

알루미늄 합금 A7075-T6 의 프레팅 피로에서 접촉압력의 영향

Contact Pressure Effect on Fretting Fatigue of Aluminum Alloy A7075-T6

조성산^{1,✉}, 황동현²
Sung-San Cho^{1,✉} and Dong Hyeon Hwang²

¹ 홍익대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Hongik Univ.)
✉ Corresponding author: sscho@hongik.ac.kr, Tel: 02-320-1674

Manuscript received: 2011.10.11 / Accepted: 2012.1.11

Fretting fatigue tests were conducted to investigate the effect of contact pressure on fretting fatigue behavior in aluminum alloy A7075-T6. Test results showed that when the contact pressure is so low that gross or partial slip occurs at the pad/specimen interface, fretting fatigue damage increases with the contact pressure. However, when the contact pressure is high enough to prevent slip at the interface, fretting fatigue damage decreases with the contact pressure. In order to understand how the contact pressure influence the fretting fatigue damage, finite element analyses were conducted and the analysis results were used to evaluate critical plane fretting fatigue damage parameters and their components. It is revealed that fretting fatigue damage estimated with the parameters exhibits the same variation as that in the tests. Moreover, the variation of fretting fatigue damage is closely related with that of the maximum normal stress on the critical plane rather than the strain amplitude on the critical plane.

Key Words: Fretting Fatigue (프레팅피로), Contact Pressure (접촉압력), Fatigue Damage (피로손상), Damage Parameter (손상파라미터), Finite Element Analysis (유한요소해석)

기호설명

σ_{max} : Maximum normal stress on critical plane
 ϵ_a : Normal strain amplitude on critical plane
 γ_a : Shear strain amplitude on critical plane
 σ_y : Yield strength
 k : Material constant for Fatemi-Socie parameter

1. 서론

프레팅 피로는 수직하중에 의해 접촉된 두 물체의 접촉면에서 미세한 미끄럼이 발생할 때 접촉면 내의 가장자리에서 생성되는 균열에 의해 발생한다.¹ 프레팅 피로수명에 영향을 미치는 변수는

매우 다양하며,^{2,4} 그 중에서 접촉 압력은 주요 변수 중의 하나이다.^{5,6}

접촉 압력과 프레팅 피로수명의 관계에 대한 다양한 연구가 진행되었다. 초기 연구에서는 접촉 압력이 증가하면 프레팅 피로수명이 감소한다고 보고되었다.⁷⁻⁹ 그러나 최근 연구에서는 접촉압력이 증가하면 피로수명이 감소하다가 일정 압력 이상에서는 다시 증가한다고 보고되었다.¹⁰⁻¹² 이 현상에 대해 Fernando 등은 접촉압력이 매우 크면 균열 단합에 의해 균열 성장이 느려지기 때문이라고 주장하였다.¹⁰ 한편 Nakazawa 등은 접촉압력이 증가할수록 프레팅 피로수명이 감소하다가 일정 압력 구간에서 수명이 일정해지며 이 보다 더 높은 압력구간에서는 다시 수명이 감소한다고 보고하였

다. 그리고 이 현상은 접촉압력이 클 때 프레팅 접촉 영역이 함몰되면서 함몰부 가장자리에서 발생하는 응력집중 때문이라고 주장하였다.¹³ Sadeler 는 2014 알루미늄 합금의 경우 접촉압력이 증가하면 피로수명이 감소하다가 일정 압력 이상에서는 피로수명이 일정하게 유지되는데, 그 이유는 접촉면에서 마찰응력과 미끄럼 진폭의 변화, 균열 단합에 의한 균열 성장의 지연, 그리고 함몰부 가장자리의 응력집중 때문이라고 주장하였다.¹⁴

기존의 연구는 접촉압력이 프레팅 피로수명에 미치는 영향과 원인에 대해 확실한 결론을 도출하지 못하고 있다. 그 이유는 기존의 실험이 상대적으로 좁은 접촉압력 범위에서 수행되었고, 또한 동일한 조건에서 적은 수의 실험결과를 제시하므로 결과의 유효성이 보장되지 않기 때문이다. 한편 기존 연구^{10,14,18} 는 접촉압력에 따라 프레팅 피로수명이 변화하는 이유를 입증할 수 있는 실험 또는 해석자료를 제시하지 않고 있다.

