한국지능시스템학회 논문지 2012, Vol. 22, No. 1, pp. 69-74
http://dx.doi.org/10.5391/JKIIS.2012.22.1.69

주행면 경사와 무게중심 변동이 존재하는 차륜형 역진자의 거동 모델링

Dynamic Modeling of a Wheeled Inverted Pendulum for Inclined Road and Changing Its Center of Gravity

이세한* · 이상용**†
Se-Han Lee and Sang-Yong Rhee

* 경남대학교 기계공학부
** 경남대학교 컴퓨터공학부

요 약

본 논문에서는 무게중심 변동이 존재하는 차륜형 역진자가 경사면을 주행하는 경우에 대한 일반적인 운동방정식이 유도되었고 기존 역진자와의 차별점들이 고찰되었다. 차륜형 역진자는 점유면적이 작은 특성 때문에 협소한 장소에서 운용되는 다양한 분야에서 이동 플랫폼으로 채용되고 있다. 차륜형 역진자는 기존 역진자의 불안정한 특성을 그대로 계승하고 있으며, 넘어지지 않고 직립하게 위해서 지속적인 제어가 실행되어야 한다. 차륜형 역진자용 고성능 제어기를 설계하기 위해서는 다양한 환경과 운용조건에서 동작하는 차륜형 역진자를 대상으로 하는 운동방정식과 그 특성을 고려하는 것은 필수적이다.

키워드 : 차륜형 역진자, 무게중심 변동, 경사면

Abstract

In this research equations of motion of a Wheeled Inverted Pendulum (WIP) which is running on the inclined road and changing its center of gravity. Difference between a conventional cart inverted pendulum and the WIP is also considered. The WIP has small planar size so that it has been used as a mobile platform for several applications which require slender frame in order to travel on the narrow road. The WIP has almost the same unstable properties as conventional inverted pendulums have. There needs an aggressive control scheme for the WIP not to fall down. In order to design a high performance control scheme, equations of motion of the WIP, which is running under various environment and operating conditions, should be derived and considering its properties is necessary.

Key Words : Wheeled inverted pendulum, Changing center of gravity, Inclined road

1. 서 론

본 연구는 다양한 환경과 동작조건에서 운용되는 것을 가정한 차륜형 역진자의 운동방정식을 유도하고 그 특징을 고찰하고 있다. 차륜형 역진자는 진행방향에 대하여 횡방향으로 회전축을 갖는 2개의 차륜으로 구동되는 역진자의 일종에 해당한다. 차륜형 역진자 문제는 구동차륜에 대하여 적절한 제어를 수행하여 수직방향에 대하여 근본적으로 불안정한 평형점을 갖는 몸체를 안정화 시키면서 소정의 위치로 그 몸체를 이동 시키는 것이다[1].

학술연구에 주로 사용되는 전형적인 역진자 시스템은 1965년경에 Kapitza[2]에 의해 처음으로 제안되었다. 대부분의 역진자 시스템은 다양한 형태로 존재하지만 진자가 불안정한 수직방향 평형상태로부터 벗어날수록 비선형성이 급속히 증가하고 가제어성이 감소되는 공통적인 특성을 갖는다. 이런 특징 때문에 비선형 관련 제어기 이론의 유효성을 입증하는 다양한 연구[3,4]의 제어 대상으로 널리 사용되어 왔다.

역진자의 대표적인 연구용 분야로써 중력의 반대방향으로 진행하는 로켓의 자세 안정화 제어, 2족 보행로봇의 보행 안정화[5] 등을 들 수 있으며, 일반용으로는 2001년에 상업용으로 개발되어 판매되고 있는 개인용 이동수단인 SEGWAY[6]를 들 수 있다. 최근에는 역진자 관련제품인 Toyota Winglet[7]과 Honda UX-3[8] 등의 발표가 보고되고 있다. 일반용으로 개발된 개인용 이동수단인 SEGWAY는 전형적인 차륜형 역진자 시스템의 형태를 갖고 있는데, 차륜형 역진자 시스템이 개인용 이동수단의 플랫폼으로 채용된 이유로 그 시스템이 점유하는 면적이 협소하고 유사 전방향 진행이 가능한 점을

접수일자: 2011년 10월 4일
심사(수정)일자: 2012년 1월 14일
게재확정일자 : 2012년 1월 20일
† 교신저자
감사의 글 : 본 연구는 2010년 경남대학교 학술연구 장려금 지원으로 이루어 졌음.

