

두 단계 일렬 생산 시스템에서 배치 생산과 재고 배급 전략의 통합 구현

김은갑[†]

이화여자대학교 경영대학

Joint Batch Production and Inventory Rationing Control in a Two-Station Serial Production System

Eungab Kim

College of Business Administration Ewha Womans University

This paper considers a manufacturer with a two-station make-to-stock and make-to-order serial production system. The MTS facility produces a single type of component and provides components for the MTO facility that produces customized products. In addition to the internal demand from the MTO facility, the MTS facility faces demands from the spot market with the option of to accept or reject each incoming demand. This paper addresses a joint component inventory rationing and batch production control which maximizes the manufacturer's profit. Using the Markov decision process model, we investigate the structural properties of the optimal inventory rationing and batch production policy, and present two types of heuristics. We implement a numerical experiment to compare the performance of the optimal and heuristic policies and a simulation study to examine the impact of the stochastic process variability on the inventory rationing and batch production control.

Keywords: Inventory Rationing, Batch Production, Two-Station Serial System, Stochastic Process Variability, Simulation, Make-to-Stock/Make-to-Order

1. 서론

본 논문은 주문 생산(make-to-order) 기반의 제품 생산 시설과 계획 생산(make-to-stock) 기반의 부품 생산 시설을 보유하고 있는 제조 기업에서 부품 생산 및 수요 통제 전략을 수립하는 문제를 다루고 있다. MTS시설은 MTO시설이 필요로 하는 부품을 배치(batch) 방식으로 생산하고 있으며, 또한 부품 시장에서 수요가 발생하면 의사 결정을 통해 부품을 판매하기도 한다. 따라서 부품 재고 배급(inventory rationing)에 대한 전략적 의사 결정이 요구된다. 재고 배급은 한 품목에 대해 중요도가 다른 복수의 수요 계층이 존재할 때, 중요도가 높은 수요 계층의 미래 수요를 충족시킬 목적으로 가용 재고를 예약(reserve)하는 기법이다. 따라서 가용 재고가 예약되어 있으면 중요도가

낮은 수요 계층의 수요가 수용 거절되는 상황이 발생할 수 있다. 기존의 MTO/MTS 선행 연구들과 비교했을 때, 본 논문에서 다루고자 하는 주제의 특이성 및 중요성은 부품 생산과 맞춤형 제품 생산의 두 단계 일렬(two-station serial) 생산 시스템에서 각 단계별로 외부 수요가 발생하는 상황을 고려하였다는 점이다.

본 논문의 연구 모형은 냉장고와 냉장고 조립에 필요한 부품들을 생산하는 월풀(Whirlpool)에서 찾을 수 있다. 월풀이 생산하는 압축기(compressor)같은 부품들에 대한 수요는 냉장고 조립뿐만 아니라 애프터 세일즈 서비스 운영에서 발생하고 있다. 또 다른 사례는 자동차 부품 업체인 TRW(Thompson Ramo Wooldridge)가 생산하는 패스너(fastner)에서 찾을 수 있다. TRW는 패스너를 자사 제품 조립에 사용하지만, 다른 자동차

[†] 연락저자 : 김은갑 교수, 120-750 서울시 서대문구 대현동 11-1 이화여자대학교 경영대학, Tel : 02-3277-3970, Fax : 02-3277-2835
E-mail : evanston@ewha.ac.kr

2012년 2월 1일 접수; 2012년 4월 2일 수정본 접수; 2011년 4월 10일 게재 확정.

부품 업체들의 요청을 받고 판매하기도 한다. Cohen *et al.* (2006)에 따르면 자동차와 백색 가전 산업의 경우 애프터 세일즈 시장의 규모가 원 제품 시장의 4~5배에 이르며, 전체 수익의 45%를 애프터 세일 시장에서 기록한 것으로 나와 있다.

본 논문에서는 다루고자 하는 연구 모형을 도식화 하면 <Figure 1> 같다. 그림에서 사각형은 제품/부품 생산 시설, 삼각형은 부품재고/MTO 지연주문, 그리고 타원은 부품과 맞춤형 제품 시장을 나타낸다.

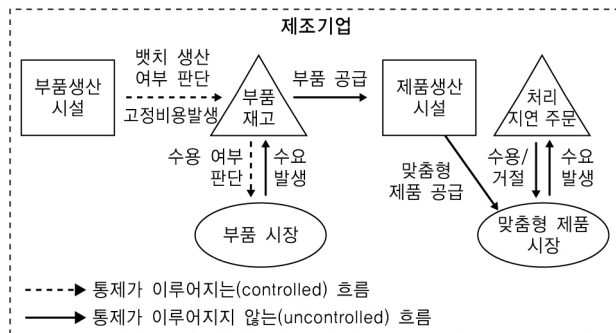


Figure 1. 연구 모형

<Figure 1>에 제시된 시스템의 효율적 운영을 위해서는 부품 생산 계획과 더불어 부품 재고 배급에 대한 전략적 의사 결정이 이루어져야 한다. 예를 들면, 높은 수준의 부품 재고가 유지될 경우 과도한 재고 비용 지출이 야기 되고, 반대로 부품 재고 수준이 낮을 경우 MTO생산 공급과 부품 판매 모두에 차질이 생겨 기업의 수익성을 악화시킬 수 있다. 또한, 부품 재고를 MTO생산에 과도하게 분배할 경우 기업은 외부 수요 판매에 필요한 부품 재고 확보가 어려워져 기회손실 비용이 발생할 수 있으며, 반대로 부품 판매를 강화할 경우 상대적으로 MTO생산에 대한 적시 부품 공급에 차질이 생길 수 있다.

본 연구 모형은 복수 수요 계층 생산 재고 시스템에서 재고 배급과 생산 통제를 다루고 있는 선행 연구들과 밀접한 연관성을 갖고 있다. 본 논문에서는 다음과 같은 분류 기준에 의거하여 선행 연구들을 분류하였다(<Table 1> 참조).

위 분류 기준에 의하면 본 논문은 두 생산 단계, 계획 생산과 주문 생산 혼합, 두 개의 수요 통제 품목, 두 개의 수요 계층,

생산 고정 비용 고려, 확률적인 생산 시간, 재고 부족 시 처리는 기회 손실, 수요/생산 통제 정책은 시스템 상태 변수의 함수를 갖는 모형으로 분류할 수 있다. 선행 연구들과 비교했을 때 본 연구 모형은 다음과 점들에서 주요한 차이점을 갖고 있다.

첫째, 대부분의 선행 연구에서는 단일 생산 단계를 다루지만, 본 논문은 복수 생산 단계를 다룬다. 또한, 복수 생산 단계를 다룬 기존 문헌(Benjaafar and Elhafsi, 2006; Benjaafar *et al.*, 2010; ElHafsi, 2009)들은 부품을 조립하는 두 번째 생산 단계의 조립 시간을 고려하지 않는데 반해, 본 논문은 두 번째 생산 단계의 생산 시간을 고려하고 있다는 점에서 차이가 있다.

