

비정렬 격자계에서 균질혼합 모델을 이용한 2차원 수중익형 주위의 캐비테이션 유동 해석

안 상 준, 권 오 준*

한국과학기술원 항공우주공학과

CAVITATION FLOW SIMULATION FOR A 2-D HYDROFOIL USING A HOMOGENEOUS MIXTURE MODEL ON UNSTRUCTURED MESHES

S.J. Ahn and O.J. Kwon *

Dept. of Aerospace Engineering, KAIST

In this paper, the cavitating flows around a hydrofoil have been numerically investigated by using a 2-d multi-phase RANS flow solver based on pseudo-compressibility and a homogeneous mixture model on unstructured meshes. For this purpose, a vertex-centered finite-volume method was utilized in conjunction with 2nd-order Roe's FDS to discretize the inviscid fluxes. The viscous fluxes were computed based on central differencing. The Spalart-Allmaras one equation model was employed for the closure of turbulence. A dual-time stepping method and the Gauss-Seidel iteration were used for unsteady time integration. The phase change rate between the liquid and vapor phases was determined by Merkle's cavitation model based on the difference between local and vapor pressure. Steady state calculations were made for the modified NACA66 hydrofoil at several flow conditions. Good agreements were obtained between the present results and the experiment for the pressure coefficient on a hydrofoil surface. Additional calculation was made for cloud cavitation around the hydrofoil. The observation of the vapor structure, such as cavity size and shape, was made, and the flow characteristics around the cavity were analyzed. Good agreements were obtained between the present results and the experiment for the frequency and the Strouhal number of cavity oscillation.

Key Words : 캐비테이션(Cavitation), 균질혼합 모델(Homogeneous Mixture Model), 수중익형(Hydrofoil), 비정렬 격자계(Unstructured Meshes)

1. 서 론

캐비테이션은 유동장 내의 국부적인 영역에서 액체의 압력이 증기압보다 낮아질 때, 액체가 기체로 기화하는 현상이며 기포의 생성과 소멸 과정을 거치면서 기계 장비의 성능 저하, 소음, 진동 및 마모현상 등의 많은 문제점을 유발하게 된다. 따라서 터보머신, 펌프, 선박 프로펠러, 수중운동체 등 다양한 기계장비의 성능 예측 및 효율적인 설계를 위해서는 캐비테

이션 유동에 대한 정확한 예측이 요구된다. 이와 같은 필요성에 의해 많은 연구자들이 캐비테이션 유동에 대한 수치적 연구를 수행하였다.

캐비테이션 유동의 수치적 해석방법은 각 상간의 경계면을 처리하는 방법에 따라 경계면 추적방법과 균질혼합 모델의 두 가지 범주로 구분할 수 있다.

경계면 추적방법은 기계상 영역의 압력을 증기압과 동일한 압력으로 가정하고, 각 시간단계에서 격자를 재생성하여 액체 상에 대해서만 계산하는 방법이며, Chen과 Heister[1] 및 Deshpande et al.[2]이 각각의 연구에서 이 방법을 적용하였다. 경계면 추적방법은 지배방정식이 간단하다는 장점이 있으나, 매 시간 단계에서 격자를 재생성하기 때문에 계산시간이 증가하고, sheet 캐비테이션 유동해석에만 국한되어 적용할 수

Received: December 19, 2011, Revised: March 5, 2012,
Accepted: March 8, 2012.

* Corresponding author, E-mail: ojkwon@kaist.ac.kr
DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2012.17.1.094>

© KSCFE 2012

있다는 단점이 있다.

균질혼합 모델을 이용한 방법은 액체상과 기체상의 경계와 각 상간의 상호작용 및 기포들 간의 상호작용을 무시하고, 액체와 기체가 균질하게 혼합된 혼합물로 가정하여 혼합물에 대한 지배방정식을 사용하는 방법이다. 각 상간의 상변화는 액체 혹은 기체의 질량분율이나 체적분율을 이용한 캐비테이션 모델을 통해 산출된 소스항으로 고려된다. 이 방법은 캐비테이션 모델 상수를 경험적으로 결정해야 하는 단점이 있지만, 다양한 캐비테이션 유동 문제에 적용할 수 있고, 비응축 가스를 고려할 수 있다는 장점이 있어, 많은 연구자들이 인공 압축성이나 예조건화 행렬을 이용한 density-based method[3-6] 및 pressure-based method[7-10]에 균질혼합 모델을 적용하여 캐비테이션 유동에 대한 수치적 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 복잡한 형상에 대한 격자생성이 용이한 비정렬 격자계에서, Chorin의 인공압축성 방법[11]을 이용한 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 균질혼합 모델을 적용하여 2차원 수중익형 주위의 정상 및 비정상 캐비테이션 유동을 해석하였다. 액체와 기체간의 상변화는 증기압과 국소 압력의 차이에 비례하여, 응축률과 기화율이 결정되는 Merkle[3]의 캐비테이션 모델을 사용하였다. 해석결과를 실험치와 비교하여 검증하였고, 수중익형 주위의 sheet 및 cloud 캐비테이션 유동 특성을 분석하였다.