들 수 있다. 차륜형 역진자를 개인용 이동수단뿐만 아니라 이동로봇의 플랫폼으로 사용하려는 다양한 연구들이 진행되고 있다[9,10].

차륜형 역진자 시스템이 전방향 진행이 가능한 이동로봇의 플랫폼으로 사용되기 위해서는 평지뿐만 아니라 경사진 지형 및 무게중심 변동 같은 운용조건 등을 고려한 환경에 대해서도 안정된 주행 성능을 가질 필요가 있다. 운용환경 변화에 해당하는 주행면이 기울어진 경우에 대한 연구로 고정궤도를 이동하는 수레형 역진자 연구[11]가 있으며, 무게변동에 대한 연구로 무게변화를 고려한 실험적 연구[12] 가 있다.

본 연구에서는 경사진 주행면과 무게중심 변동각이 존재하는 차륜형 역진자의 운동방정식이 Newton-Euler 기법으로 유도되고 그 운동방정식과 기존의 수레형 역진자의 차이점이 논의되었다. 2장에 차륜형 역진자 시스템의 모델링과 차륜구동을 통한 평형유지 원리가 소개되고 3장에 경사진 주행면과 무게중심 변동을 고려한 차륜형 역진자 시스템의 운동방정식이 유도되고 경사 및 무게중심 변동 경우와 이상적인 경우 사이의 평형점 차이점, 그리고 차륜형 역진자와 기존의 수레형 역진자와 차별점이 언급되었다. 4장에서는 경사 및 무게중심 변동이 존재하는 차륜형 역진자의 가제어성이 확인되었다. 마지막으로 5장에서는 본 연구의 결론이 제시된다.

2. 차륜형 역진자 시스템

그림1은 본 연구의 대상인 차륜형 역진자의 개략적인 외형을 나타내고 있다. 이 차륜형 역진자는 그림에서 알 수 있듯이 2개의 차륜만으로 구동되고 직육면체의 몸체를 갖고 있으므로 점유면적이 매우 작은 특징을 갖고 있어서 협소한 지역에서도 수월하게 이동할 수 있다. 이러한 장점은 반대급부로 불안정한 역진자라는 형태를 초래하게 되어 차륜형 역진자가 기존 역진자의 특징을 계승하게 한다.

차륜형 역진자는 기존 역진자의 불안정한 평형상태를 그대로 계승하고 있으므로 제어기가 적절히 동작하지 않는다면 작은 외란에 의해서도 넘어지게 된다. 차륜형 역진자의 제어기는 진자역할을 하는 몸체가 수직방향으로 평형을 유지 시키면서 주어진 위치로 몸체를 이동할 수 있도록 차륜을 제어하게 된다.

2.1 차륜형 역진자 동작환경

그림1에 표시된 직육면체 형태의 몸체 (body frame) 가 진자역할을 하고 있으며, 중력에 대하여 역방향으로 배치되어 있다. 응용되는 분야에 따라서 동력원이 되는 배터리 및 각종 장비들이 이 몸체 내부에 설치된다.

동일한 응용분야에 대해서도 운용되는 조건에 따라서, 즉, 배터리 배치 및 교체, 설치된 장비의 정리 상태에 따라서 무게중심이 수시로 변동되는 현상이 발생될 수 있다. 차륜형 역진자 동작의 핵심은 수직방향의 평형유지이며, 이 평형유지는 주행면의 경사각과 무게중심의 위치와 밀접한 관계가 있다. 차륜형 역진자가 운용되는 주변환경의 주된 변화요인으로 크게 외적인 요소로 주행면의 경사와 내적인 무게중심 변동 등을 들 수 있다.

2.2 차륜형 역진자 제어원리

차륜형 역진자 제어는 손바닥으로 막대기 세우는 놀이와 매우 유사하다. 막대기가 넘어지는 방향으로 손바닥을 신속하게 움직여서 막대기가 넘어지지 않도록 한다. 차륜형 제어기는 차륜형 역진자의 몸체가 넘어지려는 방향으로 몸체가 이동하도록 차륜의 회전을 제어한다. 이 때, 관성법칙에 의해서 몸체가 넘어지려는 반대방향으로 발생된 관성력이 몸체에 작용하여 몸체의 평형이 유지 되도록 한다. 차륜형 역진자의 동적 모델링을 위해서 간략한 모델이 그림 2에 표시되어 있다.

