예를 따라 점진적인 수학화가 일어나도록 도와주어야 한다는 논리는 Freudenthal(1991)의 관점을 구체화한 RME에서 찾을 수 있다. 즉 어떤 수학적 개념을 학습시키기 위해서는 그 개념의 근원으로서의 실제 상황을 학생들에게 제공하여 그 문제를 해결하도록 하는 것이 가장 좋은 방법이라는 것이다.

수학은 실제 상황과 밀접하게 관련되어 있을 뿐 아니라, 개념의 근원으로서 실제적인 수학 학습을 하게 되면 학생들 스스로가 일상생활의 경계를 넘어 자신의 수학을 형성할 수 있기 때문이다. 그리고 이러한 방식으로 구성된 수학적 지식은 적용성이 뛰어나고, 다른 실세계 속 문제를 해결하는 데에도 유용하게 활용되는 장점을 지닌다(Treffers 1987). 수학 학습이 현실로부터 출발하여 현상을 정리하는 수단을 찾아 확실성을 추구하는 활동이 되도록 하기 위하여 학생들이 친밀감을 느낄 수 있는 현상을 제시하여야 한다.

특히 분수 개념이나 연산을 포함한 수학의 지도에서 학생들에게 제시하는 친숙한 현실은 학생들이 가지고 있는 다양한 비형식적인 지식과 이전의 여러 경험을 바탕으로 문제 해결에 필요한 직관적 관념을 형성하도록 도와주기 때문에 중요하다(Baroody & Coslick, 1998; Mack, 1993; Mack, 2001). 분수 개념이나 연산에 대한 선행연구도 학생들이 일상 활동을 통해 형성한 비형식적 지식을 활용하여 여러 유형의 문제를 해결할 수 있다는 것과 비형식적 지식을 형식적 지식으로 연결하는 것이 가능하다는 것을 보여준다(고상숙, 김규상, 2003; 백선수, 김원경, 2005; 전평국, 박혜정, 2003).

특히 수평적 수학화는 현실적인 문제 해결 단계로 제시된 문제 상황을 이해하고 문제 해결에 필요한 핵심적인 본질과 그 관계를 파악하여 자신만의 다양한 방법으로 표현한 후 직관적이고 비형식적인 방법을 사용하여 문제를 해결하고 해석하는 과정을 의미한다 (Treffers, 1987). 이런 과정은 학생 스스로 문제해결 방법을 구안하고 적용하기 때문에 획일화된 알고리즘을 적용한 학습 방법과는 근본적인 차이가 있다. 형식적이고 표준화된 수학 지식 자체로 전환하는 학습 과정인 수직적 수학화를 거쳐, 형식화한 수학적 개념과 원리를 새로운 문제 상황 해결에 사용함으로써 실제 상황에 응용하는 단계인 응용적 수학화 과정을 거치게 된다.

학생들에게 의미 있는 현상을 제공하기 위한 방법은 수학적 개념의 발생 맥락과 학생들의 수준에 적합한 수학적 상황 맥락을 현실에서 찾는 것이다. 학생들은 수학적 개념이 내포된 문제 상황을 해결하는데 비형식적인 지식이나 직관을 활용하여 개념을 발견하고 형식화된 수학적 개념의 형성을 통해 고차적인 수준으로 성장할 수 있다(Gravemeijer, 1994; Mack, 1993; Mack, 2001). 학생들의 수학적 수준에 적합한 현실의 맥락을 제공하기 위하여 문장제를 활용한다. 문장제는 구체적인 생활 장면을 수반하고 있어, 맥락 문제를 제공하는데 기본적인 문제의 틀이 될 수 있다. 또 문장제는 일상에서 접하는 다양한 문제 상황에 형식적인 수학을 적용할 수 있는 모델링이 가능한 문제이다 (Anderson, 2001). 그런데 학생들이 자주 경험한 문장제에 대한 성공률이 높다는 사실(노현옥, 정은실, 2005)은 다양한 상황과 맥락을 반영한 문장제를 자주 접하는 것이 문제해결에 유용하다는 것을 시사한다. 문장제를 해결을 통하여 학생들은 일상생활에서 수학을 경험하고 생활에서 직면한 문제를 해결하는 수단으로 수학을 체험함으로써 진정한 수학을 행할 수 있다(이대현, 2009).

한편, 맥락(contextuality)은 인식 주체가 인식 대상 혹은 현상을 인식하여 해석할 때 해석의 바탕이 되는 환경(혹은 배경), 또는 상황적 성격이라고 할 수 있다 (남형채, 2000). 학생들은 책 속의 수학적 지식을 배우기보다, 그들이 처해있는 다양한 맥락 속에서의 학습을 통해 자신이 구성한 지식을 맥락에 적용하도록 해야 한다. 이에 MiC 교재에서는 현실 맥락을 강조하고 있는 대표적인 교재이다. 특히 학교 내에서의 지식이 학교 밖의 지식으로 연결되도록 교수학습 상황과 내용을 재구성할 필요가 있다. Lave & Wenger(1991)에 의한 상황학습 이론(situated learning)은 학습이 하나의 활동, 생활의 맥락 및 문화의 기능이어야 한다는 것이다. 이에 본 연구에서 맥락 문제란 수학과 관련된 사회적 상황 및 학생들의 주변 상황, 다양한 해결 방법, 호기심을 유발할 수 있는 현실 내용을 담고 있는 문제로, 문제 상황이 현실적인 문제를 의미한다. 반면에 비맥락 문제란 식이나 기호만으로 이루어진 문제를 의미한다.

특히 종전의 문제가 수학의 연역적인 측면을 강조하여 맥락적 상황을 담지 못한다는 문제점이 있기 때문에 가르치고자 하는 수학적 지식에 대한 좋은 맥락

문제를 발굴하고 적용하는 것이 중요시 되고 있다(장혜원, 2002). 이러한 맥락문제는 학습한 내용을 실제 지식에 적용할 기회를 제공함과 동시에 문제해결에 필요한 지식이 곧 학생들이 알아야 할 지식이라고 인식할 수 있게 해 줄 것이다.