둘째, Carr and Duenyas(2000)를 제외한 문헌 연구에서는 단일 품목 수요 통제를 다루지만, 본 논문은 복수 품목 수요 통제를 다룬다. 또한, 수요 통제가 이루어지는 두 품목들이 독립적인 외부 수요 프로세스를 갖는 Carr and Duenyas(2000)와는 달리, 본 논문에서 부품은 외부와 내부 수요 프로세스를 동시에 갖는다. 이 경우 부품 수요는 포아송(Poisson) 분포를 따르지 않게 된다. 그 이유는 내부 수요 프로세스는 MTO주문이 존재하는 경우 MTO생산 프로세스가 되고, 존재하지 않는 경우 MTO수요 프로세스가 되기 때문이다. 따라서 통제가 이루어지는 각각의 수요 계층이 포아송 분포를 갖는 기존 연구들과 차이가 있다.

셋째, Benjaafar and Elhafsi(2006), Benjaafar *et al.*(2010), ElHafsi (2009), Carr and Duenyas(2000)에서는 단위 생산량을 가정하고 생산 고정 비용을 고려하지 않았다. 그러나 본 논문에서는 부품 생산은 배치 방식으로 이루어지며, 생산 가동에 따른 고정 비용을 고려하고 있다는 점에서 기존 연구와 분명한 차이점을 갖는다.

본 논문의 연구 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 연구 모형을 마코프 의사 결정 문제로 모형화하고 수치 분석을 통해 최적 부품 생산 및 수요 통제 전략의 함수적 특성을 파악하였다. 둘째, 부품 생산 및 수요 통제를 위한 휴리스틱(heuristic)을 제안하였다. 셋째, 최적전략과 휴리스틱에 대한 수치 분석을 수행한 후 결과 분석을 통해 전략적 이슈들을 도출하였다. 특히, 기존 문헌 연구에서는 다루지 않은 생산 시간 및 수요 프로세스의 변동성이 부품 생산 및 수요 통제와 기업 수익성에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통해 분석하였다.

Table 1. 선행 연구 분류 기준

항목	세부 내용		
	단일	주문 생산(MTO)	복수
생산 단계	단일	주문 생산(MTO)	복수
생산 방식	계획 생산(MTS)	주문 생산(MTO)	혼합 생산
수요 통제 품목 수	단일		복수
수요 계층 수	두 계층		일반화(N)
생산 고정 비용	고려		고려안함
생산 시간	일정(constant)		확률적(probabilistic)
재고 부족시 처리	처리지연(backorder)	기회손실(lost sales)	모두 고려
수요 통제 정책 유형	고정값		상태 변수의 함수
생산 통제 정책 유형	고정값		상태 변수의 함수

Table 2. 선행 연구 요약

선행연구 (첫 번째 저자명만 기술)	생산 단계		생산 방식		수요통제 품목수		수요 계층수		고정 비용	생산 시간		재고부족 처리		생산 정책		수요 정책	
	1	2	MTS	MTO	1	2	2	N		C	P	B	L	S	D	S	D
Benjaafar(2006)		x	x		x			x			x		x		x		x
Benjaafar(2010)		x	x		x		x				x	x	x		x		x
Carr(2000)	x		x	x		x	x				x		x		x		x
de Vericourt(2002)	x		x		x			x			x	x			x		x
Deshpande(2003)	x		x		x		x		x	x			x				x
ElHafsi(2009)		x	x		x			x			x		x		x		x
Gayon(2004)	x		x		x			x			x	x			x		x
Ha(1997a)	x		x		x			x			x		x		x		x
Ha(1997b)	x		x		x		x				x	x			x		x
Ha(2000)	x		x		x			x			x		x		x		x
Huang(2008)	x		x		x			x			x		x		x		x
Ioannidis(2011)	x		x		x		x				x	x	x	x			x
Lee(2003)	x		x		x			x	x		x		x	x			x
Melchior(2000)	x		x		x		x		x	x			x	x			x
Teunter(2008)	x		x		x		x					x					
본 연구 모형		x	x	x		x	x		x		x		x		x		x

(C = Constant; P = Probabilistic; B = Backorder; L = Lost sales; S = 고정값; D = 상태 변수의 함수).

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장은 주요 가정과 최적 부품 생산 및 수요 통제 전략의 함수적 특성을 기술하였다. 제 3장은 휴리스틱, 제 4장은 최적 전략과 휴리스틱을 위한 알고리즘을 제시하였다. 제 5장은 수치 실험, 제 6장은 확률 프로세스의 변동성 분석을 수행하였다. 마지막 절은 결론을 기술하였다.

2. 연구 모형

본 연구 모형의 주요 가정 및 파라미터/변수에 대한 정의는 다음과 같다.

- MTO제품과 부품은 각각 독립된 시장을 가지고 있다.
- MTO생산은 부품을 필요로 한다. MTS시설에서 부품을 인출하여 MTO시설로 배송하는데 소요되는 시간은 무시한다.
- 부품 생산 배치 크기는 Q 이고, 매 가동시 마다 고정 비용 c_K 가 발생한다.
- MTO/부품 생산 시간과 MTO/부품 수요는 확률 프로세스를 따른다.
- 대기 중인 MTO주문 수가 M 이면 이후 발생하는 수요는 거절된다.

본 논문은 마코프 의사결정 문제(Markov Decision Problem, 이하 MDP) 모형을 이용하여 기업 수익을 최대화하는 최적 부품 생산 및 수요 통제 전략의 구조적 특성을 분석한다. 이를 위해, MTO/부품생산 시간은 지수 분포, MTO/부품 수요는 포아송 분포를 가정한다. MDP 모형을 이용한 최적 정책의

Table 3. 연구 모형의 주요 용어

용어	용어 설명
$\lambda_1(\lambda_2)$	단위 시간당 MTO(부품) 수요 발생 빈도
$\mu_1^{-1}(\mu_2^{-1})$	MTO(부품) 생산 시간의 평균
$R_1(R_2)$	제품(부품) 단위당 매출액
c_r	MTO수요 수용 거절 비용
c_F	부품 생산을 위한 고정비용
h_1	단위 시간당 MTO주문 한 단위 처리 지연 비용
h_2	단위 시간당 부품 한 단위 재고 유지 비용
Q	부품 생산의 배치 크기
n_1	처리 대기중인 MTO주문 크기
n_2	부품 재고 크기
M	MTO수요 최대 수용 크기
δ	$\delta = 1$ 이면 진행 중인 생산 주문 있음; $\delta = 0$ 이면 없음
(n_1, n_2, δ)	시스템 상태 변수
$v(n_1, n_2, \delta)$	상태 변수 (n_1, n_2, δ) 에서 가치 함수
$P(n_1)$	최적 부품 생산 통제 함수
$S(n_1)$	최적 부품 수요 통제(재고 배급) 함수