진자에 해당하는 차륜형 역진자의 몸체 동역학적 파라미터로 집중질량과 그 질량중심에 대한 회전관성인 M_b 와 J_b 를 들 수 있으며, 그 질량중심은 구동차륜의 회전축에서 거리 l_c 만큼 떨어져 있다. 그림 2에 표시된 차륜형 역진자 몸체 기울기 각도는 12시 방향을 기준으로, 시계방향 회전이 $+\theta$ 로 정의된다. 본 연구에서는 운동방정식을 전개할 때, 방향정의에 엄격한 벡터를 사용하지 않고 평면 2차원 문제에 편리한 스칼라를 사용하고 필요한 변수의 방향은 임의로 정의되었다.

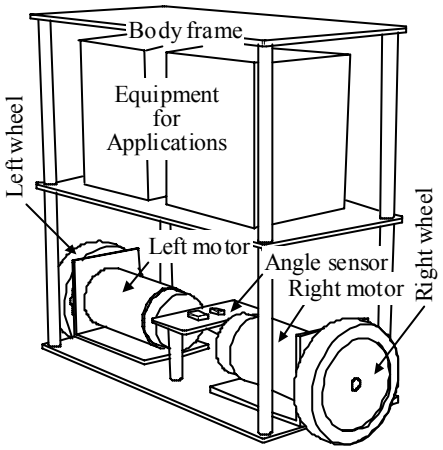

그림 1. 차륜형 역진자
Fig. 1. A Wheeled Inverted Pendulum

차륜형 역진자가 평형을 유지하는 구체적인 과정으로, 차륜형 역진자는 몸체의 질량중심이 넘어지려는 방향으로 적절히 몸체를 진행시켜서 몸체의 평형을 유지하도록 한다. 예를 들면, 몸체가 넘어지려는 각도가 그림 2를 기준으로 $\theta > 0$ 이라면 차륜은 시계방향으로 회전하여 차륜의 중심은 $+x$ 방향으로 이동될 필요가 있으며, 반대로 그 각도가 $\theta < 0$ 라면 차륜은 반대로 회전될 필요가 있다. 뿐만 아니라 역진자 몸체의 정밀한 안정화를 위해서 정밀한 몸체의 속도 $\dot{x}$와 기울기 각속도 $\dot{\theta}$ 까지 적극적으로 고려되어야 한다.

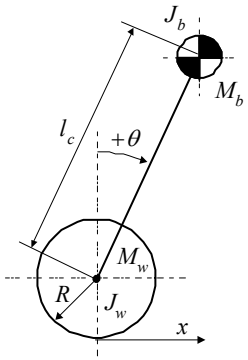

그림 2. 차륜형 역진자 시스템 모델링
Fig. 1. System modeling of the WIP.

3. 차륜형 역진자 운동방정식 및 차별점

기계적인 시스템의 운동방정식을 유도하는 방법으로 구속력과 평형 방정식 등을 이용한 고전적인 Newton-Euler 기법, 기계적인 에너지를 이용한 Lagrangian 기법 등이 있다. 본 연구에서는 운동방정식 유도 방법으로 구조물 각 부분의 작용력이 계산되어 차후 실제 기구 제작에 적용될 수 있는 Newton-Euler 기법이 채택되었다.

Newton-Euler 기법을 이용한 운동방정식을 유도하기 위해서 필요한 차륜형 역진자의 자유물체도는 차륜(wheel) 과 몸체 (body frame) 연결부위를 중심으로 분리되어 작성될 수 있으며, 차륜과 몸체를 연결하는 변수들은 반력으로 처리된다. 이 때, 운동방정식에 차륜형 역진자가 동작되는 환경이 구체적으로 고려될 필요가 있다. 본 연구에서는 그 환경들로 경사각도를 갖는 주행면과 배터리 교체, 장비의 설치 및 재정리 등 운용조건에 따라서 발생될 수 있는 무게중심 변동을 들고 있다.

차륜형 역진자의 동특성이 주로 불안정한 수직 평형점에 집중되어 있으므로 그림2와 같이 평면운동이 주로 고려대상으로 설정되었다. 운동방정식 유도에 사용된 변수 종류는 Grasser[1]를 참고하여 선정되었으며, 방정식 유도에 사용된 구체적인 자유물체도는 그림 3에 표시되어 있다.