따라서 본 논문에서는 넓은 접촉압력 범위에서 여러 회의 반복 프레팅 피로시험을 수행하여 유효성이 확보된 시험결과로 접촉압력의 영향을 고찰하고, 유한요소해석과 프레팅 피로 손상 파라미터를 이용하여 접촉압력이 프레팅 피로수명에 영향을 미치는 과정을 고찰하였다.

2. 피로시험

Fig. 1 은 프레팅 피로시험 방법을 나타내는 개념도와 시험에 사용된 프레팅 패드와 시편의 형상 및 치수를 보여준다. 시험은 프레팅 피로 시편에 일정 압력으로 패드를 접촉시킨 후 시편에 반복하중을 가하는 방법으로 수행된다. 프레팅 패드는 패드와 시편 사이의 접촉면을 안정적으로 확보하기 위해 bridge 타입을 사용하였다. 시편과 프레팅 패드는 와이어 방전 가공으로 제작하였으며, 방전 가공면에 존재하는 재응고층과 열영향부를 제거하기 위해 가공면을 입도 1000 의 사포로 연마하였다. Table 1 은 본 연구에서 사용한 프레팅 패드와 시편과 패드 압력을 조절하기 위한 금속 링 재료의 종류와 기계적 물성값을 보여준다.

Fig. 2 는 프레팅 피로시험 장치의 실물 사진을 보여준다. 금속 링에 끼워진 볼트로 2 개의 패드를 시편 측면에 대칭으로 밀착시킨다. 패드와 시편 간의 접촉력은 금속 링에 부착된 스트레인 게이지를 이용해 조절한다. 패드와 조립된 상태의

시편 양단을 피로시험기의 상하 척에 고정시킨 후, 시편에 길이방향으로 응력진폭 110 MPa 의 완전교번하중을 주파수 5 Hz 로 가하였다. 패드와 시편의 평균 접촉압력을 10 MPa 에서 600 MPa 까지 단계적으로 증가시키면서 피로시험을 수행하였다. 시험 결과의 유효성을 확보하기 위해 접촉 압력 별로 2~4 회의 반복 시험을 수행하였다.

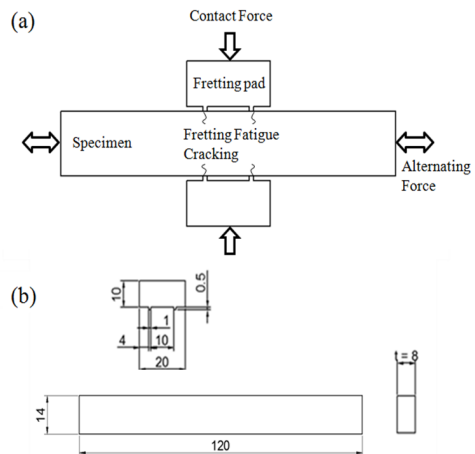


Fig. 1 (a) Schematic of fretting fatigue test, and (b) geometry of the specimen and pad with dimensions

Table 1 Mechanical property of specimen and parts

Part	Material	Elastic modulus (GPa)	Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)
Specimen	A7075-T6	70	503	572
Pad	SKD11	205	-	-
Ring	SPS30	200	230	310