구명은 벨만 방정식(Bellman equation)을 도출하고, 가치 함수(value function)가 갖는 함수적 특징들(예를 들면, convexity, concavity, sub(super)-modularity)에 대한 분석을 통해 이루어진다(Porteus, 1982). 본 논문의 MDP 모형의 벨만 방정식은 다음과 같다. 수식 표현의 용이성을 위해 γ 와 $H(n)$ 을 다음과

같이 정의하자 : $\gamma \equiv \lambda_1 + \mu_1 + \lambda_2 + \mu_2$, $H(n) \equiv h_1 n_1 + h_2 n_2$. γ 는 상태 전이 속도(transition rate), $H(n)$ 는 처리 지연과 재고 비용의 합을 나타낸다.

$$g + v(n_1, n_2, \delta) = \begin{cases} \max\{T_N v(n_1, n_2, 0), T_P v(n_1, n_2, 0)\}, & \delta = 0 \\ T_N v(n_1, n_2, 1), & \delta = 1 \end{cases} \quad (1)$$

여기서

$$T_N v(n_1, n_2, \delta) = \frac{1}{\gamma} \left[\begin{aligned} & -H(n) + \lambda_1 \left\{ v(n_1 + 1, n_2, \delta) 1(n_1 < M) \right. \\ & \quad \left. + (v(n_1, n_2, \delta) - c_r) 1(n_1 = M) \right\} \\ & + \mu_1 \left\{ v(n_1 - 1, n_2 - 1, \delta) 1(n_1 n_2 > 0) \right. \\ & \quad \left. + v(n_1, n_2, \delta) 1(n_1 n_2 = 0) \right\} \\ & + \lambda_2 \max \left\{ v(n_1, n_2, \delta), v(n_1, n_2 - 1, \delta) \right\} \\ & \quad + R_2 \\ & + \mu_2 \left\{ v(n_1, n_2, 0) 1(\delta = 0) \right. \\ & \quad \left. + v(n_1, n_2 + Q, 0) 1(\delta = 1) \right\} \end{aligned} \right] \quad (2)$$

$$T_P v(n_1, n_2, 0) = -c_K + T_N v(n_1, n_2, 1) \quad (3)$$

식 (1)에서 g 는 단위 시간당 평균 수익, $\delta=0$ 항목은 부품 생산에 대한 의사 결정, $\delta=1$ 항목은 부품 생산이 진행 중이므로 부품 생산이 요구되지 않는 상황을 나타낸다. 식 (2)에서 λ_1 항목은 기 수용된 MTO주문이 M 보다 작으면 MTO수요를 수용하고(n_1 은 1 증가), M 이면 거절하는 상황을 보여준다. μ_1 항목은 MTO생산이 종료되어(n_1 과 n_2 는 각각 1 감소) R_1 의 매출이 발생하거나, MTO주문 또는 부품 재고가 없는 경우, MTO생산이 진행되지 않음을 보여 준다. 항목은 부품 수요를 수용해서(n_2 는 1 감소) R_2 의 매출을 올릴지 또는 거절할지에 대한 의사 결정을 보여준다. μ_2 항목은 진행 중인 주문이 있으면 부품 재고 수준을 Q 단위 증가시키고, 진행 중인 주문이 없으면 부품 재고 수준에 변화가 없음을 보여준다.

$P(n_1)$ 과 $S(n_1)$ 을 다음과 같이 정의하도록 한다. $P(n_1)$ 은 n_1 이 주어졌을 때 부품 생산 가동이 수익 측면에서 유리한 n_2 들 중에서 가장 큰 값, $S(n_1)$ 은 n_1 이 주어졌을 때 부품 수요 거절이 수익 측면에서 유리한 n_2 들 중에서 가장 큰 값을 의미한다.

$$P(n_1) := \max\{n_2 : T_N v(n_1, n_2, 0) \leq T_P v(n_1, n_2, 0)\},$$

$$S(n_1) := \max\{n_2 \geq 1 : v(n_1, n_2, \delta) \geq v(n_1, n_2 - 1, \delta) + R_2\}.$$

상태변수 $(n_1, n_2, 0)$ 에서 최적 부품 생산 전략은 $n_2 \leq P(n_1)$ 이면 생산을 가동하고 $n_2 > P(n_1)$ 이면 가동하지 않는다. 상태변수 (n_1, n_2, δ) 에서 부품 수요가 발생하면 최적 수용 전략은 $n_2 > S(n_1)$ 이면 부품 수요를 수용하고 $n_2 \leq S(n_1)$ 이면 거절한다.

<Figure 2>는 수치적으로 구한 $P(n_1)$ 과 $S(n_1)$ 을 보여주고 있다. 사용된 예제는 $R_1 = 40, R_2 = 20, c_K = 200, c_r = 10, h_1 = 2,$

$h_2 = 1, \lambda_1 = 0.6, \lambda_2 = 0.3, \mu_1 = 1.5, \mu_2 = 1, M = 15, Q = 22$ 값들로 구성되며, MTO수요 발생 빈도는 부품 수요의 두 배, MTO생산 속도는 MTS생산 속도의 1.5배를 가정하고 있다. <Figure 2>는 기 확보된 MTO수요 규모와 부품 재고 수준에 따라 상태 변수 공간(state space)이 4개의 상태 변수 그룹으로 나누어짐을 보이고 있다.