Ⅲ. 연구 방법

본 연구는 맥락·비맥락 문제로 구성된 분수 문제에서 학생들의 성취도와 문제해결 방법을 분석하는 것이다. 연구를 위해 본 연구에서 개발한 검사지를 이용한 조사연구와 학생들의 문제해결 과정을 심층적으로 파악하기 위한 심층 면담을 이용하였다.

연구를 위해 경기도 D시의 연구자가 소속된 학교의 6학년 193명을 연구 대상으로 선정하였다. 연구 대상 학생들은 분수의 개념뿐만이 아니라, 분수 계산에 대한 학습을 모두 마친 학생들이었다. 검사 도구로 분수의 현실 상황을 포함한 맥락 문제 검사지와 기호나 식으로만 이루어진 비맥락 문제 검사지를 각각 7문항씩 연구자가 개발하여 연구 대상 외의 학생들을 대상으로 예비 검사를 실시하여 내용이 불분명하거나 모호한 문장 등을 수정·보완하여 사용하였다. 검사지는 맥락·비맥락 문제로 구성된 분수 문제에서 학생들의 문제해결 방법을 분석하기 위한 것으로, 각 문제에 대한 응답자의 문제해결 방법을 알 수 있게 제작되었다.

각 검사지는 동분모 덧셈, 동분모 뺄셈, 분수의 크기 비교, 이분모 덧셈, 이분모 뺄셈, 분수의 곱셈, 분수의 나눗셈의 내용을 맥락을 포함한 문장제와 기호와 식으로 이루어진 문제로 구성되었다.[3] 각 문항 내용에 따른 학생들의 문제해결 방법을 조사하는 연구이므로 요소별 1문항씩으로 제한하였고, 개발한 검사지는 수학교육 전문가 3인과 동료 교사 5인으로부터 검사지가 연구 내용과 적합한지를 검토 받아 안면타당성도(face validity)를 확보하였다.

연구 과정으로는 193명을 대상으로 비맥락 문제와 맥락 문제 검사를 순차적으로 3일 간격으로 이틀간에 걸쳐 2차로 나누어 실시하였고, 충분히 해결할 수 있도록 시간을 배정하였다. 검사 후에 검사지를 수거하여 두 검사지에 나타난 성취도와 문제해결 방법을 비교· 분석하였다. 그리고 검사지에 대한 성취도 분석이 이루어진 후에 맥락 상황의 문제해결 과정과 비맥락 상황의 문제해결 과정을 심층적으로 파악하기 위하여 두 검사지 간에 해결 방법에 차이를 보인 학생들을 임의로 추출하였고, 면담에 응하기로 허락한 학생 9명을 대상으로 심층 면담을 실시하였다.

면담은 맥락 문제와 비맥락 문제의 해결에 이용한 방법을 선택한 이유, 맥락 문제에 특정 표현 방식을 왜 선택했는지, 맥락 문제와 비맥락 문제에 해결방법에서 차이가 있는 이유 등을 파악하는 면담 내용으로 진행하였다. 면담은 3일에 걸쳐 3명씩 약 15분 정도 진행되었고, 학생들이 해결한 검사지를 바탕으로 설명하도록 하였다. 면담 과정을 녹화하여 분석에 이용하였고, 학생의 사고 과정이 불분명할 때는 2차면담을 실시하였다.

Ⅳ. 연구 결과 및 논의

이 장에서는 맥락 문제와 비맥락 문제 검사지에 나타난 학생들의 성취도와 문제해결 방법을 비교·분석한 결과를 제시하였다.

1. 성취도 결과 비교

분수 계산에 대한 맥락 문제인 1차 검사지와 비맥락 문제인 2차 검사지를 개발하여 연구 대상 193명에게 실시하였다. 그 결과, 각각의 검사지 7문항에 대한 평균과 표준편차는 <표 Ⅳ-1>과 같다.

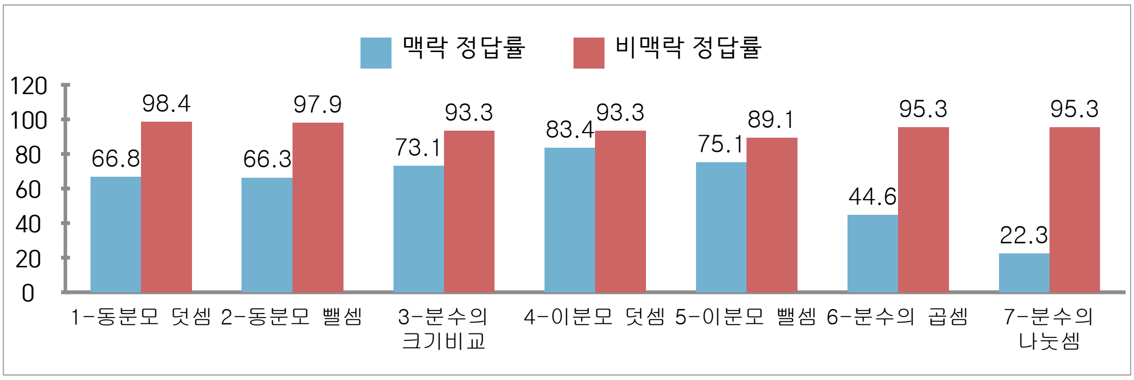
<표 Ⅳ-1> 1, 2차 검사지에 대한 평균 및 표준편차

구 분	평균(백분율)	표준편차
맥락 검사지	3.90(55.66)	1.62
비맥락 검사지	6.73(96.15)	0.55

3) 두 검사지의 문장제는 동일한 식으로 해결되는 문제를 맥락을 포함한 문장제와 기호와 식으로 이루어진 문제로 동일하게 구성되었다.

<표 Ⅳ-1>을 보면 맥락 문제의 평균 백분율이 56점 정도로 낮았고, 비맥락 문제의 평균 백분율은 96점 정도로 높게 나타났다. 검사지의 점수 차가 40정도로 성취도에 상당한 차이를 보였다. 또한 맥락 문제의 표준 편차가 비맥락 문제의 세 배 정도로 학생간의 점수 차가 맥락 문제에서 보다 크게 나타났다.