반지름 R, 질량 M_w, 회전관성 J_w 인 차륜에 작용하는 변수들은 다음과 같다. 외부에서 작용하는 수평방향의 미지 외력은 f_w, 몸체로부터 작용하는 수평 및 수직 반력은 각각 H, V, 차륜의 중심에 작용하는 중력은 $M_w g$, 경사각도 α인 주행면으로부터 작용하는 수평 및 수직반력은 H_T, V_T, 그리고 시계방향으로 작용하는 모터축의 구동토크는 τ로 표시된다. 한 편, 몸체에 작용하는 변수들은 다음과 같다. 몸체에 작용하는 중력은 $M_b g$, 외부에서 작용하는 수평방향의 미지 외력은 f_b, 차륜으로부터 작용하는 반력은 H, V, 몸체의 외형적 기울기 각도는 θ, 그리고 반시계 방향으로 작용하는 모터의 몸체 반력토크는 τ로 표시된다. 한 편, 몸체의 무게중심 변동은 그림 3과 같이 몸체의 외형적 중심에서 β 만큼 벗어난 것으로 가정될 수 있으므로 본 연구에서는 무게중심 변동각 β 가 도입되었다.

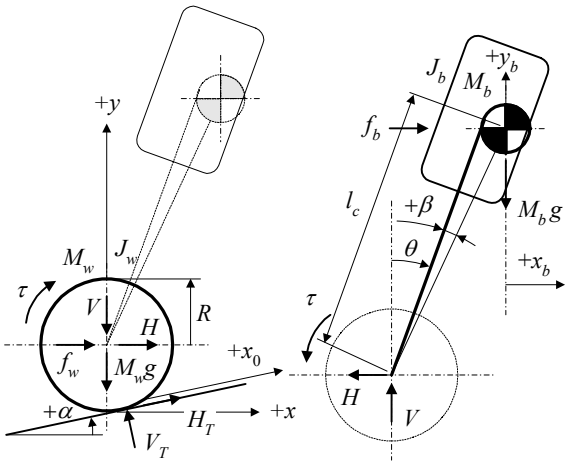

그림 3. 차륜형 역진자의 자유물체도
Fig. 3 Free body diagram of the Wheeled Inverted Pendulum

3.1 차륜 방정식

차륜형 역진자는 구동모터를 사이에 두고 차륜과 몸체로 분리되어 고찰될 수 있다. 구동모터를 기준으로 상호 작용하는 반력들이 설정되고 힘 평형 (Newton) 방정식과 모멘트 평형 (Euler) 방정식이 각각에 대하여 그 반력들을 기반으로 구성될 필요가 있다.

경사각도 α인 주행면과 평행한 x_0 방향에 대한 차륜의 힘-모멘트 평형 방정식은 다음과 같다.

$$M_w \ddot{x}_0 = (H + f_w)\cos\alpha - (V + M_w g)\sin\alpha + H_T \quad (1)$$

$$J_w \ddot{\phi} = -RH_T + \tau \quad (2)$$

이 때, 식 (2) 의 ϕ는 차륜의 회전각도, R은 차륜의 반경을 나타낸다. 모멘트 평형 방정식 (2)는 차륜의 회전중심에 대하여 기술되었다. 만일, 차륜이 주행면에 대하여 미끄러짐 없이 회전하여 몸체를 진행 시킨다면 차륜의 각가속도 $\ddot{\phi}$와 주행면 가속도 $\ddot{x}_0$사이에는 다음과 같이 간단한 관계가 성립한다.

$$R\ddot{\phi} = \ddot{x}_0 \rightarrow \ddot{\phi} = \frac{\ddot{x}_0}{R} \quad (3)$$

식 (3)을 (2)에 대입하면 주행면에서 작용하는 수평반력 H_T는 구동토크 τ와 몸체의 주행면 가속도 $\ddot{x}_0$에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$H_T = \frac{1}{R}\tau - \frac{J_w}{R^2}\ddot{x}_0 \quad (4)$$

이 때, 얻어진 주행면에서 작용하는 수평반력 H_T 를 (1) 에 대입하면 경사진 주행면 가속도 $\ddot{x}_0$는 구동토크 τ 에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$\left(M_w + \frac{J_w}{R^2}\right)\ddot{x}_0 = (H + f_w)\cos\alpha - (V + M_w g)\sin\alpha + \frac{1}{R}\tau \quad (5)$$

식 (5)에는 미지의 구속력 H 와 V 가 여전히 존재하는데 이것은 몸체 방정식에서 얻어질 수 있다.

