

RRG 시스템의 접촉 피로수명

남형철*, 김창현⁺, 권순만⁺⁺

(논문접수일 2011. 11. 03, 수정일 2011. 11. 29, 심사완료일 2011. 11. 29)

Contact Fatigue Life for RRG System

Hyoungchul Nam*, Chang-Hyun Kim⁺, Soon-Man Kwon⁺⁺

Abstract

An internal type roller ring gear(RRG) system composed of either a pin or a roller ring gear and its conjugated cam pinion can improve the gear endurance from that of a conventional gear system by reducing the sliding contact, while increasing the rolling motion. In this paper, we first proposed the exact cam gear profile and the self-intersection conditions obtained when the profile shift coefficient is introduced. Then, we investigated contact stresses and surface pitting life to find characteristics for surface fatigue by varying the shape design parameters. The results show that the pitting life can be extended significantly by increasing the profile shift coefficient.

Key Words : Roller ring gear(롤러 링기어), Cam pinion(캠 피니언), Profile shift coefficient(전위계수), Load stress factor(하중응력계수), Pitting life(피팅수명)

1. 서론

최근 가공기술의 발전과 더불어 어느 한 쪽의 기어를 핀 또는 롤러로 대체한 롤러 기어 기구(roller gear mechanism, 이하 RGM)에 대한 연구가 다시 활발히 진행되고 있다. 평면 RGM은 크게 직선이송기구와 회전이송기구로 구성되며, 이 중 회전 이송 RGM은 Fig. 1과 같이 외접형 1종과 내접형 2종의 3가지 형태로 분류된다. 외접형 롤러 피니언 기어(이하 RPG, Fig. 1(a) 참조) 시스템은 최근 남형철 등⁽¹⁾에 의해 엄밀 치형설계 및 접촉특성이 연구된 바 있으나, Fig. 1(b), (c)의 내접형 롤러 링기어(이하 RRG) 시스템과 캠 링기어 시스템의 치형 및 강도설계에 관한 연구는 치수차가 1 또는 2인 에피 및 하이포 사이클로이드 감속기⁽²⁻⁴⁾와 용적형 제로터 펌프^(5,6)에 관한 연구를 제

외하고는 전무한 실정이다.

이에 본 논문에서는 트로코이드 오프셋 치형과 전위(profile shift)를 고려하여 롤러 치형 링기어와 치합하는 RRG 시스템의 캠 피니언(cam pinion) 엄밀 치형을 제시하고자 한다.

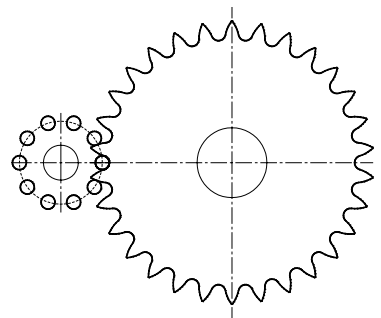
또한 엄밀 치형의 설계방식을 기반으로 RRG 시스템 기어의 내구성을 검토할 필요가 있다. 특히 기어 회전시 주기적이고 반복적인 하중 변화는 표면피팅(surface pitting)^(7,8)을 유발시키는 주요원인으로 알려져 있다. 일단 발생된 피팅은 소음과 진동으로 운전조건을 악화시키며, 방치할 경우 우발적인 파손을 유발시킬 수 있다. 기어 치면의 내구성은 기어의 굽힘파손과 관련된 것보다 훨씬 복잡한 문제이며 접촉응력^(9,10)의 반복에 의한 표면피팅 현상은 과거에서 현재에 이르기까지 오랜 관심사가 되어 왔다. 하지만 피팅기구(pitting mechanism)를 완