대부분의 학생들이 비맥락 문제에서 성취도가 높았고, 연구 대상 50%정도는 맥락 문제보다 비맥락 문제에서 2~3문항 정도 높게 성취도를 나타내었다. 193명의 학생 중 2명은 비맥락 문제의 7문항은 모두 맞췄지만, 맥락 문제의 7문항은 모두 해결하지 못하기도 하였다. 이 2명의 학생들을 대상으로 심층 면담을 실시하였다. 면담 결과, 2학생 모두 비맥락 문제와 같이 기호나 수식으로 이루어진 형태의 문제는 쉽게 해결할 수 있지만, 맥락 문제와 같이 문장제로 제시되면 문제 이해에 어려움이 있고, 이런 형식의 문제를 접해 볼 기회가 적어 문제 해결에 어려움이 있다고 응답하였다. 이는 분수 계산에 대한 알고리즘은 모두 알고 있지만, 현실적인 상황의 문제는 기호나 수식으로 제시되지 않는다는 것을 감안했을 때, 학교에서 배운 알고리즘적 지식을 실제에 적용하는데 어려움이 있다는 것을 알 수 있다.



[그림 Ⅳ-1] 문항별 정답률 비교

<그림 Ⅳ-1>은 1차와 2차 검사지의 문항별 정답률을 나타낸 것이다. 이를 살펴보면, 비맥락 문항의 정답률은 대부분 90% 이상으로 높은 정답률을 보이는 반면, 맥락 문항의 정답률은 문항별로 최고 4배까지 차이를 보여 문항 내용에 따라 문제 해결력에 큰 차이를 보였다. 문항별로 비교해 보면, 이분모의 덧셈과 이분모의 뺄셈 사이에 정답률 차가 10%~15% 정도로 다른 문제 비해 차이가 적게 나타났다.

그러나 분수의 크기 비교의 정답률 차가 20%, 동분모 덧셈과 동분모 뺄셈에서의 정답률 차는 30% 정도로 정답률 차이가 비교적 크게 나타났다. 특히 분수의 곱셈과 분수의 나눗셈 문항의 경우 맥락 문제의 정답률이 각각 44.6%, 22.4%로 비맥락 문제의 정답률인 95.3%에 비해 매우 낮을 뿐 아니라, 각각 2배, 4배의 정답률 차이를 보여 학생들이 맥락 문제의 해결에 큰 어려움을 느낀다고 볼 수 있다.

2. 각 유형별 문제해결 방법 비교

이 절에서는 맥락 문제와 비맥락 문제의 해결 방법의 차이를 분석하였다.

<표 Ⅳ-2> 비맥락 문제의 문항별 해결 방법 분석

문항 번호-문항 내용	알고리즘		그림		수직선		합계	
	빈도	%	빈도	%	빈도	%	빈도	%
1-동분모 덧셈	181	95.3	7	3.7	2	1	190	100
2-동분모 뺄셈	183	96.8	5	2.7	1	0.5	189	100
3-분수의 크기비교	180	100	-	-	-	-	180	100
4-이분모 덧셈	180	100	-	-	-	-	180	100
5-이분모 뺄셈	172	100	-	-	-	-	172	100
6-분수의 곱셈	184	100	-	-	-	-	184	100
7-분수의 나눗셈	184	100	-	-	-	-	184	100

먼저, 맥락 문제의 해결 방법과 비맥락 문제의 문제 해결 방법의 전반적인 차이를 분석한 결과, 비맥락 문제의 해결 방법은 대부분 분수의 계산 알고리즘을 사용하였다. 반면에, 맥락 문제는 비맥락 문제의 해결보다 다양한 방법과 표현 방식을 사용하였다. 예를 들어 비맥락 문제의 문항별 해결 방법을 분석한 <표 Ⅳ-2>를 살펴보면, 동분모의 덧셈과 뺄셈을 제외한 문항들은 모두 분수의 계산 알고리즘으로 해결했다는 것을 알 수 있다. 동분모의 덧셈과 뺄셈 역시 95%이상이 분수 계산 알고리즘으로 문제를 해결하였으며, 4%미만의 학생이 그림과 수직선의 표현 방법을 이용하였다. 이후에서는 다양한 문제해결 방법을 나타낸 맥락 문제의 해결 방법을 문항별로 분석하였다.

1) 동분모 분수의 덧셈의 해결 방법 분석

동분모 분수의 덧셈의 해결 방법을 분석한 결과를 <표 Ⅳ-3>에 제시하였다. 이 표를 살펴보면, 분수 알고리즘을 이용한 계산으로 해결한 비율은 67.4%로, 비맥락 문제의 95% 비율에 비해 낮게 나타났고, 나머지 32%정도는 소수나 수직선, 그림 등과 같은 해결 방법을 보였다.

<표 Ⅳ-3> 맥락 문제에서 동분모 분수의 덧셈의 해결 방법 분석

1. 오영이네 반에서는 여름철 수분의 증발 정도를 실험하기 위해 비커에 물을 가득 채우고 한 시간마다 물의 증발량을 측정하였습니다. 한 시간 후 측정해 보니 비커의 $\frac{1}{5}$만큼이 증발하였고 두 시간 후 측정해보니 비커의 $\frac{2}{5}$만큼이 더 증발하였습니다. 두 시간 동안 증발한 물의 양은 얼마입니까?		
해결 방법	빈도	%
$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$	87	67.4
0.2+0.4	18	14
수직선	11	8.5
그림	10	7.8
전체-남은 양($1-\frac{2}{5}$)	3	2.3
합계	129	100

맥락 문제의 동분모 분수의 덧셈 해결 방법 중 비맥락 문제에서 나타나지 않았던 예로, 전체에서 증발한 후에 남은 양을 빼는 방법을 들 수 있다. 이것은 가득 찬 비커의 물의 양을 1로 두고, 두 시간 후 남은 물의 양을 구한 후 전체 1에서 빼는 분수의 뺄셈으로 문제를 해결하였다. 증발한 양을 동분모의 분수의 덧셈을 이용하여 한 번의 계산으로 구하는 방법보다는 비효율적이겠지만, 순차적으로 현상의 진행 상황을 생각하여 식을 구성했다는 점은 의미가 있다.