2. 지배방정식 및 수치 해석 기법

점성, 비압축성 유동을 지배하는 Reynolds-Averaged Navier-Stokes 방정식에 인공압축성 방법[11]과 균질혼합모델을 적용하여 적분형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \vec{Q} dV + \Gamma_e \frac{\partial}{\partial t} \int_V \vec{Q} dV + \oint_{\partial V} \vec{F}(Q) \cdot \vec{n} dS = \oint_{\partial V} \vec{G}(Q) \cdot \vec{n} dS + \int_V S(Q) dV \tag{1}$$

$$\Gamma \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_m \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 & u \Delta \rho \\ 0 & 0 & \rho_m & v \Delta \rho \\ \alpha_l \\ \rho_m \beta & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 & u \Delta \rho \\ 0 & 0 & \rho_m & v \Delta \rho \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

식 (1)에서 V 는 제어체적을 나타내며, ∂V 는 제어표면, \vec{n} 은 제어표면의 바깥방향으로의 법선벡터를 나타낸다. t 는 비정상 유동해석을 위한 실제 시간(physical time)을 나타내며, τ 는 정상 유동의 시간전진을 위한 가상시간(pseudo time)을 의미한다. 유동변수 \vec{Q} 는 다음과 같다.

$$\vec{Q} = [p, u, v, \alpha_l]^T \tag{3}$$

여기서, β 는 인공압축성 상수이다. α_l 와 ρ_m 는 각각 액체상의 체적분율과 혼합 밀도를 나타내며, 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\rho_m = \rho_l \alpha_l + \rho_v (1 - \alpha_l) \tag{4}$$

$\vec{F}(Q) \cdot \vec{n}$, $\vec{G}(Q) \cdot \vec{n}$ 각각 비점성 플럭스 및 점성 플럭스를 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{F}(Q) \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} \rho_m u (\vec{V} - \vec{V}_g) \cdot \vec{n} \\ \rho_m v (\vec{V} - \vec{V}_g) \cdot \vec{n} \\ \alpha_l (\vec{V} - \vec{V}_g) \cdot \vec{n} \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$\vec{G}(Q) \cdot \vec{n} = \frac{1}{Re} (n_x G_1 + n_y G_2) \tag{6}$$

$$G_i = [0 \ \tau_{i1} \ \tau_{i2} \ 0]^T \tag{6}$$

$$\tau_{ij} = (\mu_m + \mu_t) \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

여기서, μ_m 는 혼합 점성계수를 나타내며, 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_m = \mu_l \alpha_l + \mu_v (1 - \alpha_l) \tag{7}$$

$S(Q)$ 는 소스항을 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$S(Q) = \begin{pmatrix} (\dot{m}^+ + \dot{m}^-) \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right) \\ 0 \\ 0 \\ (\dot{m}^+ + \dot{m}^-) \frac{1}{\rho_l} \end{pmatrix} \tag{8}$$

\dot{m}^+ 와 \dot{m}^- 는 각각 응축율과 기화율을 나타내며, 본 연구에서는 증기압과 국부 압력의 차이에 응축율과 기화율이 결정되는 Merkle[3]의 캐비테이션 모델을 사용하였으며, 아래의 식으로 표현된다.

$$\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} (1 - \alpha_l) \rho_v \max[0, p - p_v]}{t_\infty \left(\frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 \right)} \tag{9}$$

$$\dot{m}^- = \frac{C_{dset} \alpha_l \rho_l \min[0, p - p_v]}{t_\infty \left(\frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 \right)}$$

$$t_{\infty} = \frac{L_{\infty}}{U_{\infty}} \quad (10)$$

여기서, t_{∞} 은 대표길이와 자유류의 속도로 무차원화 된 대표 시간이다. 모델 상수 C_{dset} , C_{prod} 는 각각 50과 10을 사용하였다.

