

다물체 동역학 해석을 위한 기어 강성 모듈 개발

송진섭*, 이근호⁺, 박영준⁺, 배대성⁺⁺, 이철호⁺⁺

(논문접수일 2011. 08. 22, 수정일 2011. 09. 17, 심사완료일 2011. 09. 19)

Development of Gear Stiffness Module for Multi-Body Dynamic Analysis on Gears

Jin-Seop Song*, Geun-Ho Lee⁺, Young-Jun Park⁺, Dae-Sung Bae⁺⁺, Chul-Ho Lee⁺⁺

Abstract

Dynamic as well as static and geometric design parameters such as inertia, tooth profile, backlash and clearance can be directly considered via multi-body dynamic analysis along with contact analysis. However, it is time consuming to use finite elements for the consideration of the tooth flexibility in the multi-body dynamic analysis of gears. A computationally efficient procedure, so called, Gear Stiffness Module, is suggested to resolve this calculation time issue. The characteristics of gear tooth compliance are discussed and rotational stiffness element concept for the Gear Stiffness Module is presented. Transmission error analyses for a spur gear system are carried out to validate the reliability and efficiency of the module. Compared with the finite element model, the Gear Stiffness Module yields considerably similar results and takes only 3% of calculation time.

Key Words : Multi-body dynamic analysis(다물체 동역학 해석), Contact analysis(접촉 해석), Calculation time(계산 시간), Gear stiffness module(기어 강성 모듈), Gears(기어), Transmission error analysis(전달오차 해석)

1. 서론

기어트레인은 일반적으로 회전 시 기어치 물림의 미끄럼속도(Sliding velocity)가 빠르고 기어트레인 구조에 따라 복잡한 변수가 상호 유기적으로 작용하고 있다⁽¹⁾. 특히, 최근의 풍력발전기 증속기와 관련하여 활발한 연구가 진행되고 있는 유성기어트레인은 복수의 기어치 물림과 캐리어 부양(Floating)등이 기어특성을 결정하는데 크게 영향을 주는 것으로 알려져 있다^(2,3). 이러한 특성을 해석적으로 반영하여 그 영향을 파악하기 위해서는 준정적 해석(Quasi-static analysis)으로는 불가능하며 동

역학적 해석(Dynamic analysis)이 필수적이다.

이때 기어치의 강성은 기어트레인의 특성을 좌우하는 주요한 변수이며 이는 전달오차(Transmission error) 및 노이즈 등 기어특성과 밀접한 관련이 있는 것으로 알려져 있다⁽⁴⁾. 따라서 기어해석에서 기어치의 강성 특성을 고려하는 것은 중요한 문제이다.

기어 해석에 널리 사용되고 있는 일반적인 상용프로그램(KISSsoft[®] 등)은 기어치의 물림상태를 미리 정의하여 기어회전에 따른 기어쌍의 강성이 일정한 형태로 반복된다는 가정을 내포하고 있으며 준정적 해석이론에 기반하고 있다⁽⁵⁾.

* 한국기계연구원 시스템엔지니어링연구본부 (jssong@kimm.re.kr)

주소: 대전광역시 유성구 장동 171번지

+ 한국기계연구원 시스템엔지니어링연구본부

++ 한양대학교 기계공학부

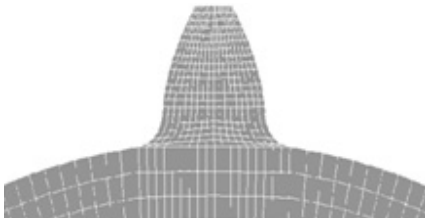


Fig. 1 Finite element model for flexible gear tooth

이 밖에도 연구용 목적으로 자체적으로 개발한 프로그램(In-house code)을 통하여 동적 해석을 수행한 사례는 있으나^(6,7), 기어의 물림특성 등을 미리 정의하는 등 다양한 가정을 통하여 모델링을 매우 단순화함으로써 기어설계변수의 영향이 해석결과에 직접 반영될 수 없는 한계가 있다⁽⁸⁾.