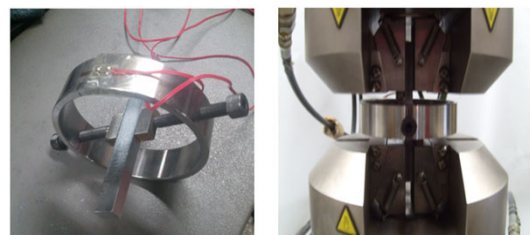


Fig. 2 Fatigue test setup

3. 유한요소해석

접촉압력이 프레팅 피로거동에 영향을 미치는

메커니즘을 고찰하기 위해 피로시험을 모사하는 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 3 은 2 차원 유한요소모델을 보여준다. 시험장치는 시편의 길이방향 중심선을 기준으로 형상 및 하중 관점에서 대칭이므로 반쪽 모델(half model)을 작성하였다. 모델은 패드와 시편과 볼트를 별도의 부품 모델로 작성한 후, 각 부품 모델을 실제 조건과 동일하게 볼트에 수직하중을 가하여 조립하는 방법으로 전체 모델을 작성하였다. 사각형 2 차 등매개변수 유한요소를 사용하였으며, 균열이 발생하는 시편 접촉부에는 한 변의 크기가 20 μ m 인 유한요소를 사용하였다. 접촉압력이 높은 경우에 패드와 접촉하는 시편의 가장자리에서 국부적 소성변형이 발생하므로 탄소성해석을 수행하였다. 시편-패드 접촉면의 마찰계수는 0.7 을 사용하였다.^{15,16} 유한요소해석은 상용코드 ABAQUS 를 사용하였으며, 증분방식의 정적해석을 수행하였다.

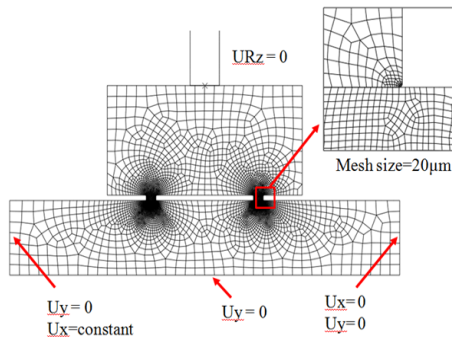


Fig. 3 Finite element model

4. 결과 및 토의

Fig. 4 는 패드 압력과 시편에 발생하는 피로 손상의 관계를 보여준다. 피로손상은 피로파손이 발생하는 시점의 반복하중 사이클 수의 역수로 정의하였다. 즉, 피로손상은 1 회의 외력 사이클에 의해 시편에 가해지는 피로손상을 나타낸다. 패드 압력이 증가하면 피로손상도 증가하다가, 패드 압력 200 MPa 부근에서 최대가 되고, 그 이상의 압력에서는 피로손상이 감소한다.

Fig. 5 는 다양한 패드 압력에서 프레팅 피로시험을 수행한 후의 접촉면 상태를 보여준다. 패드 압력이 낮을 때는 접촉면 전체가 검게 보이며, 압력 200 MPa 의 경우 접촉면 내부는 밝게 보이고 가장자리는 검게 보인다. 패드 압력 300 MPa 과