3.2 몸체 방정식

몸체 질량중심의 수평가속도 $\ddot{x}_b$ 에 대한 몸체의 힘 평형 방정식은 다음과 같이 구성된다

$$M_b\ddot{x}_b = f_b - H \tag{6}$$

한 편, 몸체 질량중심 수평가속도 $\ddot{x}_b$ 와 차륜중심의 수평가속도 $\ddot{x}$ 는 다음의 기구학적 관계 (7a)를 시간에 대하여 2회 미분하여 (7b)로 표현된다.

$$x_b = x + l_c\sin(\theta+\beta) \tag{7a}$$

$$\ddot{x}_b = \ddot{x} + l_c\ddot{\theta}\cos(\theta+\beta) - l_c\dot{\theta}^2\sin(\theta+\beta) \tag{7b}$$

차륜중심의 수평가속도 $\ddot{x}$와 경사진 주행면 가속도 $\ddot{x}_0$ 사이에는 $\ddot{x} = \ddot{x}_0\cos\alpha$ 관계가 있으므로 이 관계와 (7b)를 이용하면 (6)의 수평반력 H는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} H = f_b - M_b\ddot{x}_0\cos\alpha - M_b l_c\ddot{\theta}\cos(\theta+\beta) \\ + M_b l_c\dot{\theta}^2\sin(\theta+\beta) \end{aligned} \tag{8}$$

몸체의 질량중심 수직가속도 $\ddot{y}_b$에 대한 힘 평형 방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$M_b\ddot{y}_b = V - M_b g \tag{9}$$

몸체의 수직가속도 $\ddot{y}_b$와 경사진 주행면 가속도 $\ddot{x}_0$는 다음의 기구학적 관계 (10a) 를 시간에 대하여 2회 미분하여 (10b) 로 표현된다.

$$y_b = x_0\cos\alpha + l_c\cos(\theta+\beta) \tag{10a}$$

$$\ddot{y}_b = \ddot{x}_0\cos\alpha - l_c[\ddot{\theta}\sin(\theta+\beta) + \dot{\theta}^2\cos(\theta+\beta)] \tag{10b}$$

식(10b) 를 (9)에 대입하여 수직반력 V는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} V = M_b\ddot{x}_0\cos\alpha - M_b l_c\ddot{\theta}\sin(\theta+\beta) \\ - M_b l_c\dot{\theta}^2\cos(\theta+\beta) + M_b g \end{aligned} \tag{11}$$

구해진 수평 및 수직반력을 식(5)에 대입하면 최종적으로 경사진 주행면 가속도 $\ddot{x}_0$와 구동토크 τ에 관한 방정식은 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\begin{aligned} &\left(M_b + M_w + \frac{J_w}{R^2}\right)\ddot{x}_0 + M_b l_c\cos(\theta+\alpha+\beta)\ddot{\theta} \\ &- M_b l_c\sin(\theta+\alpha+\beta)\dot{\theta}^2 + (M_b+M_w)g\sin\alpha \\ &= (f_b+f_w)\cos\alpha + \frac{1}{R}\tau \end{aligned} \tag{12}$$

한 편, 몸체의 질량중심에 대한 모멘트 평형 방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$J_b\ddot{\theta} = V l_c\sin(\theta+\beta) + H l_c\cos(\theta+\beta) - \tau \tag{13}$$

앞에서 얻어진 수평, 수직반력을 (13) 에 대입하면 (13)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} &M_b l_c\cos(\theta+\alpha+\beta)\ddot{x}_0 + (J_b + M_b l_c^2)\ddot{\theta} \\ &- M_b g l_c\sin(\theta+\beta) = f_b l_c\cos(\theta+\beta) - \tau \end{aligned} \tag{14}$$

3.3 평형점

제어기는 일반적으로 제어 목표값을 갖고 있다. 차륜형 역진자 제어기의 경우 1차적으로 몸체의 평형을 유지하는 목적을 갖는다. 그러므로 제어기 구현을 위하여 차륜형 역진자의 평형점 정의가 필요하다.

차륜형 역진자는 (12)와 (14)처럼 비선형 미분방정식으로 주어지는데, 이 방정식은 다음과 같이 일반적인 형태로 표현될 수 있다.

$$\dot{x}_s = f(x_s, t) \tag{15}$$

이 때, x_s는 $x_s = [x_0\ \theta\ \dot{x}_0\ \dot{\theta}]^T$로 상태벡터를 나타낸다. 식 (15)로 주어지는 일반적인 비선형 미분방정식의 상태변수가 변하지 않는 평형점에서 평형점 상태변수들은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\dot{x}_s = [\dot{x}_0\ \dot{\theta}\ \ddot{x}_0\ \ddot{\theta}]^T = 0 \tag{16a}$$

$$\rightarrow \dot{x}_0 = \dot{\theta} = \ddot{x}_0 = \ddot{\theta} = 0 \tag{16b}$$