* 창원대학교 대학원 기계설계공학과

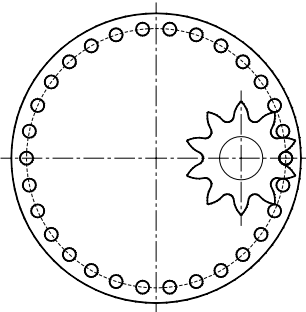
+ 창원대학교 대학원 기계설계공학과

++ 교신저자, 창원대학교 기계설계공학과 (smkwon@changwon.ac.kr)

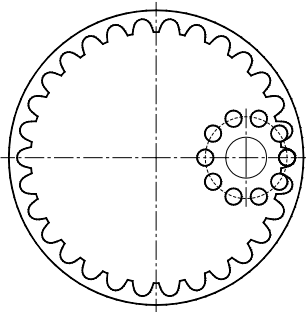
주소: 641-773 경남 창원시 의창구 사림동 9번지



(a) Roller pinion gear (RPG) system



(b) Roller ring gear (RRG) system



(c) Cam ring gear (CRG) system

Fig. 1 RGM for rotary motion

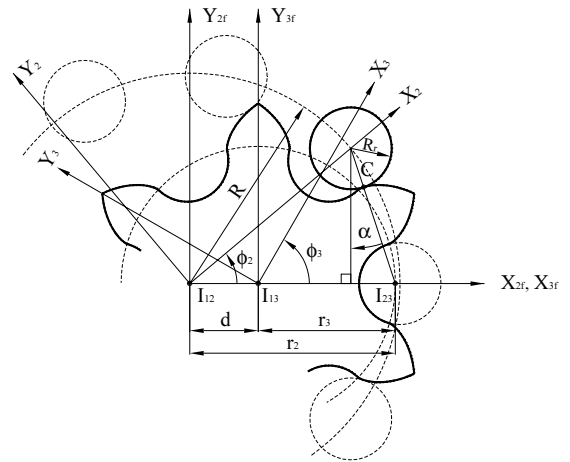


Fig. 2 Schematic for cam pinion profile design

캠 피니언은 각 회전중심(I_{12} , I_{13})을 기준으로 각각 ω_2 , ω_3 의 각속도로 동일 방향 회전하며, 기어의 피치점(I_{23})을 기준으로 일정한 각속도비를 가진다.

캠 피니언의 형상을 결정하기 위해 2개의 고정좌표계(S_{2f} , S_{3f})와 2개의 회전좌표계(S_2 , S_3)를 정의하였다.(Fig. 2 참조) 기어형상 설계제원은 기어 모듈($m = 2R/N_2$), 링기어의 롤러 갯수(N_2)와 캠 피니언의 잇수(N_3), 롤러 직경계수($C_r = 2R_r/m$), 기어의 전위계수(e)와 이끝연장계수(β)로 구성된다.

RRG 시스템의 캠 피니언 치형은 기어 치형 창성의 기본원리인 Camus 정리^(13,14)를 이용하여 결정할 수 있다. 롤러 링기어가 임의의 순간에 회전각 ϕ_2 만큼, 또 캠 피니언이 ϕ_3 만큼 각각 회전했을 때, 고정좌표계의 접촉점(${}^{2f}C$)과 동차 좌표변환을 통해 S_3 -좌표계에서의 캠 피니언 형상좌표(3C)를 최종적으로 다음과 같이 결정할 수 있다.

$${}^3C = M_{3,2f} {}^{2f}C \quad (1)$$

여기서,

$${}^{2f}C = \begin{bmatrix} m(N_2 \cos \phi_2 - C_r \sin \alpha)/2 \\ m(N_2 \sin \phi_2 - C_r \cos \alpha)/2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

또, $M_{3,2f}$ 는 S_{2f} -좌표계에서 S_3 -좌표계로의 동차 좌표 변환 행렬을 나타내고 α 는 압력각이다.

2.2 치형 간섭 방지조건

식 (1)의 캠 피니언 형상의 곡률반경(ρ)은 매개변수 곡률식을 이용하여 결정할 수 있으며 다음과 같다.

벽히 규명한 이론은 현재까지 존재하지 않으며, 다양한 접근⁽¹¹⁾을 통해 그 연구가 활발히 수행되고 있다.

