

광탄성 위상이동법을 이용한 인장판 경사균열 선단주위의 프린지 해석

Fringe Analysis around an Inclined Crack Tip of Finite-Width Plate under Tensile Load by Photoelastic Phase-Shifting Method

리웨이정*, 백태현**†, 홍동표***, 이병희*, 서진*

Weizheng Li*, Tae Hyun Baek**†, Dong Pyo Hong***, Byung Hee Lee* and Jin Seo*

초 록 광탄성법은 실험역학에서 응력 또는 변형률을 해석하기 위한 여러 실험방법 중의 하나이며, 다양한 종류의 구조물의 응력 분포를 실험적으로 결정하는 기법이다. 광탄성법은 광탄성 영상의 등색 프린지와 등경 프린지로부터 광탄성 시편에 나타나는 전체의 응력장 분포를 정밀하게 측정할 수 있다. 본 논문에서는 여러 가지 광탄성 기법중 8단계 위상이동법(8-step phase-shifting method)에 관한 이론을 살펴보고, 경사균열이 있는 평판 시편에 인장을 가하여 나타난 광탄성 프린지로부터 경사균열 선단주위의 응력분포를 8단계 위상이동법으로 결정한 후, 이들 결과를 유한요소법(FEM)에 의한 결과와 비교하였다. 8단계 위상이동법을 이용한 실험에 의해 측정된 프린지 차수는 유한요소법에 의한 계산된 프린지 차수값에 근접하였다.

주요용어: 광탄성, 광탄성 위상이동법, 등색프린지, 등경프린지, 실험응력해석

Abstract Photoelasticity is a technique of experimental methods and has been widely used in various domains of engineering to determine the stress distribution of structures. Without complicated mathematical formulation, this technique can conveniently provide a fairly accurate whole-field stress analysis for a mechanical structure. Here, stress distribution around an inclined crack tip of finite-width plate is studied by 8-step phase-shifting method. This method is a kind of photoelastic phase-shifting techniques and can be used for the determination of the phase values of isochromatics and isoclinics. According to stress-optic law, the stress distribution could be obtained from fringe patterns. The results obtained by polariscope arrangement combined with 8-step method and ABAQUS FEM simulations are compared with each other. Good agreement between them shows that 8-step phase-shifting method is reliable and can be used for determination of stress by experiment.

Keywords: Photoelasticity, Photoelastic Phase-Shifting Method, Isochromatic Fringe, Isoclinic Fringe, Experimental Stress Analysis

1. 서론

광탄성법은 역학에서 응력 또는 변형률을 해석 위한 실험방법 중의 하나이며, 다양한 종류의 구조물의 응력 분포를 실험적으로 결정하는 방법으

로 공학의 여러 분야에 사용되고 있다[1,2]. 광탄성 실험법은 나타나는 광탄성 프린지로부터 전체 응력장(whole-field stress)을 시각적으로 명확히 판별할 수 있는 장점이 있다.

재래식 광탄성법에 의하면 광탄성 효과를 갖는

[접수일: 2012. 1. 2, 수정일: 2012. 2. 1, 게재확정일: 2012. 2. 10] *군산대학교 대학원 기계공학과, **군산대학교 기계자동차공학부, ***전북대학교 기계시스템공학부, †Corresponding Author: School of Mechanical and Automotive Engineering, Kunsan National University, Kunsan, 573-701, Korea (E-mail: thbaek@kunsan.ac.kr)

