

# 접근 각도 개념을 이용한 과소 작동기 무인 잠수정의 경로 추적 제어기 설계

## Design of Path Tracking Controller for Underactuated Autonomous Underwater Vehicle Using Approach Angle Concept

김경주\* · 최윤호\*\* · 박진배\*\*

Kyoung Joo Kim\*, Yoon Ho Choi\*\*, and Jin Bae Park\*\*

\* 연세대학교 전기전자공학과

\*\* 경기대학교 전자공학과

### 요 약

본 논문에서는 접근 각도 개념을 이용하여 과소작동기 형태의 무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기 설계 방법을 제안한다. 과소 작동기 형태를 가지는 무인 수중 잠수정은 종 방향 추진력과 회전력에 의해 속도와 방향을 조절하나, 횡 방향 추진기가 없기 때문에 횡 방향에 대한 움직임을 제어 할 수 없다. 이러한 무인 수중 잠수정의 과소 작동기 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 기준 경로에 대한 접근 각도 개념을 제안하고, 제안한 접근 각도를 이용하여 경로 추적 제어기를 설계한다. 이를 위해 동체 고정 좌표계에서 새로운 오차 방정식을 구하고, 리아푸노프 방법을 기반으로 경로 추적 제어기를 설계한다. 본 논문에서는 컴퓨터 시뮬레이션 통해 제안한 방법에 의해 설계된 제어기의 성능을 검증한다.

**키워드 :** 경로 추적 제어, 무인 수중 잠수정, 과소작동기 시스템, 리아푸노프 방법.

### Abstract

In this paper, we propose a method for designing the path tracking controller using an approach angle concept for an underactuated autonomous underwater vehicle (AUV). The AUV is controlled by the surge speed and yaw rate: there is no side thruster. To solve this underactuated AUV problem in the path tracking, we introduce an approach angle concept which makes the AUV converge to the reference path. And we design the path tracking controller using the proposed approach angle. To design the path tracking controller, we obtain the new vehicle's error dynamics in the body-fixed frame, and then design the path tracking controller based on Lyapunov direct method. Finally, some simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed controller.

**Key Words :** Path tracking control, Autonomous underwater vehicle, Underactuated system, Lyapunov method.

### 1. 서론

지난 수십 년간 무인 잠수정과 선박에 대한 많은 연구와 개발이 이루어지고 있고, 아직도 중요한 분야중에 하나이다. 무인 수중 잠수정은 심해 케이블이나 파이프 라인 점검, 해양 환경 조사/연구 등 수중 해양 환경에서 연구 및 조사를 하기 위한 중요한 장비이다. 그러나 대부분의 무인 수중 잠수정은 과소 작동기 형태의 시스템이므로, 수평면 상에서 보면 3개(x축, y축, 방향)의 자유도에 비해 작동기는 2개(추진력과 회전력)만 존재한다. 또한 자유도에 비해 작동기가 부족한 경우 제어기를 설계하기가 쉽지 않다. 수평면상의 무인 수중 잠수정의 운동 특성은 과소 작동기 특성을 가지는

선박과 유사하고, 이와 같은 특성을 가지는 선박을 위한 다양한 경로 추적 제어 방법이 많은 연구자들에 의해 연구되었다 [1]-[7].

[1]과 [2]에서는 운동체의 동역학 특성을 선형화해서 경로 추적 제어기를 설계하는 방법을 제안하였으나, 이러한 제어기는 선형화 과정 중에 안정성에 관한 부분이 부족하게 된다. 또한 기준 경로의 위치만을 추적하는 제어기도 제안되었으나 이는 운동체의 방향을 고려하지 않고 설계되었다 [3]. 반면 기준 경로의 위치 및 방향을 모두 고려하는 과소 작동기 선박에 대한 경로 추적 제어기가 제안되었으나, 이들은 기준경로가 직선이 아닌 경우에만 그 제어기의 안정성을 보장 할 수 있었다 [4]-[7]. 한편 최근 들어 무인 수중 잠수정의 새로운 경로 추적 제어 기법이 개발 되었다 [8]-[11]. Kim은 움직임 가속 제어 방법을 이용하였고 [9], He 와 Zhou는 대규모 환경에서의 경로 추적 제어기를 설계 하였다 [10]. Subudhi 와 Atta는 경로 추적 제어기를 설계 하기 위해 운동체의 동역학 방정식을 이용하여 기준 방향과 속도를 이용하였다 [11]. 그리고 Lapierre와 Soetanto는 Serret-Frenet 좌표계를 이용해 경로 추적제어기를 설계하

접 수 일 자 : 2011년 10월 5일

심사(수정)일자: 2012년 3월 5일

게재확정일자 : 2012년 3월 7일

† 교신저자

본 논문은 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지 기술평가원(KITEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다.(20104010100590)

는 방법을 제안하였다 [8].

그러나 이러한 모든 방법들이 과소 작동기 문제를 해결하기 위하여 상태변수 변환이라는 복잡한 방법을 사용하였다. 이와 같은 상태 변수 변환 방법을 사용하여 제어를 설계하는 과정은 매우 복잡하기 때문에 제어기 설계 과정이 어려워진다.