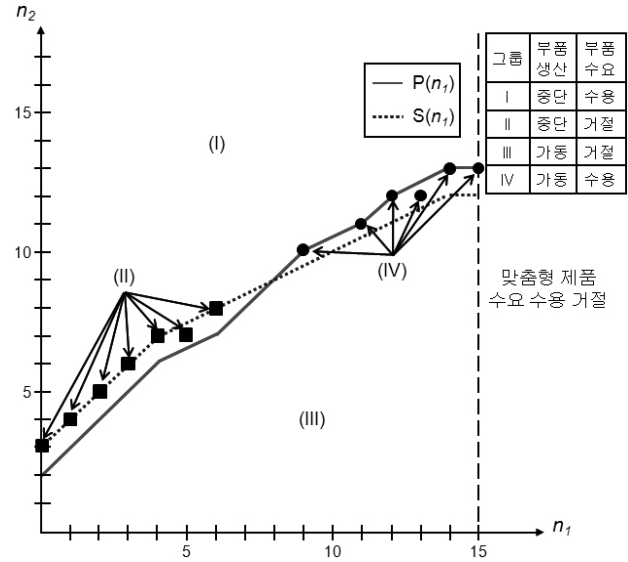


Figure 2. $\delta=0$ 일 때 $P(n_1)$ 과 $S(n_1)$ 의 예

예를 들면, $(n_1, n_2) = (5, 7)$ 에서는 부품 생산을 중단하고 부품 수요가 발생하면 이를 거절한다. $(n_1, n_2) = (5, 9)$ 에서는 부품 생산을 중단하고 부품 수요가 발생하면 이를 수용한다. $(5, 7)$ 에서 최적 부품 수요 통제 전략은 단기적 관점에서 부품 수요를 수용하여 매출을 올리기보다 장기적 관점에서 MTO 생산을 위해 부품 재고를 감소시키지 않는 것을 보여준다. $(12, 9)$ 에서는 부품 생산을 가동하고 부품 수요가 발생하면 이를 거절한다. $(5, 9)$ 와 $(12, 9)$ 의 예에서 보면, 부품 재고가 동일해도 기 수용한 MTO주문의 크기에 따라 부품 생산 전략이 달라져야 함을 알 수 있다. 위 수치 분석 결과는 부품 생산 및 수요 통제에 MTS시설의 개별적인 관점이 아니라 MTO시설과의 통합적인 관점에서 이루어져야 함을 시사하고 있다.

3. 휴리스틱 MTO수요 및 부품 수요 통제 전략

$P(n_1)$ 과 $S(n_1)$ 은 <Figure 2>에서 보듯이 복잡한 구조를 가지고 있다. 이번 절에서는 효과적이면서 단순한 구조를 갖는 부품 생산 및 수요 통제 전략을 휴리스틱 관점에서 개발한다. 첫 번째 휴리스틱은 MTS시설과 MTO시설이 통합적으로 부품 생산 및 수요 통제 전략을 수행하고, 두 번째 휴리스틱은 MTS 시설과 MTO시설이 독자적으로 이를 수행한다. 본 휴리스틱은 비MDP 모형에도 적용 가능하다.

<휴리스틱 1>

첫 번째 휴리스틱은 수용 중인 MTO 주문의 크기와 부품 재고 수준의 선형 함수를 이용하여 부품 생산과 수요를 통제한다.

- 진행 중인 부품 생산 주문이 없을 때, $n_2 \leq n_1 + F_P$ 이면 부품을 생산하고 $n_2 > n_1 + F_P$ 이면 생산안함
- $n_2 \leq n_1 + F_S$ 일 때 부품 수요가 발생하면 수용하고, $n_2 > n_1 + F_S$ 이면 거절

여기서 F_P 와 F_S 는 정수 값이다. 휴리스틱 1의 벨만 방정식은 다음과 같다.

$$g(F_P, F_S) + w(n_1, n_2, \delta) = \begin{cases} T_N w(n_1, n_2, 0)1(n_2 > n_1 + F_P) + \\ T_P w(n_1, n_2, 0)1(n_2 \leq n_1 + F_P), \delta = 0 \\ T_N w(n_1, n_2, 1), \delta = 1 \end{cases} \quad (4)$$

여기서

$$T_N w(n_1, n_2, \delta) = \frac{1}{\gamma} \left[\begin{aligned} & -H(n) + \lambda_1 \left\{ w(n_1 + 1, n_2, \delta)1(n_1 < M) + \right. \\ & \left. (w(n_1, n_2, \delta) - c_r)1(n_1 = M) \right\} \\ & + \mu_1 \left\{ w(n_1 - 1, n_2 - 1, \delta)1(n_1 n_2 > 0) + \right. \\ & \left. w(n_1, n_2, \delta)1(n_1 n_2 = 0) \right\} \\ & + \lambda_2 \left\{ w(n_1, n_2, \delta)1(n_2 \leq n_1 + F_S) + \right. \\ & \left. (w(n_1, n_2 - 1, \delta) + R_2)1(n_2 > n_1 + F_S) \right\} \\ & + \mu_2 \left\{ w(n_1, n_2, 0)1(\delta = 0) + \right. \\ & \left. w(n_1, n_2 + Q, 0)1(\delta = 1) \right\} \end{aligned} \right] \quad (5)$$

$$T_P w(n_1, n_2, 0) = -c_K + T_N w(n_1, n_2, 1) \quad (6)$$

여기서 $g(F_P, F_S)$ 는 휴리스틱 1의 단위 시간당 평균 수익이다.

<휴리스틱 2>

두 번째 휴리스틱은 부품 생산과 부품 수요 통제를 고정 완충 재고(fixed buffer)(Veatch and Wein, 1994)에 의해 통제한다.

- 진행 중인 생산 주문이 없을 때, $n_2 \leq I_P$ 이면 부품을 생산하고 $n_2 > I_P$ 이면 생산안함
- $n_2 \leq I_S$ 일 때 부품 수요가 발생하면 수용하고, $n_2 > I_S$ 이면 수용 거절

여기서 I_P 와 I_S 는 0보다 같거나 큰 정수 값이다. 휴리스틱 2의 벨만 방정식은 휴리스틱 1의 벨만 방정식과 유사하게 정의할 수 있기 때문에 생략한다. 휴리스틱 2의 단위 시간당 평균 수익은 $g(I_P, I_S)$ 으로 표기한다.

4. 수행도 평가 알고리즘

본 논문에서 MDP 모형에 대해 휴리스틱의 효과성을 검증하는

이유는 비MDP 모형에서 이 값들을 구하는 것이 불가능하기 때문이다. $g, g(F_P, F_S), g(I_P, I_S)$ 는 최적화 모형과 휴리스틱 1과 2의 가치 반복(value iteration, 이하 VI) 방정식을 정의하고 VI 알고리즘을 이 방정식에 적용시켜 구한다. 본 논문은 휴리스틱 1의 VI 방정식을 제시한다. 최적화 모형과 휴리스틱 2의 VI 방정식은 유사하게 구할 수 있다.

$$T w^k(n_1, n_2, \delta) = \begin{cases} T_N w^k(n_1, n_2, 0)1(n_2 > n_1 + F_P) + \\ T_P w^k(n_1, n_2, 0)1(n_2 \leq n_1 + F_P), \delta = 0 \\ T_N w^k(n_1, n_2, 1), \delta = 1 \end{cases} \quad (7)$$

여기서

$$T_N w^k(n_1, n_2, \delta) = \frac{1}{\gamma} \left[\begin{aligned} & -H(n) + \lambda_1 \left\{ w^k(n_1 + 1, n_2, \delta)1(n_1 < M) \right. \\ & \left. + (w^k(n_1, n_2, \delta) - c_r)1(n_1 = M) \right\} \\ & + \mu_1 \left\{ w^k(n_1 - 1, n_2 - 1, \delta)1(n_1 n_2 > 0) + \right. \\ & \left. w^k(n_1, n_2, \delta)1(n_1 n_2 = 0) \right\} \\ & + \lambda_2 \left\{ w^k(n_1, n_2, \delta)1(n_2 \leq n_1 + F_S) + \right. \\ & \left. (w^k(n_1, n_2 - 1, \delta) + R_2)1(n_2 > n_1 + F_S) \right\} \\ & + \mu_2 \left\{ w^k(n_1, n_2, 0)1(\delta = 0) + \right. \\ & \left. w^k(n_1, n_2 + Q, 0)1(\delta = 1) \right\} \end{aligned} \right] \quad (8)$$

$$T_P w^k(n_1, n_2, 0) = -c_K + T_N w^k(n_1, n_2, 1) \quad (9)$$

식 (7)에서 w^k 는 VI 알고리즘의 k 번째 단계에서 구한 w 의 추정치가 된다. 다음에 제시된 VI 알고리즘은 특정 오차 범위 내에서 w 와 $g(F_A, F_S)$ 를 구한다.