시편을 투과형 원형편광기 사이에 위치시키고 하중을 가하면 응력에 의하여 나타나는 등색프린지(isochromatic fringe) 또는 등경프린지(isoclinic fringe)는 광강도(light intensity)가 서로 다른 유한폭의 프린지 밴드를 이루게 된다. 이러한 이유로 최대 또는 최소의 광강도를 갖는 위치에서 육안으로 측정하여 응력으로 변환하고자 할 때 많은 시간이 소요되며 실험오차를 배제할 수 없다. 이를 위하여, 등색선 프린지 차수(isochromatic fringe order)가 반 프린지 이하인 경우에 전체의 응력장으로부터 광탄성 데이터를 자동으로 측정할 수 있는 반프린지 광탄성법(half fringe photoelasticity)이 개발되어 편리하게 사용되고 있다[3]. 일반적으로 프린지 치수가 많을 경우, 광탄성 데이터의 정밀 측정을 위하여 디지털 영상처리를 적용한 등색선 프린지 증식 및 세선처리에 관한 연구(isochromatic fringe multiplication and sharpening)가 이루어져 정밀 응력해석에 응용되고 있다[4,5].

본 논문에서는 여러 가지 광탄성 위상이동법 중 8단계 광탄성 위상이동법(8-step photoelastic phase-shifting method)에 관한 이론을 살펴보고, 경사균열이 있는 폴리카보네이트 계열인 PSM-1 평판에 인장응력을 가하여 나타나는 프린지로부터 균열 선단주위의 일직선상의 응력분포를 8단계 위상이동법으로 결정한 후, 이들 결과를 유한요소법(FEM)에 의한 결과와 비교하였다[6-8].

2. 이론

2.1. 원형편광기

광탄성에서 주응력 차이에 의해 나타나는 등색선프린지(isochromatic fringe)는 Fig. 1과 같이 편광판(polarizer), 두 개의 4분파판(quarter wave plate), 그리고 검광판(analyzer)으로 구성된 원형편광기(circular polariscope)로부터 얻을 수 있다. 선형편광판을 P(polarizer)와 A(analyzer), 4분파판을 Q(quarterwave plate), 그리고 시편을 R(retarder)이라 하면 광원으로부터 원형편광판의 배열은 P Q R Q A 로 나타낼 수 있다.

선형편광판이 수평축과 이루는 각도를 θ_1 및 θ_2 , 4분파판의 고속축(fast axis)이 수평축과 이루는 각도를 Φ_1 및 Φ_2 , 그리고 시편, 즉 지연판(retarder)의 등경 및 등색프린지와 관계되는 α

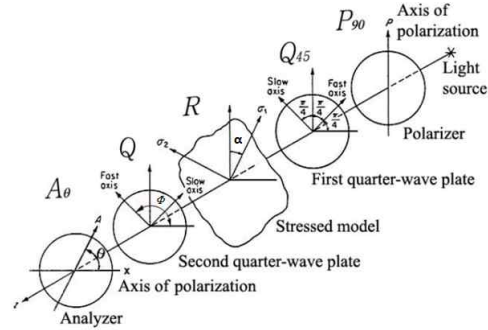


Fig. 1 Schematic representation of circular polariscope

및 δ 를 이용하여 표시하면 편광판 배열 표시는 $P_{\theta_1} Q_{\Phi_1} R_{\alpha, \delta} Q_{\Phi_2} A_{\theta_2}$ 가 된다.

2.2. 위상이동법

8단계 위상이동법(phase-shifting method)은 선형편광판과 4분파판을 Fig. 1과 같이 배열한 후, 검광판과 4분파판을 Table 1에 표시된 각도로 회전시켜 8개의 프린지패턴을 얻는다[6,8]. 8단계 위상이동법에서 각각의 편광판 배열에 따른 광강도는 Table 1에 나타낸 출력광강도(output light intensity)에 관한 식과 같다. Table 1의 No. 1-8의 배열에서 1개의 4분파판(Q)과 검광판만(A)을 회전시켜 프린지 패턴을 얻을 수 있는 장점이 있다.

Table 1에 나타낸 광강도에 관한 식으로부터 등경각, 즉 주응력 방향 또는 등경선(isoclinics) 각도는

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{I_5 - I_6}{I_1 - I_2} \right) \quad (1)$$

또한, 등색 프린지(isochromatics) 차수는 식(2)와 같다.