따라서 본 논문에서는 접근 각도 개념을 이용하여 과소 작동기 형태의 무인 수중 잠수정에 대한 새로운 경로 추적 제어기 설계 방법을 제안한다. 본 논문에서 제안하는 접근 각도는 무인 수중 잠수정의 과소 작동기 시스템의 문제를 해결할 수 있으며, 이를 이용한 경로 추적 제어기를 설계하기 위하여 동체 고정 좌표계에서 오차 방정식을 유도하고, 리아푸노프 방법을 이용하여 제어기를 설계한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 무인 수중 잠수정의 모델을 소개하고, 3장에서는 제안한 접근 각도를 소개하고 경로 추적 제어기를 설계한다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 4장에서 제시하고, 마지막 5장에서 결론을 맺는다.

2. 무인 수중 잠수정의 모델

이 장에서는 무인 수중 잠수정의 운동학적 모델과 동역학적 모델을 소개한다. 무인 수중 잠수정은 그림 1과 같이 지표 고정 좌표계(earth-fixed frame)와 동체 고정 좌표계(body-fixed frame)를 이용하여 표현할 수 있다. 지표 고정 좌표계는 잠수정의 절대 위치와 방향이 표현되고, 동체 고정 좌표계에서는 선속도와 각속도의 변수로 표현된다. 수평면 상의 무인 수중 잠수정의 일반적인 운동학적 모델은 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix}, \tag{1}$$

여기서  $x$ 는  $x$ 축 위치를 나타내고,  $y$ 는  $y$ 축 위치를 나타낸다.  $\psi$ 는 무인 수중 잠수정의 방향각을 나타낸다.  $x, y, \psi$ 는 지표 고정 좌표계 변수이다.  $\dot{x}, \dot{y}$ 와  $\dot{\psi}$ 는 각각  $x, y$ 와  $\psi$ 의 미분 값이다.  $u, v$ 와  $r$ 는 각각 종 방향 속도, 횡 방향 속도, 방향 회전 각속도를 나타낸다 [14].

수평면 상에서의 무인 수중 잠수정의 동적 방정식은 (2)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{m_{22}}{m_{11}}vr - \frac{X_u}{m_{11}}u - \frac{X_{uu}}{m_{11}}u|u| + \frac{1}{m_{11}}F_u, \\ \dot{v} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{Y_v}{m_{22}}v - \frac{Y_{vv}}{m_{22}}v|v|, \\ \dot{r} &= \frac{m_{11}-m_{22}}{m_{33}}uv - \frac{N_r}{m_{33}}r - \frac{N_{rr}}{m_{33}}r|r| + \frac{1}{m_{33}}F_r, \end{aligned} \tag{2}$$

여기서  $\dot{u}, \dot{v}, \dot{r}$ 은 각각  $u, v, r$ 의 미분 값이고,  $m_{11}$  and  $m_{22}$  각각 세로 방향과 가로 방향의 강체와 부가 질량을 나타내고,  $m_{33}$ 는 수직 방향에 대한 강체와 부가 관성 모멘트를 나타낸다. 그리고  $X_u, X_{uu}, Y_v, Y_{vv}, N_r, N_{rr}$ 는 1차와 2차의 항력 상수이다.  $F_u$ 와  $F_r$ 은 추진력과 회전력을 나타낸다. 추진력  $F_u$ 는 잠수정의 속도를 제어하고, 회전력  $F_r$ 은 잠수정의 방향을 제어한다. 그리고  $m_{ii}(i=1,2,3)$ 은 다음과 같다.

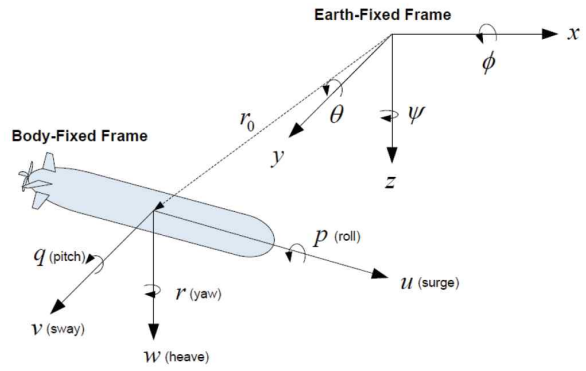


그림 1. 무인 수중 잠수정의 좌표계  
Fig. 1. The coordinates of the AUV

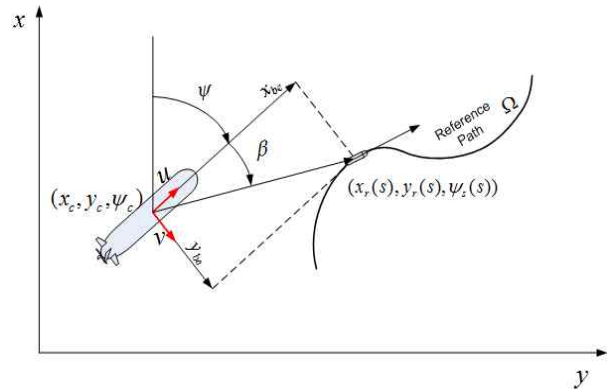


그림 2 기준 경로와 접근 각도  
Fig. 2. The reference path and approach angle

$$m_{11} = m - X_u, \quad m_{22} = m - Y_v, \quad m_{33} = I_z - N_r,$$

여기서  $m$ 은 잠수정의 질량을 나타내고,  $X_u$ 과  $Y_v$ 은 각각 세로 방향과 가로 방향의 부가 질량을 나타낸다.  $I_z$ 은 수직 방향에 대한 회전 관성을 나타내고,  $N_r$ 은 수직 방향에 대한 부가 관성 모멘트를 나타낸다.