식 (16b)조건을 (12)와 (14)에 대입하면 평형 상태에 해당하는 정역학적 형태의 방정식은 다음과 같다.

$$(M_b+M_w)g\sin\alpha = (f_b+f_w)\cos\alpha + \frac{1}{R}\tau \tag{17a}$$

$$-M_b g l_c\sin(\theta+\beta) = f_b l_c\cos(\theta+\beta) - \tau \tag{17b}$$

동역학적 의미에서 식 (17)은 관성력 ($\ddot{x}_0$)과 구심력 ($\dot{\theta}^2$)이 사라진 정적인 상태에 해당된다. 식 (17a)에서 경사각도 α때문에 발생하는 구동토크 τ는 다음과 같이 얻어진다.

$$\tau = R((M_b+M_w)g\sin\alpha - (f_b+f_w)\cos\alpha) \tag{18}$$

식 (18)은 차륜형 역진자가 경사면에서 평형을 유지하고 있을 때, 구동토크 α는 더 이상 0이 아님을 나타내고 있다. 이것은 정역학적인 측면에서도 부합되는 내용이다. 계속해서 식 (18)에서 얻어진 구동토크 τ를 (17b)에 대입하면 평형상태에 해당하는 몸체의 기울기 각도 θ는 다음과 같이 얻어진다.

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{R(M_b+M_w)\sin\alpha}{M_b l_c}\right) - \beta \tag{19}$$

이 때, 외부에서 차륜과 몸체에 작용하는 미지의 외력 f_w, f_b는 무시되었다. 식 (19)는 차륜형 역진자가 경사면에서 평형을 유지하고 있을 때, 몸체가 수직선과 이루는 각도는 주행면의 경사각도의 함수임을 나타내고 있다. 뿐만 아니라 차륜형 역진자의 무게중심 변동이 존재할 때, 그 변동각 β는 기울기 각도 θ에 대하여 상수인 각도차이 역할을 하고 있다.

한 편, 차륜형 역진자가 평형상태에 있을 때, 몸체의 기울기 각도 β는 (19)와 같이 구속식이 존재하는 반면에 경사면 주행변위 x_0에 대한 특별한 구속식이 존재하지 않으므로 그 주행변위는 임의의 값을 가질 수 있다. 즉, 이것은 차륜을 적절히 제어함으로써 차륜형 역진자는 임의의 위치로 이동될 수 있음을 나타낸다.

3.4 구동토크 특이점

차륜형 역진자는 기존 수레형 역진자의 비선형성 및 불안정한 평형점 등의 특성을 그대로 계승하고 있는 반면에 고유의 특성을 갖는다.

기존 수레형 역진자에는 구동토크가 진자의 움직임에 영향을 미치지 않는다는 특이점이 존재한다. 다음은 수레형 역진자의 일반적인 운동방식을 나타내고 있다.

$$mL\cos\theta\,\ddot{x}+mL^2\ddot{\theta}-gmL\sin\theta=0 \tag{20a}$$

$$(M+m)\,\ddot{x}+Lm\cos\theta\,\ddot{\theta}-mL\dot{\theta}^2\sin\theta=f \tag{20b}$$

이 때, x는 수레의 수평변위, θ는 진자의 기울기 각도, L은 진자의 길이, M은 수레의 질량, m은 진자의 질량, 그리고 f는 수레에 대한 구동력에 해당한다. 공학적 이해를 돕기 위해서 차륜형 역진자에서 사용된 변수들이 (20)에 반복적으로 사용되었다.

진자의 각도가 $\theta=90^o$ 일 때, (20b)에 의하여 구동력 f는 진자의 각가속도 $\ddot{\theta}$에 대하여 지배력을 상실하고 있으며, 뿐만 아니라 수레의 가속도 $\ddot{x}$가 발생하지만 이 가속도는 (20a)에서 역시 $\cos(90^o)=0$ 로 곱해져서 그 지배력을 상실하게 된다. 즉, 구동 특이점이 발생하게 된다. 극단적인 경우 진자의 초기 기울기 각도가 $\theta_0=90^o$ 인 경우, 수레형 역진자 제어 자체가 불가능해질 수 있다. 반면에 차륜형 역진자의 경우 (12) 와 (14) 모두에 구동토크 τ가 존재하므로 $\theta=90^o$에 대하여 구동토크의 $\ddot{x}_0$ 지배력 (12)와 $\ddot{\theta}$ 지배력 (14)가 유지되는 차별점이 있다.