Table 1 Optical arrangements and intensity equations

No.	Arrangement	Output Light Intensity
1	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_{45} A_{-45}$	$I_1 = K(1 + \cos 2\alpha \sin \delta)$
2	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_{-45} A_{45}$	$I_2 = K(1 - \cos 2\alpha \sin \delta)$
3	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_{-45} A_0$	$I_3 = K(1 - \cos \delta)$
4	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_{45} A_0$	$I_4 = K(1 + \cos \delta)$
5	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_0 A_0$	$I_5 = K(1 + \sin 2\alpha \sin \delta)$
6	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_{90} A_{90}$	$I_6 = K(1 - \sin 2\alpha \sin \delta)$
7	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_0 A_{45}$	$I_7 = K(1 - \cos \delta)$
8	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \delta} Q_{90} A_{45}$	$I_8 = K(1 + \cos \delta)$

$$N = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left[\frac{(I_1 - I_2) \cos 2\alpha + (I_5 - I_6) \sin 2\alpha}{\frac{1}{2}[(I_4 - I_3) + (I_8 - I_7)]} \right] \quad (2)$$

8단계 위상이동법을 이용하면 한점 한점에 대해서 보정을 하지 않고도 각각의 점에서 주응력방향(principal stress direction) 또는 주응력각(α)와 주응력 차이($\sigma_1 - \sigma_2$)에 관계되는 등색프린(N) 데이터를 분리하여 측정할 수 있는 장점이 있다.

3. 실험 및 해석

3.1. 광탄성 실험 시편

8단계 위상이동법에 사용될 등색 프린지 데이터를 얻기 위하여 사용된 모델은 Fig. 2와 같이 중심부에 균열을 있는 유한 폭의 단일축 하중을 받는 시편으로 하였다. 시편의 재질은 폴리카보네이트 계열인 PSM-1이고, 재료의 특성 및 치수는 Table 2와 같다[9].

광탄성 실험에 사용된 편광기는 Fig. 3과 같다. 균열 각도는 $\alpha = 30^\circ$ 이고, 균열폭(crack-width)은 0.5 mm이며, 균열 선단의 팁은 자연균열과 비슷하도록 45도 각도로 날카롭게 가공하였다. 균열

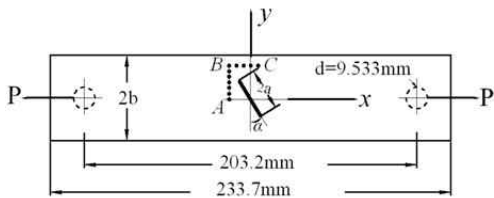


Fig. 2 Uni-axially loaded finite-width tensile plate containing an inclined crack

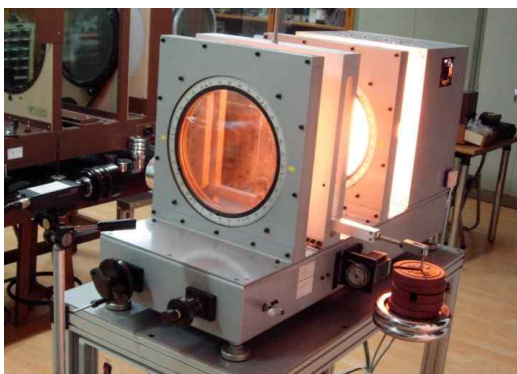


Fig. 3 Transmission type circular polariscope system used in experiment

Table 2 Material properties and dimensions of specimen

Description	Symbol	Value
Elastic modulus	E	2482 MPa
Poisson's ratio	ν	0.38
Photoelastic constant	f_σ	7005 N/m
Tensile stress	σ	3.05 MPa
Initial crack length	$2a$	12.7 mm
Width of specimen	$2b$	38.1 mm
Thickness of specimen	t	3.175 mm

부의 가공은 0.5 mm의 엔드밀 공구를 사용하여 밀링 가공하였으며, 가공중에 열응력이 발생하지 않도록 냉각수를 충분히 공급하였다.