(1)과 (2)에서 볼 수 있듯이 무인 수중 잠수정은 위치 및 방향각에 대한 변수  $x, y, \psi$ 를 제어하기 위해 두 개의 입력은  $F_u$ 와  $F_r$ 만 존재하는 과소 작동기 시스템이다.

3. 접근 각도와 경로 추적 제어기 설계

이 장에서는 접근 각도를 이용한 무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기를 설계한다. 경로 추적 제어기는 무인 수중 잠수정이 기준 경로에 수렴하기 위해 필요한 종 방향 속도와 각속도를 계산한다.

제어기를 설계하기 위해 먼저 과소 작동기 문제를 해결하기 위한 접근 각도를 소개하고, 오차 방정식은 동체 고정 좌표계에서 유도한다. 그리고 리아푸노프 방법을 이용하여 제어 입력  $u$ 와  $r$ 을 구한다. 한편 제어 알고리즘 설계를 위해 다음과 같이 가정한다.

가정 1. 다음 조건을 만족하는 양의 상수  $\omega$ 가 존재한다.

$$x_r'(s) + y_r'(s) \geq \omega, \quad \forall s,$$

여기서  $x_r'(s)$ 와  $y_r'(s)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$x_r'(s) = \frac{\partial x_r(s)}{\partial s},$$

$$y_r'(s) = \frac{\partial y_r(s)}{\partial s},$$

여기서  $s$ 는 기준 경로위의 횡 좌표를 나타내고,  $x_r$ 과  $y_r$ 은 기준 경로  $\Omega$ 의 기준 위치를 나타낸다.

**가정 2.** 제어 입력  $u$ 와  $r$ 은 다음 조건을 만족한다.

$$|u(t) - u(t - \Delta t)| < \epsilon_u,$$

$$|r(t) - r(t - \Delta t)| < \epsilon_r,$$

여기서  $\epsilon_u$ 과  $\epsilon_r$ 는 양의 상수이고,  $\Delta t$ 는 매우 작은 양의 상수이다.

### 3.1 접근 각도 개념 및 정의

제어기를 설계하기 위해, 우선 동체 고정 좌표계에서 위치와 방향에 대한 오차 방정식을 유도한다. 동체 고정 좌표계에서는 종 방향, 횡 방향 오차와 방향각에 대한 오차의 정보에 따라 좀 더 직관적으로 제어 입력을 구할 수 있다. 그림 2에서는, 실제 잠수정과 기준 경로 사이의 동체 고정 좌표계의 종 방향 오차  $x_{be}$ 와 횡 방향 오차  $y_{be}$ 가 나타나 있다. 종 방향 오차  $x_{be}$ 와 횡 방향 오차  $y_{be}$ 를 줄이기 위해서는 잠수정을 편향 각도  $\beta$ 만큼 회전하고 기준점을 향해 전진하면 되고, 그러면 잠수정은 기준 경로에 정확히 위치하게 된다. 그러나 이러한 경우 위치 오차는 줄일 수 있어도 방향각에 대한 오차는 제어할 수가 없다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 접근 각도  $\psi_a$ 를 (3)과 같이 정의한다.

$$\psi_a = (\psi + \beta) \text{sat}(D^2/\gamma) + \psi_r(1 - \text{sat}(D^2/\gamma)) \quad (3)$$

여기서 접근 민감도  $\gamma$ 는 양의 상수이고,  $\psi$ 와  $\psi_r$ 는 각기 잠수정의 방향각, 기준 경로의 기준 방향각을 나타내고,  $D$ 는 기준 좌표와 잠수정의 거리 오차를 나타낸다. 편향 각도  $\beta$ 와 거리 오차  $D$ 는 다음과 같다.

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{y_{be}}{x_{be}}\right), \quad (4)$$

$$D = \sqrt{x_e^2 + y_e^2} = \sqrt{x_{be}^2 + y_{be}^2}. \quad (5)$$

여기서  $x_e$ 와  $y_e$ 는 각각 지표 고정 좌표계에서  $x$ 축과  $y$ 축 좌표의 위치 오차를 나타낸다.

**Remark :** 접근 각도  $\psi_a$ 는 거리 제곱 오차  $D^2$ 에 종속적이다. 그래서 접근 각도  $\psi_a$ 는 거리 제곱 오차  $D^2$ 가 0으로 수렴함에 따라 잠수정의 방향각과 편향 각도의 합  $\psi + \beta$ 에서 기준 방향  $\psi_r$ 로 바뀐다. 예를 들어,  $0 \leq D^2 \leq \gamma$  구간에서 거리 제곱 오차  $D^2$ 이 0으로 수렴함에 따라 접근 각도  $\psi_a$ 는 잠수정의 방향각과 편향 각도의 합  $\psi + \beta$ 에서 기준 방향각  $\psi_r$ 로 변한다. 반면 거리 제곱 오차  $D^2 > \gamma$ 이면 접근 각도  $\psi_a = \psi + \beta$ 가 된다. 이 경우 편향 각도  $\beta$ 만큼 잠수

정의 각도가 변경되면 편향 각도  $\beta$ 는 0이 되고 결국 횡 방향 오차  $y_{be}$ 는 0이 된다. 또한 거리 제곱 오차  $D^2$ 이 충분히 작으면  $\psi_a = \psi_r$ 이 되고, 횡 방향 오차  $y_{be}$ 는 거리 오차  $D$ 보다 작거나 같게 된다. 그래서 접근 각도  $\psi_a$ 에 따라 종 방향 속도  $u$ 와 방향 회전 각속도  $r$ 을 적절히 제어하면 거리 오차  $D$ 가 0과 가까운 값을 가진다.