최근의 상용 다물체 동역학 프로그램들은 형상을 직접 따라가면서 접촉을 계산하고 유연체 특성도 고려할 수 있는 수준에 이르렀으며 지속적인 컴퓨터기술의 발전에 따른 계산속도의 획기적인 증가와 더불어 다양한 영역으로 적용범위가 확대되고 있다. 따라서 기어트레인에 대해서도 기어치를 포함한 일정 범위를 유연체 요소로 모델링하고 기어치 형상을 따라 접촉을 계산하는 다물체 동역학 해석 적용을 고려해 볼 수 있다. 이러한 방법으로 해석을 수행한다면 지금까지의 일반적인 기어해석방법과 달리 기하학적 형상 및 공차 등의 설계변수가 해석과정에 직접 고려됨으로써 설계변수와 기어특성간 상관관계를 직접적으로 파악하는 것이 가능할 것이다. 그런데, 기어의 유연체 특성과 안정적인 접촉계산을 위해서는 기어치 형상을 해석 모델에 적절히 반영할 필요가 있으므로 Fig. 1에서 보는 바와 같이 기어치 하나에 대해서도 상당한 수준의 유한요소를 필요로 하게 되며 특히 유성기어트레인과 같이 많은 수의 기어치가 존재하는 경우 계산자유도 증가에 따른 계산시간 증가 때문에 실용적 관점에서의 해석은 불가능해진다. 이러한 이유로 인하여 지금까지 기어트레인을 다물체 동역학을 적용하여 연구한 사례는 찾아볼 수 없는 실정이다.

본 연구에서는 기어트레인의 설계변수와 특성간의 상관관계 연구에 다물체 동역학 해석을 적용하기 위하여 기어의 유연체 및 접촉 특성을 고려하면서도 해석시간을 실용적인 수준으로 낮출 수 있는 기어 강성 모듈을 제안하고 그 유용성을 검증하였다.

2. 기어 해석 모듈의 구성

2.1 다물체 동역학(Multi-Body Dynamics)

기하학적 형상을 따라가면서 접촉을 직접 계산할 수 있는 상용 다물체 동역학 프로그램으로는 ADAMS, SAMCEF, DAFUL[®] 등이 있고, 본 연구에서는 DAFUL[®]을 이용하여 다물체 동역학 해석을 수행하였다. DAFUL[®]은 형상을 갖는 유한요소로 유연

체 모델링이 가능하며 임플리시트(Implicit) 코드의 특성을 갖는다.

DAFUL[®]의 유연체-다물체 동역학 해석은 다음과 같은 구속 조건을 포함하는 운동방정식을 수치적 알고리즘을 통하여 계산하는 과정이다⁽⁹⁾.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} - \mathbf{Q} + \boldsymbol{\Phi}_q^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{0} \quad (2)$$

여기서, \mathbf{M} 은 질량 행렬, \mathbf{K} 는 강성 행렬, \mathbf{Q} 는 일반화된 힘 벡터, $\boldsymbol{\Phi}$ 는 구속 조건 벡터, $\boldsymbol{\lambda}$ 는 라그랑지 곱수 벡터이다.

접촉 조건은 헤르쯔 접촉이론(Hertz contact theory)에 기초한 유연접촉-힘 모델을 적용하여 계산된다⁽⁹⁾.

$$P = k\delta^n + c(\delta) \quad (3)$$

여기서, P 는 접촉력, k 는 접촉 강성, c 는 접촉 감쇠 계수, δ 는 접촉 침투량이다.

2.2 기어 강성 모듈(Gear Stiffness Module)의 개념

기어몸체의 강성은 기어치에 비해서는 월등히 크기 때문에 기어특성 측면에서 의미 있는 변형은 기어치를 포함하는 주변 변형에 한정된다고 볼 수 있다. 따라서 Fig. 2에 나타난 바와 같이 기어치를 기어몸체에서 분리한 후 강성요소를 적용하여 연결한 모델에 대하여 접촉 및 다물체 동역학 해석을 수행하는 방법을 생각해 볼 수 있다. 이렇게 하면, 기어의 강성은 강성요소를 통하여 정의될 수 있고 기어치형, 백래시(Backlash) 등 기하학적 설계정보는 기어치 요소에서 고려될 수 있다.