3.2. 8단계 위상이동법 광탄성 실험

8단계 광탄성 위상이동법을 이용, 균열 주위의 등색프린지 차수를 얻기 위하여 시험편에 하중을 가한 후, Table 1과 같이 선형편광판, 두개의 4분파판, 그리고 검광판을 회전시켜 얻은 광탄성 프린지 영상을 CCD(charged coupled device) 카메라를 통하여 받는다. 본 실험에서 시편은 Fig. 1에 나타난 시편 또는 응력판(stressed model)과 같이 4분파판 사이에 위치시킨다. Table 1과 같은 배열에 따라 각각의 편광판을 회전시켜 얻은 8개의 영상은 Fig. 4와 같다.

시편에 가한 인장응력은 $\sigma = 3.05$ MPa이며, 암시야 편광기 배열(dark-field polariscope setup)에서 프린지 패턴은 Fig. 4의 I_3 와 같고 명시야 배열(light-field polariscope setup)에서는 Fig. 4의 I_4 와 같다. 이들 두개의 프린지를 이용하여 프린지 증식기법에 의해 얻은 프린지는 Fig. 5와 같다[4,5]. 또한 2배로 증식시킨 프린지 패턴으로부터 세션처리 기법에 의해 처리된 프린지는 Fig. 6과 같다[4,5]. 증식된 프린지를 얻기 위하여 재래식 광탄성법에서는 부분반사경 등을 사용하였으나 여기서는 디지털 영상처리법을 사용하였다[3,4,9]. Fig. 5와 같이 증식된 프린지로부터 육안에 의해 프린지 분포를 정성적으로 판별할 수 있으며, Fig. 6과 같이 세션으로 처리된 프린지 영상으로부터 특정한 위치(좌표)에서 0.25프린지 간격으로 정밀한 프린지 차수를 판별할 수 있다. Fig. 5와 Fig. 6은 위상펼침(phase unwrapping) 과정에서 그레이

값(grey level)을 프린지로 환산할 경우, 기준 값을 결정하기 위해 사용되었다.

Fig. 4에 나타낸 8개의 영상으로부터 식(1)에 표시된 4개의 영상을 이용하여 등경선 각도를 구하며, 이에 관한 등경선 위상맵(phase map of isoclinics)은 Fig. 7과 같다.