### 3.2 오차 방정식 유도

그림 1에서, 무인 수중 잠수정의 현재 위치  $P_e$ 와 기준 경로 위의 좌표  $P_r$ 가 나타나 있다. 지표 고정 좌표계에서 위치 오차  $P_e$ 는 (6)과 같이 표현된다.

$$P_e = P_r - P_c = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \end{bmatrix}, \quad (6)$$

여기서  $x_r$ 과  $y_r$ 은 기준 경로의  $x$ 축 위치와  $y$ 축 위치를 나타내고,  $x_c$ 와  $y_c$ 는 무인 수중 잠수정의 현재  $x$ 축 위치와  $y$ 축 위치 오차를 나타낸다. 한편 지표 고정 좌표계 상에서의 방향각 오차  $\psi_e$ 는 (7)과 같다.

$$\psi_e = \psi_r - \psi_c. \quad (7)$$

동체 고정 좌표계에서의 위치 오차  $P_e$ 와 방향각 오차  $\psi_e$ 는 (8)과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_{be} \\ y_{be} \\ \psi_{be} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \psi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_e \cos\psi + y_e \sin\psi \\ -x_e \sin\psi + y_e \cos\psi \\ \psi_e \end{bmatrix}, \quad (8)$$

여기서  $\psi_{be}$  동체 고정 좌표계에서의 방향 오차이다. 그리고 (8)에서 위치 오차의 미분 값을 구하면 (9)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{be} \\ \dot{y}_{be} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u + ry_{be} + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi \\ -v - rx_{be} - \dot{x}_r \sin\psi + \dot{y}_r \cos\psi \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $\dot{x}_{be}$ 와  $\dot{y}_{be}$ 는 각각  $x_{be}$ 와  $y_{be}$ 의 미분 값이고  $\dot{x}_r$ 과  $\dot{y}_r$ 은 각각 기준 경로의 위치  $x_r$ 과  $y_r$ 의 미분 값이며, 각기 (10)과 (11)로 주어진다.

$$\dot{x}_r = \frac{\partial x_r}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t}, \quad (10)$$

$$\dot{y}_r = \frac{\partial y_r}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t}. \quad (11)$$

접근 각도를 이용한 오차 방정식을 구하기 위해, 새로운 변수  $\tilde{\psi}$ 를 정의한다. 새로운 방향각 오차  $\tilde{\psi}$ 는 (12)와 같이 접근 각도  $\psi_a$ 와 잠수정의 현재 방향각  $\psi$ 와의 차로 정의된다.

$$\tilde{\psi} = \psi_a - \psi. \quad (12)$$

동체 고정 좌표계에서의 최종적인 위치와 방향에 대한 오차는 (13)과 같고, 이에 대한 오차 미분 방정식은 (14)와 같다.

$$e = \begin{bmatrix} x_{be} \\ y_{be} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_e \cos\psi + y_e \sin\psi \\ -x_e \sin\psi + y_e \cos\psi \\ \psi_a - \psi \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{be} \\ \dot{y}_{be} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u + ry_{be} + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi \\ -v - rx_{be} - \dot{x}_r \sin\psi + \dot{y}_r \cos\psi \\ \dot{\psi}_a - r \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.3 제어기 설계

제어기 설계를 위해 접근 각도  $\psi_a$ 의 미분값을 구하면 각 경우에 대해 접근 각도  $\psi_a$ 의 미분 값은 각기 (15)와 (16)과 같다.

i)  $D^2 > \gamma$ 인 경우

$$\dot{\psi}_a = r + \dot{\beta} \quad (15)$$

ii)  $0 \leq D^2 \leq \gamma$ 인 경우

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_a &= \frac{D^2}{\gamma}(r + \dot{\beta} - \dot{\psi}_r) + \dot{\psi}_r \\ &+ \frac{2}{\gamma}(\psi + \beta - \psi_r)(-x_{be}u - y_{be}v + x_{be}g_x + y_{be}g_y) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\dot{\beta} = -r + \frac{1}{D^2}(-x_{be}v + y_{be}u - x_{be}g_y + y_{be}g_x), \quad (17)$$

$$g_x = u_r \cos\psi_e - v_r \sin\psi_e, \quad (18)$$

$$g_y = u_r \sin\psi_e + v_r \cos\psi_e \quad (19)$$

이다.