이에 본 논문에서는 전위계수의 변화에 따른 RRG 시스템의 접촉력 및 접촉응력 해석을 수행하고, 24년간 재료의 표면피로 강도 실험을 바탕으로 Morrison⁽¹²⁾이 제안한 하중응력계수(load stress factor)를 이용하여 피팅수명(pitting life)을 예측하여 RRG 시스템의 내구성 설계 향상에 기여하고자 한다.

2. 캠 피니언 형상설계

2.1 형상설계

트로코이드 기반 전위기어의 일종인 RRG 시스템은 N_2 개의 원통형 롤러로 구성된 롤러 링기어와 k 개의 잇수차를 가진 캠 피니언($N_3 = N_2 - k$)으로 구성된 내접기어이다. 롤러 링기어와

$$\rho/m = \frac{kN_2(\mu^2 + 1 - 2\mu \cos\phi_2)^{3/2}}{2\mu[k\mu^2 + N_2 - \mu(k + N_2) \cos\phi_2]} - \frac{C_r}{2} \quad (3)$$

여기서, $\mu = R/r_2$ 이다.

RRG 시스템의 설계에 있어서 두 가지의 치형 간섭 조건⁽¹⁵⁾을 고려할 필요가 있다. 첫 번째, 창성된 캠 피니언 기어의 치형이 볼록한 부분에서는 식 (3)의 곡률반경 값이 항상 '0'보다 큰 값을 가져야 한다. 만약 음의 값을 가지는 경우 Fig. 3의 [A]와 같이 치형이 서로 꼬이는 간섭현상(self-intersection)이 발생할 수 있다. 따라서 $d\rho/d\phi_2 = 0$ 의 조건을 적용하여 기어 치형의 간섭을 피하기 위한 롤러 직경계수의 최대값 $(C_r)_{\max}$ 를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$(C_r)_{\max} = \frac{kN_2}{\mu} \left(\frac{3}{N_2 + k} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{(\mu^2 - 1)(N_2 - k)} \quad (4)$$

두 번째, Fig. 3의 [B]에서와 같이 롤러 직경계수의 선정에 따라 롤러 기어가 서로 겹치는 현상(overlapped teeth)이 발생할 수 있다. 롤러 링기어가 캠 피니언과 접촉하여 동작하기 위한 기하학적 조건에 의해 롤러와 롤러 사이의 공간이 필요하며, 이는 롤러의 개수(N_2)와 관련이 있고 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$(C_r)_g < N_2 \sin(\pi/N_2) \quad (5)$$

따라서 RRG 시스템의 롤러 직경계수는 다음의 조건을 고려하여 선정하여야 한다.

$$C_r < \min[(C_r)_{\max}, (C_r)_g] \quad (6)$$

대부분의 RRG 시스템 설계시 [A]와 같은 현상이 발생하기 이전에 [B]에 의한 간섭이 먼저 발생한다. 따라서 곡률반경 값

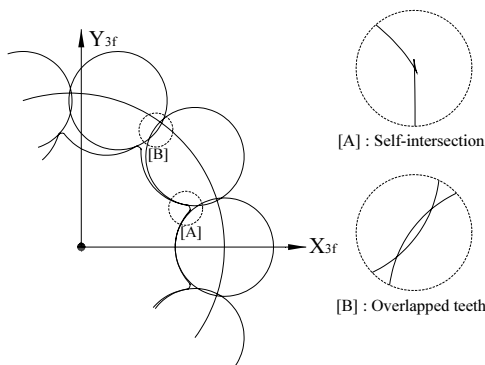


Fig. 3 Design example for intersections

토에 앞서 롤러 개수의 적절한 선정을 통해 간섭을 피할 수 있을 것으로 판단된다.