500 MPa 의 경우에는 접촉면 대부분이 밝은 색을 나타낸다. 사진에서 검게 보이는 부분은 접촉면이 마모분(wear debris)으로 덮여있는 상태이고, 밝게 보이는 부분은 마모분이 없는 부분이다.

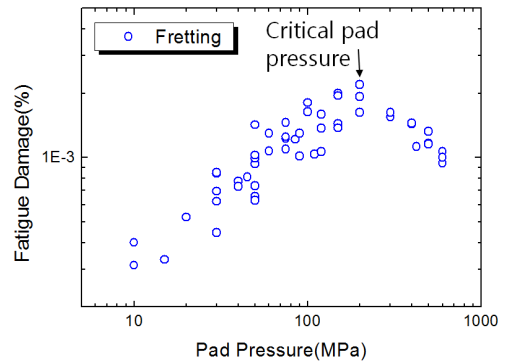


Fig. 4 Variation of fatigue damage with pad pressure

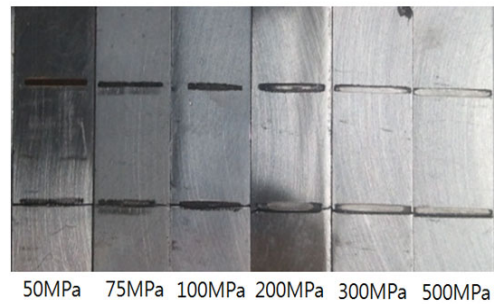


Fig. 5 Fretted surface of specimens at various pad pressure

Fig. 6 은 프레팅 피로시험 후의 접촉면을 고배율로 찍은 사진과 접촉면의 표면형상을 보여준다. 패드 압력 100 MPa 의 경우 접촉면의 전반적인 높이가 시편 원래의 높이와 거의 유사하며, 시편 원래의 표면보다 더 거칠다. 검은 부분은 마모분으로 덮여있는 것이므로, 패드 압력이 낮은 경우에는 접촉면 전체에서 미끄럼(gross slip)이 발생하면서 접촉면 전체에 마모분이 잔류하고, 그 결과 접촉면의 전반적인 높이가 시편 원래의 높이와 유사하게 측정된 것으로 판단된다. 패드 압력 300 MPa 의 경우에는 접촉면 전체가 마모분이 없는 상태에서 밝은 색을 띄며 연마 자국도 육안으로 확인된다. 또한 접촉면의 표면형상도 시편 원래의 높이와 유사하다. 따라서 패드 압력이 높은 경우에 패드와 시편은 접촉면 대부분이 점착(stick)되며, 그

결과 마모는 거의 발생하지 않은 것으로 판단된다. 패드 압력 200 MPa 의 경우, 접촉면 내부의 밝은 색을 나타내는 부분은 시편 원래의 높이와 거의 동일하며, 검게 보이는 부분은 마모에 의해 깊게 파이고 가장자리에 마모분이 쌓여서 시편 표면보다 더 높은 부분이 존재한다. 즉, 접촉면 내부는 점착상태이고 가장자리 부분에서 미끄럼이 발생하는 점착-미끄럼 혼합(mixed stick-slip) 상태임을 알 수 있다. 따라서 접촉압력이 증가함에 따라 시편과 패드의 접촉면에서 전반적인 미끄럼 상태와 점착-미끄럼 혼합 상태, 그리고 대부분이 점착 영역인 상태가 순차적으로 발생한다. Fig. 4 에 의하면 점착-미끄럼 혼합 상태가 발생하는 패드 압력 200 MPa 에서 피로 손상이 가장 크다. 이 결과는 기존의 연구결과¹⁷와 일치한다.

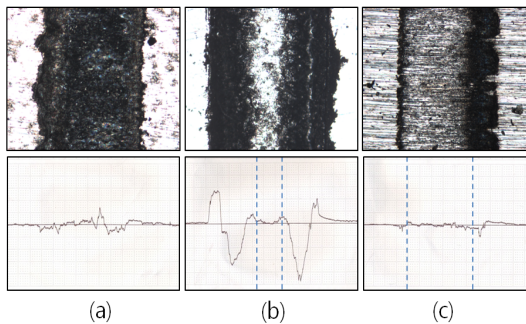


Fig. 6 Photographs and profiles of fretted surface of specimens at the pad pressure of: (a) 100MPa, (b) 200MPa, and (c) 300MPa

기존의 연구는 접촉압력과 피로수명이 비례관계를 나타내지 않는 이유로 마찰응력진폭의 변화, 접촉영역 함몰부의 응력집중, 접촉압력에 의한 균열 단합 현상, 미끄럼 진폭의 변화 등을 주장하였다.^{10,13,14} 접촉압력의 변화는 상기한 모든 현상을 유발하므로 단순히 직관적으로 원인을 설명하는 것이 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 피로시험에서 시편 내부에 발생하는 응력 및 변형을 유한요소해석으로 확인하여 규명하는 방법을 사용하였다. 프레팅 피로는 응력변화가 심한 국부 영역에서 발생하므로 우선 해석결과의 신뢰성을 확보하기 위해 해석결과로 프레팅 피로평가에 가장 많이 이용되는 Smith-Watson-Topper (SWT) 파라미터¹⁸와 Fatemi-Socie(FS) 파라미터¹⁹ 값을 산출하고, 패드 압력이 변화할 때 이들 파라미터 값이 시험결

과와 동일한 거동을 나타내는지 확인하였다. SWT와 FS 파라미터는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Critical plane SWT} = \sigma_{\max} \varepsilon_a \quad (1)$$

$$\text{FS} = \gamma_a \left(1 + k \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_y} \right) \quad (2)$$

위 식에서 σ_{\max} , ε_a , γ_a 는 최대 손상면(critical plain)에 작용하는 최대 수직응력, 전단변형률 진폭 및 인장변형률 진폭이며, σ_y 는 시편 재료의 항복응력이고, k 는 물질상수이다.