무인 수중 잠수정이 기준 경로  $\Omega$ 에 수렴하기 위한 제어 입력  $u$ 와  $r$ 은 (20)-(22)와 같다.

$$u = K_2 x_{be} + r^* y_{be} + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi_c \quad (20)$$

i)  $D^2 > \gamma$ 인 경우

$$r = K_1 \tilde{\psi} + \frac{1}{D}(-x_{be}v_c + y_{be}u^* - x_{be}g_y + y_{be}g_x) \quad (21)$$

ii)  $0 \leq D^2 \leq \gamma$ 인 경우

$$\begin{aligned} r &= K_1 \tilde{\psi} + \frac{1}{\gamma}[(y_{be} - 2\psi_1 x_{be})u^* - (x_{be} + 2\psi_1 y_{be})v \\ &+ x_{be}g_y + y_{be}g_x - D^2 r_r + 2\psi_1(x_{be}g_x + y_{be}g_y)] + r_r \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $\psi_1 = \psi + \beta - \psi_r$ 이고,  $K_1$ 과  $K_2$ 는 양의 상수이며,

$$r^* = r(t - \Delta t) \quad (23)$$

$$u^* = u(t - \Delta t) \quad (24)$$

이다.

**정리 1.** (1)과 (2)로 주어지는 무인 수중 잠수정에서, 임의의 양수  $\zeta$ 가 존재하고,  $x_{be}^2(0) + y_{be}^2(0) + \tilde{\psi}^2(0) < \zeta$ 를 만족하는 초기 조건을 가질 때, 가정 1을 만족하는 임의의 기준 경로  $\Omega$ 에 수렴하기 위한 제어 입력 (20)-(22)을 만족하는 상수  $K_1, K_2, \gamma$ 가 존재한다.

**증명:** 리아푸노프 함수를 (23)과 같이 선정한다.

$$V = \frac{1}{2}(x_{be}^2 + \tilde{\psi}^2) \quad (25)$$

리아푸노프 함수의 미분값을 구하면

$$\dot{V} = \tilde{\psi}(\dot{\psi}_a - r) + x_{be}(-u + ry_{be} + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi) \quad (26)$$

i)  $D^2 > \gamma$ 인 경우

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\psi}(r + \dot{\beta} - r) + x_{be}(-u + ry_{be} + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi) \\ &= \tilde{\psi}(-r + (-x_{be}v + y_{be}u - x_{be}g_y + y_{be}g_x)/D^2) \\ &+ x_{be}(-u + ry_{be} + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi) \end{aligned} \quad (27)$$

제어 입력 (20)-(22)을 (27)에 대입하고 Young의 부등식을 이용하면, (28)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -K_1 \tilde{\psi}^2 - K_2 x_{be}^2 + (r - r^*)x_{be}y_{be} \\ &+ \tilde{\psi}y_{be}(u - u^*)/D^2 \\ &\leq -(K_1 - \epsilon_u/(2D^2))\tilde{\psi}^2 - (K_2 - \epsilon_r/2)x_{be}^2 \\ &+ \epsilon_u y_{be}^2/D^2 + \epsilon_r y_{be}^2/2 \\ &\leq -K_\psi \tilde{\psi}^2 - K_x x_{be}^2 + \epsilon_u/2 + \epsilon_r \zeta/2 \\ &\leq -KV + \epsilon_1 \end{aligned} \quad (28)$$

여기서  $K_1 > \epsilon_u/(2\gamma)$ ,  $K_2 > \epsilon_r/2$ ,  $K_\psi = K_1 - \epsilon_u/(2D^2)$ ,  $K_x = K_2 - \epsilon_r/2$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_u/2 + \epsilon_r \zeta/2$ ,  $K$ 와  $\epsilon_1$ 은 양의 상수이다. 따라서 제어기는 절대 상시 유계(uniformly ultimate bounded, UUB)된다.

ii)  $0 \leq D^2 \leq \gamma$ 인 경우

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\psi}[-r + \frac{D^2}{\gamma}(r + \dot{\beta} - r_r) + r_r \\ &+ \frac{2}{\gamma}\psi_1(-x_{be}u - y_{be}v + x_{be}g_x + y_{be}g_y)] \\ &+ x_{be}(-u + ry_{be} + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi) \\ &= \tilde{\psi}[-r + ((y_{be} - 2\psi_1 x_{be})u + (-x_{be} - 2\psi_1 y_{be})v \\ &- x_{be}g_y + y_{be}g_x - D^2 r_r + \gamma r_r \\ &+ 2\psi_1(x_{be}g_x + y_{be}g_y))/\gamma] \\ &+ x_{be}(-u + \dot{x}_r \cos\psi + \dot{y}_r \sin\psi + ry_{be}) \end{aligned} \quad (29)$$

여기서  $\psi_1 = \psi + \beta - \psi_r$ 이다.

