논문 2012-49TC-2-5

세 명의 다중 사용자 채널에서의 더티 페이퍼 전처리 코딩

(3-User Dirty Paper Precoding)

이 문 호*, 박 주 용**,신 태 철***

(MoonHo Lee, Ju Yong Park, and TaeChol Shin)

요 약

이3GPP LTE Release 10에서 다중 사용자 환경의 다중 송수신 안테나 시스템을 위한 더티 페이퍼 코딩(Dirty Paper Coding, DPC)을 k user 사용자 채널에서 어떻게 해석하는지를 보였다. 다중 사용자 환경에서 더티 페이퍼 코딩은 송신단에서 모든 사용자와 채널에 대한 정보를 완벽하게 안다고 전제한 후, 미리 예상할 수 있는 모든 간섭을 제거하여 각 사용자에게 정보를 전송한다는 개념이다. 즉, 인접 채널이나 사용자로부터의 간섭을 제거하기 위한 추가적인 전력이 필요하지 않으므로, 더티 페이퍼 코딩을 통하여 가산성 백색 가우시안 잡음 (AWGN) 채널과 동일한 채널 용량을 달성할 수 있다. 본 논문에서는, 세 명의 다중 사용자가 존재하는 통신 환경에서, 대표적인 비선형 전처리 코딩 기법인 Dirty Paper 전처리 코딩이 직교 하삼각 행렬 분해와 Gram Schmidt 직교 정규화 기저를 이용하여 어떻게 채널을 분석하는지를 보였다.

Abstract

In this paper, we design on nonliner 3 user Dirty Paper Precoding for MIMO adjacant interference signal cancellation based on 3 GPP LTE Release 10. In this paper, in order to reduce the inter-channel interference at the transmitted side, we propose the Dirty Paper Precoding scheme for 3-user MIMO wireless systems using LQ decomposition and Gram-Schmidt algorithm based in its orthonormal basis.

Keywords : Dirty paper coding(DPC), multi-user MIMO, precoding, LQ decomposition, Gram-Schmidt.

Ⅰ. 서 론

최근 이동 통신 분야에서 높은 정보 전송률 지원을 위한 다중 송수신 안테나 (Multiple Input Multiple Output, MIMO) 기법이 널리 사용되고 있다. 점 대 점 (point-to-point) 통신을 위한 다중 송수신 안테나 기법뿐만 아니라 기지국에서 동시에 여러 단말기로 데이터를 전송하는 다중 사용자(Multi-user, MU) 다중 송수신 안테나 기법들 또한 활발히 연구되고 있다. 점 대 점 통신을 위한 다중 송수신 안테나 기법과는 달리 다중 사용자 환경에서는 전송 효율을 높이기 위해 여러 명의 사용자에게 동시에 정보를 전송해야 한다. 특히 송신 안테나의 수가 수신 안테나의 수보다 많은 경우 동시에 최대한 많은 사용자에게 정보를 전송해야만 더 높은 전송 효율을 달성할 수 있다.

이 때 발생할 수 있는 문제점 중의 하나는 어떤 사용자의 신호가 다른 사용자에게 간섭으로 작용할 수 있다는 점이다. 이런 간섭 신호를 제거하는 기술들을 제거하는 위치에 따라 송신단 간섭 제거 기술과 수신단 간섭제거 기술로 나눌 수 있다. 송신 안테나 수가 하나일 때는 수신단에서 다른 사용자의 신호를 복호 후 제거하

* 정회원, *** 학생회원, 전북대학교 정보통신공학과
(Chonbuk National University, Information & Communications engineering)
** 정회원, 신경대학교 인터넷정보통신학과
(Shingyeong University, Internet Information & Communications)
※ 본 연구는 한국 연구재단의 세계 수준의 연구 중심 대학 (World Class University) R32-2009-000-20014-0와 기초 연구 (Fundamental Research) 2010-0020942 NRF의 지원으로 수행되었음.
접수일자: 2011년8월9일, 수정완료일: 2012년2월17일

는 것이 최적의 방법이기에 굳이 송신단에서 간섭을 제거할 필요가 없다. 하지만 송신단의 안테나가 둘 이상인 경우 수신단에서만 간섭을 제거하는 것은 최적의 방법이 아니며 송신단 간섭 제거 기술이 사용되어야 한다. 송신단 간섭 제거 기법들 중 더티 페이퍼 코딩(Dirty Paper Coding, DPC)이 최대 정보 전송율을 지원하고, 이보다 더 좋은 성능을 달성할 수 없음이 이미 증명되어 있다[1~3].