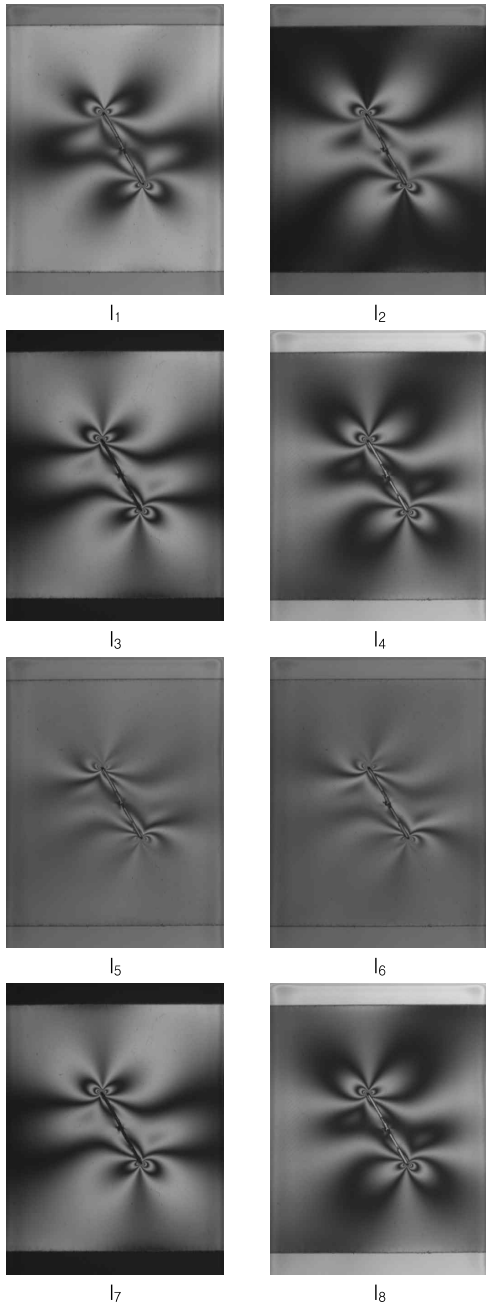


Fig. 4 Eight photoelastic fringe patterns obtained from the optical arrangements of Table 1

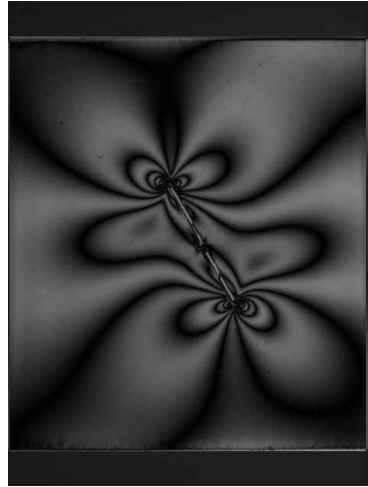


Fig. 5 Doubled fringe patterns obtained by l_3 and l_4

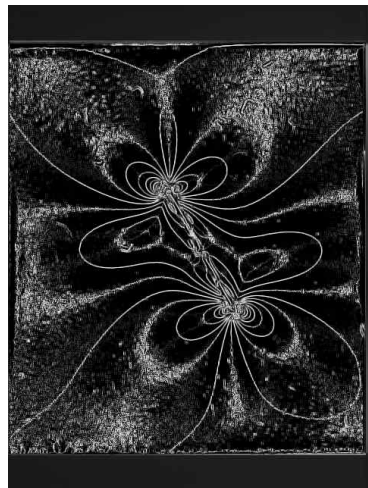


Fig. 6 Sharpened fringe patterns obtained from the doubled fringes

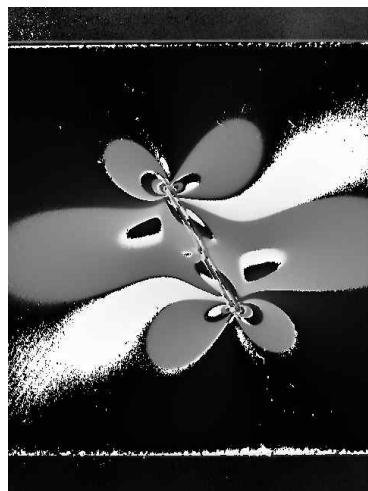


Fig. 7 Phase map of isoclinics

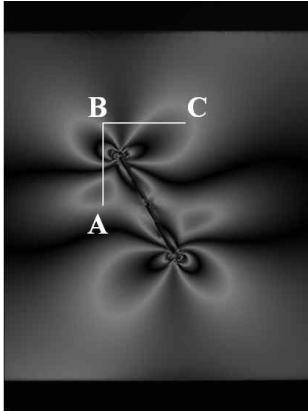


Fig. 8 Phase map of isochromatics

4개의 프린지 패턴 I_1, I_2, I_5 , 그리고 I_6 을 이용하여 식(1)로부터 각각의 픽셀에서 등경각(α)를 구한다. 식(1)에서 계산된 등경각과 8개의 프린지 패턴 $I_1 \sim I_8$ 을 이용하여 식(2)에서와 각각의 픽셀 지점에서 등색프린지 데이터를 얻을 수 있으며, 그 결과는 Fig. 8과 같다.