Fig. 7 은 패드 압력이 30 MPa 일 때, 유한요소 해석 결과를 이용하여 산출된 시편 내부의 SWT 파라미터와 FS 파라미터 값의 분포를 보여준다. 두 파라미터 모두 시험에서 프레팅 균열이 발생하지 않은 접촉면 가장자리를 프레팅 균열 발생지점으로 예측하고 있다. 다른 패드 압력에서도 결과는 동일하다.

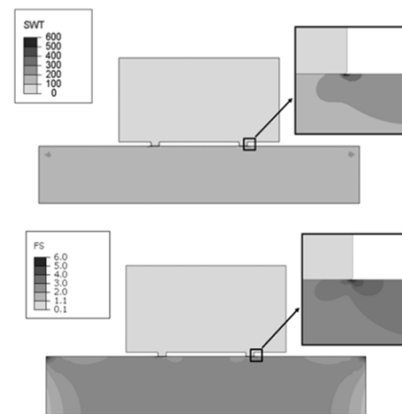


Fig. 7 Distribution of SWT and FS parameter values in the specimen at the pad pressure of 30 MPa

Fig. 8 은 프레팅 피로손상이 가장 큰 지점의 SWT 및 FS 파라미터 값과 패드 압력의 관계를 보여준다. 비교를 위해 시험결과도 함께 보여준다. 두 파라미터 모두 시험결과와 동일하게 패드 압력 200 MPa 부근에서 최대 피로손상을 예측한다. Fig. 7 과 Fig. 8 의 결과를 종합하면 두 파라미터 모두 균열발생지점과 패드 압력 변화에 따른 프레팅 피로 손상도를 정확히 예측하므로 해석결과의 신뢰

성이 확보된 것으로 판단한다. 따라서 파라미터가 예측한 균열 발생지점의 응력 및 변형률 자료를 패드 압력이 프레팅 피로 수명에 영향을 미치는 메카니즘을 고찰한다.

결과와 잘 일치한다. 한편 미끄럼 진폭은 패드 압력 100 MPa 에서 최대가 되지만, 피로 손상은 200 MPa 에서 최대이므로 단순히 미끄럼 진폭의 변화만으로 피로수명의 변화를 설명하는 것은 불가능하다.

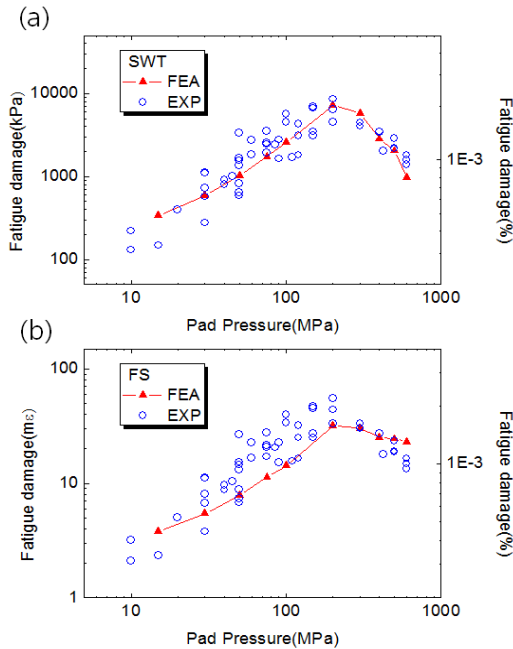


Fig. 8 Effect of pad pressure on fretting fatigue damage estimated with: (a) SWT, and (b) FS parameters