접촉력이 작용할 때, 치뿌리점은 회전 및 병진 변위가 동시에 발생할 것이므로, 연결요소에 병진강성성분을 추가함으로써 강체기어치의 회전을 보다 정확히 묘사할 수 있다. 실제로 접촉 알고리즘은 접촉하는 두 곡면 형상의 영향에 따라 접촉위치 및 접촉 변형량을 다르게 계산하므로 강체 기어치의 회전을 최대한 유연체 기어치의 회전과 유사하게 묘사할 필요가 있다. 그러나 이뿌리점의 병진변형은 다른 변형성분에 비해 작을 것이고 기어치 간에 접촉이 발생하는 위치가 일반적으로 이뿌리에서 일정 거리만큼 떨어져 있기 때문에 그 영향이 크지 않을 것으로 예측되는데 비해 모델링의 자유도를 증가시켜 해석시간 증가의 원인이 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 기어치-몸체 연결 요소는 회전강성만으로 정의하도록 하였다. 이렇게 하면, 해석 모델의 자유도는 추가되는 강성요소만큼 다소 증가하게 되지만 유한요소를 사용하는 경우에 비해서는 현저히 감소하게 된다. 그러므로 이러한 기어해석모듈을 통하여 기어트레인의 유

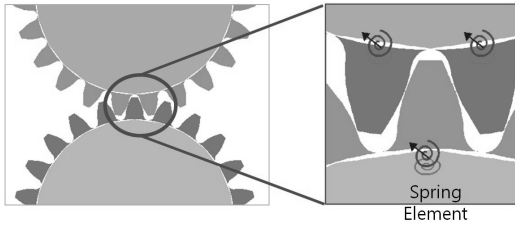


Fig. 2 Multi-body dynamic analysis model with Gear Stiffness Module

연체 및 접촉 특성이 고려된 다물체 동역학 해석을 합리적 시간 내에 수행할 수 있을 것으로 기대할 수 있다.

2.3 기어치 강성 특성 정의

Fig. 3은 접촉력(P)이 작용할 때, 기어치 변형 특성을 도식적으로 나타내고 있다. 이론적으로는 기어치 자체도 유연체이므로 접촉력(P)이 작용하면 변형을 하게 된다. 그런데 기어 강성 모듈에서 기어치 자체는 강체이므로 상대적인 변형이 허용되지 않는다. 따라서 기어치-몸체를 연결하는 연결강성요소의 특성은 기어치 내의 어떤 점을 기준으로 정의하는가에 따라 달라진다. 그렇지만, 기어중심의 회전량은 접촉위치(A)의 변형에 의해서 결정되므로, 접촉점의 변형만을 기준으로 연결요소의 강성특성을 정의하는 것이 합리적이다. 한편, 접촉지점(A)에서의 국부적인 접촉변형은 식 (3)에서 정의한 바와 같이 접촉알고리즘을 통하여 고려될 것이므로 연결요소의 강성특성을 정의할 때 접촉변형 기여분은 제외하여야 한다.

Tavakoli 등은 컴플라이언스(Compliance, 단위 힘이 작용할 때의 변형량)를 굽힘 및 전단, 치뿌리 강체회전 그리고 접촉에 대해 각각 계산할 수 있는 공식들을 제시하고 있다⁽¹⁰⁾. 기어의 회전(φ)에 대하여 접촉변형을 제외한 작용선(Line of action) 방향의 컴플라이언스는 굽힘 및 전단에 의한 기여분(Q_b)과 치뿌리의 강체회전에 의한 기여분(Q_r)의 합(Q_n)이라고 할 수 있다.

$$Q_n(\varphi) = Q_b(\varphi) + Q_r(\varphi) \quad (4)$$

Fig. 4에서 보는 바와 같이 접촉위치A가 B지점까지 변형하는 것을 기어 강성 모듈에서 등가의 회전변형으로 전환해 주기 위해서는 D지점까지 이동을 필요로 한다. 점 B는 DF를 잇는 선 위에 존재한다는 조건으로부터 다음과 같은 비선형 관계식을 얻을 수 있으며, Newton-Raphson 방법을 통하여 컴플라이언스(Q_n)에 대응하는 회전변위(θ)를 계산할 수 있다.

