

## 비선형 상호 연결된 시간 지연 시스템을 위한 함수 예측 기법에 기반한 분산 적응 출력 궤환 제어

### Approximation-Based Decentralized Adaptive Output-Feedback Control for Nonlinear Interconnected Time-Delay Systems

유성진<sup>†</sup>

Sung Jin Yoo<sup>†</sup>

중앙대학교 전자전기공학부

#### 요 약

본 논문은 미지의 시간 지연을 갖는 비선형 상호 연결 시스템을 위한 분산 적응 출력 궤환 제어를 제안한다. 미지의 시간 지연을 갖는 상호 연결 부분은 부시스템들의 모든 상태 변수를 포함한다. 적당한 르아프노브-크라소프스키 함수와 함수 예측 기법을 사용하여 시간 지연 함수들을 보상한다. 각각의 부시스템을 위한 시간에 독립적인 지역 제어를 설계하기 위해 관측 동적 표면 제어 기법을 이용한다. 제어된 페루프 시스템의 모든 신호들이 준 전역적이고 균일하게 유계됨과 제어 오차가 원점 주위의 조절 가능한 주변으로 수렴함을 증명한다.

**키워드** : 분산 적응 제어, 출력-궤환, 미지의 시간 지연, 함수 예측 기법

#### Abstract

This paper proposes a decentralized adaptive output-feedback controller design for nonlinear interconnected systems with unknown time delays. The interaction terms with unknown delays are related to all states of subsystems. The time-delayed functions are compensated by using appropriate Lyapunov-Krasovskii functionals and function approximation technique. The observer dynamic surface design technique is employed to design the proposed memoryless local controller for each subsystem. In addition, we prove that all signals in the closed-loop system are semiglobally uniformly bounded and control errors converge to an adjustable neighborhood of the origin.

**Key Words** : Decentralized adaptive control, output-feedback, unknown time delays, function approximation technique

#### 1. 서 론

현대에는 공학 시스템이 점차 복잡해지고 규모가 커짐에 따라 각각의 부시스템(subsystem)의 지역적 상태 변수(local state)를 이용하여 작동되는 분산형 적응 제어기(decentralized adaptive control)의 설계의 필요성이 점차 증가하고 있다[1-5]. 또한 대규모 시스템에서 각각의 부시스템의 정보 교환으로 인한 시간 지연 현상에 대한 연구도 중요한 주제로서 다루어지고 있다[6-8]. 그러나 이러한 연구들은 대규모 시스템(large-scale system)의 분산 적응 제어를 설계하기 위해 부시스템의 모든 상태 변수의 정보를 요구한다는 단점을 갖는다. 모든 상태 변수를 측정하기 위해서는 많은 센서(sensor)가 필요하고 그에 따라 비용이 증가하는 문제가 발생한다. 이러한 문제를 해결하기 위해

최근에 관측기(observer) 기반 출력 궤환 제어 기법이 제안되었다. 시간 지연된 비선형 상호 연결 시스템을 위해 백스테핑(backstepping)에 기반 출력 궤환 안정화 기법이 제안되었다[9]. 이 기법에서는 상호 연결된 비선형 함수의 미지의 유계점(bounds)을 보상하기 위해 신경 회로망을 이용하였다. 하지만 [9]에서는 상호 연결 비선형 함수가 측정 가능한 상태 변수에만 연관된 대규모 시스템을 다루었기 때문에 제어를 설계하는 것이 용이하다. 그러므로 모든 상태 변수가 연관된 상호 연결 함수를 가진 대규모 시스템의 출력 궤환 제어 기 설계에 대한 연구가 필요하다.

따라서 본 논문에서는 모든 상태 변수들이 연관된 상호 연결 함수를 가진 대규모 시스템을 위한 분산 적응 출력 궤환 제어를 제안한다. 또한 각 상호 연결 함수에 정보 교환에 따르는 시간 지연 현상을 고려한다. 각각의 부시스템을 위한 지역 제어를 설계하기 위해 우선 분산 관측기를 설계한다. 설계된 관측기를 기반으로 시간에 독립적인 분산 적응 동적 표면 제어 기법을 제시한다. 상호 연계 부분의 시간 지연 현상을 해결하기 위해 르아프노브-크라소프스키(Lyapunov-Krasovskii) 함수를 제시하고 그 과정에서 발생한 비선형 함수와 시스템의 불확실한 비선형 함수의 보상을

접수일자: 2011년 11월 19일

심사(수정)일자: 2012년 3월 20일

게재확정일자: 2012년 3월 20일

<sup>†</sup> 교신저자

본 논문은 본 학회 2011년도 추계 학술대회에서 선정된 우수논문입니다.

위해 신경 회로망(neural networks)을 이용한 함수 근사화(function approximation) 기법을 적용한다. 마지막으로, 본 논문에서 제안한 제어기의 성능을 검증하기 위해 모의 실험 결과를 제시한다.