제어 입력 (20)-(22)를 (29)에 대입하면 (30)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -K_1 \tilde{\psi}^2 - K_2 x_{be}^2 + (r - r^*)x_{be}y_{be} \\ &+ \tilde{\psi}(y_{be}(u - u^*)/\gamma - 2\psi_1 x_{be}(u - u^*)/\gamma) \\ &\leq -(K_1 - (4\pi + 1)\epsilon_u/(2\gamma))\tilde{\psi}^2 \\ &- (K_2 - 2\pi\epsilon_u/\gamma - \epsilon_r/2)x_{be}^2 + (\epsilon_u/(2\gamma) + \epsilon_r/2)y_{be}^2 \\ &\leq -K_\psi \tilde{\psi}^2 - K_x x_{be}^2 + \epsilon_2 \\ &\leq -KV + \epsilon_2 \end{aligned} \quad (30)$$

여기서  $K_1 > (4\pi + 1)\epsilon_u/(2\gamma)$ ,  $K_2 > 2\pi\epsilon_u/2 + \epsilon_r/2$ ,  $K_\psi = K_1 - (4\pi + 1)\epsilon_u/(2\gamma)$ ,  $K_x = K_2 - 2\pi\epsilon_u/\gamma - \epsilon_r/2$ ,  $\epsilon_2 = (\epsilon_u/(2\gamma) + \epsilon_r/2)\zeta$ ,  $K$ 와  $\epsilon_2$ 은 양의 상수이다. 따라서 제어기는 절대 상시 유계된다. ■

#### 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기의 성능을 검증하기 위해 Matlab<sup>TM</sup>을 이용하여 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 모의 실험에 사용된 (1)-(2)의 무인 수중 잠수정 모델

표 1. 유체역학 파라미터[12]  
Table 1. Hydrodynamic parameters[12]

항목	기호	값	단위
질량	$m$	185	$Kg$
회전 관성	$I_z$	50	$Kgm^2$
부가 질량	$X_u$	-30	$Kg$
부가 질량	$Y_v$	-80	$Kg$
부가 질량	$N_r$	-30	$Kgm^2$
중 방향 1차 항력	$X_u$	70	$Kg/s$
중 방향 2차 항력	$X_{uu}$	100	$Kg/m$
횡 방향 1차 항력	$Y_v$	100	$Kg/s$
횡 방향 2차 항력	$Y_{vv}$	200	$Kg/m$
회전 1차 항력	$N_r$	50	$Kgm^2/s$
회전 2차 항력	$N_{rr}$	100	$Kgm^2$

의 파라미터들은 표 1에 나타내었다. 한편 무인 수중 잠수정의 제어 입력의 각 이득  $K_1=2$ ,  $K_2=0.2$ ,  $\gamma=1$ 로 설정하고, 초기 위치는  $P_0 = (-2, -5, \pi/2)$ 로 설정하였다.

컴퓨터 모의 실험은 원형 경로와 선형 경로의 두 가지 경우에 대하여 실험하였다. 원형의 기준 경로는 (1)과 (2)의 모델을 이용하여 기준 경로의 초기 위치  $P_{r0} = (0, 0, 0)$ 일 때 추진력과 회전력을 각각  $F_u = 20$ ,  $F_r = 1.5$ 를 입력하여 경로를 생성하였다. 선형 경로는 초기 위치  $P_{r0} = (0, 0, 0)$ 에서  $F_u = 20$ ,  $F_r = 0$ 를 입력하여 생성하였다.

그림 3은 원형 경로에 대한 경로 추적 제어 결과를 나타낸다. 그림3 에서 ○는 출발지점을 나타내고, □는 도착지점을 나타내며, 굵은 선은 기준 경로이고, 가는 선은 실제 잠수정이 이동한 경로이다. 그림의 결과로부터, 무인 수중 잠수정이 원형의 기준 경로를 정확히 추적하고 있음을 확인할 수 있다. 그림 4는 원형 경로 추적을 위한 제어 입력을 나타내며, 그림의 결과로부터 제어 입력은 초반에 기준 경로에 수렴한 후에는 급격한 변동 없이 잘 유지 되는 것을 볼 수 있다. 그림 5는 원형 경로의 제어 오차를 나타낸다. 그림의 결과로부터 위치 오차  $x_e$ 와  $y_e$ 는 제어 초반에 바로 '0'에 가까운 값을 가지고 계속 '0'에 가까운 값을 유지하고 있으며, 방향 오차  $\psi_e$ 도 역시 제어 초반에 '0'에 가까운 값으로 수렴하고 유지됨을 확인할 수 있다. 그림 6은 선형 경로에 대한 경로 추적 제어 결과를 나타낸다. 그림 6은 그림 3과 마찬가지로 ○는 출발지점을 나타내고, □는 도착지점을 나타내며, 굵은 선은 기준 경로이고, 가는 선은 실제 잠수정이 이동한 경로이다. 그림의 결과로부터, 무인 잠수정은 선형의 경로를 정확히 추적하고 있음을 확인할 수 있다. 그림 7과 그림8은 각각 선형 경로 추적을 위한 제어 입력과 제어 오차를 나타낸다. 그림 7을 보면 기준 경로를 추적하기 위한 제어 입력이 안정적으로 나오는 것을 확인할 수 있고, 그림 8에서는 위치 및 방향의 오차가 제어 초반에 '0'에 가까운 값으로 수렴하고 계속 '0'에 가까운 값을 가짐을 확인할 수 있다.