$$x_B = \frac{\frac{x_F(y_D - y_F)}{(x_D - x_F)} - x_A \tan \beta + (y_A - y_F)}{\frac{(y_D - y_F)}{(x_D - x_F)} - \tan \beta} \quad (5)$$

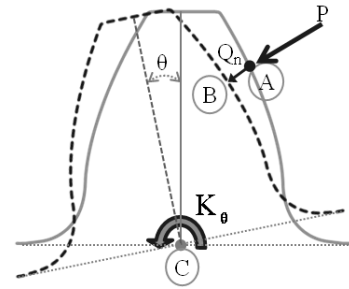


Fig. 3 Schematics for a tooth deformation (Solid line = Undeformed shape, Dashed line = Deformed shape)

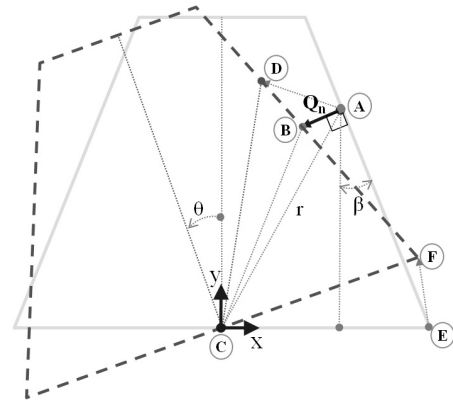


Fig. 4 The rotational deformation(θ) corresponding to a linear deformation(Q_n) (The line 'AE' is tangent to the tooth profile at the contact point 'A' and extended to the baseline where the rotation center 'C' is located.)

$$x_F = (x_A + y_A \tan \beta) \cos \theta \quad (6)$$

$$y_F = (x_A + y_A \tan \beta) \sin \theta \quad (7)$$

$$x_D = x_A - y_A \sin \theta \quad (8)$$

$$y_D = y_A + x_A \sin \theta \quad (9)$$

$$x_B = x_A - \frac{Q_n}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} \quad (10)$$

컴플라이언스는 단위치폭당 단위하중이 작용할 때의 변위이므로 치폭이 w일 때 상응하는 토크(T) 및 그에 따른 회전강성(K_θ)은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$T = w(x_A \cos \beta - y_A \sin \beta) \quad (11)$$

$$K_\theta = \frac{T}{\theta} \quad (12)$$

식 (4)~(12)에서 나타난 바와 같이 기어가 회전하면서 접촉

위치가 변화함에 따라 기어치의 회전강성도 변화하는 비선형성을 갖게 됨을 알 수 있다. 따라서 기어 강성 모듈의 강성특성도 접촉위치에 따라 변화하도록 구현하는 것이 이상적이다. 그러나 접촉 계산 시 접촉위치와 강성 모듈을 변수로 취급할 경우 수치적 불안정성과 계산시간이 모두 증가할 것으로 예측할 수 있다. 한편, 전달오차 등과 같은 기어의 주요 특성은 기어치쌍의 강성에 좌우되며 접촉하는 기어치쌍은 한 쪽이 치뿌리 위치일 경우 다른 한 쪽은 치끝 위치가 되므로 기어치쌍의 강성은 단일 기어치의 강성변화보다 작아질 것으로 기대할 수 있다. 또한 전달오차 등의 주요원인은 기어물림의 변화에 따른 강성변화가 지배적이며 단일 기어치의 강성변화 영향은 상대적으로 작을 것이다. 따라서, 본 연구에서는 기어 강성 모듈의 회전강성을 다음과 같이 일정한 값으로 모델링 하는 방법을 적용하였다.