## 2. 문제 제기

본 논문에서는 (1)과 같은 비선형 상호 연계 항에 시간 지연된 모든 상태 변수를 갖는 대규모 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i,k}(t) &= x_{i,k+1}(t) + g_{i,k}(x(t-\tau)) \\ x_{i,n_i}(t) &= u_i(t) + g_{i,n_i}(x(t-\tau)) \\ y_i(t) &= x_{i,1}(t) \\ x_i(t) &= \phi_i(t), \quad -d_i \leq t \leq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=1,2,\dots,n_i-1$ ,  $\bar{x}_{i,k} = [x_{i,1}, \dots, x_{i,k}]^T$ ,  $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i}]^T$ ,  $u_i \in R$ , 그리고  $y_i \in R$ 는  $i$ 번째 부 시스템의 상태 변수들, 제어 입력, 그리고 출력이다.  $x(t-\tau) = [x_1(t-\tau_1), \dots, x_N(t-\tau_N)]$ ;  $x_i(t-\tau_i) = [x_{i,1}(t-\tau_{i,1}), \dots, x_{i,n_i}(t-\tau_{i,n_i})]^T \in R^{n_i}$ 는 시간 지연 상태 변수들이고,  $\tau_{i,k}$ 는 상태 변수들의 미지의 유계된 시간 지연 값들을 나타낸다.  $d_i = \max\{\tau_{i,k}\}$ 이다.  $\phi_i(t) \in R^{n_i}$ 는  $i$ 번째 부 시스템의 상태 변수들의 초기 조건이다.  $g_{i,k}(\cdot)$ 는 부 시스템들 사이의 시간 지연 상호 연계를 갖는 미지의 비선형  $C^1$  함수이다.

본 논문의 목적은 미지의 시간 지연된 상호 연계를 갖는 시스템 (1)의 출력  $y_i$ 가 주어진 기준 신호  $y_{i,d}$ 을 추종하기 위한 시간에 독립적인 분산 적응 제어기를 설계하는 것이다.

**가정 1.** 시스템의 출력  $y_i$ 만 측정 가능하고 피드백을 위해 사용 가능하다.

제어기 설계를 위해 (2)와 같은 좌표 변환을 정의하자.

$$\begin{aligned} s_{i,1} &= x_{i,1} - y_{i,d} \\ s_{i,k} &= \hat{x}_{i,k} - \bar{\alpha}_{i,k} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=2,\dots,n_i$ ,  $\bar{\alpha}_{i,k}$ 는  $i$ 번째 부 시스템의  $k$ 번째 가상 제어기를 필터링한 가상 제어 입력이고  $\hat{x}_{i,k}$ 는 상태 변수  $x_{i,k}$ 의 예측값이다.

**가정 2.** 미지의 시간 지연을 갖는 비선형 상호 연계 함수  $g_{i,k}$ 는 (3)과 같이 유계된다.

$$|g_{i,k}(x(t-\tau))| \leq \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_j} |s_{j,l}| \psi_{i,k,j,l}(x_{j,l}(t-\tau_{j,l})) \quad (3)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=1,2,\dots,n_i$ ,  $\bar{\alpha}_{j,1} = 0$ ,  $\psi_{i,k,j,l}(\cdot)$ 는 미지의 비선형  $C^1$  함수이다.

## 3. 분산 적응 출력 제한 제어 시스템

### 3.1 SRWNN을 이용한 함수 예측 기법

본 논문에서는 시간 지연 상호 연계 부분의 유계 함수 및 불확실한 함수의 근사화(function approximation)를 위해 자기 회귀 웨이블릿 신경 회로망(self-recurrent wavelet neural networks: SRWNN)[10-11]을 이용한다. SRWNN 시스템은 콤팩트 집합(compact set)  $K_\zeta$  위에 있는 미지의 비선형 함수  $\Gamma(\zeta)$ 을 (4)와 같이 근사화한다.

$$\begin{aligned} \Gamma(\zeta) &= \hat{\Gamma}(\zeta|W) + \epsilon(\zeta) \\ &= \hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|\hat{W}) + [\hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|W) - \hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|\hat{W})] + \kappa(\hat{\zeta}) + \epsilon(\zeta) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\zeta \in K_\zeta$ 와  $\hat{\Gamma}(\cdot)$ 는 SRWNN 시스템의 입력과 출력을 나타낸다.  $\hat{\zeta}$ 는  $\zeta$ 의 예측값,  $\epsilon(\zeta)$ 는 추정오차, 그리고  $\kappa(\hat{\zeta}) = \hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|W) - \hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|\hat{W})$ 이다.  $\hat{W}$ 는 SRWNN의 가중치 벡터  $W$ 의 예측값이다. 그리고 가중치 벡터  $W$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$W = \operatorname{argmin}_{\hat{W}} \left[ \operatorname{SUP}_{\zeta \in K_\zeta} |\Gamma(\zeta) - \hat{\Gamma}(\zeta|\hat{W})| \right].$$

**가정 3.** 최적의 가중치 벡터는  $\|W\| \leq \bar{W}$ 와 같이 유계된다. 여기서  $\bar{W}$ 는 양의 상수이고  $\|\cdot\|$ 는 유클리디안 놈(Euclidian norm)을 나타낸다.

**가정 4.**  $\kappa(\hat{\zeta})$ 와  $\epsilon(\zeta)$ 는  $|\kappa(\hat{\zeta})| \leq \kappa_M$ 와  $|\epsilon(\zeta)| \leq \epsilon_M$ 로 유계된다. 여기서  $\kappa_M$ 와  $\epsilon_M$ 는 양의 상수이다.

SRWNN 시스템의 모든 가중치를 학습하기 위해  $\hat{W}$ 에 의한  $\hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|W)$ 의 테일러 급수(Taylor series)을 전개하면 (5)와 같이 된다.

$$\hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|W) - \hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|\hat{W}) = \tilde{W}^T \Theta + H(W, \hat{W}) \quad (5)$$

여기서  $\tilde{W}(t) = W - \hat{W}(t)$ ,  $\Theta = \partial \hat{\Gamma} / \partial \hat{W}$ , 그리고  $H(W, \hat{W})$ 는 고차항이다. (5)을 (4)에 대입하면, (6)과 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma(\zeta) &= \hat{\Gamma}(\hat{\zeta}|\hat{W}) + \tilde{W}^T \Theta + \beta \\ |\beta| &\leq \rho \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\beta = H(W, \hat{W}) + \kappa(\hat{\zeta}) + \epsilon(\zeta)$ .  $\rho > 0$ 는 미지의 양의 상수이다.