지배 방정식에 유한 체적법을 적용하기 위해 격자점 중심 기법을 사용하였으며, 삼각형 및 사각형 격자요소에 대해 메디안-듀얼 방법을 적용하였다. 격자점 중심 기법은 trailing edge와 같이 날카로운 모서리에 위치한 격자점에서 압력이나 밀도값이 비물리적으로 나타나는 단점이 있으나, 격자 중심 기법에 비하여 수렴성과 안정성이 뛰어난 것으로 알려져 있다[12, 13]. 듀얼 경계면에서의 비점성 플럭스는 Roe의 Flux Difference Splitting(FDS)[14]를 사용하였고, 점성 플럭스는 중심차분법을 사용하였으며, 유동변수의 일차 미분값은 Green-Gauss 방법을 이용하여 계산하였다. 실제 시간항은 Euler의 후방차분법을 사용하고, 가상 시간항에 대해서는 이중시간 적분기법을 적용한 내재적 시간적분 기법을 사용하였다. 정상 유동 및 가상 시간에서의 시간적분은 국부시간 전진 기법(local time stepping)을 사용하여 수렴성을 증진시켰다. 난류 모델은 Spalart-Allmaras 모델[15]을 사용하였으며, 식 (11)과 같이 Reboud et al.[16]이 제안한 보정법을 적용하였다.

$$\begin{aligned} \mu_t &= f(\rho) \tilde{\nu} f_{v1} \\ f(\rho) &= \rho_v + \alpha_t^n (\rho_l - \rho_v) \\ n &= 10 \end{aligned} \quad (11)$$

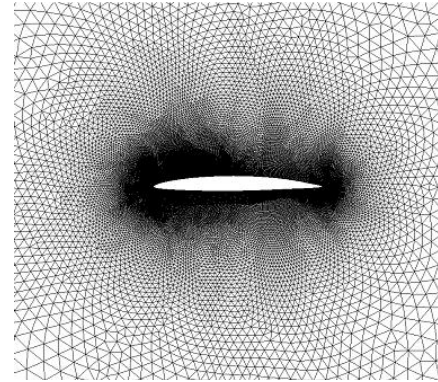
공간에 대한 2차 정확도의 계산에서 액상과 기상의 경계영역에서의 불안정성을 해소하기 위하여 Venkatakrishnan의 limiter[17]를 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

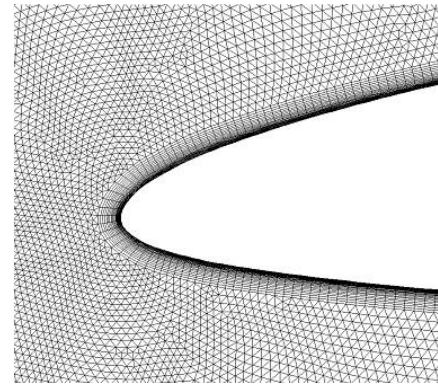
3.1 수중익형 형상 및 계산 격자

2차원 수중익형 주위에서 발생하는 캐비테이션 유동 해석을 수행하였고, 해석결과를 실험치와 비교하여 검증하였다. 해석에 사용된 형상은 Shen과 Dimotakis[18] 및 Leroux et al.[19]이 실험을 수행하였던 modified NACA66 수중익형이며, 캠버비가 0.02이고, 두께비가 0.09이다.

Fig. 1은 계산에 사용한 비정렬 혼합격자를 나타내고 있다. 경계층 유동을 포착하기 위해 물체 표면에 30개의 사각형 격자 요소를 적용하였고, 나머지 영역에는 삼각형 격자요소를



(a) General view



(b) Zoom near the leading edge

Fig. 1 Computational meshes

생성하여 전체 계산격자를 완성하였다. 계산격자는 97,312개의 격자요소와 59,721개의 격자점으로 구성된다.

유동해석은 받음각이 1°, 4° 및 8°인 조건에 대하여 수행하였다. 정상유동 해석에서 해의 수렴 여부는 lift 및 drag force의 값을 기준으로 판정하였다.