Fig. 8에 나타낸 선 A-B와 B-C에서 등색프린지 차수를 디지털 영상처리법으로 측정하기 위하여 광강도(light intensity) 또는 그레이 값(grey level)으로 나타내면 Fig. 9 및 Fig. 10과 같다. Fig. 8의 영상에 나타낸 선분(A-B 및 B-C)으로부터 위상을 펼치지 않은 광강도(wrapped phase of light intensity)는 Fig. 9~10에서 --- 표시로 나타냈으며, 이들 값은 Fig. 8에서 나타낸 선 A-B와 선 B-C에 따라 분포된 광강도이다. 이들 그래프에서 위상을 펼친 광강도(unwrapped phase of light intensity)는 --- 표시로 나타냈으며, 이와 같이 펼친 위상의 광강도로부터 환산계수(scaling factor)를 사용하여 프린지차수(isochromatic fringe order: N)으로 변환시킬 수 있다.

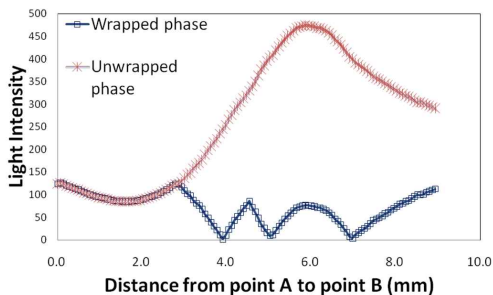


Fig. 9 Light intensities of wrapped and unwrapped phase map along AB-line in Fig. 8

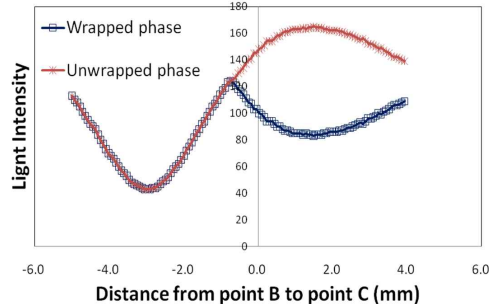


Fig. 10 Light intensities of wrapped and unwrapped phase map along BC-line in Fig. 8

3.3. FEM에 의한 등색프린지 데이터 계산

상용 유한요소 소프트웨어 ABAQUS를 이용하여 Fig. 11과 같이 유한폭(finite-width)의 시편에 인장하중을 가하여 데이터를 계산하였다[10]. FEM모델에서 시편은 CPS3(3-node linear plane stress triangle element)와 CPS4R(4-node bilinear plane stress quadrilateral element)의 두 종류 요소로 분할하였다.

Fig. 12는 ABAQUS모델로 계산된 폰 미세스(von-Mises) 응력 분포를 균열 주위에서 표시하였다.

Fig. 2에 표시된 A-B, B-C선에서 ABAQUS를 이용한 FEM에 의해 계산된 응력성분($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)으로부터 주응력(σ_1 및 σ_2)을 구하고 각각의 지점에서 식(3)을 이용하여 등색프린지 차수를 얻을 수 있다.

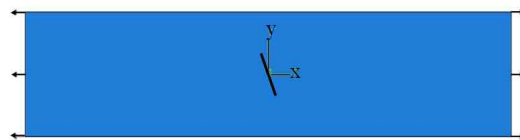


Fig. 11 FEM model of specimen in ABAQUS

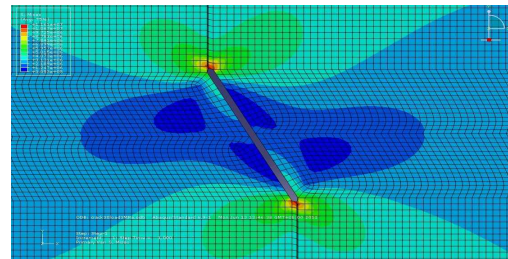


Fig. 12 The von-Mises stress distribution of the loaded tensile plate obtained by ABAQUS discretization

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{t} \quad (3)$$

식(3)에서 f_σ 는 광탄성 시편 재료의 프린지 상수(photoelastic material fringe constant)이고, t 는 시편의 두께이다.