### 3.2 분산 관측기

시스템(1)을 위한 시간 지연에 독립적인 분산 관측기를 다음과 같이 설계한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i,k}(t) &= \hat{x}_{i,k+1}(t) + l_{i,k}(x_{i,1}(t) - \hat{x}_{i,1}(t)), \\ \hat{x}_{i,n_i}(t) &= u_i(t) + l_{i,n_i}(x_{i,1}(t) - \hat{x}_{i,1}(t)), \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=1,2,\dots,n_i-1$ ,  $\hat{x}_{i,k}$ 는  $i$ 번째 관측기의  $k$ 번째 상태 변수이고,  $l_{i,k}$ 는 다음의 부등식을 만족하는  $k$ 번째 관측기 이득이다.

$$A_i^T P_i + P_i A_i + \eta_i^{-1} P_i P_i + D_i^T D_i < -Q_i \quad (8)$$

여기서  $P_i = P_i^T$ ,  $Q_i$ 는  $i$ 번째 양의 행렬이고  $\eta_i > 0$ 는  $i$ 번째 관측기 이득  $L_i$ 의 크기를 조절하기 위한 주어진 상수이고,  $D_i = [0, 1, 0, \dots, 0]$ , 행렬  $A_i$ 는  $A_i = \bar{A}_i + L_i B_i$ ;  $\bar{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & I_{(n_i-1) \times (n_i-1)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_i = [-1, 0, \dots, 0]$ ,  $L_i = [l_{i,1}, \dots, l_{i,n_i}]$ 이다.

### 3.3 분산 적응 제어기

비선형 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 시스템을 위해 본 논문에서는 관측 적응 동적 표면 제어 이론 [12] 기반 제어기를 설계한다. 설계된 제어 시스템은 다음과 같다.

$$\alpha_{i,2} = -\mu_{i,1} s_{i,1} - \frac{1}{4} s_{i,1} \left( \sum_{j=1}^N n_j + 1 \right) - \hat{\Gamma}_{i,1}(\hat{z}_{i,1} | \hat{W}_{i,1}) + \dot{y}_{i,d} \quad (9)$$

$$\xi_{i,2} \dot{\bar{\alpha}}_{i,2} + \bar{\alpha}_{i,2} = \alpha_{i,2}, \quad \bar{\alpha}_{i,2}(0) = \alpha_{i,2}(0) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{i,k+1} &= -\mu_{i,k} s_{i,k} - l_{i,k}(x_{i,1} - \hat{x}_{i,1}) \\ &\quad - \hat{\Gamma}_{i,k}(\hat{z}_{i,k} | \hat{W}_{i,k}) + \frac{\alpha_{i,k} - \bar{\alpha}_{i,k}}{\xi_{i,k}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\xi_{i,k+1} \dot{\bar{\alpha}}_{i,k+1} + \bar{\alpha}_{i,k+1} = \alpha_{i,k+1}, \quad \bar{\alpha}_{i,k+1}(0) = \alpha_{i,k+1}(0) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u_i &= -\mu_{i,n_i} s_{i,n_i} - l_{i,n_i}(x_{i,1} - \hat{x}_{i,1}) \\ &\quad - \hat{\Gamma}_{i,n_i}(\hat{z}_{i,n_i} | \hat{W}_{i,n_i}) + \frac{\alpha_{i,n_i} - \bar{\alpha}_{i,n_i}}{\xi_{i,n_i}}, \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=2,\dots,n_i-1$ ,  $\alpha_{i,k+1}$ 는  $i$ 번째 부시스템의  $k$ 번째 가상 제어기,  $\mu_{i,k}$ 는 양의 설계 매개 변수, 그리고  $\hat{z}_{i,1} = [x_{i,1}, y_{i,d}]^T$ ,  $\hat{z}_{i,k} = [\hat{x}_{i,k}, \bar{\alpha}_{i,k}]^T$ ;  $\hat{x}_{i,k} = [x_{i,1}, \hat{x}_{i,2}, \dots, \hat{x}_{i,k}]^T$ 이고  $\hat{z}_{i,n_i} = [\hat{x}_{i,n_i}^T, \bar{\alpha}_{i,n_i}]^T$ ;  $\hat{x}_i = [x_{i,1}, \hat{x}_{i,2}, \dots, \hat{x}_{i,n_i}]^T$ 이다. 또한  $\xi_{i,k+1} > 0$ 는 1차 저역 통과 필터(first-order low-pass filter)의 시간 상수이다. SRWNN 시스템  $\hat{\Gamma}_{i,k}(\hat{z}_{i,k} | \hat{W}_{i,k})$ 는 다음과 같은 연속적인 비선형 함수를 근사화한다.

$$\Gamma_{i,k}(z_{i,k}) = \eta_M N \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_j} n_j s_{i,k} \psi_{j,l,i,k}^2(x_{i,k}) + \sum_{j=1}^N s_{i,k} \psi_{j,1,i,k}^2(x_{i,k}).$$

그리고  $\hat{W}_{i,k}$ 을 위한 학습법칙은 (14)와 같다.

$$\dot{\hat{W}}_{i,k} = \lambda_{i,k} (\Theta_{i,k} s_{i,k} - \sigma_{i,k} \hat{W}_{i,k}) \quad (14)$$

여기서  $\lambda_{i,k} > 0$ 은 학습 이득이고  $\sigma_{i,k} > 0$ 는  $\sigma$ -조정( $\sigma$ -modification)을 위한 매개변수이다.