### 5. 결론

본 논문에서는 과소 작동기를 가지는 무인 수중 잠수정

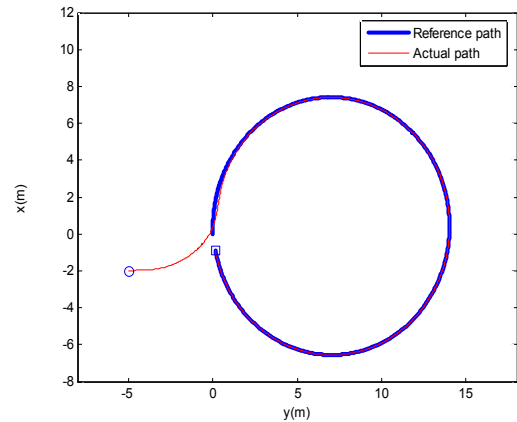


그림 3 원형 경로 추적 제어 결과  
Fig. 3 Circular path tracking control result

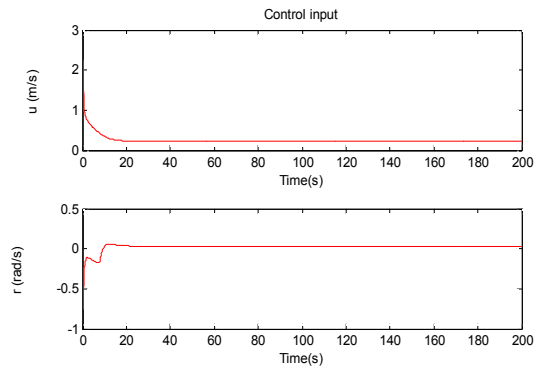


그림 4 원형 경로 추적 제어 입력  
Fig. 4 Control inputs of the circular path

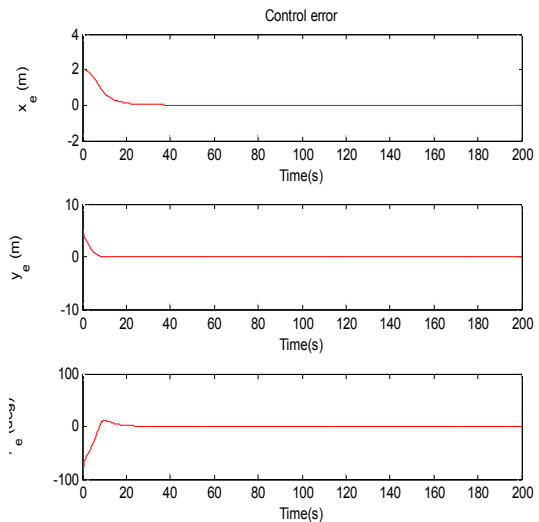


그림 5 원형 경로 추적 제어 오차  
Fig. 5 Control errors of the circular path

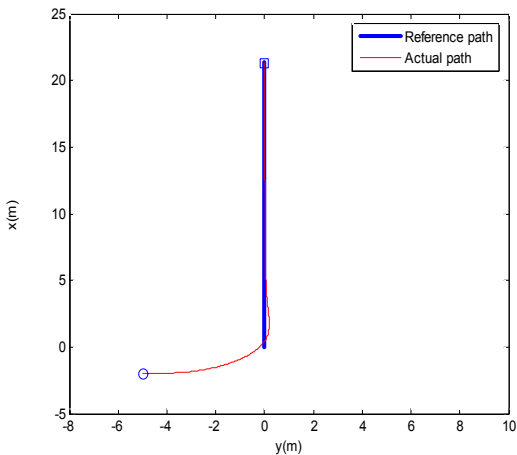


그림 6 선형 경로 추적 제어 결과  
Fig 6 Linear path tracking control result

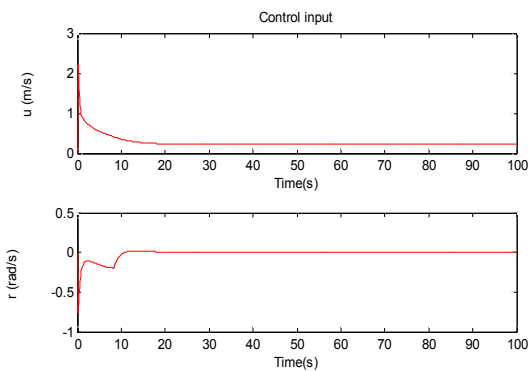


그림 7 선형 경로 추적 제어 입력  
Fig. 7 Control inputs of the linear path

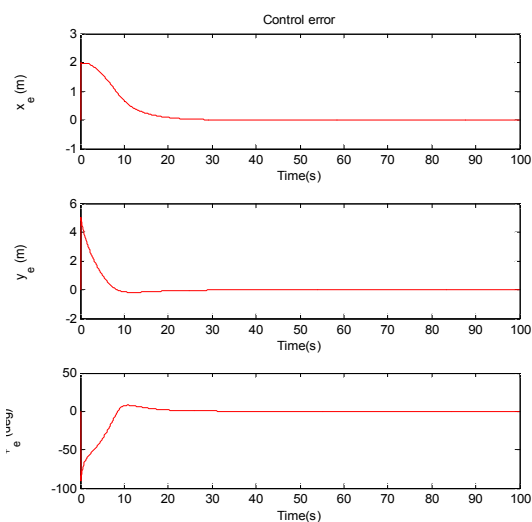


그림 8 선형 경로 추적 제어 오차  
Fig. 8 Control errors of the linear path

의 경로 추적을 위해 접근 각도를 이용한 경로 추적 제어기 설계 방법을 제안하였다. 대부분의 무인 수중 잠수정은 종 방향 추진력과 회전력의 제어 입력만 가지고 있기 때문에 제어기 설계 시 어려운 점이 있었다. 이러한 과소 작동기 문제를 해결하기 위해, 본 논문에서는 거리 오차 함수로 주어지는 접근 각도를 제안하였고, 동체 고정 좌표계에서 오차 방정식을 유도하였다. 또한 상태 변수 변환이라는 복잡한 방법 없이 접근 각도를 이용하여 과소 작동기 형태의 무인 잠수정용 경로 추적 제어기를 설계하였다. 그리고 기존 방법과 달리 본 논문에서 제안한 알고리즘은 기존 경로의 형태에 구애 받지 않는다. 본 논문에서 제안한 제어기 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증한 결과, 제안된 제어기에 의해 무인 잠수정이 원형과 선형 경로 모두에 대해 정확히 추적하고 있으며, 또한 우수한 제어 성능을 가짐을 확인하였다.

### 참 고 문 헌

- [1] F. A. Papoulias and Z. Oral, "Hopf Bifurcation and Nonlinear Studies of Gain Margins in Path Control of Marine Vehicles", *Applied Ocean Research*, Vol. 17, Issue 1, pp. 21-32, 1995.
- [2] F. A. Papoulias, "Cross Track Error and Proportional Turning Rate Guidance of Marine Vehicles", *Journal of Ship Research*, Vol. 38, No. 2, pp. 123-132, 1994.
- [3] J. M. Godhavn, T. I. Fossen and S. Berge, "Nonlinear and Adaptive Backstepping Design for Tracking Control of Ships", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 12, Issue 8, pp. 649-670, 1998.
- [4] K. Y. Pettersen and O. Egeland, "Exponential Stabilization for an Underactuated Surface Vessel", *Proc. of Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, pp. 967-972, 1996.
- [5] K. Y. Pettersen and H. Nijmeijer, "Underactuated Ship Tracking Control: Theory and Experiments", *International Journal of Control*, Vol. 74, No. 14, pp. 1435-1446, 2001.