Table 3와 Table 4에서는 각각 Fig. 2에 나타난 선 A-B와 선 B-C에서 8단계 위상이동법으로 측정된 등색프린지 차수(N_{8step})와 FEM에 의해 구한 등색프린지 차수(N_{FEM}), 그리고 식(4)에 의해 계산한 퍼센트 오차(E) 를 나타냈다.

$$E = \frac{(N_{FEM} - N_{8step})}{N_{FEM}} \times 100(\%) \quad (4)$$

8단계 위상이동법을 이용하여 측정된 프린지 차수와 유한요소법에 의한 프린지 차수의 최대 퍼센트 오차는 Table 3에서는 7.94%, Table 4에서

Table 3 Comparison of fringe order distribution along line A-B

No.	x(mm)	y(mm)	N_{8step}	N_{FEM}	Error(%)
1	-5.00	0.00	0.6638	0.6615	0.35
2	-5.00	0.90	0.4914	0.5035	-2.41
3	-5.00	1.80	0.4298	0.4218	1.89
4	-5.00	2.70	0.6092	0.5700	6.87
5	-5.00	3.60	1.0651	0.9867	7.94
6	-5.00	4.50	1.8520	1.7585	5.32
7	-5.00	5.40	2.6566	2.5499	4.19
8	-5.00	6.30	2.7613	2.7557	0.20
9	-5.00	7.20	2.2470	2.4327	-7.64
10	-5.00	8.10	1.9020	2.0309	-6.35
11	-5.00	9.00	1.7556	1.7977	-2.34

Table 4 Comparison of fringe order distribution along line B-C

No	x(mm)	y(mm)	N_{8step}	N_{FEM}	Error(%)
1	-5.00	9.00	1.7661	1.7977	-1.76
2	-4.10	9.00	1.5443	1.5979	-3.36
3	-3.20	9.00	1.3595	1.4028	-3.09
4	-2.30	9.00	1.4396	1.4578	-1.25
5	-1.40	9.00	1.6490	1.6567	-0.47
6	-0.50	9.00	1.8708	1.8541	0.90
7	0.40	9.00	2.0186	1.9739	2.26
8	1.30	9.00	2.0802	2.0184	3.06
9	2.20	9.00	2.0679	2.0124	2.76
10	3.10	9.00	1.9878	1.9761	0.59
11	4.00	9.00	1.9262	1.9246	0.09

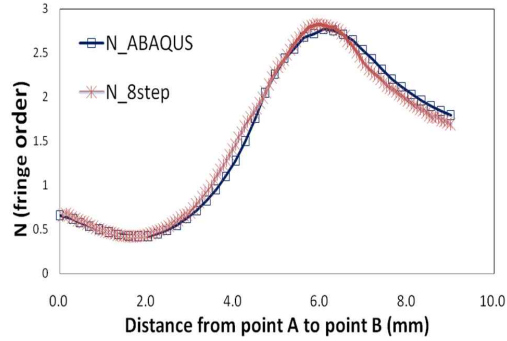


Fig. 13 Comparison of isochromatic fringe order distribution along line A-B

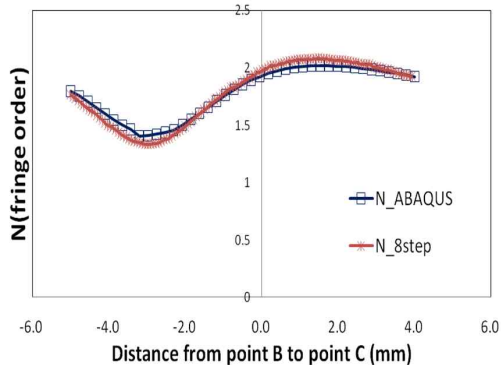


Fig. 14 Comparison of isochromatic fringe order distribution along line B-C

는 3.36%이며, 이들 값은 실험에 의해 나타난 오차로 간주될 수 있다.