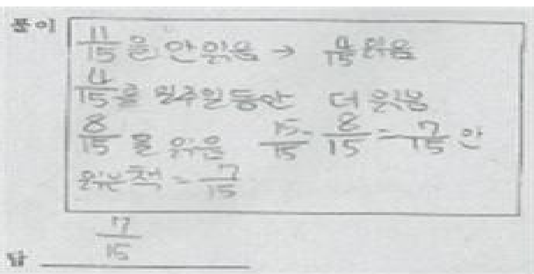
2) 동분모 분수의 뺄셈의 해결 방법 분석

동분모 분수의 뺄셈의 해결 방법을 분석한 결과는 <표 Ⅳ-4>와 같다. 이 표를 살펴보면, 분수의 뺄셈으로 해결한 비율은 비맥락 문제의 비율과 비슷한 96%로 나타났고, 나머지 4%정도는 수직선, 그림 등과 같은 해결 방법을 보였다.

맥락 문제의 동분모 분수의 뺄셈 해결 방법 중 비맥락 문제에서 나타나지 않았던 해결 방법으로 전체의 학급 도서를 1로 두고, 지금까지 읽은 도서의 양을 구한 후 전체인 1에서 빼는 방법으로 구하였다. 이 방법 역시 세 번의 계산이 필요하여 한 번의 계산으로 끝내는 방법에 비하면 비효율적이라고 할 수 있겠지만, 문제를 이해하는 사고의 흐름을 볼 수 있어 의미 있다고 할 수 있다. 이 해결 방법 예시를 [그림 Ⅳ-2]에 제시하였다.

<표 Ⅳ-4> 맥락 문제에서 동분모 분수의 뺄셈의 해결 방법 분석

2. 연경이는 9월 22일에 있는 독서 골든벨에 나가기 위해 학급 도서를 모두 읽겠다는 다짐을 했습니다. 학급 도서를 살펴보니 읽지 않은 책이 $\frac{11}{15}$ 이었습니다. 일주일 동안 읽은 책이 $\frac{4}{15}$ 일 때 앞으로 읽어야 할 책은 얼마입니까?		
해결 방법	빈도	%
$\frac{11}{15}-\frac{4}{15}$	123	96
전체-읽은 양$(1-\frac{8}{15})$	2	1.6
수직선	1	0.8
그림	2	1.6
합계	128	100



[그림 Ⅳ-2] 맥락 문제에서 동분모 분수의 뺄셈의 해결 방법의 예

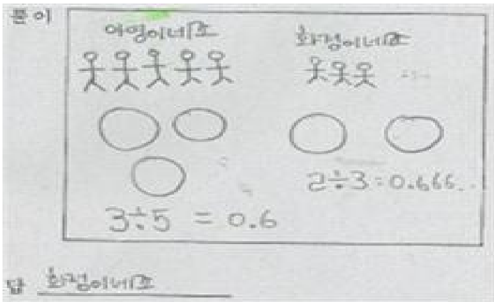
3) 분수의 크기 비교 해결 방법 분석

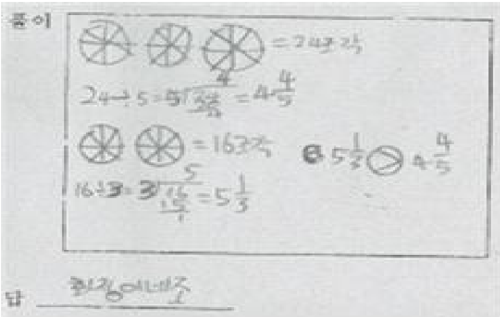
분수의 크기 비교 문제에서 해결 방법을 비교한 결과는 <표 Ⅳ-5>와 같다. 이를 살펴보면, 분수의 크기 비교 알고리즘으로 해결한 비율이 50.3%로, 비맥락 문제에서 100%인 것에 비해 절반 정도로 나타났고, 나머지 50%는 문제의 조건에 따른 다양한 해결 방법을 보였다. 이 중에서 문제의 소재로 피자를 사용했기 때문에 피자를 소재로 활용하여 풀이하는 학생이 [그림 Ⅳ-3]과 같이 상대적으로 높게 나타났다. 또 다른 해결 방법으로는 그림으로 표현하여 풀이하는 방법과 비의 성질을 이용하여 문제를 해결하는 것으로 나타났다.

<표 Ⅳ-5> 맥락 문제에서 분수의 크기 비교 해결 방법 분석

3. 아영이네 담임선생님께서는 중간고사 1등을 기념하여 피자를 사주셨습니다. 5명인 아영이네 조에게는 피자 3판, 3명인 화정이네 조에게는 피자 2판을 시켜 주셨습니다. 어느 조의 학생들이 더 많은 피자를 먹을 수 있습니까?		
해결 방법	빈도	%
$\frac{3}{5} \langle \frac{2}{3}$	69	50.3
0.6 〈 0.66⋯	8	5.7
$\frac{3\times8}{5}(=4\frac{4}{5}) \langle \frac{2\times8}{3}(=5\frac{1}{3})$	7	5
$\frac{3\times8}{5}(=4.8) \langle \frac{2\times8}{3}(=5.33\cdots)$	30	21.3
(3×8)÷5=4⋯4 〈 (2×8)÷5=5⋯1	21	14.9
그림	2	1.4
비의 성질	2	1.4
합계	141	100

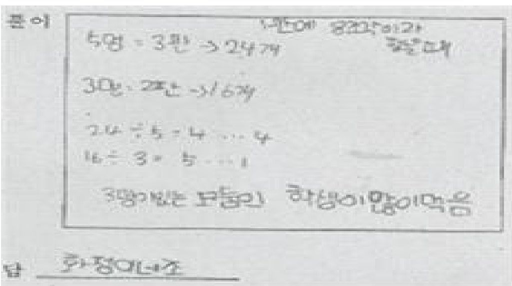
이와 같이 특별한 표현 방식을 보이는 학생들은 면담을 통해 해결 방법을 설명해 보게 하였다. 면담 결과, 분수의 계산 알고리즘 보다는 평소에 가지고 있던 수학적 지식이나 비형식적 지식을 사용하여 해결하는 것이 더 쉽게 느껴졌고, 문제를 접하였을 때 자연스럽게 이러한 풀이 방법이 생각났다고 답하였다.