4. 차륜형 역진자의 제어성

선천적으로 불안정한 차륜형 역진자를 평형제어하기 위해서 구체적인 제어기가 필요하다. 식 (12)와 (14)로 주어진 제어대상이 구동토크 τ만으로 제어 가능한지 확인할 필요가 있다. 제어이론 분야에서 제어 가능성은 가제어성으로 대표되며, 대상 시스템의 가세어성을 확인함으로써 제어 가능성은 확인될 수 있다.

4.1 시스템 선형화

비선형 시스템의 가제어성을 확인하는 과정은 매우 복잡하다. 차륜형 역진자는 대부분 평형점 부근에서 동작하는 특징을 갖고 있으므로 차륜형 역진자의 비선형 방정식 (12)와 (14)는 동작점 (평형점) 부근에서 근사화될 수 있다.

식 (12)와 (14)중에서 주된 비선형 항은 $\cos\theta$, $\sin\theta$, $\dot{\theta}^2$ 이다. 차륜형 역진자가 평형점 부근에서 동작하고 있을 때, 매우 작은 기울기 각도와 매우 정숙한 몸체의 움직임 때문에 다음과 같은 근사식이 허용될 수 있다.

$$\cos\theta=1-\frac{\theta^2}{2!}+\frac{\theta^4}{4!}-\frac{\theta^6}{6!}+\cdots\approx 1 \tag{21a}$$

$$\sin\theta=\theta-\frac{\theta^3}{3!}+\frac{\theta^5}{5!}-\frac{\theta^7}{7!}+\cdots\approx\theta \tag{21b}$$

$$\dot{\theta}^2\approx 0\ \because\dot{\theta}\ll 1 \tag{21c}$$

차륜형 역진자가 실용적인 측면에서 정상적으로 응용될 때에는 평형점 부근에서 운용되며 (21) 가정은 합리적이다. 식 (21)을 이용하여 (12)와 (14)는 다음과 같이 선형화 될 수 있다.

$$\left(M_b+M_w+\frac{J_w}{R^2}\right)\ddot{x}_0+M_b l_c\ddot{\theta} =\frac{1}{R}\tau+(f_b+f_w-(M_b+M_w)g\sin\alpha) \tag{22a}$$

$$M_b l_c\ddot{x}_0+(J_b+M_b l_c^2)\ddot{\theta}-M_b g l_c\theta=-\tau+f_b l_c \tag{22b}$$

4.2 시스템 가제어성

식 (22)의 가제어성을 확인하기 위해서 다음의 Table 1에 표시된 차륜형 역진자 파라미터가 이용되었다.

표 1. 차륜형 역진자 파라미터
Table 1. Wheeled Inverted Pendulum parameters

변수	값	내용
M_w	$0.052\,kg$	차륜 질량
M_b	$1.0\,kg$	몸체 질량
J_w	$1.8\times10^{-5}\,kg\cdot m^2$	차륜 회전관성
J_b	$4.4\times10^{-3}\,kg\cdot m^2$	몸체 회전관성
R	$0.026\,m$	차륜 반지름
l_c	$0.085\,m$	차륜중심과 몸체중심까지 거리

식 (16a)에서 정의된 상태벡터 x_s와 Table 1을 이용하면 구체적인 상태방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{x}_s=A\,x_s+B\tau \tag{23a}$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & -13.34 & 0 & 0\\ 0 & 169.3 & 0 & 0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 100.1\\ -818.2\end{bmatrix} \tag{23b}$$

이 때, 식 (22)에서 $[f_b+f_w-(M_b+M_w)g\sin\alpha]$ 항과 $f_b l_c$ 항은 미지의 외란으로 간주되어 상태방정식 구성에서 제외되었다. 얻어진 상태방정식 (23)으로부터 다음과 같이 가제어성 행렬이 구성되고 해당 시스템이 가제어성임을 나타내는 완전계수가 얻어진다.