1983년 Costa가 더티 페이퍼 코딩[1]을 처음 제안하였다. 그는 송신단과 수신단 사이의 채널에 잡음 신호 외에 간섭 신호가 존재하는 상황에서, 만약 간섭 신호를 미리 송신단이 알고 있다면 수신단이 전혀 이 간섭 신호의 영향을 받지 않게 할 수 있는 송수신 기법이 존재함을 밝혔다. 이로부터 약 20년 후 두 개의 독립적인 오류 정정 부호를 채택하여 수신단에서 둘 간의 정보 교환을 통하여 간섭 신호를 거의 제거할 수 있어, 실제로 구현이 가능한 더티 페이퍼 코딩 기법들이 제안되었다.

더티 페이퍼 코딩에서는 먼저 신호 A를 정해진 규칙에 따라 만들어 신호 B와 더해 전송한다. 이때 신호 A가 부호화되고 나면 사용자 B가 보기에 잡음처럼 보이게 된다. 사용자 B는 원래 자기의 수신단에서 들어온 잡음과 잡음처럼 보이는 신호 A에 의해서 열화된 정보 B를 받는다. 이 때 열화된 정보로부터 원래 정보를 복원하기 위해 사용자 B는 일반적인 오류정정 부호를 사용할 수 있다. A가 만들어낸 잡음처럼 보이는 신호는 B의 신호와 더해지고 적절한 모듈로(modulo) 연산을 하고 나면 사용자 A의 신호만이 남기 때문에 A는 자신의 정보를 깨끗하게 복원해낼 수 있다.

본 논문은 Ⅱ장에서는 기존 Dirty Paper Coding (Costa, 1983) 해석을 하고 Ⅲ장에서는 Dirty Paper Coding의 간섭해석을 하며 Ⅳ장에서는 3 User DPC (Dirty Paper Coding)의 전처리 코딩을 하고, Ⅴ장에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. 더티 페이퍼 코딩 (Costa, 1983)

채널 모델은 그림 1과 같으며 이를 수식으로 표현하면

$$Y=X+S+Z \tag{1}$$

이다. X는 보내려는 정보 W를 부호화하여 만든 신호이다. 신호 Y는 전송된 신호 X가 송신단과 수신단 사이의

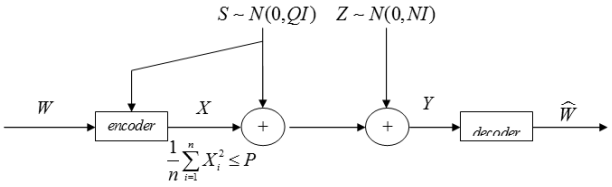


그림 1. Costa의 더티 페이퍼 코딩 : 가우시안 샤논 채널
Fig. 1. Dirty Paper Coding Channel Model.

채널에서 간섭 신호 S와 잡음 신호 Z의 영향을 받아 열화된 채 수신된다. 이와 같은 상황에서 송신기가 간섭신호 및 잡음 신호를 모른다면 최대 전송할 수 있는 정보의 량은

$$C=\frac{1}{2}log(1+\frac{P_X}{P_S+P_Z}) \tag{2}$$

이다. Px는 신호 파워를 나타낸다. 만약 Ps(간섭신호 power)가 Px에 비해 극단적으로 큰 값을 가진다면 전송할 수 있는 정보의 양이 '0'이 되는 상황이 발생하기 때문에 이 간섭 신호를 제거하는 기술이 반드시 필요해 진다. 만약 송신단이 간섭 신호 S를 미리 알고 있다면 수신단에서는 간섭 신호를 전혀 몰라도 간섭 신호의 영향을 제거할 수 있다는 것이 이론적으로 증명되었다[1]. 마치 더러운 종이에 글씨를 써서 보내도 수신단에서 깨끗한 백지에 글씨가 써진 것처럼 보이게 할 수 있는 점에서 Dirty Paper 코딩이라는 이름으로 명명되었다. 이에 따라 최대 전송할 수 있는 정보량은 앞의 수식에서 S의 효과가 완벽하게 제거된 형태인

$$C_{DPC}=\frac{1}{2}log(1+\frac{P_X}{P_Z}) \tag{3}$$

이 되며 이 값은 간섭이 없는 Additive White Gaussian Noise(AWGN) 채널의 용량과 동일하다.