[그림 Ⅳ-3] 맥락 문제에서 분수의 크기 비교 해결 방법의 예(1)

다음은 문항의 조건에 따른 해결 방법의 예와 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ-4] 맥락 문제에서 분수의 크기 비교 해결 방법의 예(2)

교사: ‘5명=3판→24개’가 무슨 뜻인지 설명해 주겠니?

학생A: 5명이 3판을 먹는데요. 3판은 24조각이니까 그렇게 썼어요.

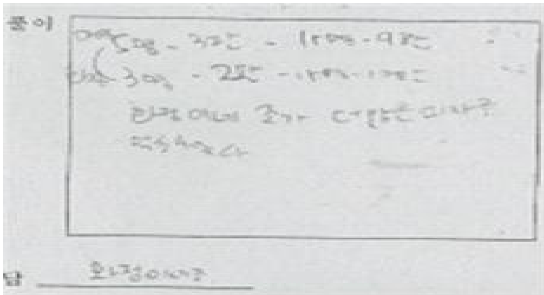
교사: ‘3명=2판→16개’도 같은 의미니?

학생A: 네.

교사: 그러면 나눗셈의 의미는 무엇이니?

학생A: 24개를 5명이 먹으면 4조각씩 먹게 되고, 4조각이 남아요. 그런데 16조각을 3명이 먹으면 5조각씩 먹게 되고 1조각이 남아요. 결국 3명이 있는 모둠의 학생들이 많이 먹게 되는 거예요.

다른 방법으로는 비의 성질을 이용하여 분수의 크기를 비교한 학생의 해결 방법([그림 Ⅳ-5] 참조)과 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ-4] 맥락 분수의 크기 비교 해결 방법의 예(3)

교사: ‘5명-3판-15명-9판’와 ‘3명-2판-15명-10판’이 무엇을 뜻하니?

학생B: 사람 수를 같게 맞추려고 5와 3의 최소공배수로 썼어요.

교사: 사람 수를 맞춘 이유가 있니?

학생B: 사람 수를 같게 하면 그때 피자수를 구할 수 있으니까, 어디가 더 피자가 많은지 알 수 있으니까요.

4) 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈의 해결 방법 분석

아래 표에서 <표 Ⅳ-6>은 이분모의 덧셈, <표 Ⅳ-7>은 이분모의 뺄셈의 해결 방법을 분석한 것이다. 두 문항의 풀이 방법은 비맥락 문제에서와 같이, 모두 분수의 계산 알고리즘으로 해결하여, 이들 문제의 경우에는 맥락 문제와 비맥락 문제 사이에 차이를 발견하지 못하였다. 특히 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈에 비해 이분모 덧셈과 뺄셈 문제에서 알고리즘만으로 해결한 것은 이분모 분수를 수직선이나 그림 등으로 나타내기가 어렵기 때문으로 해석된다.

<표 Ⅳ-6> 맥락 문제에서 이분모 덧셈의 해결 방법 분석

4. 오동초등학교에서는 이번 6학년 야영 때 직접 밥을 지어 먹기로 하였습니다. 선생님이 나눠주신 쌀 봉지에 지현이는 봉지의 $\frac{3}{4}$만큼을, 세원이는 봉지의 $\frac{5}{6}$만큼을 채워 왔습니다. 지현이와 세원이가 가져온 쌀의 양은 얼마입니까?		
풀이 방법	빈도	%
$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$	166	100
합계	166	100

<표 Ⅳ-7> 맥락 문제에서 이분모 뺄셈의 해결 방법 분석

5. 의정부시에서는 중랑천에 다리를 놓기 위해 강의 깊이를 잿습니다. A지점은 측정 철골 길이의 $\frac{17}{20}$만큼이 잠겼고, B지점은 측정 철골의 $\frac{5}{7}$만큼이 잠겼습니다. A, B지점 중 어느 지점이 얼마만큼 더 깊습니까?		
풀이 방법	빈도	%
$\frac{17}{20}-\frac{5}{7}$	145	100
합계	145	100

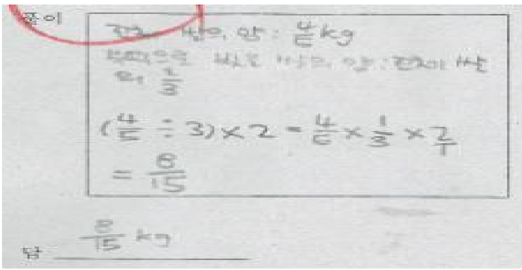
5) 분수의 곱셈의 해결 방법 분석

분수의 곱셈 문제를 해결한 결과가 <표 Ⅳ-8>에 제시되어 있다. 이 표를 살펴보면, 분수의 계산으로 해결한 비율이 88.4%로, 100%인 비맥락 문제에 비해 낮게 나타났다. 다른 해결방법으로는 분수와 자연수의 곱셈과 나눗셈을 이용한 풀이가 9.3%, 비례식을 이용한 풀이가 2.3%로 나타났다. 이러한 특별한 해결 방법을 보인 학생들을 면담한 결과 분수의 계산 알고리즘보다는 이러한 풀이가 자연스럽게 느껴졌고, 문제를 해결하는데 쉽게 접근하는 하는 방법이라고 생각되었다고 답하였다.

<표 Ⅳ-8> 맥락 문제에서 분수의 곱셈의 해결 방법 분석

6. 경민이네 집에서는 추석을 맞이하여 쑥 송편과 쌀 송편을 빚기로 하였습니다. 경민이 어머니께서는 쑥 송편을 좋아하는 경민이를 위해 쑥 송편을 쌀 송편의 두 배로 빚으려고 합니다. $\frac{4}{5}$kg의 쌀 중 얼마만큼의 쌀을 쑥 떡으로 만들어야 합니까?		
해결 방법	빈도	%
$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$	76	88.4
$(\frac{4}{5}\div3)\times2$	8	9.3
$\frac{4}{5}:1=x:\frac{2}{3}$	2	2.3
합계	86	100

다음은 $(\frac{4}{5}\div3)\times2$와 같은 해결 방법을 보인 학생의 검사지와 이 학생과의 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ-6] 맥락 분수의 곱셈 해결 방법의 예

교사: $\frac{2}{3}$가 쑥 떡의 양이라는 걸 어떻게 알았니?