3. 피팅수명

압축하중하의 표면 피로한도는 아직까지 정확히 규정할 수 없기 때문에 본 논문에서는 특정 내구수명 내에서 안전한 내구하중을 결정하는 데 사용되는 하중응력계수(K_i)를 통해 표면피로강도 해석을 수행하였으며, 다음의 표면피로 S-N 선도 식⁽¹²⁾으로 피팅수명을 평가하였다.

$$N_p = 10E(\zeta - \lambda \log_{10}(K_i)_{\max}) \quad (7)$$

여기서, λ 및 ζ 는 Morrison⁽¹²⁾의 실험적 강도계수이고 하중응력계수 K_i 는 다음과 같다.

$$K_i = \frac{F_i}{R_i^* H} \quad (8)$$

이때 F_i 및 R_i^* 는 i -번째 롤러 링기어와 캠 피니언의 접촉점에서의 접촉력 및 등가 곡률반경이고 H 는 캠 피니언의 치폭이다. 식 (8)의 하중응력계수 선정을 위해서는 접촉력의 결정이 선행되어야 한다. Fig. 4에서와 같이 캠 피니언의 중심 I_{13} 에 입력토크 T_{in} 이 주어질 경우, 임의의 회전각 θ_i 에 위치한 i -번째 롤러와 캠 피니언과의 접촉력 F_i 는 변형을 고려한 부정정 문제 접근^(1,5,6)을 통해 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$F_i = \frac{T_{in} l_i}{\sum_{j=1}^n l_j^2}, \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (9)$$

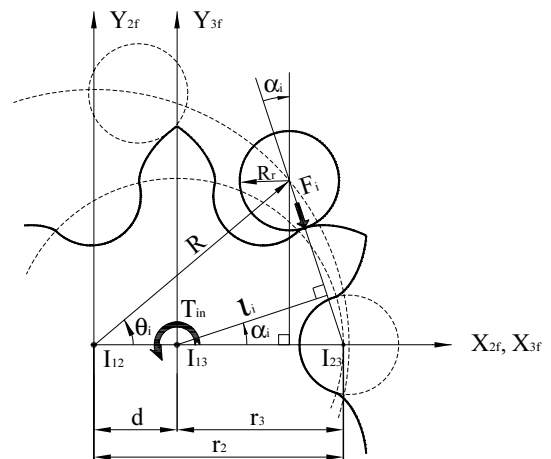


Fig. 4 Schematic for determination of contact force

여기서 l_i 는 모멘트 암, n 은 롤러 링기어와 캠 피니언 간의 초기 접촉점 수를 의미하고 각각은 다음과 같다.

$$l_i = \begin{cases} r_3 \cos \alpha_i & (0 \leq \alpha_i < \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i < \pi) \end{cases} \quad (10)$$

$$n = 2[\beta] + 1 \quad (11)$$

그리고 $[\cdot]$ 는 Gauss 기호이다.

i -번째 롤러와의 접촉점에서 접촉력은 식 (9)를 통하여 구할 수 있으므로, 설계에 고려된 재료의 특성과 곡률반경을 고려하여 접촉점에서의 Hertz 접촉응력은 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$p_H = \sqrt{\frac{K_i E^*}{2\pi}} \quad (12)$$

여기서, $E^*/2$ 는 등가 탄성계수이다.

4. 결과검토

4.1 설계변수

동일 롤러 링기어 설계제원 하에서 3종류의 캠 피니언 치형에 대한 RRG 시스템의 접촉응력 특성변화를 고찰하기 위해 Table 1과 같은 형상 설계제원을 고려하였다. 여기서 Table 1의 물림률 ϵ 은 이끝연장계수 β 의 함수($\epsilon=3-2/\beta$, $1 \leq \beta < 2$)로 동일 물림률을 고려하였다.

Fig. 5는 전위계수 $e=0.158$ 일 때 설계된 RRG 시스템의 초기 접촉 상태이며, 초기위치에서는 3곳의 접촉위치를 가지고 기어가 회전함에 따라 하나 또는 두 곳의 유효접촉을 유지한다. 이때, 캠 피니언의 회전에 따라 물림이탈이 빠른 시간 순서로 롤러들의 접촉번호를 지정하였다.