전달오차는 기어쌍의 상대회전에 의해 결정되므로 각각의 기어치의 회전은 달라지더라도 기어치쌍의 선형변형량만 같다면 동일한 전달오차를 얻을 수 있다. 기어강성모듈에서 기어치쌍의 선형변형량(d^{pair})은 Fig. 5에서 보는 바와 같이 나타나게 되며 각 기어치의 선형변형 방향 차이를 무시하면 식 (13)과 같이 근사할 수 있으며 식 (12)에 따라 식 (14)의 관계를 얻을 수 있다. 두 기어치가 동일한 회전강성을 가지면서 기어쌍이 동등 수준의 상대회전을 갖도록 등가회전강성(K_{θ}^{eq})을 정의하면 식 (14)로부터 식 (15)를 얻을 수 있다. 그런데, 등가회전강성은 접촉위치의 변화에 따라 변화하는 특성을 갖게 되므로, 기어강성모듈을 위해 접촉위치 변화에 대해서도 일정한 회전강성(\hat{K}_{θ})을 정의하기 위하여 식 (15)와 같이 접촉시각각(φ_a)과 이탈각(φ_b) 범위에 대하여 평균을 취하였다.

$$d^{pair} \approx r_1\theta_1 + r_2\theta_2 \tag{13}$$

$$r_1\theta_1 + r_2\theta_2 = r_1 \frac{T_1}{K_{\theta,1}} + r_2 \frac{T_2}{K_{\theta,2}} \tag{14}$$

$$K_{\theta}^{eq}(\varphi) = \frac{r_1 T_1 + r_2 T_2}{r_1 \theta_1 + r_2 \theta_2} \tag{15}$$

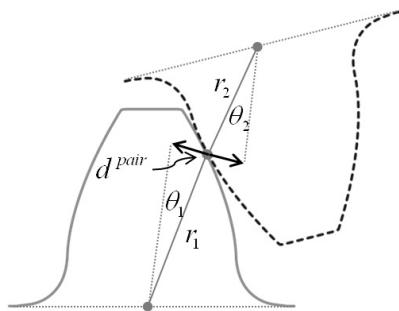


Fig. 5 Linear deformation of a contacting tooth pair

$$\hat{K}_{\theta} = \frac{1}{\varphi_a - \varphi_b} \int_{\varphi_a}^{\varphi_b} K_{\theta}^{eq}(\varphi) d\varphi \tag{16}$$

3. 전달오차 시뮬레이션

3.1 스퍼기어에 대한 다물체 동역학 해석

기어중심은 기어회전만 발생하고 기어치 형상이 완벽한 인벌류트 곡선(Involute curve)이면서 기어변형이 없다고 가정하면 마주하는 기어는 기어비에 따른 속도비가 일정하게 유지될 것이다. 그러나 치변형, 축변형, 피치오차, 동하중 등이 회전각에 따라 변화하게 되어 전달오차가 발생하게 되며 진동 및 소음과 밀접한 관련이 있는 것으로 알려져 있다⁽⁴⁾. 전달오차는 압력선 방향으로 정의하기도 하지만 본 논문에서는 회전각을 기준으로 한 전달오차(TE)를 다음과 같이 정의한다⁽¹¹⁾.

$$TE \equiv \varphi_1 - R_{12} \cdot \varphi_2 \tag{17}$$

여기서, R_{12} 는 기어비 이다.

기어 강성 모듈의 타당성을 확인하기 위하여 스퍼기어에 대해 전달오차(Transmission error) 해석을 수행하였다. 스퍼기어의 제원은 Table 1에 나타난 바와 같다. 다물체 동역학 해석 모델은 Fig. 6에 나타난 바와 같이 강체모델, 유한요소모델 및 기어 강성 모듈 모델에 대해 각각 구성하였다.

Table 1 Spur gear specifications

Design parameters	Dimensions
Tooth form	Spur
Normal module	4.5mm
Pressure angle	20°
No. of teeth	23
Face width	47mm
Center distance	104.373mm

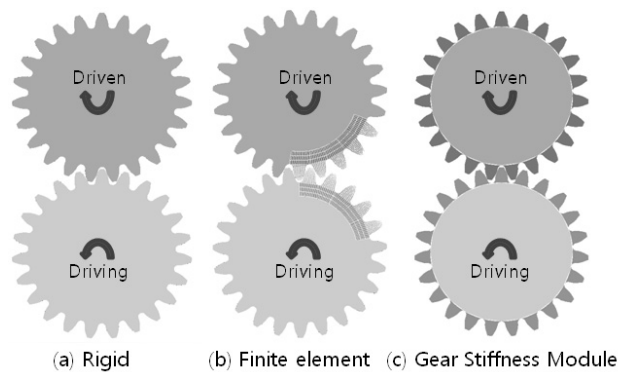


Fig. 6 Multi-Body Dynamic models for the transmission error analysis of a spur gear