### 3.4 안정도 분석

본 절에서는 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 시스템을 위해 제안된 출력 궤환 제어기의 안정도를 분석한다. 이를 위해 우선 (1)과 (7)을 이용하여 관측기 오차 동역학식을 (15)와 같이 나타내자.

$$\dot{\tilde{x}}_i = A_i \tilde{x}_i + g_i(x(t-\tau)) \quad (15)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $\tilde{x}_i = [\tilde{x}_{i,1}, \dots, \tilde{x}_{i,n_i}]^T$ ;  $\tilde{x}_{i,k} = x_{i,k} - \hat{x}_{i,k}$ 는  $i$ 번째 부 시스템의 예측 오차이고  $g_i(x(t-\tau))$ 는 다음과 같다.

$$g_i(x(t-\tau)) = [g_{i,1}(x(t-\tau)), \dots, g_{i,n_i}(x(t-\tau))]^T$$

(9), (11)과 (13)을 적용하여, 오차 표면 (2)을 시간에 관해 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{s}_{i,1} = \tilde{x}_{i,2} + s_{i,2} + \omega_{i,2} - \mu_{i,1} s_{i,1} - \frac{1}{4} s_{i,1} \left( \sum_{j=1}^N n_j + 1 \right) - \hat{\Gamma}_{i,1}(\hat{z}_{i,1} | \hat{W}_{i,1}) + g_{i,1}(x(t-\tau)) \quad (16)$$

$$\dot{s}_{i,k} = s_{i,k+1} + \omega_{i,k+1} - \mu_{i,k} s_{i,k} - \hat{\Gamma}_{i,k}(\hat{z}_{i,k} | \hat{W}_{i,k}) \quad (17)$$

$$\dot{s}_{i,n_i} = -\mu_{i,n_i} s_{i,n_i} - \hat{\Gamma}_{i,n_i}(\hat{z}_{i,n_i} | \hat{W}_{i,n_i}) \quad (18)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=2,\dots,n_i-1$ .

또한 경계층 오차(boundary layer error)을 정의하자.

$$\omega_{i,k+1} = \bar{\alpha}_{i,k+1} - \alpha_{i,k+1} \quad (19)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=1,\dots,n_i-1$ 이다. 그리고 경계층 오차의 도함수를 (20)와 (21)과 같이 나타내자.

$$\dot{\omega}_{i,2} = -\frac{\omega_{i,2}}{\xi_{i,2}} + \Omega_{i,2}(\bar{s}_N \tilde{x}_{i,1}, \omega_{i,2}, Y_{i,d}, \hat{W}_{i,1}) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{i,k+1} &= -\frac{\omega_{i,k+1}}{\xi_{i,k+1}} \\ &\quad + \Omega_{i,k+1}(\bar{s}_N \tilde{x}_{i,1}, \hat{x}_{i,2}, \dots, \hat{x}_{i,k}, \omega_{i,2}, \dots, \omega_{i,k+1}, Y_{i,d}, \hat{W}_{i,1}, \dots, \hat{W}_{i,k+1}) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $i=1,2,\dots,N$ ,  $k=1,\dots,n_i-1$ ,  $\bar{s}_N = [s_1^T, \dots, s_N^T]^T$ ;  $s_i = [s_{i,1}, \dots, s_{i,n_i}]^T$ ,  $Y_{i,d} = [y_{i,d}, \dot{y}_{i,d}, \ddot{y}_{i,d}]^T$ , 그리고  $\Omega_{i,2}$ 와  $\Omega_{i,k+1}$ 은 다음과 같은 연속 함수들이다.

$$\begin{aligned} \Omega_{i,2} &= \mu_{i,1} \dot{s}_{i,1} + (1/4) \dot{s}_{i,1} \left( \sum_{j=1}^N n_j + 1 \right) \\ &\quad + (\partial \hat{\Gamma}_{i,1} / \partial \hat{z}_{i,1}) \dot{\hat{z}}_{i,1} + (\partial \hat{\Gamma}_{i,1} / \partial \hat{W}_{i,1}) \dot{\hat{W}}_{i,1} - \dot{y}_{i,d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_{i,k+1} = & \mu_{i,k} \dot{s}_{i,k} + (\partial \hat{\Gamma}_{i,k} / \partial \hat{z}_{i,k}) \dot{\hat{z}}_{i,k} + (\partial \hat{\Gamma}_{i,k} / \partial \hat{W}_{i,k}) \dot{\hat{W}}_{i,k} \\ & + l_{i,k} \dot{\hat{x}}_{i,1} + (\dot{\omega}_{i,k} / \xi_{i,k}) \end{aligned}$$

전체적인 시스템의 안정도를 분석하기 위해 르아프노브 함수  $V$ 와 르아프노브-크라소브스키 함수를 (22)와 같이 정의하자.

$$V = V_o + V_c \quad (22)$$

$$V_o = \sum_{i=1}^N \tilde{x}_i^T P_i \tilde{x}_i$$

$$V_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{k=1}^{n_i} (s_{i,k}^2 + 2V_{\Xi_{i,k}} + \tilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k} \tilde{W}_{i,k}) + \sum_{k=1}^{n_i-1} \omega_{i,k+1}^2 \right]$$

$$V_{\Xi_{i,k}} = \int_{t-\tau_{i,k}}^t \Xi_{i,k}(x_{i,k}(\nu)) d\nu$$

여기서

$$\Xi_{i,k}(x_{i,k}) = \eta_M N \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} n_i s_{i,k}^2 \psi_{j,l,i,k}^2(x_{i,k}) + \sum_{j=1}^N s_{i,k}^2 \psi_{j,1,i,k}^2(x_{i,k}).$$