Fig. 13과 Fig. 14는 각각 Table 3과 Table 4에 나타난 등색프린지 차수 값들을 그래프로 나타낸 것이다. 이들 그래프에서 보이는 바와 같이 8단계 위상이동법으로 측정된 프린지 분포는 유한요소법(FEM)에 의해 계산된 프린지 값과 대체적으로 일치하였다.

4. 결론 및 토의

본 연구에서는 편광판 배열을 8가지 방법으로 달리하고, 경사균열이 있는 인장시편으로부터 8개의 영상을 얻었으며, 이들 영상으로부터 등경프린지 및 등색프린지 위상맵을 얻었다. 등색프린지 위상맵으로부터 위상을 펼쳐 일직선상에서 등색프린지 차수 분포를 측정하였다. 또한 유한요소법을 이용하여 동일한 선상에서 등색프린지 값을 계산하여 8단계 위상이동법에 의한 프린지

값과 비교하였다. 위상이동법에 의한 프린지 차수는 유효요소법으로 구한 프린지 차수와 실험오차 이내로 근접하였다.

본 연구에서와 같이 경사균열 선단으로부터 임의 거리에 있는 일직선 상에서 광탄성 위상이동법으로 측정된 등색프린지 차수로부터 복소수형 멱급수 응력함수(complex-type power series stress function)를 이용하여 실험법에 의한 응력성분과 응력확대계수(stress intensity factor)를 구할 수 있으며, 추후 이에 관한 연구를 수행할 예정이다 [11,12].

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(No. 2010-0021248).

참고문헌

- [1] M. M. Frocht, "Photoelasticity," John Wiley and Sons, Vol. 1 and 2 (1967)
- [2] J. W. Dally and R. F. Wiley, "Experimental Stress Analysis," 3rd Edition, McGraw-Hill, Inc. (1991)
- [3] C. P. Burger, "Photoelasticity in Handbook on Experimental Mechanics," 2nd Ed., Chapter 5, Edited by A. S. Kobayashi, Society for Experimental Mechanics, Inc., Bethel, Connecticut, pp. 165-266 (1993)
- [4] T. H. Baek, "Digital image processing technique for photoelastic isochromatic fringe sharpening," *Journal of the Korean Precision Engineering*, Vol. 10, No. 3, pp. 220-230 (1993)
- [5] T. H. Baek and J. C. Lee, "Development of image processing technique for photoelastic fringe analysis," *Trans. of KSME*, Vol. 18, No. 10, pp. 2577-2584 (1994)
- [6] T. H. Baek, M. S. Kim, Y. Morimoto and M. Fujigaki, "Separation of isochromatics and isoclinics from photoelastic fringes in a circular disk by phase measuring technique," *KSME International Journal*, Vol. 16, No. 2, pp. 1207-1213 (2002)
- [7] Y. Morimoto, R. Matsui, T. H. Baek and M. S. Kim, "Automated analysis of isochromatics and isoclinics using phase-shifting method," *Journal of the Japan Society for Experimental Mechanics(JSEM)*, Vol. 1, No. 1, pp. 29-33 (2001)
- [8] T. H. Baek, "Measurement of stress distribution around a circular hole in a plate under bending moment using phase-shifting method with reflective polariscope arrangement," *Journal of Solid Mechanics and Material Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 549-556 (2008)
- [9] Photoelastic Division, Measurement Group, Inc., Raleigh, NC 27611, USA.
- [10] ABAQUS Inc., "ABAQUS Analysis User's Manual," ABAQUS Inc. (2003)
- [11] T. H. Baek, "Analysis of stress distribution around a central crack tip in a tensile plate using phase-shifting photoelasticity and a power series stress function," *Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing*, Vol. 29, No. 1, pp. 1-9 (2009)
- [12] T. H. Baek, L. Chen and D. P. Hong, "Hybrid determination of mixed-mode stress intensity factors on discontinuous finite-width plate by finite element and photoelasticity," *Journal of Mechanical Science and Technology(JMST)*, Vol. 25, No. 10, pp. 2535-2543 (2011)