3.2 시위 중앙 캐비테이션

Mid-chord 캐비테이션이 발생하게 되는 받음각 1°에 대한 유동해석을 수행하였다. 이때 자유류의 속도, 코드길이, 액체상의 밀도 및 점성계수를 사용하여 정의되는 레이놀즈 수, Re 는 3×10^6 이고, 식 (12)으로 정의되는 캐비테이션 수, σ 는 0.43, 0.38, 0.34이다.

$$\sigma = \frac{p_{\infty} - p_v}{\frac{1}{2} \rho_l U_{\infty}^2} \quad (12)$$

여기서, p_{∞} 과 p_v 는 각각 자유류 및 증기 압력을 나타낸다.

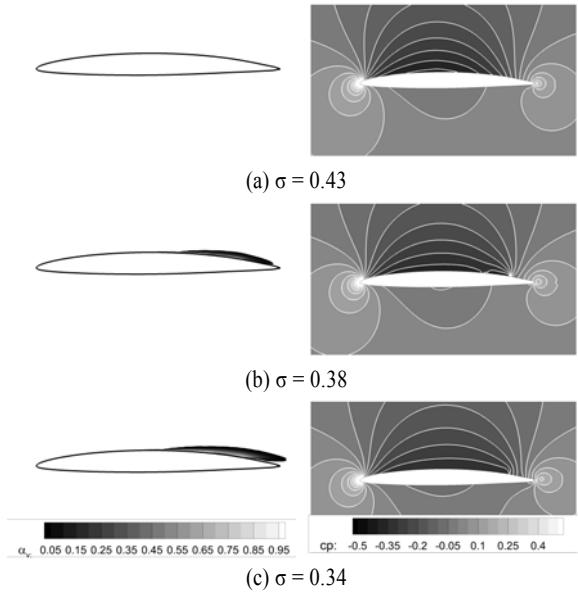


Fig. 2 Vapor volume fraction(left) and pressure(right) contours

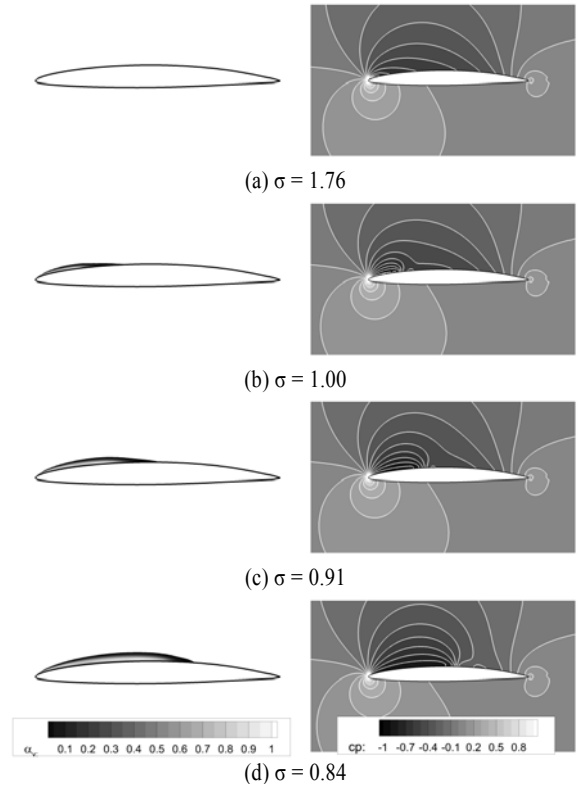
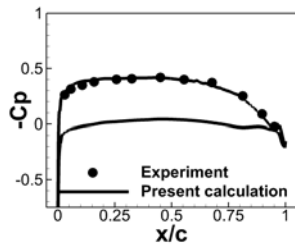
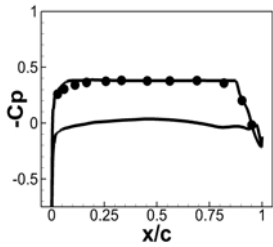


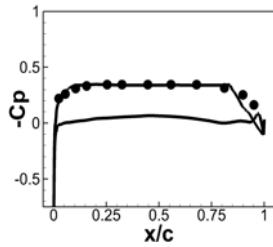
Fig. 4 Vapor volume fraction(left) and pressure(right) contours