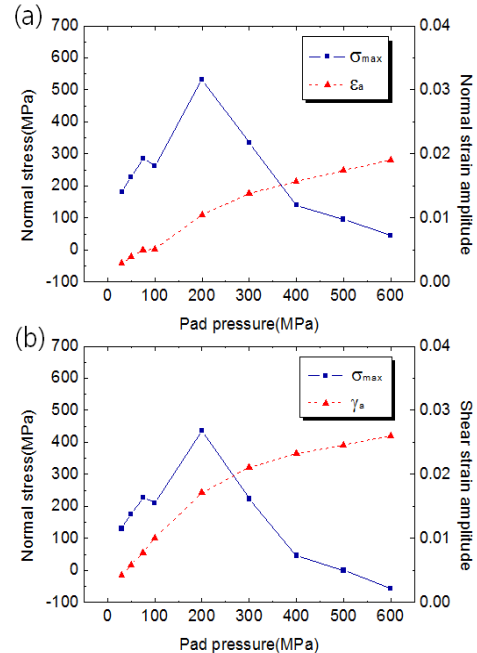


Fig. 9 Effect of pad pressure on components of critical plane fretting fatigue damage parameters: (a) SWT, and (b) FS

Fig. 9 는 SWT 와 FS 파라미터 각각의 최대 손상면에 작용하는 최대 수직응력, 전단변형률 진폭 및 인장변형률 진폭과 패드 압력의 관계를 보여준다. 패드 압력이 증가하면 전단 및 수직 변형률 진폭은 계속해서 증가하지만, 최대 수직응력은 패드 압력 200 MPa 을 기준으로 증가 후 감소한다. 즉, SWT 와 FS 파라미터 값이 시험결과와 유사한 변화를 나타내는 이유는 최대 손상면에 작용하는 최대 수직응력의 변화 때문이다.

Fig. 10 은 SWT 와 FS 파라미터 값이 최대인 지점, 즉 접촉면 가장자리에서 미끄럼 진폭과 패드 압력의 관계를 보여준다. 패드 압력이 100 MPa 이 될 때까지 미끄럼 진폭은 증가하고, 그 이상의 압력에서는 급격하게 감소하여 일정한 값으로 수렴한다. 시험결과에서 100 MPa 까지는 접촉면 전체에서 미끄럼이 발생하다가 200 MPa 이상에서는 접촉면 중앙부가 접촉상태가 되므로 해석결과는 시험

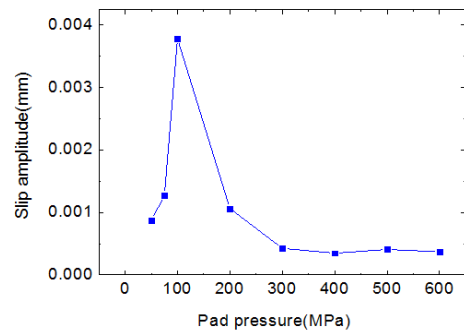


Fig. 10 Variation of slip amplitude with pad pressure

Fig. 11 은 패드 압력에 따른 접촉면 가장자리의 함몰 깊이와 Mises 응력의 변화를 보여준다. 패드 압력이 증가할수록 함몰 깊이는 선형적으로 깊어지며, Mises 응력값도 거의 선형적으로 증가한다.

따라서 함몰부 가장자리의 응력집중에 의해 피로 수명이 변화한다는 주장¹³은 신뢰성이 낮은 것으로 사료된다.

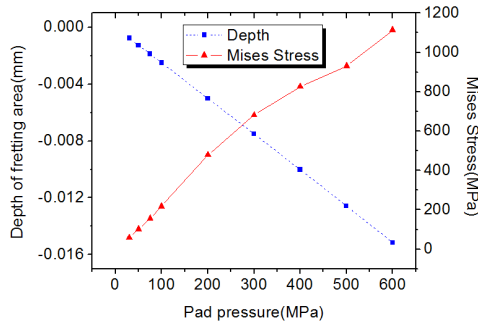


Fig. 11 Effect of pad pressure on indentation depth and Mises stress at the contact periphery