Gelfand 와 Pinsker, El Gamal 과 Heegard 등은 부호기에 임의의 상태 S가 알려져 있는 경우 이산 무기억 채널의 용량을 다음 식으로 나타낼 수 있음을 보였다.

$$C=\max_{P(u,x|s)} I(U;Y)-I(U;S) \tag{4}$$

여기서 max는 형태의 모든 결합 분포에 대한 것이고, U는 유한 알파벳 보조 랜덤변수로 U=X+aS이다. 그림 2에서 W는 입력신호, Y는 출력신호이고 채널용량을 계산하기 위해 상호 정보량을 계산하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
I(U;Y) &= H(Y) - H(Y|U) \\
&= H(Y) - [H(U,Y) - H(U)] \\
&= H(X+S+Z) + H(X+\alpha S) - H(X+S+Z, X+\alpha S) \\
&= \frac{1}{2}\ln\left((2\pi e)^2 (P+Q+N)(P+\alpha^2 Q)\right) \\
&\quad - \frac{1}{2}\ln\left((2\pi e)^2\left((P+Q+N)(P+\alpha^2 Q) - (P+\alpha Q)^2\right)\right) \\
&= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{(P+Q+N)(P+\alpha^2 Q)}{(PQ(1-\alpha)^2 + N(P+\alpha^2 Q)}\right)
\end{aligned} \tag{5}
$$

상호 정보 I(U;Y)는 식(5)로 구할 수 있다. 이 때, 가우시간 엔트로피는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
p(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \\
&\Rightarrow \ln p(x) = -\ln\sqrt{2\pi\sigma^2} - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \\
H(x) &= -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\ln p(x)dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} p(x)\left(\ln\sqrt{2\pi\sigma^2} + \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)dx \\
&= \ln\sqrt{2\pi\sigma^2}\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx + \frac{1}{2\sigma^2}\int_{-\infty}^{\infty} p(x)(x-\mu)^2 dx \\
&= \ln\sqrt{2\pi\sigma^2}\times 1 + \frac{1}{2\sigma^2}\times\sigma^2 \\
&= \frac{1}{2}\ln(2\pi e\sigma^2)
\end{aligned}
$$

U 와 소스(source)간 정보량은 다음과 같다.
간섭 엔트로피는 (6)식으로 구해진다.

$$
I(U;S) = \frac{1}{2}ln\left(\frac{P+\alpha^2 Q}{P}\right) \tag{6}
$$

Rate $R(\alpha)$는 (7)식으로 구해진다.

$$
\begin{aligned}
R(\alpha) &= I(U;Y) - U(U;S) \\
&= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{P(P+Q+N)}{PQ(1-\alpha)^2 + N(P+\alpha^2 Q)}\right) \\
&= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{P(P+Q+N)}{(P+N)Q\alpha^2 - 2PQ\alpha + P(Q+N)}\right) \\
&= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{P(P+Q+N)}{(P+N)Q(\alpha - \frac{P}{P+N})^2 - \frac{P^2 Q}{P+N} + P(Q+N)}\right)
\end{aligned} \tag{7}
$$

$\alpha = \alpha^* = P/(P+N)$이면, Rate $R(\alpha)$는 다음과 같다.

$$
\max_{\alpha} R(\alpha) = R(\alpha^*) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{(P+Q+N)(P+N)}{(PN+N^2+QN)}\right) = \frac{1}{2}\ln(1+\frac{P}{N})
$$

Ⅲ. 더티 페이퍼 코딩에서의 간섭

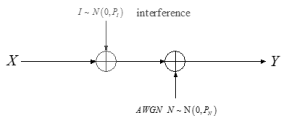
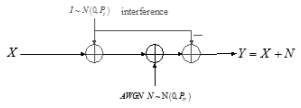
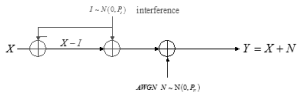
표 1에서 알 수 있듯이, 송신 안테나 또는 수신 안테나의 개수를 증가하면 주파수 스펙트럼 효율 또한 증가한다는 것을 알 수 있다. 즉, 추가적으로 대역폭을 필요로 하지 않으면서 채널 용량 $C = \min(N_t, N_r)\log SNR$을

표 1. SISO와 MIMO의 채널 용량 비교
Table 1. Channel Capacity Comparison.