(a) $\sigma = 0.43$



(b) $\sigma = 0.38$



(c) $\sigma = 0.34$

Fig. 3 Pressure coefficient at the hydrofoil surface

Fig. 2는 기체상의 등체적분율 선도와 등압력 선도를 나타내고 있다. $\sigma = 0.43$ 인 조건에서는 유동장 내에서 기화가 발생할 정도의 낮은 압력이 분포하지 않기 때문에 기체상 영역이 관찰되지 않고 있다. 압력분포에서 수중익형 흡입면의 mid-chord 부근에서 가장 낮은 압력이 나타나고 있으며, 이와 같은 압력분포를 통해 캐비테이션 수가 작은 조건에서는

mid-chord 부근에서 기화가 발생하기 시작할 것을 예측할 수 있다. $\sigma = 0.38, 0.34$ 조건에서는 수중익형 흡입면의 mid-chord 부근에서 trailing edge 부근까지 기체상 영역이 관찰된다. 이때 캐비테이션이 존재하는 영역에서는 증기압과 동일한 압력이 거의 일정하게 유지되고 있다.

Fig. 3에서는 식 (13)로 정의되는 수중익형 표면에서의 압력계수, c_p 를 실험치와 비교하였다. 익형표면에서 vapor pressure와 동일한 압력을 갖는 영역의 시작 및 끝 위치가 실험치와 잘 일치하고 있다. 물체표면에 부착된 상태를 유지하는 sheet 캐비테이션의 특성상, 이와 같은 영역을 캐비테이션이 존재하는 영역으로 정의할 수 있으며, 이를 통해 해석결과가 캐비테이션의 시작 위치와 길이 등을 잘 예측하고 있는 것으로 판단할 수 있다.

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2} \quad (13)$$

3.3 앞전 캐비테이션

Leading-edge 캐비테이션이 발생하게 되는 받음각 4°에 대

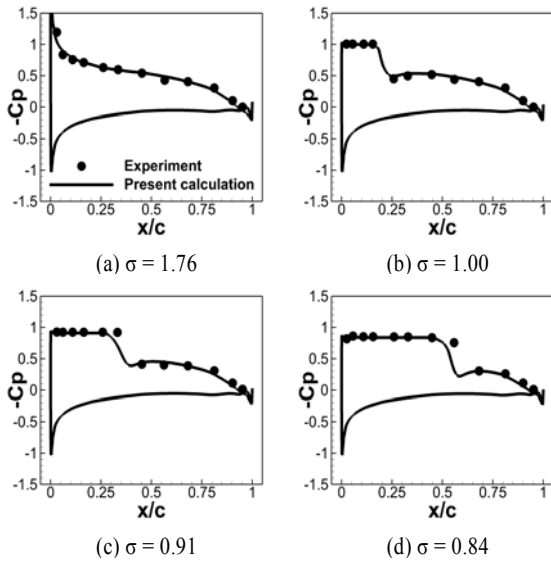


Fig. 5 Pressure coefficient at the hydrofoil surface

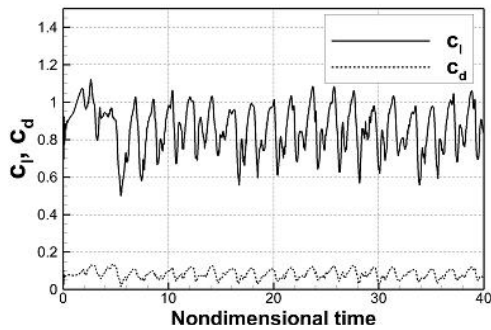


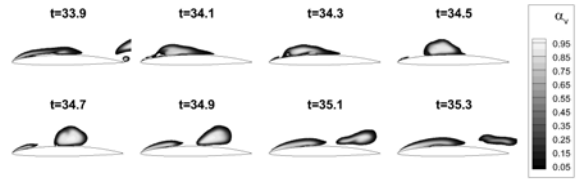
Fig. 6 Lift and drag coefficients evolution

한 유동해석을 수행하였다. 이때 레이놀즈 수, Re 는 2×10^6 이고, 캐비테이션 수, σ 는 1.76, 1.00, 0.91, 0.84이다.