<Value Iteration 알고리즘>

알고리즘의 종료 조건을 ϵ 으로 둔다.

1. 초기화 단계 : 각 상태 변수 (n_1, n_2, δ) 에 대해 $w^0(n_1, n_2, \delta) = 0$ 으로 둔다.
2. 가치 반복 단계 : 단계 k 의 w^k 에 대해 식 (7)을 적용하여 $T w^k$ 를 구한다.
3. 종료 검증 단계 : 다음의 알고리즘 수렴 검증을 수행한다 :
 $d_{\min}^k = \min_{(n_1, n_2, \delta)} \{ T w^k(n_1, n_2, \delta) - w^k(n_1, n_2, \delta) \}$
 $d_{\max}^k = \max_{(n_1, n_2, \delta)} \{ T w^k(n_1, n_2, \delta) - w^k(n_1, n_2, \delta) \}.$
 $d_{\max}^k - d_{\min}^k \geq \epsilon$ 이면 w^{k+1} 을 $T w^k(n_1, n_2, \delta)$ 로 대체하고 단계 (b)로 간다. $d_{\max}^k - d_{\min}^k < \epsilon$ 이면 추정 단계로 간다.
4. 추정 단계 : w 와 $g(F_A, F_S)$ 에 다음과 같이 추정한다 :
 $w(n_1, n_2, \delta) \approx T w^k(n_1, n_2, \delta),$
 $g(F_P, F_S) \approx (d_{\min}^k + d_{\max}^k)/2.$

Theorem 1은 VI 알고리즘이 $g, g(F_P, F_S), g(I_P, I_S)$ 를 구할 수 있음을 입증한다.

Theorem 1 : $d_{\max}^L - d_{\min}^L < \epsilon$ 를 만족시키는 정수 $L (< \infty)$ 이 존재한다.

<증명> Puterman(2005)의 Theorem 8.5.4는 마코프 정책이 unichain을 생성한다면 Theorem 1의 결과가 성립함을 보이고 있다. 따라서 최적 정책이 생성하는 마코프 체인이 unichain임을 보인다. $n_2 h_2 / \gamma$ 는 n_2 개의 부품을 시스템 상태 전이 평균 시간인 γ^{-1} 동안 유지할 때 발생하는 재고 비용이다. 만약 $n_2 h_2 / \gamma > c_K$ 이면 MTS시설이 Q 개의 부품을 추가 생산하는 것은 최적 의사 결정이 될 수 없다. 따라서 부품 재고 수준 n_2 는 $c_K \gamma / h_2$ 를 초과할 수 없다. 또한, MTO시설이 수용할 수 있는 최대 주문 크기는 M 이므로 $n_1 \leq M$ 이다. 따라서 $\Gamma \equiv \{(n_1, n_2, \delta)\}$ 은 유한 집합이 되고, Γ 내의 모든 상태 변수들은 시스템 전이에 의해 상호 교류(communicate)하여 마코프 체인은 irreducible하므로 Γ 는 그 자체가 ergodic class가 되어 unichain이 된다.

F_P^* 와 F_S^* 를 다음과 같이 정의하자: $(F_P^*, F_S^*) = \operatorname{argmax}_{(F_P, F_S)} \{g(F_P, F_S)\}$. 즉, F_P^* 와 F_S^* 는 $g(F_P, F_S)$ 를 최대화시키는 값들이다. F_P^* 와 F_S^* 는 F_P 와 F_S 가 가질 수 있는 가능한 값들의 조합들에 대해서 VI 알고리즘을 반복적으로 수행하는 2차원 탐색을 통해 구할 수 있다.

5. 수치 실험

이번 절에서는 최적 정책과 휴리스틱 1과 2의 수행도를 수치적으로 비교한다. <Table 4>는 수치 실험에서 사용된 예제들과 그 수행도 결과 값들을 보여주고 있다. <Table 4>의 구성을 보면 열 2부터 11까지는 파라미터 값, 열 12는 최적 정책의 단위 시간당 평균 수익(g)을 나타낸다. 열 13은 휴리스틱 1의 단위 시간당 평균 수익의 최대값($g(F_P^*, F_S^*)$ 로 표기), 열 14와 15는 F_P^* 와 F_S^* , 열 16은 최적 정책과 휴리스틱 1 정책간의 % 차이인 $(g - g(F_P^*, F_S^*)) / g \times 100$ 을 나타낸다. 열 17은 휴리스틱 2의 단위 시간당 평균 수익의 최대값($g(I_P^*, I_S^*)$ 로 표기), 열 18과 19는 I_P^* 와 I_S^* , 열 20은 최적 정책과 휴리스틱 2 정책간의 % 차이인 $(g - g(I_P^*, I_S^*)) / g \times 100$ 을 나타낸다. 본 수치 실험에서 $M=15$ 이고 $\epsilon = 10^{-3}$ 이다. 배치 생산량 Q 는 EOQ 공식을 변형시킨 다음 식을 이용하여 구하였다. $Q = \sqrt{2 \times c_K \times (\lambda_1 + \lambda_2) / h_2}$. <Table 4>에서는 다음의 8가지 시나리오에 대한 비교 분석을 수행하였다.

<Table 4>의 결과는 파라미터 값들의 변화와 F_P^* , F_S^* , I_P^* , I_S^* 들 간에 다음과 같은 상관 관계가 존재할 수 있음을 보여주고 있다.

< λ_1 의 영향>

λ_1 이 증가할수록, F_P^* , F_S^* , I_P^* , I_S^* 는 증가하는 경향이 있는데,

Table 4. 시나리오 구성

시나리오	예제	세부 내용
1	1~5	λ_1 은 0.1씩 증가
2	6~10	λ_2 은 0.1씩 증가
3	11~15	R_1 은 10씩 증가
4	16~20	R_2 은 5씩 증가
5	21~25	c_K 은 100씩 증가
6	26~30	c_r 은 5씩 증가
7	31~35	h_1 은 0.5씩 증가
8	36~40	h_2 은 0.2씩 증가

이 결과는 MTO수요가 증가할 경우, 부품 생산을 확대하고 동시에 부품 수요 통제를 강화시켜 MTO생산 공급을 위한 부품 재고 확보를 늘려야 함을 의미한다. 또한, λ_1 의 증가는 휴리스틱 2의 % 수행도를 악화시켰다.