N_t: 송신 안테나 수, N_r: 수신 안테나 수

Number of Antennas	Error Probability (P_e)	Capacity(C), bps/Hz
$N_t = N_r = 1$ (SISO)	$P_e \propto SNR^{-1}$	$C = \log(SNR)$
$N_t = 1, N_r > 1$ (SISO)	$P_e \propto SNR^{-N_r}$	$C = \log(SNR)$
$N_t > 1, N_r > 1$ (MIMO)	$P_e \propto SNR^{-N_t N_r}$	$C = \min(N_t, N_r)\log(SNR)$
	$N_t N_r$ =Diversity Gain	$\min(N_t, N_r)$ =Spectral Multiplexing Gain

표 2. 간섭과 송수신단 관계
Table 2. Block Diagram and Channel Capacity in the presence of interference.

간섭을 송•수신단에서 모두 모를 경우	
블록도	채널 용량
	$P_X = E\{\lvert X\rvert^2\} \le P_T$ $Y = X + I + N$ $Y = X + I + N$ $C = \log_2\left(1 + \frac{P_X}{P_I + P_N}\right)$ $= \log_2\left(1 + \frac{P_T}{P_I + P_N}\right)$
간섭을 수신단에서만 알 경우	
블록도	채널 용량
	$P_X = E\{\lvert X\rvert^2\} \le P_T$ $Y = X + I + N - I$ $= X + N$ $C = \log_2\left(1 + \frac{P_X}{P_N}\right)$ $= \log_2\left(1 + \frac{P_T}{P_N}\right)$
간섭을 송신단에서만 알 경우	
블록도	채널 용량
	$P_X = E\{\lvert X - I\rvert^2\}$ $= P_X + P_I \le P_T$ $Y = X + I + N - I$ $= X + N$ $C = \log_2\left(1 + \frac{P_X}{P_N}\right)$ $= \log_2\left(1 + \frac{P_T - P_I}{P_N}\right)$

증가시킬 수 있기에 최근 이동 통신 분야에서 높은 전송률 지원을 위한 다중 송수신 안테나 기법이 널리 사용되고 있다. 이를 위해 인접 채널이나 사용자로부터의 간섭 신호를 제거하기 위한 전처리 코딩 기법들이 많이 제안되었고, 본 논문에서 다루고자하는 더티 페이퍼 코딩 기법 또한 이에 속한다. 송신단과 수신단 사이의 채널에 잡음 신호 뿐만 아니라 인접 채널 또는 인접 사용자로부터의 간섭 신호 또한 존재한다면, 이 간섭 신호로 인해 가산성 백색 가우시안 잡음 (AWGN) 채널 용량 달성은 불가능할 것이다. 만약 송신단에서 모든 채널과 사용자에 대해 완벽하게 알고 있다면, 각 사용자가 전혀 이 간섭신호의 영향을 받지 않게 할 수 있다는 기법[1, 3]이 존재함이 밝혀졌고, 이 기법은 3GPP LTE Release 10에 표준화로 추천되고 있다.

더티 페이퍼 전처리 코딩의 개념은 송신단에서 인접 채널이나 사용자로부터의 간섭 신호를 모두 안다는 전제로부터 출발한다. 즉, 인접 채널이나 사용자로부터의 모든 간섭을 제거한 후 신호를 전송하면, 송신단에서 간섭이 없고 가산성 백색 가우시안 잡음(AWGN)만이 존재하는 채널에서와 같은 채널 용량[1]을 얻을 수 있다. 이를 간단한 블록도로 나타내면 표 2와 같다.

Ⅳ. 더티 페이퍼 코딩 해석 : 세 명의 사용자

1. 직교 하삼각형 행렬분해

세 명의 사용자가 존재하는 채널의 모델링은 그림 1과 같다. 채널 행렬 H를 직교 하삼각행렬 (LQ) 분해 및 Gram-Schmidt 직교 정규화 기저를 통하여 다음과 같이 나타낼 수 있다. 채널 H=LQ일때 출력 Y는

$$Y = HQ^H x + n = LQQ^H x + n = Lx + n \quad (: QQ^H = I_{nT}) \tag{8}$$

여기서, $L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}$일 때, 그림 1에서

$$y = HVx + n = \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \\ \vdots \\ h_k^T \end{bmatrix} [\, V_1 \; V_2 \cdots \; V_k] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} + n$$

$$= \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \; \vdots \\ l_{k1} & l_{k2} & \cdots \; \cdots & l_{kk} \end{bmatrix} x + n = Lx + n \tag{9}$$