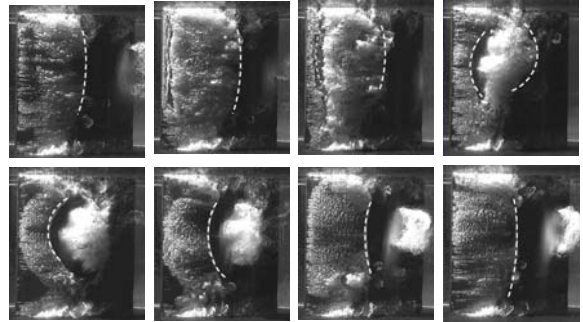
Fig. 4는 기체상의 등체적분율 선도와 등압력 선도를 나타내고 있다. 캐비테이션 수, $\sigma = 1.76$ 인 조건에서는 전체 유동장 내에서 상변화가 발생할 수 있는 낮은 압력이 분포하지 않기 때문에 캐비테이션 현상이 발생하지 않고 있다. 흡입면의 leading edge 부근에서 가장 낮은 압력이 발생하고 있으며, 캐비테이션 수가 작은 조건에서는 수중익형의 leading edge 부근에서 기화가 발생하기 시작할 것을 예측할 수 있다.

$\sigma = 1.00$ 인 조건에서는 수중익형 흡입면의 leading edge 부근에서 캐비테이션 현상이 관찰된다.

캐비테이션 수, σ 가 더 작은 조건에서는 기체상이 존재하는 영역이 확장되며, $\sigma = 0.84$ 인 조건에서는 chord 길이의 50% 이상의 영역까지 기체상이 분포함을 확인 할 수 있다.



(a) Present calculation (vapor volume fraction contour)



(b) Experiment[19]

Fig. 7 Vapor structure during one cycle of self-oscillation

기체상이 존재하는 영역에서의 압력은 증기압과 동일한 값으로 일정하게 유지되고, 액체와 기체의 경계면 부근에서 압력의 변화율이 매우 큰 것을 볼 수 있다.

Fig. 5에서는 수중익형 표면에서의 압력계수, c_p 를 실험치와 함께 나타내었다. 흡입면에서 기체상 영역에서는 증기압과 동일한 일정한 압력이 유지되고, 액체 영역에서 압력이 상승하는 것을 볼 수 있다. 캐비테이션 수, $\sigma = 0.91, 0.84$ 인 조건에서는 실험치보다 기체상이 존재하는 영역을 다소 작게 예측하고 있지만, 수치해석 결과와 실험치가 대체적으로 잘 일치함을 확인 할 수 있다.

3.4 구름 캐비테이션

수중익형의 받음각이 큰 경우에 주기적으로 leading edge에서 버블이 발생하여 성장한 후, shedding이 되는 cloud 캐비테이션 유동을 해석하였다. 유동해석 조건은 Leroux et al.[19]의 실험조건과 동일한 받음각 8° , 레이놀즈수가 0.8×10^6 이다.

Fig. 6에는 무차원 시간에 대한 양력 및 항력계수를 나타내었다. 계산 초기에 불규칙적인 양력 및 항력계수가 약 5초 이후에는 주기적으로 변화하게 된다.

Fig. 7에는 한 주기 동안의 기체상의 등체적분율 선도를 Leroux et al.[19]의 실험결과와 같이 나타내었다. 한 주기 동안에 cavity는 코드길이의 약 60% 길이까지 성장을 하게 된다. Reentrant jet에 의해 잘리게 된 cavity가 mid-chord 부근에서 큰 버블로 성장하여 수중익형 표면에서 떨어져 나간 후 붕괴되는 것을 볼 수 있으며, 실험결과에서도 동일한 유동특성이 나타나고 있다.