4.2 형상검토

기어 이뿌리(dedendum) 하단점을 기준으로 전위계수 변화에 따른 캠 피니언의 치형 변화를 Fig. 6에 도시하였다. 전위계수가 증가함에 따라 이뿌리 부위의 폭은 증가하였고, 이끝 부위의 폭 및 치 높이는 다소 감소하는 형상의 변화를 확인할 수 있다.

Fig. 7은 캠 피니언 치형의 곡률반경 변화를 나타낸다. 기어의 동작에 있어서 대부분의 접촉하중을 담당하는 이끝 부위의 곡률반경(볼록 부위)이 전위계수가 증가함에 따라 증가하는 결과를 보였다. 이는 곡률반경을 주요 인자로 가지고 있는 하중응력계수 및 접촉응력에 영향을 줄 것으로 기대된다. 또한 치 꼬

Table 1 Shape design parameters

Design parameters	Values
m	4.75 (mm)
N_2	30
N_3	10
C_r	1.684
e	0.053, 0.158, 0.210
ϵ	1.889
H	16 (mm)

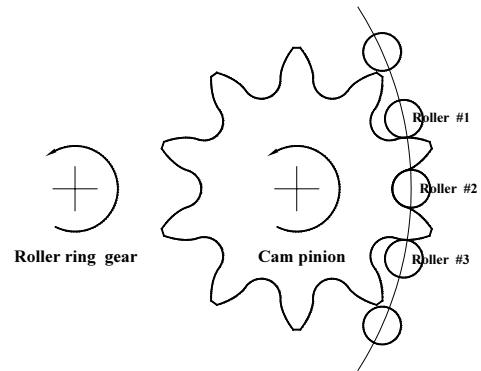


Fig. 5 Initial position of RRG system ($e=0.158$)

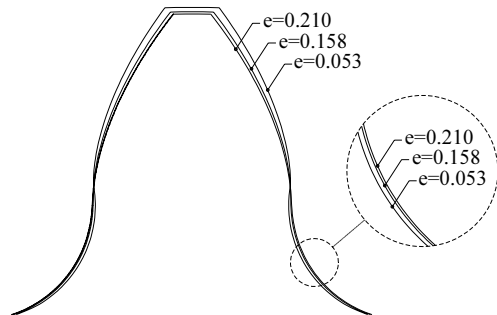


Fig. 6 Cam pinion profile with the variation of e

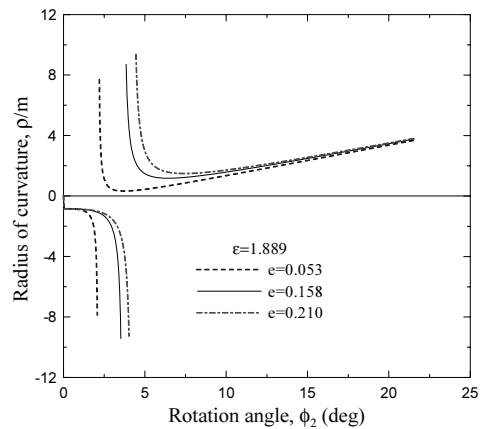


Fig. 7 Comparison of radius of curvature

Table 2 Results for roller diameter coefficients

e	C_r	$(C_r)_{max}$	$(C_r)_g$
0.053	1.684	2.334	3.136
0.158		4.036	
0.210		4.656	

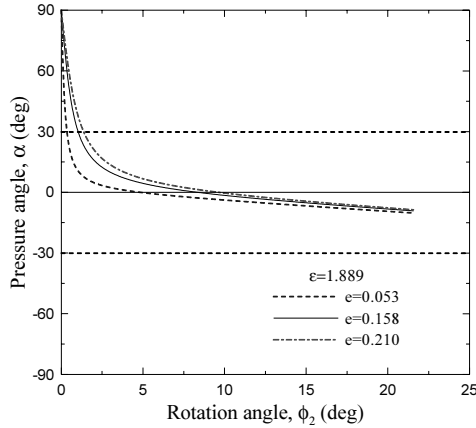


Fig. 8 Comparison of pressure angle

임(self-intersection) 현상을 확인하기 위해 Table 1의 설계변수를 고려하여 롤러 직경계수를 Table 2에 정리하였다. 설계변수로 선정된 롤러 직경계수는 식 (6)의 형상설계 조건식을 만족함을 알 수 있다.