Fig. 12는 접촉면 가장자리에서 마찰에 의해 작용하는 전단응력 진폭과 패드 압력의 관계를 보여 준다. 패드 압력이 100 MPa 이 될 때까지 전단응력 진폭은 급격히 증가하고, 패드 압력 100~200 MPa 구간에서는 전단응력 진폭의 증가속도가 약간 감소하며, 그 이상의 압력에서는 일정한 값을 유지하다가 서서히 감소한다. 패드 압력이 100 MPa 에서 200 MPa 로 증가하는 구간에서 접촉면 중앙부의 점착에 의해 미끄럼 진폭이 급격히 감소하지만 (Fig. 10), 가장자리 부근은 높은 접촉압력이 작용하는 상태에서 미끄럼이 발생하므로 전단응력 진폭이 증가하는 것으로 판단된다. 한편 패드 압력 200 MPa 이상에서는 접촉면 대부분이 점착상태에 있으므로 전단응력 진폭의 변화가 미미한 것으로 판단된다.

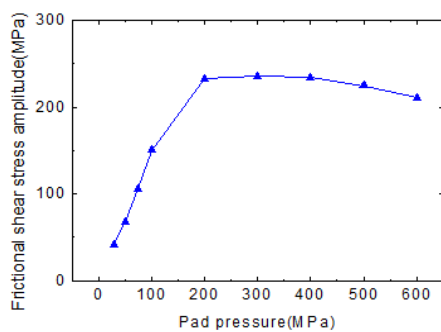


Fig. 12 Variation of frictional shear stress amplitude with pad pressure

Fig. 8 에서 Fig. 12 까지의 결과를 종합하면 다음과 같다. 패드 압력이 100 MPa 이하일 때 접촉 압력이 증가하면 접촉면 전체의 미끄럼 진폭과 마찰에 의한 전단응력 진폭이 증가하고, 그 결과 최대 손상면에 작용하는 변형률 진폭과 최대 수직응력이 모두 증가하여 피로수명이 감소한다. 한편 패드 압력이 200 MPa 이상일 때 접촉면의 대부분이 점착상태에 있으므로 접촉압력이 증가해도 미끄럼 진폭과 마찰에 의한 전단응력 진폭의 변화는 미미하다. 그 결과 최대 손상면에 작용하는 변형률 진폭은 서서히 증가하지만 최대 수직응력은 급격히 감소하므로 피로수명이 증가한다.

5. 결론

패드압력이 프레팅 피로수명에 미치는 영향을 고찰하기 위해 A7075-T6 알루미늄 합금을 대상으로 패드 압력을 변화시키면서 프레팅 피로수명 시험을 수행하고, 피로시험을 모사하는 유한요소해석결과로 프레팅 피로 손상 파라미터와 응력 및 변형률 특성을 고찰하여 아래의 결론을 얻었다.

패드 압력을 10 MPa 에서 200 MPa 로 증가시키면 프레팅 피로손상이 약 7 배 증가하지만, 패드 압력을 200 MPa 에서 600 MPa 로 증가시키면 피로 손상이 약 반으로 감소한다. 피로손상이 증가하는 구간에서는 패드 압력을 증가시키면 패드와 시편의 접촉면 전체에서 미끄럼이 발생하다가 미끄럼과 점착이 혼합된 상태로 변화한다. 한편 피로손상이 감소하는 구간에서는 점착상태인 접촉영역이 넓어진다.

패드 압력이 100 MPa 이하일 때 패드 압력을 증가시키면 접촉면 전체의 미끄럼 진폭과 마찰에 의한 전단응력 진폭이 증가하며, 그 결과 최대 손상면에 작용하는 변형률 진폭과 최대 수직응력이 모두 증가하여 피로손상이 증가한다. 한편 패드 압력이 200 MPa 이상일 때는 접촉면의 대부분이 점착상태에 있으므로 접촉압력이 증가해도 미끄럼 진폭과 마찰에 의한 전단응력 진폭의 변화는 미미하다. 그 결과 최대 손상면에 작용하는 변형률 진폭은 서서히 증가하지만 최대 수직응력은 급격히 감소하므로 피로손상이 감소한다.

패드 압력에 따른 프레팅 피로수명의 변화 특성을 최대손상면 SWT 파라미터와 FS 파라미터로 예측이 가능하다.

후 기

이 논문은 2010 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2010-0010795).