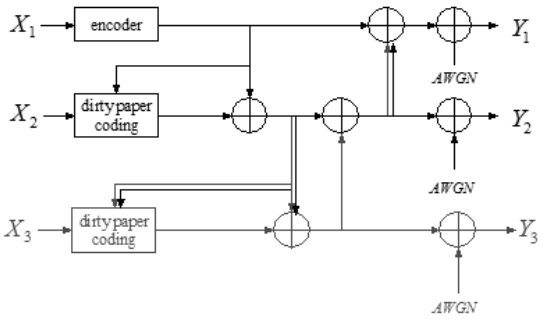


그림 2. 다중간섭채널 : Dirty Paper
Fig. 2. Multiuser Channel : Dirty Paper.

더티 페이퍼 코딩은 송신단에 알려진 간섭을 제거하는 전처리 코딩 기법이다. 첫 번째부터 (k-1) 사용자 신호까지 간섭을 제거한다.

$N_B = 3, K = 3, N_{MU} = 1, u = 1,2,3$일 때,

만약 u번째 사용자 신호가 $\widetilde{X}_u \in \mathbb{C}$ 와 같이 주어지면 수신 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있고

$$Y = HX + Z \tag{10}$$

u=3인 경우는 역시 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^{\mathrm{DL}} \\ \mathbf{H}_2^{\mathrm{DL}} \\ \mathbf{H}_3^{\mathrm{DL}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}^{\mathrm{DL}}} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

여기서, $H_u^{DL} \in \mathbb{C}^{1\times 8}$는 기지국과 u번째 사용자 사이의 채널 이득이다.

채널 행렬은 다음과 같이 직교 하삼각행렬(LQ) 분해 될 수 있다.

$$\mathbf{H}^{\mathrm{DL}} = \underbrace{\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}}. \tag{12}$$

$Q^H X$를 전송하면 Q의 효과는 채널을 통해 제거되고 전송 후 하삼각행렬로 만들면 수신신호는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^{\mathrm{DL}} \\ \mathbf{H}_2^{\mathrm{DL}} \\ \mathbf{H}_3^{\mathrm{DL}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}^{\mathrm{DL}}} \mathbf{Q}^H \mathbf{x} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \tag{13}$$

식 (13)으로부터 첫 번째 사용자 신호는 다음과 같이 주어지고,

$$y_1 = l_{11}x_1 + z_1 \tag{14}$$

첫 번째 사용자의 관점에서 보면 간섭 없이 데이터 전송이 이루어지기 위해서는 다음과 같은 조건이 만족되어야 한다.

$$x_1 = \tilde{x}_1 \tag{15}$$

식(15)으로부터 전처리 부호화된 신호는 첫 번째 사용자 신호만으로 구성 된다는 것을 볼 수 있다. 식 (13)와 (14)로부터 두 번째 사용자의 수신 신호는 다음과 같이 주어진다.

$$y_2 = l_{21}x_1 + l_{22}x_2 + z_2 = l_{21}\tilde{x}_1 + l_{22}x_2 + z_2 \tag{16}$$

식 (16)로부터 그 다음 전처리 코딩은 송신단에서 간섭성분 $l_{21}x_1$이나 $l_{21}\widetilde{x_1}$을 제거해 준다는 걸 알 수 있다.

$$x_2 = \tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}}x_1 = \tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}}\tilde{x}_1 \tag{17}$$

식 (17)로부터는 선부호화 된 x_2가 이제 사용자 신호 x_1과 $\widetilde{x_2}$로 구성되고 세 번째 수신신호는 다음과 같이 주어진다.

$$y_3 = l_{31}x_1 + l_{32}x_2 + l_{33}x_3 + z_3 \tag{18}$$

여기서 전처리 부호화된 x_1과 x_2는 식 (15)과 (16)에 주어진 이미 알고 있는 신호 $\widetilde{x_1}$과 x_2로 구성된다. 세 번째 사용자의 관점에서 보면 전처리 부호화된 신호 x_1과 x_2는 식 (18)의 간섭 신호이고 송신단의 전처리 부호화를 통해 제거될 수 있다.