전위계수에 따른 압력각의 변화를 Fig. 8을 통해 살펴보면 전위계수가 증가함에 따라 압력각도 비교적 증가하는 결과를 보여주고 있다. 특히 일반적인 기어의 허용 압력각이 30° 이하임을 고려할 때, 기어의 물림에 있어서 하중을 전달하는 이끝 접촉 영역(음의 영역)에서의 압력각들은 고려된 전위계수와 상관없이 허용 압력각의 범위를 모두 만족함을 확인할 수 있다.

4.3 접촉응력 특성

RRG 시스템의 접촉력과 접촉응력의 해석 결과를 검토하기 위한 해석제원을 Table 3에 정리하였으며, 재료는 일반적으로 사용되는 강을 채택하였다.

먼저 기어가 동작함에 있어 접촉구간에 따른 롤러들의 접촉력 변화를 Fig. 9에 도시하였다. 접촉하는 전체구간에서 두 쌍의 기어치 또는 한 쌍의 기어치가 접촉력을 주기적으로 분담하고 있으며 한 쌍의 기어치가 하중을 전달하는 구간에서는 접촉력이 급격히 증가함을 알 수 있다. 이러한 급격한 하중의 주기적이고 지속적인 변화는 피로파손을 야기할 수 있다.

Fig. 10은 전위계수의 변화에 따른 2번 롤러(Fig. 5 참조)의 전체 유효접촉구간에 대한 접촉력의 변화를 도시하였다. 롤러링기어의 회전에 의한 캠 피니언의 접촉력 변화는 접촉하는 전구간에 대해서 전위계수의 영향을 거의 받지 않았다. 하지만

Table 3 Analysis parameters

Analysis parameters		Values
Elastic modulus	E_C (cam pinion)	205 (GPa)
	E_R (roller ring gear)	200 (GPa)
Poisson's ratio	ν_C (cam pinion)	0.29
	ν_R (roller ring gear)	0.29
Input torque, T_{in}		40.0 (N·m)

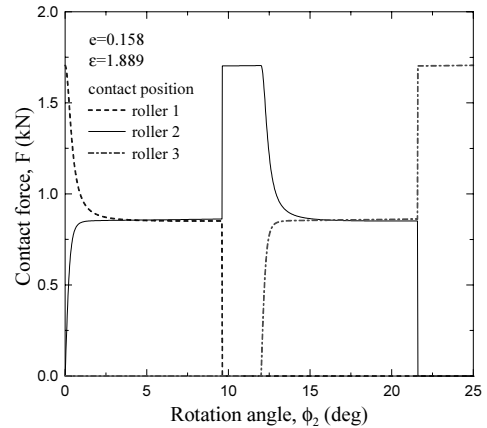


Fig. 9 Distribution of contact force

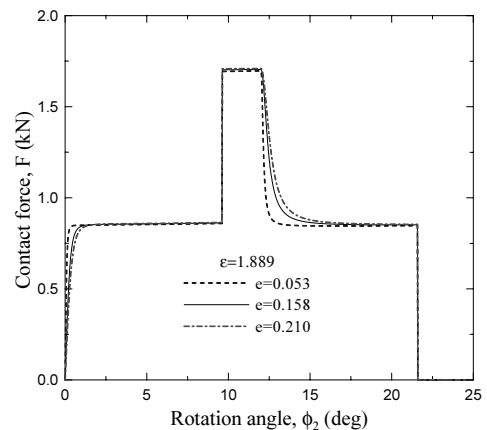


Fig. 10 Comparison of contact force

Fig. 11에서 보듯이 물림에 의해 접촉 치 하중분담구간에서 하중전담구간으로의 천이 이전 영역에서 전위계수가 증가함에 따라 접촉응력이 상당히 감소, 완만해짐을 알 수 있다. 이는 접촉응력의 중요 결정 인자인 접촉력의 변화에 비해 곡률반경이 증가하여 접촉응력이 감소하였다.