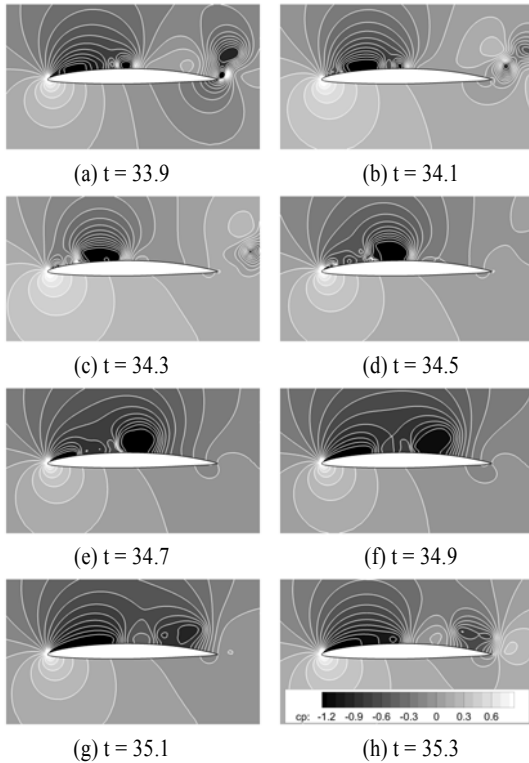


Fig. 8 Pressure contour during one cycle of self-oscillation

한주기 동안에 변화하는 수중익형 주위의 압력분포와 수중익형 표면에서의 압력계수를 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다. Cavity가 존재하는 영역에서 증기압과 동일한 압력이 분포하게 되어 압력이 주기적으로 변화하게 되어, 수중익형에서 발생하는 양력과 항력이 주기적으로 진동하게 된다.

Table 1에는 주기적인 cloud 캐비테이션 유동의 frequency와 Strouhal number를 실험치와 같이 나타내었으며, 이때 Strouhal number는 다음의 식으로 정의된다.

$$St_l = f \times \frac{l}{U_{ref}} \tag{14}$$

여기서, l 은 leading edge에서 발생한 후 성장하는 cavity가 reentrant jet에 의해 잘리기 전까지의 최대 길이이며 Fig. 7(a)에서 관찰된 바와 같이 chord 길이의 60%를 사용하였다.

유동해석을 통해 구한 frequency와 Strouhal number가 실험

Table 1 Frequency and strouhal numbers of cavity oscillation

	f (Hz)	St_l
Computation(present)	18.77	0.317
Experiment[19]	18.00	0.304

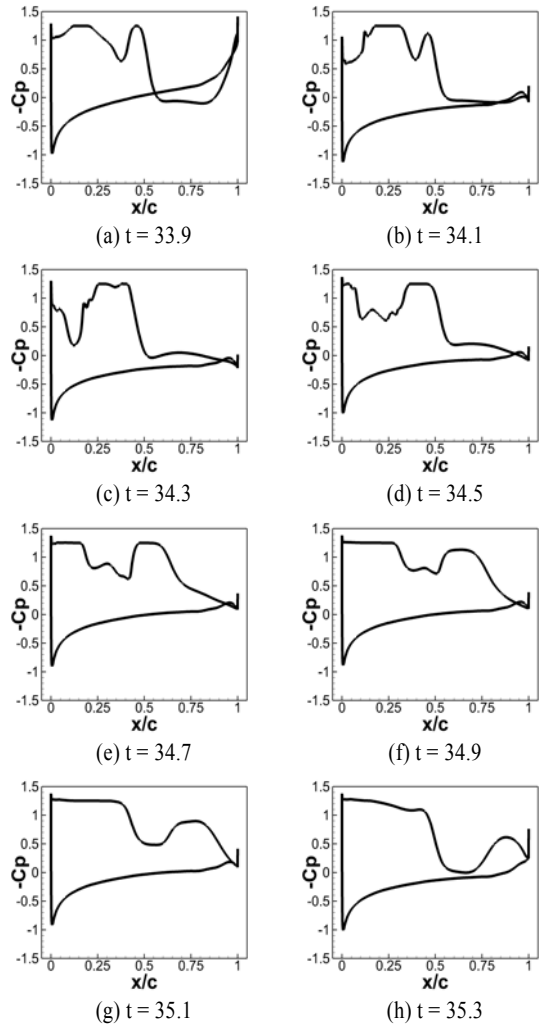


Fig. 9 Pressure coefficient during one cycle of self-oscillation

치와 잘 일치하고 있으며, 본 연구에서 사용하고 있는 유동해석 코드가 비정상 캐비테이션 유동을 잘 묘사하고 있음을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 비정렬 격자계에서 인공압축성 방법에 기초한 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 균질혼합 모델을 적용하여 2차원 수중익형 주위의 정상 및 비정상 캐비테이션 유동을 해석하였다. 각 상간의 상변화는 Merkle[3]의 캐비테이션 모델을 사용하였다.

정상유동 해석을 통해 수중익형의 mid-chord 및 leading edge에서 발생하는 sheet 캐비테이션을 포착하였다. 수중익형

표면에서의 압력계수 분포를 실험치와 비교하였으며, 두 결과가 서로 잘 일치함을 확인하였다. 수중익형의 받음각이 큰 경우에 leading edge에서 버블이 발생하여 성장한 후, 주기적으로 shedding이 되는 cloud 캐비테이션에 대한 비정상 유동해석을 추가로 수행하였다. 각 시간단계에서의 cavity의 형상을 실험치와 비교하여 검증하였다. 주기적인 cloud 캐비테이션 유동의 frequency와 Strouhal number를 실험치와 비교하였으며, 두 결과가 서로 잘 일치함을 확인하였다.