각 기어중심의 위치에서 기어회전 방향의 회전만 허용하고 한 쪽 기어는 일정한 회전속도 조건을(25deg/sec), 그리고 마주하는 기어에는 일정한 부하조건(950N·m)을 부여하였다. 기어 강성 모듈 검증이 목적이므로 가능한 강성 이외의 영향은 최소화 되도록 모델링의 단순화 및 느린 기어회전 속도를 부여하였다. 이와 같은 단순한 기어트레인은 기어물림의 반복에 따라 전달오차도 반복되므로 100deg 회전하는 동안만을 해석하였으며 유한요소모델도 Fig. 6(b)와 같이 일부만을 유연체요소로 모델링함으로써 계산시간의 효율성을 도모하였다.

전달오차 시뮬레이션 모델에 적용된 기어치형의 컴플라이언스를 Tavakoli 등^(6,8,12,13)이 제안한 계산공식에 따라 계산하였으며 그 결과를 Fig. 7에 나타내었다. 이 결과를 식 (5)~(16)에 따라 중립축의 회전강성을 계산한 결과는 Fig. 8에 나타난 바와 같다. 앞 장에서 논의된 바와 같이 단일 기어치의 회전강성은 최대값과 최소값이 약 2배의 차이를 나타내지만, 기어치쌍의 경우에는 3.6% 정도의 차이만을 나타내고 있다. 또한, 2쌍

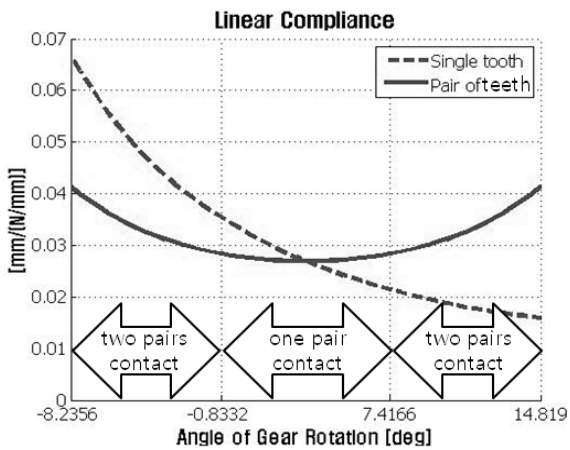


Fig. 7 Total linear tooth compliance except contact deformation for a single tooth and for a pair of teeth

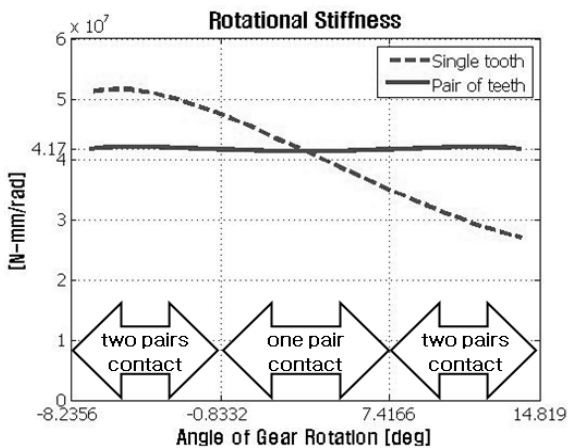


Fig. 8 Rotational stiffness for a single tooth and for a pair of teeth

의 기어치가 물리는 구간에서는 추가적인 평균효과가 나타나게 되어 기어의 물림강성의 변화는 이보다 더 감소할 것이다.

식 (16)에 따른 평균회전강성은 $4.17 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 로 계산되었다. 접촉 계산을 위한 계수들은 $k=2.0 \times 10^8$, $c=1.0 \times 10^{-3}$, $n=2$ 를 적용하였다.