참고문헌

- Mileston, W. D. and Janeczko, J. T., "Friction Between Steel Surfaces during Fretting," *Wear*, Vol. 18, No. 1, pp. 29-40, 1971.
- Hamid, A. A. and Yahya, R. K., "Influence of Fretting on the Fatigue Strength at the Vise Clamp-Specimen Interface," *Bulletin of Materials Science*, Vol. 26, No. 7, pp. 749-754, 2003.
- Conner, B. P., Hutson, A. L. and Chambon, L., "Observations of Fretting Fatigue Micro-Damage of Ti-6Al-4V," *Wear*, Vol. 255, No. 1-6, pp. 259-268, 2003.
- Naidu, N. K. R. and Raman, S. G. S., "Effect of Shot Blasting on Plain Fatigue and Fretting Fatigue Behavior of Al-Mg-Si Alloy AA6061," *International Journal of Fatigue*, Vol. 27, No. 3, pp. 283-291, 2005.
- Jin, O. and Mall, S., "Effects of independent pad displacement on fretting fatigue behavior of Ti-6Al-4V," *Wear*, Vol. 253, No. 5-6, pp. 585-596, 2002.
- Proudhon, H., Fouvry, S. and Yantio, G. R., "Determination and prediction of the fretting crack initiation: introduction of the (P, Q, N) representation and definition of a variable process volume," *International Journal of Fatigue*, Vol. 28, No. 7, pp. 707-713, 2006.
- Nishioka, K. and Hirakawa, K., "Effects of Contact Pressure and Hardness of Materials," *Bulletin of JSME*, Vol. 15, No. 80, pp. 135-144, 1972.
- Endo, K. and Goto, H., "Initiation and Propagation of Fretting Fatigue Cracks," *Wear*, Vol. 38, No. 2, pp. 311-324, 1976.
- Adibnazari, S. and Hoepfner, D. W., "A Fretting Fatigue Normal Pressure Threshold Concept," *Wear*, Vol. 160, No. 1, pp. 33-35, 1993.
- Fernando, U. S., Farrahi, G. H. and Brown, M. W., "Fretting Fatigue Crack Growth Behavior of BS L45 4 percent Copper Aluminum Alloy under Constant Normal Load," *Mechanical Engineering Publications*, ESIS 18, pp. 183-195, 1994.
- Naidu, N. K. R. and Raman, S. G. S., "Effect of Contact Pressure on Fretting Fatigue Behavior of Al-Mg-Si Alloy AA6061," *International Journal of Fatigue*, Vol. 27, No. 3, pp. 283-291, 2005.
- Lee, S. K., Nakazawa, K. and Sumita, M., "Effects of Contact Load and Contact Curvature Radius of Cylinder Pad on Fretting Fatigue in High Strength Steel," *ASTM STP 1159*, pp. 199-212, 2000.
- Nakazawa, K., Maruyama, N. and Hanawa, T., "Effect of Contact Pressure on Fretting Fatigue of Austenitic Stainless Steel," *Tribology International*, Vol. 36, No. 2, pp. 79-85, 2003.
- Sadeler, R., "Influence of Contact Pressure on Fretting Fatigue Behavior of AA 2014 Alloy with Dissimilar Mating Material," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 29, No. 12, pp. 1039-1044, 2006.
- Swalla, D. R. and Neu, R. W., "Influence of Coefficient of Friction on Fretting Fatigue Crack Nucleation Prediction," *Tribology International*, Vol. 34, No. 7, pp. 493-503, 2001.
- Tsai, C. T. and Mall, S., "Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Fretting Stresses in Pre-stressed Strip in Contact with Cylindrical Pad," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 36, No. 2, pp. 171-187, 2000.
- Vingsbo, O. and Soderberg, S., "On Fretting Maps," *Wear*, Vol. 126, No. 2, pp. 131-147, 1988.
- Smith, K. N., Watson, P. and Topper, T. H., "A Stress-Strain Function for Fatigue of Metals," *Journal of Materials Science*, Vol. 5, No. 4, pp. 767-778, 1970.
- Fatemi, A. and Socie, D., "A Critical Plain Approach to Multiaxial Fatigue Damage including Out-of-Phase Loading," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 11, No. 3, pp. 149-165, 1988.