본 연구에서 사용한 유동해석 코드가 정상 및 비정상 캐비테이션 유동을 잘 포착하고 있음을 확인하였다.

향후 3차원 캐비테이션 유동해석 코드를 개발하여 보다 실제적인 문제에 대한 연구를 수행할 예정이다.

후 기

이 논문은 국방과학연구소 수중운동체 특화연구센터의 전산유체역학을 이용한 수중운동체 선체-제어판-추진기 상호작용연구 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] 1996, Chen, Y. and Heister, S.D., "Modeling Hydrodynamic Non-equilibrium in Cavitation Flows," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.118, pp.172-178.
- [2] 1997, Deshpande, M., Feng, J.Z. and Merkle, C.L., "Numerical Modeling of the Thermodynamic Effects of Cavitation," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.119, pp.420-427.
- [3] 2000, Merkle, C.L., "Dynamics of Sheet Cavitation and Large Scale Shedding," *Final Technical Report No. N00014-98-1-0311*, Office of Naval Research.
- [4] 2001, Ahuja, V. Hosangadi, A. and Arujatesan, S., "Simulation of Cavitating Flows using Hybrid Unstructured Meshes," *Journal of Fluid Engineering*, Vol.123, No.2, pp.331-340.
- [5] 2003, Iga, Y., Nohmi, M., Goto, A., Shin, B.R. and Kohagi, T., "Numerical Study of Sheet Breakoff Phenomenon on a Cascade Hydrofoil," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.125, No.4, pp.643-651.
- [6] 2000, Kunz, R.F. et al., "A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction," *Computers and Fluids*, Vol.29, pp.849-875.
- [7] 2000, Ventikos, Y. and Tzabiras, G. A., "A Numerical Method for Simulation of Steady and Unsteady Cavitating Flows," *Computer & Fluids*, Vol.29, pp.63-88.
- [8] 2001, Athavale, M.M. and Singhal, A.K., "Numerical Analysis of Cavitating Flows in Rocket Turbopump Elements," *AIAA Paper 2001-3400*, July, Salt Lake City, UT.
- [9] 2002, Senocak, I. and Shyy, W.A., "A Pressure-based Method for Turbulent Cavitating Flow Computations," *Journal of Computational Physics*, Vol.176, pp.363-83.
- [10] 2002, Singhal, A.K., and Athavale, M.M., Li, H. and Jiang, Y., "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.124, pp.617-624
- [11] 1967, Chorin, A.J., "A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems," *Journal of Computational Physics*, Vol.2, No.12, pp.12-26.
- [12] 2001, Blazek, "Computational Fluid Dynamics : Principles and Applications," *Elsevier*.
- [13] 2006, 김주성, 이희동, 권오준, "비정렬 격자계에서 격자 점 중심과 격자 중심 유한체적법의 수치적인 거동에 관한 연구," *한국전산유체공학회 2006년도 추계학술대회 논문집*, pp.57-60.
- [14] 1981, Roe, P.L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme," *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372.
- [15] 1992, Spalart, P.R. and Allmaras, S.R., "A one-equation Turbulence Model for Aerodynamic flows," *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 92-0439, Jan, Reno, NV.
- [16] 1998, Reboud, J.L., Stutz, B. and Coutier, O., "Two Phase Flow Structure of Cavitation : Experiment and Modeling of Unsteady Effects," *3rd International Symposium on Cavitation*, Grenoble, France.
- [17] 1995, Venkatakrisnan. V., "Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters," *Journal of Computational Physics*, Vol.118, No.1, pp.120-130.
- [18] 1989, Shen, Y.T. and Dimotakis, P., "The Influence of Surface Cavitation on Hydrodynamic Forces," *22nd American Towing Tank Conference*, St Johns, NF, August 8-11.
- [19] 2005, Leroux, J-B. and Coutier-Delgosha, O. and Astolfi, J. A., "A Joint Experimental and Numerical Study of Mechanisms Associated to Instability of Partial Cavitation on Two-dimensional Hydrofoil," *Physics of Fluids*, Vol.17, No.5, paper 052101.