$$x_3 = \tilde{x}_3 - \frac{l_{31}}{l_{33}}x_1 - \frac{l_{32}}{l_{33}}x_2 \tag{19}$$

식 (15), (17), (19)의 전처리 부호화된 신호들은 다음과 같은 행렬로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{l_{21}}{l_{22}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{l_{31}}{l_{33}} & -\frac{l_{32}}{l_{33}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \tag{21}$$

위 세 개의 전처리 부호화 행렬을 결합하면 더티 페이퍼 코딩을 다음과 같은 행렬 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{l_{31}}{l_{33}} & -\frac{l_{32}}{l_{33}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{l_{21}}{l_{22}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{l_{21}}{l_{22}} & 1 & 0 \\ -\frac{l_{31}}{l_{33}} + \frac{l_{32}}{l_{33}}\frac{l_{21}}{l_{22}} & -\frac{l_{32}}{l_{33}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{22}$$

위의 전처리 부호화 행렬을 사용하면 식 (13)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

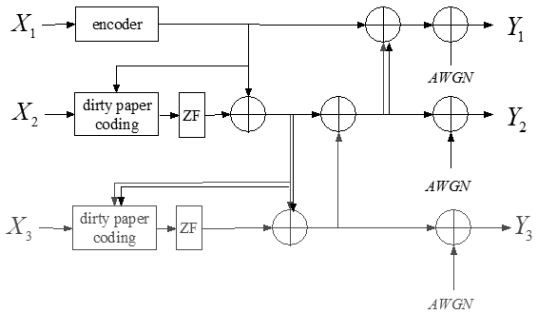
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{l_{21}}{l_{22}} & 1 & 0 \\ -\frac{l_{31}}{l_{33}} + \frac{l_{32}}{l_{33}}\frac{l_{21}}{l_{22}} & -\frac{l_{32}}{l_{33}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ 0 & l_{22} & 0 \\ 0 & 0 & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ x_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{23}$$

식 (23)로부터 더티 페이퍼 전처리 코딩의 행렬은 직교 하삼각행렬(LQ) 분해 얻어진 하삼각 행렬의 역 행렬임을 알 수 있다.

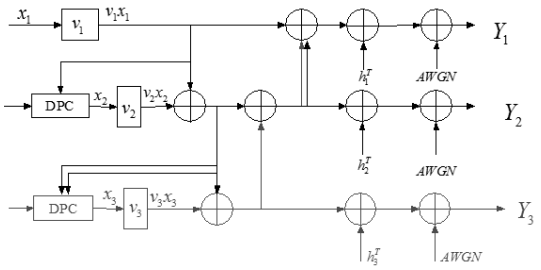
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{l_{21}}{l_{22}} & 1 & 0 \\ -\frac{l_{31}}{l_{33}} + \frac{l_{32}}{l_{33}}\frac{l_{21}}{l_{22}} & -\frac{l_{32}}{l_{33}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ 0 & l_{22} & 0 \\ 0 & 0 & l_{33} \end{bmatrix} \tag{24}$$

송신단에서만 채널과 사용자의 정보를 알 경우

2. Gram-Schmidt 분석



(a) Dirty Paper-ZF Coding



(b) Dirty Paper Gram-Schmidt

그림 3. 세 명의 사용자를 위한 더티 페이퍼 코딩
Fig. 3. Dirty Paper Precoding for 3 user MIMO.

즉, 그림 3(b)에서

$$y_k = \underbrace{\sum_{i=1}^{k-1} h_k^T v_i x_i}_{\substack{\text{eliminated}\\ \text{by DPC}}} + \underbrace{h_k^T v_k x_k}_{\substack{\text{desired}\\ \text{signal}}} + \underbrace{\sum_{j=k+1}^{k} h_k^T v_j x_j}_{\substack{\text{eliminated}\\ \text{by ZF}}} + n_k \tag{25}$$

여기서,

$$v_k = \begin{bmatrix} v_{1k} \\ \vdots \\ v_{n_T k} \end{bmatrix},\ h_k = \begin{bmatrix} h_k^{(1)} \\ \vdots \\ h_k^{(n_T)} \end{bmatrix}.$$

$$v_1 = \frac{h_1^*}{|h_1^*|},\ \ v_2 = \frac{p_2 h_2^*}{|p_2 h_2{}^*|} = \frac{(I_{nT} - v_1 v_1^H) h_2^*}{|p_2 h_2^*|},$$

$$v_3 = \frac{p_3 h_3^*}{|p_3 h_3{}^*|} = \frac{p_2 (I_{nT} - v_2 v_2^H) h_3^*}{|p_3 h_3^*|}$$