학생C: 쑥 송편이 쌀 송편의 두 배니까 전체를 3개로 나눈 것 중 2개가 쑥 송편이 되요. 그래서 $\frac{2}{3}$이예요.

교사: 식에 대해 설명해 보겠니?

학생C: $\frac{2}{3}$가 쑥 떡이고, 이것은 2를 3으로 나눈 것과 같고, 전체 쌀의 양이 $\frac{4}{5}$이니

까, $\frac{4}{5}$를 3으로 나눠서 2를 곱했어요.

이 학생은 분수의 맥락에서 전체 3개중 차지하는 양인 2를 고려하여 쑥의 양이 전체의 $\frac{2}{3}$라는 것을 산출하였고, $\frac{2}{3}$를 2÷3으로 해석하여 답을 하였음을 알 수 있다.

6) 분수의 나눗셈의 해결 방법 분석

분수의 나눗셈에 대한 결과가 <표 Ⅳ-9>에 제시되어 있다.

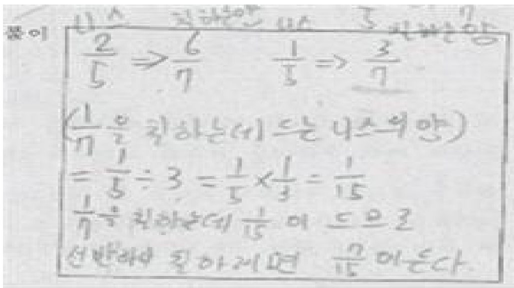
<표 Ⅳ-9> 맥락 문제에서 분수의 나눗셈의 해결 방법 분석

7. 지연이는 이번 실과 시간에 선반 만들기를 하였습니다. 선반 만들기의 마지막 단계로 니스를 칠하려는 순간 지나가던 경석이가 니스를 건드려 엎어지고 말았습니다. 니스의 $\frac{3}{5}$이 쏟아져 버린 지연이는 나머지 니스만으로 선반을 칠하였습니다. 니스가 부족한 지연이는 선반의 $\frac{6}{7}$만큼 밖에 칠하지 못하였습니다. 선반 하나를 칠하기 위해서는 얼마만큼의 니스가 필요 합니까?

해결 방법	빈도	%
$\frac{2}{5} \div \frac{6}{7}$	23	54.7
$\frac{2}{5} : \frac{6}{7} = x : \frac{7}{7}$	10	23.8
$\frac{1}{15} : \frac{1}{7} = x : \frac{7}{7}$	2	4.8
$(\frac{2}{5} \div 6) \times 7$	7	16.7
합계	42	100

이 표를 살펴보면, 분수의 계산 알고리즘으로 해결한 비율은 54.7%로, 비맥락 문제의 100%인 비율에 비해 절반으로 나타났고, 다른 문항들에 비해 의미 있는 다양한 해결 방법이 나타났다.

분수의 계산 알고리즘 외에 다른 해결 방법으로는 23.8%가 비례식을 이용한 풀이, 4.8%가 비의 성질을 이용한 후 비례식을 이용한 풀이, 16.7%가 분수와 자연수의 나눗셈과 곱셈을 활용한 해결 방법을 보였다. 이러한 특별한 해결 방법을 보이는 학생들을 면담한 결과 비례식을 사용하면 더 쉽게 풀이할 수 있을 것 같았다고 답하였고, 문제를 해결하는 방법에서 숫자를 단순화하여 풀이하는 것이 쉽게 해결 하는 방법이라 생각되어 이와 같은 해결 방법을 사용했다 답하였다. 또한 분수의 나눗셈 계산 알고리즘을 사용하는 문제임은 생각하지 못했다고 답하였다. 다음은 해결 방법의 예와 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ-7] 맥락 분수의 나눗셈 해결 방법의 예

교사: '$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{6}{7}$ $\frac{1}{5} \rightarrow \frac{3}{7}$'이 무엇을 뜻하는지 설명해 보겠니?

학생D: 쏟아지고 남은 $\frac{2}{5}$의 니스로 $\frac{6}{7}$을 칠했으니까요. $\frac{1}{5}$로는 $\frac{3}{7}$만큼을 칠 할 수 있다는 뜻이 예요.

교사: $\frac{1}{5}$을 3으로 나눈 이유는 무엇이니?

학생D: $\frac{1}{5}$로 $\frac{3}{7}$만큼을 칠 할 수 있으니까요 $\frac{1}{7}$만큼은 $\frac{1}{5}$을 3으로 나눈 만큼으로 칠 할 수 있어요.

교사: 이렇게 풀이한 이유가 무엇이니?

학생D: 그냥 숫자를 간단히 하다 보니 이렇게 풀어졌어요.

3. 논의

본 연구는 학생들이 지니고 있는 수학적 지식이 실세계의 문제해결로 연결이 되는지 여부를 알아보기 위하여 맥락 상황의 분수 문제와 비맥락 상황의 분수 문제 사이에 성취도 차이와 문제해결 방법을 비교·분석하였다. 수집된 결과를 분석하면서 몇 가지 논점을 발견하였다.

첫째, 맥락 문제의 정답률이 비맥락 문제의 정답률보다 낮게 나타났다. 이것은 비맥락 문제는 알고리즘을 적용하는데 용이하기 때문이며, 학교 분수 교육이 실제와 결부된 맥락을 바탕으로 지도하지 못한 결과로 해석된다. 반면에 맥락 문제에서는 문제해결에 다양한 방법이 나타났는데, 그 이유로 맥락 문제의 해결에서는 분수의 계산 알고리즘 보다는 평소에 가지고 있던 수학적 지식이나 비형식적 지식을 사용하여 해결하는 것이 더 쉽게 느껴졌다는 학생들과의 심층 면담을 통해 알 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 현행과 같은 방식으로 학습된 분수 지식은 기호화 된 문제의 해결에는 쉽게 적용되지만, 기호화 되지 않은 맥락 상황의 문제 해결에는 활용되기 어렵다는 것을 알 수 있다. 따라서 주로 도형을 이용한 영역에 치중된 분수 지도에 다양한 맥락을 바탕으로 한 분수 지도를 고려해야 할 것이다.