3.2 전달오차 해석 결과

전달오차의 변화량(Variation)을 기준으로 비교하기 위하여 각 해석결과로부터 나타난 전달오차를 평행 이동하여 각각의 결과를 비교한 그래프를 Fig. 9에 나타내었다.

기어 강성 모듈 모델의 회전강성에 대하여 기어 강성 공식으로부터 계산된 회전강성은 $4.17 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 로 계산되었으나, 회전강성이 $3.1 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 인 경우에 유한요소 모델과 보다 잘 근사하는 결과를 나타내었다. 이는 기어 강성 공식과 유한요소 모델간의 강성오차, 그리고 기어강성모듈의 특성(기어치 자체는 강체로 가정, 접촉위치 변화에 대해 강성을 무시, 회전변형만 허용)에 의해 동일 기어회전에 대해 접촉 위치 변화 등 다양한 원인으로부터 기인하는 것으로 추정되고 있으나 정확한 원인 규명을 위해서는 추가적인 연구가 필요하다.

유한요소 모델의 해석결과를 기준으로 비교해 보면, 강체기어 모델에서는 접촉변형만큼의 효과만 나타나므로 전달오차 특성을 반영하지 못하고 있으며 기어 강성 모듈은 회전강성을 일정한 값으로 가정하였음에도 불구하고 상당히 유사한 결과를

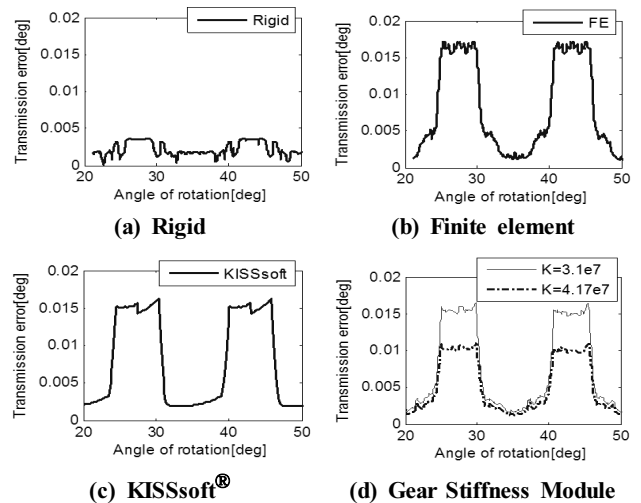


Fig. 9 Comparison of transmission error analysis results from each model

Table 2 Comparison of computation time

Gear tooth model	Rigid model	Finite element	Gear stiffness module
Computation time	2.0min	140.0min	4.5min

나타내고 있음을 볼 수 있다. 특히 기어치 물림율이 변화하는 구간에서 유한요소 모델과 약간의 오차를 보이고 있긴 하지만 기어치 물림의 폭 등 전달오차의 형상까지 잘 근사하고 있다.

각각의 다물체 동역학 해석에 대한 계산시간은 Table 2에서 비교하였으며, 기어 강성 모듈을 통한 해석시간은 강체해석 모델에 비해 증가량이 크지 않으며 유한요소모델에 비해서는 월등히 효율적임을 확인할 수 있다.

기어해석 및 설계에서 널리 활용되고 있는 상용해석 프로그램인 KISSsoft®의 전달오차 결과를 함께 비교하였다. KISSsoft®의 전달오차 결과는 작용선 방향의 길이로 표현되는데, 이를 회전각으로 정확히 치환하려면 기어 치형의 접선각 및 접촉 위치의 변화까지 고려하여야 하나, 대체적인 비교만이 목적이므로 다음과 같이 간단한 변환과정을 거친 다음 Fig. 9(c)에 나타내었으며 대체로 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

$$TE[\text{deg}] = \frac{TE[\text{mm}] \times \frac{180}{\pi}}{r_p[\text{mm}]} \quad (18)$$

여기서, r_p 는 피치 반경이다.

4. 결론

본 논문에서는 기어트레인을 동력학적으로 해석할 수 있는 기어 강성 모듈을 제안하였으며 기존의 기어해석과 비교하여 다음과 같은 여러 가지 장점을 갖는다.