증명: Gram-Schmidt 과정에서 h_k^*로부터 모든 이전 v_l의 선형결합을 감하여 v_r $l<k$을 만족하는 직교 정규화하도록 v_k를 설계한다. 조건은 다음과 같다.

$$v_k = \frac{p_k h_k^*}{\| p_k h_k \|},\ \ p_1 = I_{nT} \tag{26}$$

여기서, $p_{k*1} = p_k (I_{nT} - v_k v_k^H)$

$l<k$을 만족하면, $v_l^H v_k = 0$, 그렇지 않으면, $v_l^H v_k = 1$

$$v_1^H v_2 = \frac{1}{\|P_2 H_2^*\|} v_l^H \left(I_{n_T} - v_l v_l^H\right) h_2^* = \frac{1}{\|P_2 H_2^*\|} \left(\underbrace{v_1^H - \overbrace{v_1^H v_1}^{1} v_1^H}_{0} \right) h_2^* = 0$$

$$v_1^H v_3 = \frac{1}{\|P_3 H_3^*\|} v_l^H \left(I_{n_T} - v_l v_l^H\right)\left(I_{n_T} - v_2 v_2^H\right) h_3^*$$

$$= \frac{1}{\|P_3 H_3^*\|} \left(\underbrace{v_1^H - \overbrace{v_1^H v_1}^{1} v_1^H}_{0} \right) \left(I_{n_T} - v_2 v_2^H\right) h_2^* = 0$$

$$v_1^H v_k = \frac{1}{\|P_k H_k^*\|} v_l^H \prod_{l=1}^{k-1} \left(I_{n_T} - v_l v_l^H\right) h_k^*$$

$$= \frac{1}{\|P_k H_k^*\|} v_l^H \prod_{j=1}^{k-1} \left(I_{n_T} - v_j v_j^H\right) \prod_{l=1}^{k-1} \left(I_{n_T} - v_l v_l^H\right) h_k^*$$

$$= \frac{1}{\|P_k H_k^*\|} \underbrace{\left(\underbrace{v_1^H - \overbrace{v_1^H v_1}^{0} v_1^H}_{v_l^H} \right) \prod_{j=1}^{k-1} \left(I_{n_T} - v_j v_j^H\right)}_{v_l^H} \prod_{l=1}^{k-1} \left(I_{n_T} - v_l v_l^H\right) h_k^*$$

$$= \frac{1}{\|P_k H_k^*\|} \left(\underbrace{v_1^H - \overbrace{v_1^H v_1}^{1} v_1^H}_{0} \right) \prod_{i=l+1}^{k-1} \left(I_{n_T} - v_l v_l^H\right) h_k^*$$

이때 채널 용량은,

$$C = \sum_{j=1}^{n_T} \log_2 \left(1 + \frac{P_X^{(\prod(j))}}{P_n^{(\prod(j))}} \left| h_{\prod(j)}^T V_{\prod(j)} \right| \right) \tag{27}$$

여기서, $\prod(j)$: user $\prod(j)$에 할당된 공간자원, $P_X^{(\prod(j))}$: user $\prod(j)$ (Water filling)에 할당된 전력, $P_n^{(\prod(j))}$: user $\prod(j)$의 안테나당 noise 전력

컴퓨터 모의 실험 결과는 그림 4와 같고 Y_1, Y_2, Y_3의 bps/hz이다.

즉, Y_1, Y_2, Y_3가 각각 인접 신호의 간섭이 DPC와 Zero Forcing으로 제거 됐으며 Y_3가 채널 용량이 가장 크다는 것을 확인할 수 있었다.