**정리 1.** 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 시스템 (1)을 위해 제안한 분산 적응 관측기 (7), 분산 적응 제어기 (9), (11), (13), 1차 필터 (10), (12), 그리고 적응 법칙 (14)을 고려한 전체 폐루프 시스템을 고려하자. 이때 가정 1-4을 만족하고  $V(0) \leq \iota$ 을 만족하는 초기의 조건들을 위한 양의 상수  $\iota$ 가 주어진다면, 전체적인 시스템의 신호들이 준 전역적이고 균일하게 유계 (semiglobally uniformly bounded)되고 추종 오차는 충분히 줄어든다.

**증명)** 우선 관측기 오차식을 위한 르아브노브 함수  $V_o$ 을 고려하자.  $V_o$ 을 미분하면 (23)와 같다.

$$\dot{V}_o = \sum_{i=1}^N \left[ \tilde{x}_i^T (P_i A_i + A_i^T P_i) \tilde{x}_i + 2\tilde{x}_i^T P_i g_i(x(t-\tau)) \right] \quad (23)$$

영의 부등식(Young's inequality)을 사용하면 (24)와 같다.

$$\tilde{x}_i^T P_i g_i(x(t-\tau)) \leq \frac{1}{2} \eta_i^{-1} \tilde{x}_i^T P_i P_i \tilde{x}_i + \frac{1}{2} \eta_i g_i^T g_i \quad (24)$$

(24)을 이용하면, (23)은 (25)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_o = & \sum_{i=1}^N \left[ \tilde{x}_i^T (P_i A_i + A_i^T P_i + \eta_i^{-1} P_i P_i) \tilde{x}_i \right. \\ & \left. + \eta_i g_i^T(x(t-\tau)) g_i(x(t-\tau)) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

다음으로 제어기를 위한 르아브노브 함수  $V_c$ 을 고려하자. (16)-(21)을 이용하여  $V_c$ 을 미분하면 (26)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_c \leq & \sum_{i=1}^N \left[ s_{i,1} (\tilde{x}_{i,2} + s_{i,2} + \omega_{i,2} - \mu_{i,1} s_{i,1} - \frac{1}{4} s_{i,1} (\sum_{j=1}^N n_j + 1)) \right. \\ & \left. - \hat{\Gamma}_{i,1} (\hat{z}_{i,1} | \hat{W}_{i,1}) + g_{i,1}(x(t-\tau)) \right) \\ & + \sum_{k=2}^{n_i-1} s_{i,k} (s_{i,k+1} + \omega_{i,k+1} - \mu_{i,k} s_{i,k} - \hat{\Gamma}_{i,k} (\hat{z}_{i,k} | \hat{W}_{i,k})) \\ & + s_{i,n_i} (-\mu_{i,n_i} s_{i,n_i} - \hat{\Gamma}_{i,n_i} (\hat{z}_{i,n_i} | \hat{W}_{i,n_i})) \\ & + \sum_{k=1}^{n_i-1} \left( -\frac{\omega_{i,k+1}^2}{\xi_{i,k+1}} + |\omega_{i,k+1} \Omega_{i,k+1}| \right) \\ & + \sum_{k=1}^{n_i} [\Xi_{i,k}(x_{i,k}(t)) - \Xi_{i,k}(x_{i,k}(t-\tau_{i,k})) \\ & \quad - \tilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k}^{-1} \hat{W}_{i,k}]. \end{aligned} \quad (26)$$

가정 2, 코시-슈윙츠(Cauchy-Schwarz) 부등식과 영의 부등식을 이용하면 다음의 부등식을 만족한다.

$$\sum_{i=1}^N \eta_i \sum_{k=1}^{n_i} g_{i,k}^2(x(t-\tau)) \quad (27)$$

$$\leq \eta_M N \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_l} n_i s_{i,k}^2 \psi_{j,l,i,k}^2(x_{i,k})$$

$$\sum_{i=1}^N s_{i,1} g_{i,1}(x(t-\tau)) \quad (28)$$

$$\leq \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{4} s_{i,1}^2 \sum_{j=1}^N n_j + \sum_{k=1}^{n_i} \sum_{j=1}^N s_{i,k}^2 \psi_{j,1,i,k}^2(x_{i,k}) \right]$$

$$\sum_{i=1}^N s_{i,1} D_i \tilde{x}_i \leq \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{4} s_{i,1}^2 + \tilde{x}_i^T D_i^T D_i \tilde{x}_i \right] \quad (29)$$

여기서  $\eta_M = \max\{\eta_1, \dots, \eta_N\}$ .