4.4 피팅 수명

전술한 접촉력 및 접촉응력 해석을 기반으로 전위계수에 따른 하중응력계수 결과를 Fig. 12에 도시하였다. 접촉응력과 마찬가지로 하중응력계수도 전위계수가 증가함에 따라 감소하는

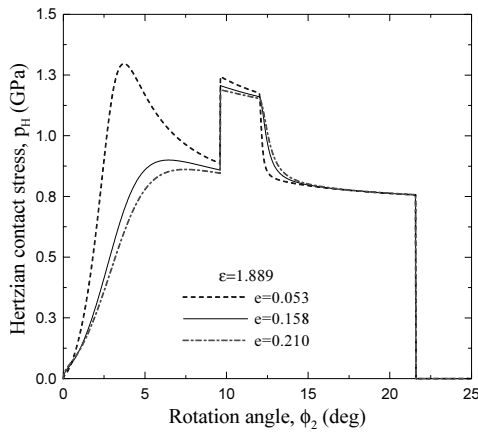


Fig. 11 Comparison of Hertzian contact stress

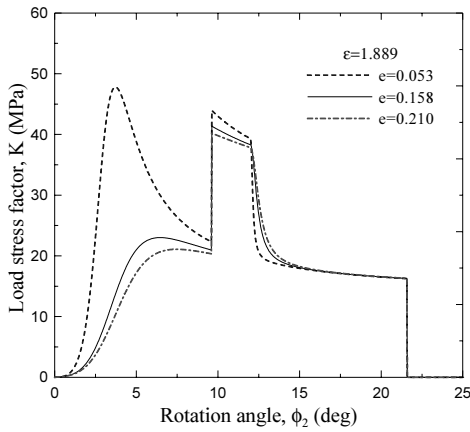


Fig. 12 Comparison of load stress factor

Table 4 Analysis properties for surface fatigue

Properties	Materials & values
Roller ring gear	HRC 60-62 : tool steel
Cam pinion	HB 270-300 : 4340 steel
λ	18.05
ζ	75.55
Rolling & sliding	9.0 (%)

경향을 나타내었다.

하중응력계수의 해석결과를 이용한 피팅수명 예측을 위해 고려한 RRG 시스템의 실험적 강도계수 및 재질은 Table 4와 같다. 이때 일반적인 기어 및 캠의 전형적인 구름-미끄럼 조합운동을 고려하여 평균 9%의 미끄럼률을 선정하였다.

그리고 하중응력계수와 식 (7)을 통해 결정한 피팅수명을 전위계수의 변화와 함께 Table 5에 정리하였다. 전위계수가 0.210인 경우 예상 수명이 3.797×10^7 (cycles)로 전위계수 0.053 대비 약 23배의 피팅수명이 증가하였음을 확인할 수 있다. 이를 통해 동일한 링기어 형상과 치합하는 RRG 시스템 캠

Table 5 Analysis results of surface fatigue

e	$(K_t)_{max}$, MPa	N_p , cycles
0.053	47.799	1.666×10^6
0.158	41.357	2.272×10^7
0.210	40.197	3.797×10^7

피니언의 내구수명을 증가시킬 수 있는 방안으로 전위계수의 증가가 효과적일 것으로 판단된다.

5. 결론

본 논문에서는 RRG 시스템의 엄밀 치형설계와 면압강도 해석을 통해 기어의 접촉 표면에 대한 내구수명을 평가하고자 하였고, 그 결과는 다음과 같다.