< λ_2 의 영향>

λ_2 가 증가하면, F_P^* 와 I_P^* 는 증가하고 F_S^* 와 I_S^* 는 감소하였다. 이 결과는 부품 외생 수요가 증가할 경우 부품 생산을 확대해야 하지만, 부품 재고가 지나치게 많아지는 것을 방지하기 위해 부품 수요 수용도 확대해야 함을 보여주고 있다. 한편, λ_2 가 증가할 때 휴리스틱 2의 % 수행도는 점진적으로 향상되었다.

< R_1 의 영향>

R_1 의 증가가 F_P^* 와 I_P^* 에 미치는 영향은 매우 제한적이고 상대적으로 F_S^* 와 I_S^* 에 미치는 영향이 컸다. 이는 R_1 이 증가하면 부품 생산을 확대하기보다는 부품 수요 통제를 강화해서 부품 재고가 더 많이 MTO생산에 투입되어야 함을 의미한다. R_1 의 증가가 부품 생산 확대로 이어지지 않는 이유는 내부/외부의 부품 수요가 확대되지 않은 상황에서 부품 생산을 늘리는 것은 과도한 재고 유지비용으로 귀결되어 기업의 수익성을 악화시킬 수 있기 때문이다.

< R_2 의 영향>

R_2 값이 증가하면 λ_2 의 경우에서처럼 F_P^* 와 I_P^* 는 증가하고 F_S^* 와 I_S^* 는 감소하였다. 그러나 그 증가/감소폭은 λ_2 일 때 보다는 훨씬 컸다. 즉, 부품 생산 및 수요 통제 전략은 부품 수요 빈도의 증가보다는 부품 판매 단가의 증가에 더욱 민감하게 반응함을 알 수 있다.

< c_K 의 영향>

c_K 값이 증가하면 F_P^* 와 I_P^* 는 감소하고 F_S^* 와 I_S^* 는 증가하였다. 즉, 부품 생산 가동비용이 증가하면 부품 생산을 축소시키고, 부품 재고 감소로 인해 야기될 수 있는 MTO생산 시설에 대한 부품 공급 감소 리스크는 부품 수요 통제 강화를 통해서 해결해야 함을 알 수 있다.

< c_r 과 h_1 의 영향>

c_r 와 h_1 의 증가는 F_P^* , F_S^* , I_P^* , I_S^* 를 증가시켰다. 즉, h_1 이 증가하면 부품 생산을 확대해야 하고, 동시에 부품 판매 비중을

줄여서 더 많은 부품 재고가 MTO생산에 투입되어야 함을 보여주고 있다. 이는 부품 재고 부족으로 인해 생길 수 있는 MTO생산 지연(결국, MTO수요 수용 거절로 귀결)을 방지할 수 있다는 점에서 예측 가능한 전략적 대응 방안이다.

< h_2 의 영향>

h_2 의 증가는 F_p^* 와 I_p^* 는 감소시키고 F_s^* 와 I_s^* 는 증가시켰다. 이는 부품 생산을 축소하고 이로 인한 MTO생산 시설에 대한 부품 공급 감소는 부품 수요 통제 강화를 통해서 해결해야 함을 의미한다. 또한, 휴리스틱 1과 2의 수행도는 h_2/h_1 값에 민감하였다. $h_2/h_1 \leq 0.35$ 일 때 휴리스틱은 1은 최적 수행도와 동일한 수행도를 보이며, 휴리스틱 2도 평균 % 수행도 차이보다 훨씬 낮은 0.6%와 1.7%를 보인다. 그러나 $h_2/h_1 = 0.65$ 일 때 두 휴리스틱의 수행도는 평균 % 수행도 차이보다 약 3배가 컸다.

본 수치 실험에서 $n_2 = n_1 + F_p$ 와 $n_2 = n_1 + F_s$ 을 사용하는 휴리스틱 1은 최적 정책과의 평균 수행도 차이가 0.4%에 불과하였다. 이 결과는 두 일차 선형 함수들이 $P(n_1)$ 과 $S(n_1)$ 을 매우 정확하게 추정하고 있음을 의미한다. Carr and Duenyas (2000)는 시스템 상태 변수들의 일차 선형 함수로 정의된 휴리스틱이 전환 곡선으로 주어지는 최적 통제 전략을 효과적으로 대체할 수 있음을 수치 실험을 통해 보이고 있다. $n_2 = I_p$ 와 $n_2 = I_s$ 를 사용하는 휴리스틱 2는 최적 정책과의 평균 수행도 차이가 2.5%로 나타났다. 따라서 <Table 4>의 결과는 $n_2 = n_1 + F_p$ 와 $n_2 = n_1 + F_s$ 이 $n_2 = I_p$ 와 $n_2 = I_s$ 보다 $P(n_1)$ 과 $S(n_1)$ 을 더 정확하게 추정했음을 보여주고 있다.

6. 확률 프로세스 변동성의 영향

이번 절에서는 MTO/MTS생산 시간, MTO수요/부품 수요가 정규 분포를 따른다고 가정하고, 확률 분포의 변동성이 부품 생산 및 수요 통제, 그리고 기업의 수익성에 미치는 영향을 분석한다. 비MDP 모형에서는 최적 전략을 규명하는 것이 가능하지 않기 때문에 휴리스틱 1을 대상으로 확률 프로세스의 변동성이 F_p^* 와 F_s^* 에 미치는 영향을 분석한다. 휴리스틱 2의 경우도 비슷한 결과를 얻을 수 있기 때문에 본 논문에서는 이를 생략한다. 변동성 분석은 시뮬레이션을 통해 이루어졌으며, 결과는 <Table 5>에 제시되었다. 시뮬레이션 코드는 C 언어로 쓰였으며, <Table 5>의 각 예제에 대해 $Q = 20$ 으로 놓고 1,000,000시간 단위의 시뮬레이션을 수행하였다. <Table 5>에서 σ 는 표준 편차이다. 예제 1~20은 각 프로세스의 σ 값에 따라 4개의 그룹으로 구성된다.