(27)과 (28)을 이용하면 (30)과 같다.

$$\sum_{i=1}^N \left[ \eta_i \sum_{k=1}^{n_i} g_{i,k}^2(x(t-\tau)) + s_{i,1} g_{i,1}(x(t-\tau)) \right] \quad (30)$$

$$\leq \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} \Xi_{i,k}(x_{i,k}(t-\tau_{i,k})) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{4} s_{i,1}^2 \sum_{j=1}^N n_j$$

여기서

$$\Xi_{i,k}(x_{i,k}) = \eta_M N \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} n_i s_{i,k}^2 \psi_{j,l,i,k}^2(x_{i,k}) + \sum_{j=1}^N s_{i,k}^2 \psi_{j,1,i,k}^2(x_{i,k}).$$

(27)-(30)을 이용하여 (25)와 (26)을 더하면, 전체적인 르아브노브 함수  $V$ 의 도함수 (31)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^N \left[ \tilde{x}_i^T (P_i A_i + A_i^T P_i + \eta_i^{-1} P_i P_i + D_i^T D_i) \tilde{x}_i \right. \\ & \left. + s_{i,1} (s_{i,2} + \omega_{i,2} - \mu_{i,1} s_{i,1} - \hat{\Gamma}_{i,1} (\hat{z}_{i,1} | \hat{W}_{i,1})) \right. \\ & \left. + \sum_{k=2}^{n_i-1} s_{i,k} (s_{i,k+1} + \omega_{i,k+1} - \mu_{i,k} s_{i,k} - \hat{\Gamma}_{i,k} (\hat{z}_{i,k} | \hat{W}_{i,k})) \right. \\ & \left. + s_{i,n_i} (-\mu_{i,n_i} s_{i,n_i} - \hat{\Gamma}_{i,n_i} (\hat{z}_{i,n_i} | \hat{W}_{i,n_i})) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k=1}^{n_i-1} \left( -\frac{\omega_{i,k+1}^2}{\xi_{i,k+1}} + |\omega_{i,k+1}\Omega_{i,k+1}| \right) \\
 & + \sum_{k=1}^{n_i} \left[ \Xi_{i,k}(x_{i,k}(t)) - \widetilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k}^{-1} \widehat{W}_{i,k} \right].
 \end{aligned} \tag{31}$$

부등식 (8)을 이용하면, (31)은 (32)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \sum_{i=1}^N \left[ -\widetilde{x}_i^T Q_i \widetilde{x}_i + \sum_{k=1}^{n_i-1} (s_{i,k}(s_{i,k+1} + \omega_{i,k+1}) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\omega_{i,k+1}^2}{\xi_{i,k+1}} + |\omega_{i,k+1}\Omega_{i,k+1}|) \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{k=1}^{n_i} (s_{i,k}(-\mu_{i,k}s_{i,k} - \widehat{\Gamma}_{i,k}(\widehat{z}_{i,k}|\widehat{W}_{i,k})) \right. \\
 & \quad \left. + \Gamma_{i,k}(z_{i,k}(t))) - \widetilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k}^{-1} \widehat{W}_{i,k} \right]
 \end{aligned} \tag{32}$$

여기서

$$\Gamma_{i,k}(z_{i,k}) = \eta_M N \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_j} n_j s_{i,k} \psi_{j,l,i,k}^2(x_{i,k}) + \sum_{j=1}^N s_{i,k} \psi_{j,1,i,k}^2(x_{i,k}).$$

(6)과 (14)을 대입하면, (33)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \sum_{i=1}^N \left[ -\widetilde{x}_i^T Q_i \widetilde{x}_i + \sum_{k=1}^{n_i-1} (s_{i,k}(s_{i,k+1} + \omega_{i,k+1}) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\omega_{i,k+1}^2}{\xi_{i,k+1}} + |\omega_{i,k+1}\Omega_{i,k+1}|) \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{k=1}^{n_i} (-\mu_{i,k}s_{i,k}^2 + s_{i,k}\beta_{i,k} + \sigma_{i,k} \widetilde{W}_{i,k}^T \widehat{W}_{i,k}) \right]
 \end{aligned} \tag{33}$$

영의 부등식을 적용하면 (33)의 부등식은 (34)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \sum_{i=1}^N \left[ -\widetilde{x}_i^T Q_i \widetilde{x}_i + \sum_{k=1}^{n_i-1} (s_{i,k}^2 + \frac{1}{2}s_{i,k+1}^2 + \omega_{i,k+1}^2 \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\omega_{i,k+1}^2}{\xi_{i,k+1}} + \frac{1}{2}\Omega_{i,k+1}^2) \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{k=1}^{n_i} (-\mu_{i,k}s_{i,k}^2 + \frac{1}{2}s_{i,k}^2 + \frac{1}{2}\beta_{i,k}^2 + \sigma_{i,k} \widetilde{W}_{i,k}^T \widehat{W}_{i,k}) \right]
 \end{aligned} \tag{34}$$

상수  $\iota$ 의 존재로부터  $|\Omega_{i,k+1}| \leq \gamma_{i,k+1}$ 을 만족하는 상수  $\gamma_{i,k+1}$ 이 존재한다. 이때, 부등식 (34)에  $\mu_{i,1} = 3/2 + \mu_{i,1}^*$ ,  $\mu_{i,k} = 2 + \mu_{i,k}^*$ ,  $\mu_{i,n_i} = 1 + \mu_{i,n_i}^*$ ,  $1/\xi_{i,k} = 1 + \xi_{i,k}^*$ 을 대입하고,  $\widetilde{W}_{i,k} \widehat{W}_{i,k} \leq -(1/2) \|\widetilde{W}_{i,k}\|^2 + (1/2) \overline{W}_{i,k}^2$ 을 이용하면 (35)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N \left[ -\widetilde{x}_i^T Q_i \widetilde{x}_i + \sum_{k=1}^{n_i} (-\mu_{i,k}s_{i,k}^2 - \frac{\sigma_{i,k}}{2} \|\widetilde{W}_{i,k}\|^2) \right. \\
 & \quad \left. - \sum_{k=1}^{n_i-1} \xi_{i,k}^* \omega_{i,k+1}^2 \right] + C \\
 &\leq -v(2V - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} 2V_{\Xi_{i,k}}) + C
 \end{aligned} \tag{35}$$