둘째, 분수의 곱셈과 분수의 나눗셈 문항이 맥락과 비맥락 문제 사이에 큰 정답률 차이를 보이는 이유는 현재의 분수 교육이 학생들의 이해를 도외시 한 체 기계적인 알고리즘 중심으로 이루어지기 때문이다(김성미, 2005). 알고리즘 위주의 학습은 비슷한 유형의 문제를 반복적으로 제시하여 목표한 절차를 기계적으로 암기하도록 한다. 진정한 의미는 알지 못한 체 정형화된 절차에 따라 된 지식은 비정형화된 문제의 해결 방법으로 전이되기 어렵다. 특히 분수의 곱셈과 나눗셈 영역의 경우 계산 알고리즘이 비교적 쉽기 때문에 정형화된 비맥락 상황의 문제 해결에는 높은 성취도를 보이지만, 비정형화된 맥락 상황의 문제 해결에는 어려움을 느껴 큰 성취도 차이를 보이게 된다.

셋째, 맥락 문제의 해결 방법이 비맥락 문제의 해결 방법에 비해 다양한 이유는 실세계 상황이 반영된 맥락 문제가 학생들의 경험에 기초한 비형식적 지식의 발현이나 분수에 대한 직관적인 이해를 하도록 돕기 때문이다. 이에 현실적인 수학교수법에서는 맥락적인 문제에서 시작하여 다양한 비형식적 지식으로 해결할 수 있는 것을 탐구의 대상으로 한다(Gravemeijer, 1994). 본 연구에서도 비맥락 나눗셈 문제에서는 기계적인 알고리즘에 따라 해결하는 방법을 보인 것에 비해, 맥락 나눗셈 문제에서는 다양한 방법으로 해결하고 서로의 풀이를 비교하고 있었다.

V. 결론

본 연구는 분수 영역을 중심으로 맥락 문제와 비맥락 문제를 이용하여 성취도나 문제해결 방법에서 유의미한 차이가 있는지 알아보았다. 이를 위해 경기도 D시의 6학년 193명을 연구 대상으로 선정하였고, 맥락·비맥락 문제를 각각 7문항씩 연구자가 개발하여 검사도구로 사용하였다. 맥락 문제와 비맥락 문제 검사를 실시하여 검사지를 수거하여 성취도와 해결 방법을 비교· 분석하였다. 그리고 학생 9명을 대상으로 심층 면담을 실시하였다. 이를 통해 얻은 연구 결과는 다음과 같다.

첫째, 분수의 계산 영역에서 맥락 문제와 비맥락 문제 사이에 유의미한 성취도 차이를 보였다. 맥락 문제의 평균은 55.66으로 비맥락 문제 평균인 96.15에 비해 상당히 낮아, 분수의 계산 영역에 대한 알고리즘은 잘 알고 있지만, 실제적 맥락으로의 적용에는 어려움이 있다는 것을 알 수 있다. 문항별로 정답률을 살펴보면, 비맥락 문제의 모든 문항이 맥락 문제의 문항에 비해 높은 정답률을 보였고, 특히 분수의 곱셈과 나눗셈 문항에서 51%와 73%의 큰 정답률 차를 보였다.

둘째, 맥락 문제와 비맥락 문제 사이에 문제해결 방법의 차이를 보였다. 비맥락 문제의 풀이에서는 분수 계산 알고리즘을 이용한 해결 방법이 대부분 나타났고, 맥락 문제의 풀이에서는 다양한 해결 방법이 나타났다. 문항별로 살펴보면, 동분모의 덧셈과 뺄셈에서는 수직선이나 그림을 이용한 해결 방법 외에도 사고의 흐름에 따른 해결 방법이 나타났고, 분수의 크기 비교에서는 비맥락 문제 풀이에 비해 문제의 상황에 따른 풀이, 그림을 이용한 풀이, 비의 개념을 이용한 풀이 등 다양한 해결 방법이 나타났다. 이분모의 덧셈이나 뺄셈에서는 비맥락 문제에서와 같이 분수의 계산을 이용한

해결 방법이 나타났으나, 분수의 곱셈이나 나눗셈에서는 비례식을 이용한 풀이 및 비의 개념을 이용한 풀이, 분수에 자연수의 곱셈·나눗셈을 이용한 풀이 등 학생들의 경험에 의하거나 비형식적 지식에 의한 다양한 해결 방법이 나타났다.

이러한 연구 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 먼저, 우리의 분수 관련 교육은 실제적 맥락의 분수 학습보다는 알고리즘 위주의 분수 학습이 이루어지기 때문에 학생들에게 익숙하지 않은 맥락적 상황의 문제 해결에 어려움을 느낀다고 볼 수 있다. 따라서 학생들에게 의미 있는 분수 학습을 위해서는 우선적으로 분수의 역사 발생적 맥락이나 실제적인 분수 상황 같은 맥락 문제를 제시하여야 한다. 이를 위해 맥락 상황을 스토리텔링 형식을 활용하여 학생들이 맥락을 경험하도록 해 주는 방안도 고려할 수 있다. 또한 학생들이 가지고 있는 비형식적 지식을 활용하여 형식적 지식으로 전이시켜 주는 방안도 고려할 필요가 있다. 예를 들어 Baroody & Coslick(1998)은 실세계 상황이나 유추를 이용하여 분수의 계산을 하거나, 분수 나눗셈 알고리즘을 지도하기 위해 구체물을 이용하여 나누는 활동을 한 후에 그것을 상징화 하도록 제안하고 있다. 그리고 Siebert(2002)는 자연수 나눗셈을 이용하여 분수의 나눗셈으로 연결시키는 방안을 제시하고 있다. 인간의 지식 구성은 이전에 형성한 지식과 관련이 있을 때 더 잘 이루어지기 때문에 맥락 문제 상황을 접하면 학생 자신의 경험을 이용하여 다양한 비형식적 전략을 발현시킬 수 있기 때문이다(오유경, 김진호, 2009; Mack, 1993). 맥락 문제 상황을 접하면 실세계와 수학을 관련지어 이해하며 학생 자신의 경험을 이용하여 다양한 비형식적 전략을 발현시킬 수 있다. 이로써 수학 학습으로의 충분한 동기 유발과 수학화의 경험을 제공할 수 있다.