<Table 5>에서 %는 각 그룹의 첫 번째 예제의 평균 수익에 대한 나머지 예제들의 평균 수익의 백분율 차이를 나타내고 있다. 예를 들면, 예제 5의 16.5%는 $(10.57 - 8.83) / 10.57 \times 100$ 으로 주어진다. <Table 5>의 결과는 프로세스의 변동성과

Table 5. 시뮬레이션을 위한 시나리오 구성

그룹	예제	세부 내용
1	1~5	MTO수요의 σ 는 20%씩 증가
2	6~10	부품수요의 σ 는 20%씩 증가
3	11~15	MTO생산시간의 σ 는 20%씩 증가
4	16~20	MTS생산시간의 σ 는 20%씩 증가

휴리스틱 1의 수행도간에는 다음과 같은 상관관계가 존재함을 보여주고 있다.

<MTO수요 변동성 영향>

MTO수요 변동성이 증가할 경우 F_p^* 에는 변화가 없고 F_s^* 는 감소하는 경향을 보였다. 이 결과는 부품 수요에 대한 수용 통제를 완화시켜 부품 판매 비중을 늘려야 함을 의미한다. 그러나 이러한 조치는 부품 재고 배급의 비중을 MTO생산 보다는 부품 판매에 치우치게 함으로써 결과적으로 기업 수익성에 부정적인 영향을 미칠 수 있다. 실제로 <Table 5>의 결과를 보면 MTO수요 변동성의 증가는 MTS생산 시간 변동성 증가 다음으로 기업 수익성에 부정적인 영향을 끼쳤음을 알 수 있다.

<부품 수요 변동성 영향>

부품 수요 변동성의 증가가 F_p^* 와 F_s^* 에 미치는 영향은 없음을 알 수 있다. 또한 부품 수요 변동성의 증가가 기업의 수익성에 미치는 영향도 다른 3개 프로세스의 변동성 결과와 비교했을 때 매우 제한적임을 알 수 있다.

<MTO생산 시간 변동성 영향>

부품 수요 변동성의 경우에서처럼 MTO생산 시간의 변동성 증가는 F_p^* 와 F_s^* 값에 아무런 영향을 미치지 못하였으며, 기업 수익성에 끼치는 부정적인 영향도 제한적임을 알 수 있다.

<MTS생산 시간 변동성 영향>

다른 3개 프로세스의 변동성 결과와 비교했을 때, F_p^* 와 F_s^* 그리고 기업의 수익성에 미치는 파급 효과가 가장 큰 것으로 나타났다. MTS생산 시간의 변동성 증가는 F_p^* 와 F_s^* 를 증가시켜 변동성이 작을 때보다 부품 생산도 확대하고, 부품 수요 통제도 강화하였다. 이는 MTS생산 시간 변동성이 클 때는 MTO생산에 필요한 부품 재고를 더 많이 확보해야 하는 것으로 해석이 가능하다. 그러나 이러한 전략적 변화는 부품 판매 매출 감소와 과도한 부품 재고 비용을 야기시켜 기업 수익성에 매우 부정적인 영향을 끼쳤음을 알 수 있다.

<Table 6>에 제시된 결과를 정리해보면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 첫째, 기업의 수익성은 MTS생산 시간의 변동성과 MTO수요 변동성에 큰 영향을 받는다. 둘째, 부품 생산 전략과 부품 수요 통제 전략은 MTS생산 시간의 변동성에 큰 영향을 받는다. 셋째, MTO생산 시간의 변동성과 부품 수요 변동성이 부품 생산 전략, 부품 수요 통제 전략, 그리고 기업의 수익성에 미치는 영향은 제한적이다.

Table 6. 최적 정책과 휴리스틱 1과 2의 수행도 비교

	R_1	R_2	c_K	c_r	h_1	h_2	λ_1	μ_1	λ_2	μ_2	g	$g(F_P^*, F_S^*)$	F_P^*	F_S^*	%	$g(I_P^*, I_S^*)$	I_P^*	I_S^*	%	Q
1	40	20	200	10	2	1	0.4	1.5	0.3	0.1	3.00	3.00	0	3	0.0	2.87	1	4	4.5	17
2							0.5				4.22	4.21	1	4	0.2	3.99	2	5	5.5	18
3							0.6				5.35	5.32	3	4	0.6	5.04	4	6	5.8	19
4							0.7				6.34	6.32	4	4	0.3	5.97	6	7	5.8	20
5							0.8				7.15	7.12	5	5	0.4	6.71	7	8	6.2	21
6	40	20	200	10	2	1	0.6	1.5	0.1	0.1	4.07	4.06	2	5	0.2	3.75	4	7	7.9	17
7									0.2		4.70	4.69	2	5	0.2	4.39	4	6	6.6	18
8									0.3		5.35	5.32	3	4	0.6	5.04	4	6	5.8	19
9									0.4		6.02	6.00	3	3	0.3	5.70	4	5	5.3	20
10									0.5		6.71	6.70	3	3	0.1	6.40	5	5	4.6	21
11	35	20	200	10	2	1	0.6	1.5	0.4	0.1	3.11	3.09	3	3	0.6	2.8	4	5	10.0	20
12	45										8.93	8.92	3	3	0.1	8.61	5	5	3.6	20
13	55										14.76	14.75	3	4	0.1	14.44	5	5	2.2	20
14	65										20.59	20.58	3	4	0.0	20.26	5	6	1.6	20
15	75										26.43	26.41	4	4	0.1	26.09	5	6	1.3	20
16	40	15	200	10	2	1	0.6	1.5	0.4	0.1	5.11	5.05	2	5	1.2	4.81	4	9	5.9	20
17		20									6.02	6.00	3	3	0.3	5.70	4	5	5.3	20
18		25									7.24	7.22	4	2	0.3	6.93	5	4	4.3	20
19		30									8.55	8.53	4	1	0.2	8.27	6	3	3.3	20
20		35									9.96	9.93	5	1	0.3	9.64	6	2	3.2	20
21	40	20	100	10	2	1	0.6	1.5	0.4	0.1	9.28	9.27	6	3	0.1	8.78	8	5	5.4	15
22			150								7.68	7.67	4	3	0.1	7.3	6	5	4.9	18
23			200								6.02	6	3	3	0.3	5.7	4	5	5.3	20
24			250								4.77	4.76	2	5	0.2	4.55	3	6	4.6	23
25			300								3.47	3.46	1	6	0.3	3.29	2	7	5.2	25
26	40	20	200	5	2	1	1	1.5	0.4	0.1	9.1	9.01	8	6	1.0	8.77	12	10	3.6	24
27				10							8.75	8.67	8	7	0.9	8.4	12	11	4.0	24
28				15							8.42	8.33	8	7	1.1	8.05	13	11	4.4	24
29				20							8.09	8.01	9	7	1.0	7.71	13	11	4.7	24
30				25							7.78	7.7	10	8	1.0	7.38	13	12	5.1	24
31	40	20	200	10	1	1	0.6	1.5	0.4	0.1	9.01	8.98	1	1	0.3	8.77	2	3	2.7	20
32					1.5						7.42	7.40	2	2	0.3	7.13	3	4	3.9	20
33					2						6.02	6.00	3	3	0.3	5.70	4	5	5.3	20
34					2.5						4.77	4.76	4	4	0.2	4.43	5	6	7.1	20
35					3						3.63	3.61	5	5	0.6	3.28	6	7	9.6	20
36	40	20	200	10	2	0.5	0.6	1.5	0.4	0.1	12.76	12.76	6	3	0.0	12.68	7	4	0.6	29
37						0.7					9.64	9.64	4	3	0.0	9.48	6	4	1.7	24
38						0.9					7.3	7.29	3	3	0.1	7.06	5	4	3.3	22
39						1.1					5.21	5.19	2	4	0.4	4.89	4	5	6.1	20
40						1.3					3.3	3.26	2	4	1.2	2.82	4	5	14.5	18
% 평균 값															0.4				5.0	