$$rank([B\ AB\ A^2B\ A^3B])=4 \tag{24}$$

식 (24)와 같이 구성된 가제어성 행렬이 완전계수를 갖고 있으므로 구동토크만을 이용해서 차륜형 역진자는 평형상태로 제어될 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 주행면에 경사와 무게중심 변동각이 존재하는 차륜형 역진자의 운동방정식이 Newton-Euler 기법을 통해서 유도되었고, 기존 수레형 역진자와의 차별점 및 차륜형 역진자의 제어 가능성이 고찰되었다. 차륜형 역진자는 기립된 형태와 작은 점유면적 때문에 협소한 장소에서 조향이 용이하므로 협소한 장소에서 운용되는 이동로봇 플랫폼으로 적용되고 있다. 차륜형 역진자에 있어서 몸체의 평형유지는 주행면의 경사각과 무게중심의 위치와 밀접한 관계가 있다. 차륜형 역진자가 실제 응용분야에서 운용될 때, 주행환경의 변화에 따라서 경사진 주행면이 주어지거나 동력원인 배터리 교체, 장착된 장비의 재정리 등의 요인으로 무게중심이 변동되는 현상이 발생하게 된다. 이러한 다양한 환경변화에 적극적으로 대처하고 고찰하기 위해서 해당 운동방정식이 유도될 필요가 있다. 경사면에서 주행하는 경우, 차륜형 역진자는 평형을 유지하기 위해서 경사각도에 해당하는 특정한 구동토크 (18)를 발생시킬 필요가 있으며, 무게중심 변동각이 존재할 경우 기울기 센서에서 출력되는 몸체의 기울기 각도 θ에는 무게중심 변동각도 β 만큼 각도차이 (19)가 포함된다. 기존 수레형 역진자에는 진자가 $\theta=90^o$ 에 대하여 구동토크 특이점이 존재하는 반면에 차륜형 역진자에는 진자각도 $\theta=90^o$ 에서도 $\ddot{x}_0$(12) 와 $\ddot{\theta}$ (14) 에 대한 구동토크의 지배력이 유지되는 차별점이 있다.

참 고 문 헌

[1] F. Grasser, A. D'Arrigo, S. Colombi, A. C. Rufer, "JOE: A Mobile, Inverted Pendulum," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 49, No. 1, Feb. pp.107-114, 2002.

[2] P. L. Kapitza, in Collected Papers of P. L. Kapitza, edited by D. Ter Haar (Pergamon, London, 1965), p.174.

[3] J. Huang, Z-H. Guan, T. Matsuno, T. Fukuda, K. Sekiyama, "Sliding-Mode Velocity Control of Mobile-Wheeled Inverted-Pendulum Systems," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 26, No. 4, Aug. pp.750-758, 2010.

[4] 이세한, 이상용, "경사면을 주행하는 차륜형 역진자를 위한 속도 추정기 기반 제어기 설계," 한국지능시스템학회 논문지, Vol. 21, No. 3, pp. 283-289, 2011.

[5] 강찬수, 노경곤, 공정식, 김진걸, "도립진자형 이족보행로봇의 유연한 궤적 생성," 한국정밀공학회지 2005, Vol. 22, No. 7, pp. 112-121, 2005.

[6]http://www.segway.com/aboutus/press_releases/pr_120301.html.

[7] http://www.toyota.co.jp/jp/news/08/Aug/nt08_0805.html.

[8] http://world.honda.com/news/2009/c090924New-Personal-Mobility-Device/

[9] J. Searock, B. Browning, M. Veloso, "Turning Segways into Soccer Robots," *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems,* Sendai, Japan, pp.1029-1034, 2004.

[10] R. O. Ambrose, R. T. Savely, S. M. Goza, P. Strawser, M. A. Dftler, I. Spain, N. Radford, "Mobile Manipulation using NASA's Rbonaut," *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation*, New Orleans, US, pp.2104-2109, 2004.

[11] K. Furuta, H. Kajiwara, K. Kosuge, "Digital control of a double inverted pendulum on an inclined rail," *International Journal of control*, Vol. 32, No. 5, pp.907-924, 1980.

[12] 김현욱, 정슬, "무게 변화에 따른 차륜형 밸런싱 로봇 제어기 설계 및 실험연구," 한국지능시스템학회 논문지, Vol. 20, No. 4, pp.469-475, 2010.

저 자 소 개

이세한(Se-Han Lee)

1989년: 고려대 기계공학과 졸업
1991년: 고려대 대학원 기계공학(공학석사)
2002년: 고려대 대학원 기계공학(공학박사)
2004년~현재: 경남대학교 기계공학부

관심분야: 강인제어, 자동화 로봇, 메카트로닉스
Phone : 055-249-2149
Fax : 0505-999-2160
E-mail: leesehan@kyungnam.ac.kr

이상용(Sang-Yong Rhee)

1982년: 고려대 산업공학과 졸업
1984년: 고려대 대학원 산업공학(공학석사)
1992년: 포항공대 대학원 산업공학(공학박사)
1992년~현재: 경남대학교 컴퓨터공학부 교수

관심분야: 컴퓨터 비전, 뉴로-퍼지, 지능로봇, 생체인식
Phone : 055-249-2706
E-mail: syrhee@kyungnam.ac.kr