참 고 문 헌

고상숙 · 김규상(2003). 분수 학습에서 정신 모델 구성을 위한 유추의 역할. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 15(2), 105-111.

교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정. 교육과학기술부.

김경은 · 방정숙(2009). 분수 연산에 관한 예비교사의 교수 내용 지식 분석. 교원교육, 25(1), 157-184.

김성미(2005). 실생활과 연계된 분수 연산 학습; 맥락문제를 중심으로. 이화여자대학교 석사학위논문.

남형채(2000). 맥락적 구성에 의한 수학 교수-학습 방법. 대구교육대학교 논문집, 35, 175-192.

노현옥 · 정은실(2005). 초등학교 수학 교과서에 나오는 자연수의 사칙 연산 문장제 분석. 진주교육대학교 과학교육연구, 28, 1-19.

백선수(2004). 비형식적 지식을 이용한 대안적인 분수 나눗셈의 형식화 방안에 관한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 8(2), 97-113.

백선수 · 김원경(2005). 분수의 곱셈에서 비형식적 지식의 형식화 사례 연구. 학교수학, 7(2), 139-168.

소성숙(2003). 초등학교 학생들의 분수 감각에 대한 실태 분석. 한국교원대학교 석사학위논문.

서동엽(2005). 분수의 역사발생적 지도 방안. 수학교육학연구, 15(3), 233-249.

신준식(1996). 실제적 접근 방법에 의한 분수 교수-학습에 대한 연구. 한국교원대학교박사학위논문.

오유경 · 김진호(2009). 분수 개념에 대한 초등학생들의 비형식적 지식 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 23(1), 145-174.

우정호(2000). 학교수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교 출판부.

이강섭 · 김규상(2004). 초등학교 5학년 학생들의 분수 연산 능력평가 문항에 대한 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 8(2), 61-68.

이대현(2009). 수학 교과서의 덧셈과 뺄셈 문장제와 그에 대한 학생들의 반응 분석. 학교수학, 11(3), 479-496.

장혜원(2002). 수학 학습을 위한 상황문제의 활용. 학교수학, 4(3), 483-494.

전평국・박혜정(2003). 분수 나눗셈의 개념적 이해를 위한 관련 지식의 연결 관계 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 15(2), 71-76.

정은실(2006). 분수 개념의 의미 분석과 교육적 시사점 탐구. 대한수학교육학회 논문집. 8(2). 123-138.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematics power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Association.

Behr, M, J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational-number concept. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and process (pp.* 91-126). New York: Academic Press.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. China Lectures. Kluwer Academic Press, Inc.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Culemborg: Technipress.

Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripherial participation*. Cambridge University Press.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in china and the united state*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Mack, N. K. (1993). Making Connections to Understand Fractions. *Arithmetic Teacher*(February), 362-364.

Mack, N. K. (2001). Building on informal knowledge through instruction in a complex content domain: Partitioning, units, and understanding multiplication of fractions. *Journal for Research in Mathematics*, 32(3), 267-295.

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Author.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Newton, K. J. (2008). An Extensive Analysis of Preservice Elementary Teachers' Knowledge of Fractions. *American Educational Research Journal*, 45(4), 1080-1110.

Post, T. R., Behr, M. J., and Lesh, R. (1982). Interpretation of rational number concept. In L. Silvey & J. R. Smart (Eds.), *Mathematics for the Middle Grades(5~9) (pp.* 59-72). Reston, VA: NCTM Press.

Siebert, D. (2002). Connecting informal thinking and algorithms: The case of division of fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making Sense of Fraction, Ratio and Peoportions (pp.* 247-256). Reston, VA: NCTM Press.

Streefland, L. (1991). *Fraction in Realistic Mathematics Educations*. Kluwer Academic Press, Inc.

Swan, M., Turner, R., Yoon, C., & Muller, E. (2007). The Roles of Modelling in

Learning Mathematics. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss(Eds.). *Modeling and Applications in Mathematics Education(pp.* 275-284). New York: Springer.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics education: The Wiskobas Project.* Dordrecht: Reidel Publishing Company.

Analysis on the Problem-Solving Methods of Students on Contextual and Noncontextual problems of Fractional Computation and Comparing Quantities

Beom A Young
Graduate School of Education, Gwangju National University of Education,
1-1, Punghyang-dong, Buk-ku, Gwangju 110-230, Korea.
E-mail: dizzyfriend@hanmail.net

Lee, Dae Hyun[4)]
Department of Mathematics Education, Gwangju National University of Education,
1-1, Punghyang-dong, Buk-ku, Gwangju 110-230, Korea.
E-mail: leedh@gnue.ac.kr

Practicality and value of mathematics can be verified when different problems that we face in life are resolved through mathematical knowledge.
This study intends to identify whether the fraction teaching is being taught and learned at current elementary schools for students to recognize practicality and value of mathematical knowledge and to have the ability to apply the concept when solving problems in the real world. Accordingly, contextual problems and noncontextual problems are proposed around fractional arithmetic area, and compared and analyze the achievement level and problem solving processes of them.
Analysis showed that there was significant difference in achievement level and solving process between contextual problems and noncontextual problems. To instruct more meaningful learning for student, contextual problems including historical context or practical situation should be presented for students to experience mathematics of creating mathematical knowledge on their own.

* ZDM Classification: D53
* 2000 Mathematics Subject Classification: 97D50
* Key Words: Fraction, Contextual Problems, Noncontextual Problem, Problem-Solving Method
4) Corresponding Author