여기서  $C = \sum_{i=1}^N [\sum_{k=1}^{n_i} (\frac{1}{2} \overline{W}_{i,k} + \frac{1}{2} \rho_{i,k}^2) + \sum_{k=2}^{n_i} \frac{1}{2} \gamma_{i,k}^2]$ 이고  $v$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 v &= \min[v_1, \dots, v_{n_i}] \\
 0 < v_k &< \min[\mu_{i,1}^*, \dots, \mu_{i,n_i}^*, \xi_{i,2}, \dots, \xi_{i,n_i}, \\
 & \quad (\lambda_{i,1}\sigma_{i,1})/2, \dots, (\lambda_{i,n_i}\sigma_{i,n_i})/2].
 \end{aligned}$$

부등식 (35)는  $v > C/(2\iota - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} 2V_{\Xi_{i,k}})$ 일 때  $V = \iota$ 에서

$\dot{V} < 0$ 라는 것을 암시한다. 따라서  $V \leq \iota$ 는 불변 집합(invariant set)이다. 그러므로 모든 오차 신호들은 준진역적이고 균일하게 유계한다. 또한 안정화 오차는 설계 매개변수를 조절하여 충분히 줄일 수 있다.

#### 4. 모의실험

(36)과 같은 시간 지연 상호 연결을 갖는 대규모 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{i,1} &= x_{i,2} + g_{i,1}(x(t-\tau(t))), \\
 \dot{x}_{i,2} &= u_i + g_{i,2}(x(t-\tau(t))), \\
 y_i &= x_{i,1}
 \end{aligned} \tag{36}$$

여기서  $i = 1, 2$ 이고

$$\begin{aligned}
 g_{1,1} &= 2.3x_{1,1}^2(t-\tau_{1,1})\sin(x_{2,2}(t-\tau_{2,2})) \\
 g_{1,2} &= 1.6x_{1,2}(t-\tau_{1,2})x_{2,1}(t-\tau_{2,1}) \\
 & \quad + x_{1,1}(t-\tau_{1,1})\cos(x_{1,2}(t-\tau_{1,2})) \\
 g_{2,1} &= 1.2x_{2,1}(t-\tau_{2,1})\exp(\cos(x_{1,1}(t-\tau_{1,1}))) \\
 g_{2,2} &= 1.8x_{2,1}(t-\tau_{2,1})x_{1,2}^2(t-\tau_{1,2}) \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

미지의 시간 지연은  $\tau_{1,1} = 3, \tau_{1,2} = 2, \tau_{2,1} = 1, \tau_{2,2} = 2$ 로 설정하고 각각의 부시스템이 추종해야 하는 기준신호들은  $y_{1,d}(t) = \cos(t + \pi/3), y_{2,d}(t) = \sin(0.5t)$ 이다.

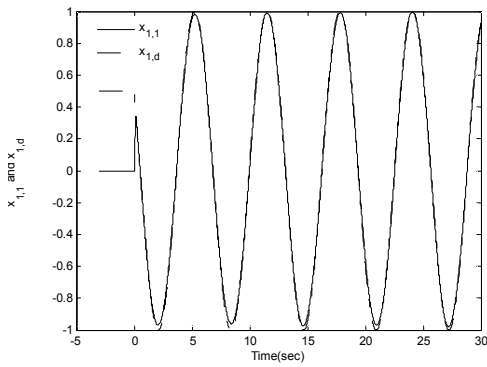
시간에 독립적인 설계된 분산 관측기, 분산 제어기, 그리고 적응 법칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \text{관측기: } \dot{\widehat{x}}_{i,1} &= \widehat{x}_{i,2} + l_{i,1}(x_{i,1} - \widehat{x}_{i,1}), \\
 \dot{\widehat{x}}_{i,2} &= u_i + l_{i,2}(x_{i,1} - \widehat{x}_{i,1}), \\
 \text{제어기: } v_{i,2} &= -\mu_{i,1}s_{i,1} - \frac{1}{4}s_{i,1}(\sum_{j=1}^2 n_j + 1) - \widehat{\Gamma}_{i,1}(\widehat{z}_{i,1}|\widehat{W}_{i,1}) + \dot{y}_{i,d} \\
 u_i &= -\mu_{i,2}s_{i,2} - l_{i,2}(x_{i,1} - \widehat{x}_{i,1}) - \widehat{\Gamma}_{i,2}(\widehat{z}_{i,2}|\widehat{W}_{i,2}) + \frac{\alpha_{i,2} - \overline{\alpha}_{i,2}}{\xi_{i,2}} \\
 \text{적응 법칙: } \dot{\widehat{W}}_{i,1} &= \lambda_{i,1}(\theta_{i,1}s_{i,1} - \sigma_{i,1}\widehat{W}_{i,1}), \\
 \dot{\widehat{W}}_{i,2} &= \lambda_{i,2}(\theta_{i,2}s_{i,2} - \sigma_{i,2}\widehat{W}_{i,2}).
 \end{aligned}$$

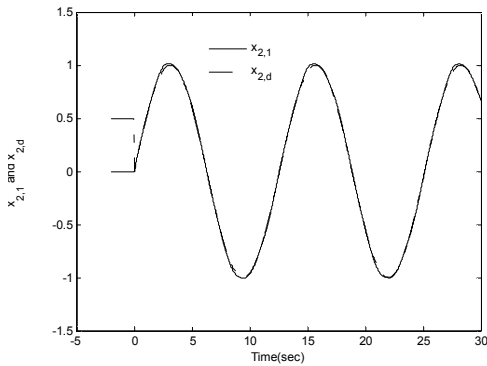
분산 추종 결과와 오차 그리고 각각의 부 시스템을 위한 분산 제어 입력은 그림 1, 2, 그리고 3에서 보여 준다. 그림 1과 2의 결과로부터 본 논문에서 제안한 분산 적응 출력 궤환 제어기는 모든 상태 변수들로 연관된 시간 지연된 상호 연계 항을 극복할 수 있다는 것을 보여준다.