- [6] E. Lefeber, K. Y. Pettersen and H. Nijmeijer, "Tracking Control of an Underactuated Ship", *IEEE Trans. of Control Systems Technology*, Vol. 11, No. 1, pp. 52-61, 2003.
- [7] Z. P. Jiang, "Global Tracking Control of Underactuated Ships by Lyapunov's Direct Method", *Automatica*, Vol. 38, No. 1, pp. 301-309, 2002.
- [8] L. Lapiere and D. Soetanto, "Nonlinear Path-following Control of an AUV", *Ocean Engineering*, Vol. 34, Issue. 11-12, pp. 1734-1744, 2007.
- [9] Y. Kim, J. Lee, S. Park, B. Jeon and P. Lee "Path Tracking Control for Underactuated AUVs Based on Resolved Motion Acceleration Control", *Proc. of Conference on Autonomous Robots and Agents*, Wellington, New Zealand, pp. 342-346, 2009.
- [10] B. He and Z. Zhou, "Path Planning and Tracking for AUV in Large-scale Environment", *Proc. of Asia Conference on Information in Control, Automation and Robotics*, Wuhan, China, pp. 318-321, 2010.
- [11] B. Subudhi and D. Atta, "Design of a Path Following Controller for an Underactuated AUV", *Archives of Control Sciences*, Vol. 19, No. 3, pp. 245-259, 2009.
- [12] F. Repoulias and E. Papadopoulos, "Planar Trajectory Planning and Tracking Control Design for Underactuated AUVs", *Ocean Engineering*, Vol. 34, Issue. 11-12, pp. 1650-1667, 2007.

저 자 소개



**김경주(Kyoung Joo Kim)**

1998년 : 연세대학교 전기공학과(공학사).  
2005년 : 연세대학교 전기전자공학과  
(공학석사).  
2005년~현재 : 동 대학원 전기전자공학과  
박사과정.

관심분야 : 수중 자율 운동체 제어, 경로 추적 제어, 비선형 제어.

Phone : 02-2123-2773

E-mail : KimKyoungJoo@yonsei.ac.kr



**최윤호(Yoon Ho Choi)**

1980년 : 연세대학교 전기공학과(공학사).  
1982년 : 연세대학교 전기공학과(공학석사).  
1991년 : 연세대학교 전기공학과(공학박사).  
1993년~현재 : 경기대학교 전자공학과 교수.

관심분야 : 비선형 적응제어, 지능제어, 네트워크 제어시스템, 로보틱스, 웨이블릿 변환 및 응용, ADP 및 최적 제어, 다개체 협업제어.

Phone : 02-2123-2773

E-mail : yhchoi@kyonggi.ac.kr



**박진배(Jin Bae Park)**

1977년 : 연세대학교 전기공학과(공학사).  
1985~ 1990년 : Kansas State University  
전기 및 컴퓨터 공학과 졸업(공학박사)  
1990~1991년 : Kansas State University  
전기 및 컴퓨터 공학과 조교수.  
현재 : 연세대학교 전기전자공학과 교수.

관심분야 : 제어 이론, 지능제어, 로보틱스, 신재생에너지.

Phone : 02-2123-2773

E-mail : jbpark@yonsei.ac.kr