- (1) 다물체 동역학 해석을 통하여 기어트레인의 동적 특성을 파악할 수 있다.
- (2) 기어트레인을 기어치 형상을 따라 접촉을 직접 계산하므로 기어치형, 백래쉬, 공차 등이 해석결과에 직접 반영된다.
- (3) 기어의 유연체 특성이 반영되면서도 계산시간은 강체기어 해석에 비하여 크게 증가하지 않는다. 또한, 기어치의 강성은 접촉위치에 따라 달라지는 특성을 갖는 것으로 알려져 있지만, 기어 강성 모듈 모델에서는 회전강성을 상수로 정의하여도 유한요소 모델과 상당히 근사한 결과를 얻을 수 있음도 확인 하였다. 다만, 기어 강성 상수 값을 결정하는 방법론과 치 높이에 따라 치강성을 변수로 정의할 수 있는 알고리즘을 다물체 동역학 프로그램에 실질적으로 구현 하는 방법에 대해서는 추가적인 연구가 필요하다.

결론적으로, 본 연구를 통하여 계산시간 문제를 실질적으로 해결함으로써 기어트레인을 다물체 동역학 해석을 통하여 의미 있는 결과를 얻을 수 있음을 보였다. 그리고 기어 강성 모듈을 활용한 동역학 해석 및 연구를 지속적으로 수행한다면 기어

설계변수와 기어 성능 간 상관관계를 직접적으로 파악하는 것도 가능할 것으로 기대된다.

후 기

본 논문은 지식경제부 부품소재개발사업으로 지원된 연구입니다(No.10031557, 산업용 유성기어트레인 다단/모듈화 기술 개발).

참 고 문 헌

- (1) Borner, J., and Houser, D. R., 1996, "Friction and Bending Moments as Gear Noise Excitations," *SAE Technical Paper 961816*.
- (2) Chong, T. H., Yang, W. Y., and Lee, K. H., 2009, "An Optimum Design of Planetary Gear Considering the Volume," *Proceedings of 2009 KSMTE Fall conference*, pp. 369~373.
- (3) Bodas, A., and Kahraman, A., 2004, "Influence of Carrier and Gear Manufacturing Errors on the Static Load Sharing Behavior of Planetary Gear Sets," *JAME International Journal*, Vol. 47, No. 3, pp. 908~915.
- (4) Houser, D. R., 1982, "Research in the Gear Dynamics and Gear Noise Research Laboratory," *SAE Technical Paper 821066*.
- (5) KISSsoft, 2011, *KISSsoft User's Manual*, KISSsoft AG.
- (6) Kahraman, A., 1994, "Dynamic Analysis of a Multi-Mesh Helical Gear Train," *Transactions of the ASME*, Vol. 116, No. 3, pp. 706~712.
- (7) Kahraman, A., 1993, "Effect of Axial Vibration on the Dynamics of a Helical Gear Pair," *Transactions of the ASME*, Vol. 115, No. 1, pp. 33~39.
- (8) Pears, J., Curtis, S., Poon, A., Smith, A., Poon, D., and Palmer, D., 2005, "Investigation of Methods to Predict Parallel and Epicyclic Gear Transmission Error," *SAE Technical Paper 2005-01-1818*.
- (9) Lee, C. H., Bae, D. S., and Lee, S. H., 2009, "A Parametric Generalized Coordinate Formulation For Multibody System Dynamics," *Multibody System Dynamics*, Vol. 22, No. 2, pp. 145~162.
- (10) Tavakoli, M. S., and Houser, D. R., 1986, "Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gears," *Transactions of ASME*, Vol. 108, No. 1, pp. 86~95.

- (11) Houser, D. R. and Harianto, J., 2005, "The Effect of Micro-Geometry and Load on Helical Gear Noise Excitations," *SAE Technical Paper 2005-01-2295*.
- (12) Conry, T. F., and Seireg, A., 1973, "A Mathematical Programming Technique for the Evaluation of Load Distribution and Optimal Modification for Gear Systems," *Transactions of the ASME, Series B, Vol. 95*, pp. 1115~1122.
- (13) Houser, D. R., and Smigel, R., 1983, "Gear Load Distribution and Transmission Error Modeling," *AGMA Technical Paper No. P229.28*.