7. 결 론

본 논문은 MTS시설과 MTO시설로 이루어진 두 단계 일렬 생산 시스템에서 MTO제품과 부품을 함께 판매하는 상황을 고려하였다. 선행 연구들과 비교했을 때, 본 논문은 첫째, 배치 생산 방식과 생산 가동에 따른 고정 비용을 반영하였으며, 둘째, 복수 생산 단계에서 두 번째 단계의 생산 시간을 고려하였으며, 셋째, 확률 분포의 변동성이 부품 생산 및 수요

통제와 기업 수익성에 미치는 영향을 분석하였다는 점에서 기존 연구들과 차별성을 갖는다. 본 논문에서 제안한 연구 모형은 자동차 부품 산업과 백색 가전 산업, 그리고 애프터 세일즈 서비스 사업 비중이 높은 산업에서 그 적용 사례들을 찾을 수가 있다. 따라서 수치 실험을 통해 제시된 운영 수준에서의 전략적 이슈들과 관련 해석들은 궁극적으로 본 연구 결과가 실무에 직접적으로 적용되는 데 필요한 토대를 마련하였다고 볼 수 있다.

Table 7. 확률 프로세스의 변동성이 휴리스틱 1의 수행도에 미치는 영향

	R_1	R_2	c_K	c_r	h_1	h_2	MTO 수요		MTO 시간		부품 수요		MTS 시간		$g(F_A^*, F_S^*)$	F_A^*	F_S^*	%
							λ_1^{-1}	σ	μ_1^{-1}	σ	λ_1^{-2}	σ	μ_2^{-1}	σ				
1	40	20	200	10	2	1	0.6	0.12	1.5	0.75	0.4	0.2	0.1	0.05	10.57	4	2	
2								0.24							10.43	4	2	1.3
3								0.36							10.04	4	1	5.0
4								0.48							9.49	4	1	10.2
5								0.6							8.83	4	1	16.5
6	40	20	200	10	2	1	0.6	0.3	1.5	0.75	0.4	0.08	0.1	0.05	10.32	4	2	
7												0.16			10.29	4	2	0.3
8												0.24			10.21	4	2	1.1
9												0.32			10.15	4	2	1.6
10												0.4			10.00	4	2	3.1
11	40	20	200	10	2	1	0.6	0.3	1.5	0.3	0.4	0.2	0.1	0.05	10.32	4	2	
12										0.6					10.29	4	2	0.3
13										0.9					10.21	4	2	1.1
14										1.2					10.07	4	2	2.4
15										1.5					9.87	4	2	4.4
16	40	20	200	10	2	1	0.6	0.3	1.5	0.75	0.4	0.2	0.1	0.02	11.40	4	1	
17														0.04	10.71	4	1	6.1
18														0.06	9.79	4	3	14.1
19														0.08	8.83	4	3	22.5
20														0.1	7.82	5	3	31.4

참고문헌

Benjaafar, S. and Elhafsi, M. (2006), Production and inventory control of a single product assemble-to-order system with multiple customer classes, *Management Science*, **52**, 1896-1912.

Benjaafar, S., Elhafsi, M., and Huang, T. (2010), Optimal control of a production-inventory system with both backorders and lost sales, *Naval Research Logistics*, **57**, 252-265.

Carr, S. and Duenyas, I. (2000), Optimal admission control and sequencing in a Make-to-stock and Make-to-order production system, *Operations Research*, **48**, 709-720.

Cohen, M. A., Agrawal, N., and V. Agrawal, V. (2006), Winning in the Aftermarket, *Harvard Business Review*, DOI: 10.1225/R0605H

de Vericourt, F. and Karaesmen, Y. (2002), Stock allocation for a capacitated supply chain, *Management Science*, **48**, 1486-1501.

Deshpande, V., Cohen, M. A., and Donohue, K. (2003), A threshold inventory rationing policy for service-differentiated demand classes, *Management Science*, **49**, 683-703.

Elhafsi, M. (2009), Optimal integrated production and inventory control of an assemble-to-order system with multiple non-unitary demand classes, *European Journal of Operational Research*, **194**, 127-142.

Gayon, J. P., de Vericourt, F., and Karaesman, F. (2004), Stock rationing in a make-to-stock queue with information on the production status, unpublished.

Ha, A. Y. (1997a), Inventory rationing in a make-to-stock production system with several demand classes and lost sales, *Management Science*, **43**, 1093-1103.

Ha, A. Y. (1997b), Stock rationing policy for a make-to-stock production system with two priority classes and backordering, *Naval Research Logistics*, **44**, 457-472.

Ha, A. Y. (2000), Stock rationing in an $M/E_k/1$ make-to-stock queue, *Management Science*, **46**, 77-87.

Huang, B. and Irvani, S. (2008), A Make-to-Stock System with Multiple Customer Classes and Batch Ordering, *Operations Research*, **56**(5), 1312-1320.

Ioannidis, S. (2011), An inventory and order admission control policy for production systems with two customer classes, *International Journal of Production Economic*s*, **131**, 663-673.

Lee, J. and Hong, Y. (2003), A stock rationing policy in a (s, S)-controlled stochastic production system with 2-phase coxian processing times and lost sales, *International Journal of Production Economics*, **83**, 299-307.

Melchioris, P., Dekker, R., and Kleijn, M. J. (2000), Inventory rationing in a (s, Q) inventory model with lost sales and two demand classes, *Journal of the Operational Research Society*, **51**(1), 111-122

Porteus, E. (1982), Conditions for characterizing the structure of optimal strategies in infinite-horizon dynamic programs, *Journal of Optimization Theory and Applications*, **36**, 419-432.

Puterman, M. (2005), Markov Decision Processes, John Wiley and Sons.

Teunter, R. and Haneveld, W. (2008), Dynamic inventory rationing strategies for inventory systems with two demand classes, Poisson demand and backordering, *European Journal of Operational Research*, **190**, 156-178.

Veatch, M. and Wein, L. (1994), Optimal control of a two-station tandem production/inventory system, *Operations Research*, **42**, 337-350.