### 5. 결론

본 논문에서는 모든 상태 변수가 연관된 시간 지연 상호 연계를 갖는 비선형 대규모 시스템의 분산 적응 제어 기법을 제안하였다. 시스템의 출력만 측정할 수 있다고 가정하였고, 분산 관측기와 분산 제어를 적응 동적 표면 설계 기법에 기반하여 설계하였다. 미지의 비선형 시간 지연 상호 연계 함수를 보상하기 위해 SRWNN을 이용한 함수 근사화 기법을 적용하였다. 마지막으로 본 논문에서 제안한 제어 시스템의 성능을 검증하기 위해 모의실험 결과를 제시하였고 만족스러운 성능을 검증하였다.



(a)



(b)

그림 1. 추종 제어 결과

Fig. 1. Tracking control results

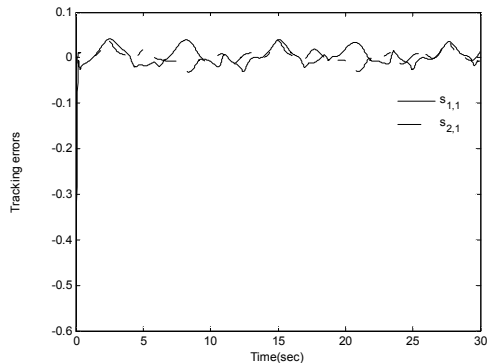


그림 2. 추종 오차

Fig. 2. Tracking error

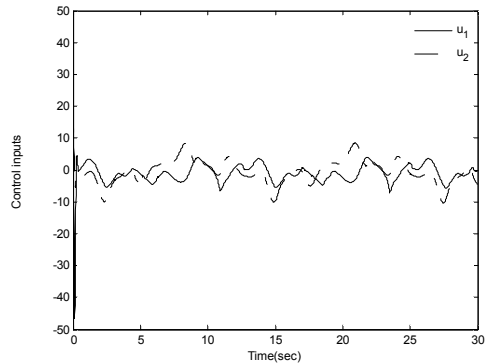


그림 3. 제어 입력

Fig. 3. Control input

### 참고 문헌

- [1] G. Arslan, and T. Basar, "Decentralized risk-sensitive controller design for strict-feedback systems," *System and Control Letters* vol. 50, no. 5, pp. 383-393, 2003.
- [2] Y. S. Huang, M. Wu, "Robust decentralized direct adaptive output feedback fuzzy control for a class of large-scale nonaffine nonlinear systems," *Information Sciences*, vol. 181, pp. 2392-2404 2011.
- [3] P. Ioannou, P. Kokotovic, "Decentralized adaptive control of interconnected systems with reduced order models," *Automatica*, vol. 21, no. 4, pp. 401-412, 1985.
- [4] P. Ioannou, "Decentralized adaptive control of interconnected systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 31, no. 4, pp. 291-298 1986.
- [5] S. Jain, F. Khorrani, "Decentralized adaptive control of a class of large-scale interconnected nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, no. 2, pp. 136-154, 1997.
- [6] C. H. Chou, C. C. Cheng, "A decentralized model reference adaptive variable structure controller for large-scale time-varying delay systems," *IEEE Transactions on Automatic Control* vol. 48, no. 7, pp. 1213-1217, 2003.
- [7] Z. Hu, "Decentralized stabilization of large scale interconnected systems with delays," *IEEE Transactions on Automatic Control* vol. 39, no. 1, pp. 180-182, 1994.
- [8] C. Hua, X. Guan, P. Shi, "Robust decentralized adaptive control for interconnected systems with time delays," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* vol. 127, pp. 656-662, 2005.
- [9] C. Hua, X. Guan, "Output feedback stabilization for time-delay nonlinear interconnected systems

using neural networks," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 19, no. 4, pp. 673-688, 2008.

- [10] S.J. Yoo and J.B. Park, "Neural-network-based decentralized adaptive control for a class of large-scale nonlinear systems with unknown time-varying delays," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 39, no. 5, pp. 1316-1323, 2009.
- [11] S.J. Yoo, J.B. Park, and Y.H. Choi "Adaptive output feedback control of flexible-joint robots using neural networks: dynamic surface design approach," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 19, no. 10, pp. 1712-1726, 2008.
- [12] D. Swaroop, J.K. Hedrick, P.P. Yip, J.C. Gerdes, "Dynamic surface control for a class of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45 no. 10, pp. 1893-1899, 2000.

## 저 자 소 개



**유성진(Sung Jin Yoo)**

2003년 : 연세대학교 전기전자공학과 학사  
2005년 : 연세대학교 전기전자공학과 석사  
2009년 : 연세대학교 전기전자공학과 박사  
2009년~2010년 : 미국 UIUC 박사 후 연구원  
2011년~현재 : 중앙대 전자전기공학부 조교수

관심분야 : 비선형 적응 제어 및 분산 적응 제어,  
시간 지연 시스템, 대규모 시스템, 로봇  
시스템, 지능 제어

Phone : +82-2-820-5288

E-mail : sjyoo@cau.ac.kr