그림 5에서 볼 수 있듯이 TH Precoding, Block Diagonalization-ZF Detection, Regularized Channel Inversion, Channel Inversion과 더티 페이퍼 전처리

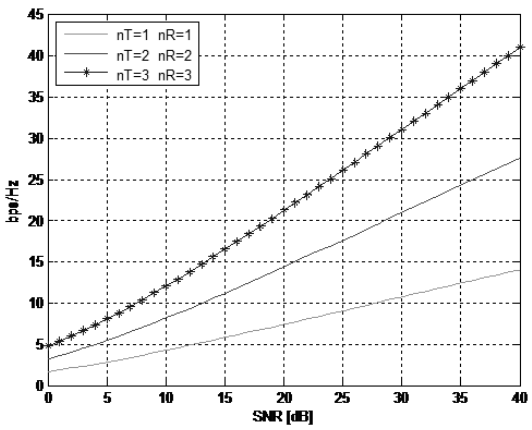


그림 4. 세 명의 다중 사용자 환경에서의 제로포싱(Zero Forcing)과 결합된 더디 페이퍼 전처리 코딩의 채널 용량
Fig. 4. Capacity of Dirty Paper Precoding in conjunction with Zero Forcing in 3 user MIMO system.

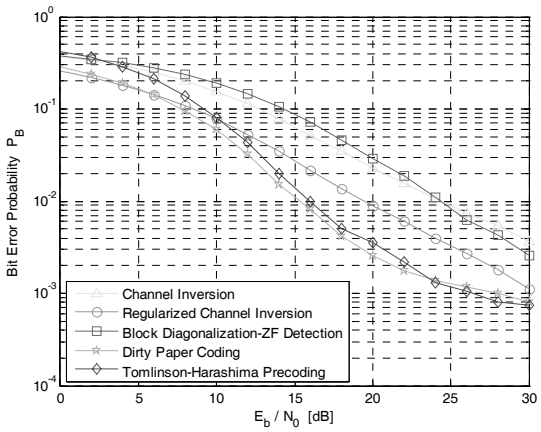


그림 5. 성능 비교 분석
Fig. 5. Peformance comparison among precoding schemes.

기법을 비교하였을 때, 더티페이퍼코딩이 비트오류율 측면에서 가장 성능이 뛰어나다는 것을 알 수 있었다.

V. 결 론

Costa의 "Writing on Dirty Paper Coding"[1]란 논문을 재조명했고 세 명의 사용자가 존재하는 무선 통신 환경에서, 다중 송수신 안테나 시스템의 송신단에서 채널과 사용자에 대한 모든 정보를 안다는 전제하에, 미리 예상 가능한 인접 채널 또는 사용자 사이의 간섭을 제거하여 정보를 전송하는 상황에서의 채널 행렬을 직교 하삼각 행렬 분해와 Gram-Schmidt 직교 정규화 기저로 분석했으며 이를 컴퓨터 모의실험을 통하여 Channel Inversion, Block Diagonal ZF, TH Precoding과 비교했을 때, 더티 페이퍼 코딩 기법의 성능이 우수했음을 확인했다.

감사의 말씀

본 연구는 한국 연구재단의 세계 수준의 연구 중심 대학 (World Class University) R32-2009-000-20014-0와 기초 연구 (Fundamental Research) 2010-0020942 NRF의 지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

[1] M. H. M. Costa, "Writing on Dirty Paper," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 29, no. 3, March 1983
[2] 조용수, 김재권, 양원영, "MIMO-OFDM 무선통신과 MATLAB", 홍릉과학출판사, 2008.07.
[3] 3GPP, RP-091005, *Proposal for Candidate Radio Interface Technologies for IMT-Advanced Based on LTE Release 10 and Beyond.*

저 자 소 개

이 문 호(정회원)
1984년 전남대 전기공학과 (공박, 통신기술사)
1985년~1986년 University of Minnesota 포스트 닥터
1990년 동경대학 공박
1970년~1980년 남양 MBC 송신소장
1980년~2010년 전북대학교 전자정보공학부 교수
2010년~현재 전북대 WCU-Ⅱ연구책임 교수
<주관심분야 : 정보 통신의 원형, 뿌리 찾는 연구>

신 태 철(학생회원)
2001년 전북대학교 정보통공학과 공학석사
2007년~현재 전북대학교 정보통신공학과 박사 과정
<주관심분야 : 통신신호처리, IMO-OFDM>

박 주 용(정회원)
1982년 전북대학교 전자공학과 학사
1994년 전북대학교 전자공학과 박사
1991년 3월~2006년 2월 서남대학교 전자공학과부 교수
2007년 3월~현재 신경대학교 인터넷정보통신학과 부교수
<주관심분야 : 통신신호처리>