- (1) RRG 시스템의 캠 피니언 엄밀 치형 설계식을 제시하였으며, 곡률반경과 기하학적 형상을 이용한 간섭 방지조건을 검토하여 치 꼬임으로 인한 간섭을 미연에 방지하고자 하였다. 또한 형상에 있어서 전위계수의 증가에 따라 치형의 곡률반경이 전체적으로 증가하였다.
- (2) 전위계수가 증가함에 따라 접촉력의 변화는 미미하였으나 접촉 응력 및 하중응력계수는 크게 감소하는 경향을 확인할 수 있다.
- (3) 하중응력계수를 통해 RRG 시스템의 표면피로한도를 검토하였다. 전위계수가 증가함에 따라 추정된 피팅수명이 증가하는 결과를 보였다.

결론적으로 내접기어인 RRG 시스템에서 전위계수의 변화는 기 설계된 시스템에 거의 영향을 주지 않으면서 접촉 표면에 대한 내구수명을 향상시킬 수 있는 주요한 방법이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

후 기

이 연구에 참여한 연구자는 ‘2단계 BK21 사업’의 지원비를 받았음.

참 고 문 헌

- (1) Nam, H. C., Kwon, S. M., and Shin, J. H., 2011, “Contact Surface Fatigue Life for RPG System,” *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 35, No. 11, pp. 1453~1459.
- (2) Litvin, F. L., and Feng, P., 1996, “Computerized

- Design and Generation of Cycloidal Gearings,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 31, No. 7, pp. 891~911.
- (3) Shin, J.-H., and Kwon, S.-M., 2006, “On the Lobe Profile Design in a Cycloid Reducer using Instant Velocity Center,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, No. 5, pp. 596~616.
- (4) Lai, T., 2004, “Geometric Design of Roller Drives with Cylindrical Meshing Elements,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 40, No. 1, pp. 55~67.
- (5) Kwon, S. M., Nam, H. C., Lu, L., and Shin, J. H., 2009, “A Study on Optimal Wear Design for a Gerotor Pump,” *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 33, No. 1, pp. 82~88.
- (6) Kwon, S. M., Sim, M. Y., Nam, H. C., and Shin, J. H., 2009, “Optimal Wear Design for a Hypotrochoidal Gear Pump without Hydrodynamic Effect,” *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 33, No. 12, pp. 1383~1392.
- (7) Way, S., 1935, “Pitting due to Rolling Contact,” *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, Vol. 57, pp. 49~58.
- (8) Littmann, W. E., and Winder, R. L., 1966, “Propagation of Contact Fatigue from Surface and Subsurface Origins,” *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 88, No. 3, p. 626.
- (9) Buckingham, E., 1949, *Analytical Mechanics of Gears*, McGraw-Hill, New York.
- (10) Tabourdet, G. J., 1957, *Surface Endurance Limits of Various USMC Engineering Materials*, Research Division of United Shoe Machinery Corporation, Beverly, MA.
- (11) Bae, I. H., and Chong, T. H., 2004, “Design of Gear Dimension and Tooth Flank Form for Optimal and Robust Gear Performance,” *Transactions of the KSMTE*, Vol. 13, No. 4, pp. 79~86.
- (12) Morrison, R. A., 1968, “Load/life Curves for Gear and Cam Materials,” *Machine Design*, Vol. 40, No. 1, pp. 102~108.
- (13) Litvin, F. L., 1994, *Gear Geometry and Applied Theory*, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- (14) Shin, J. H., Kwon, S. M., Chang, S. W., and Kim, J. C., 2006, “Study on Structural Characteristics of Circle Drive by Contact Motion of Circular Plate Gear and Housing Roller Gear,” *Proceedings of KSMTE 2006 Spring Conference*, pp. 617~622.
- (15) Mimmi, G. C., and Pennacchi, P. E., 2000, “Non-undercutting Conditions in Internal Gears,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, No. 4, pp. 477~490.