

중력에 의해 진동하는 2단 축방향 전개 보의 유한요소 모델링

윤원상⁺, 배규현⁺, 범희락⁺⁺, 홍성욱^{*}

(논문접수일 2011. 10. 25, 수정일 2011. 11. 24, 심사완료일 2011. 12. 08)

Finite Element Modeling of 2-stage Axially Deploying Beams Vibrating Under Gravity

Won-Sang Yun⁺, Gyu-Hyun Bae⁺, Hee-Rak Beom⁺⁺, Seong-Wook Hong^{*}

Abstract

Multi-stage deploying beams are useful for transporting parts or products handling in production lines. However, such multi-stage beams are often exposed to unwanted vibration due to the presence of their flexibility and time-varying properties. This paper is concerned with dynamic modeling and analysis of 2-stage axially deploying beams under gravity by using the finite element method. A variable domain finite element method is employed to develop the dynamic model. A rigorous method to account for engagement of two-stage beams during the deploying procedure is introduced by breaking the entire domain into three variable domains. Several deploying strategies are tested to analyze the residual vibrations. Several examples are illustrated to investigate the self-induced damping and the effects of deploying strategy on the vibrations.

Key Words : Deploying beam(전개 보), Variable domain finite element(가변영역 유한요소), Multi-stage(다단), Gravity(중력)

1. 서론

부품 이송과 공급은 생산 시스템의 필수 공정이다. 특히 공정 간 이송장치의 빠른 전개와 회전은 생산성에 직접 영향을 주게 되므로 매우 중요하게 고려되고 있다. 효율적인 이송을 위한 한 가지 모델로 망원경 형태의 메커니즘에 의해 전개하는 보를 갖는 구동장치를 들 수 있다. 이 방법은 공간을 절약할 뿐만 아니라 자중이 작아 빠른 응답을 얻을 수 있다. 또 보를 다단으로 구성하면 이송거리를 쉽게 조정할 수 있는 장점이 있다. Fig. 1은 이와 같은 메커니즘이 실제 적용된 로봇을 보여주고 있다.

전개되는 형식의 보를 갖는 구동장치는 전개 또는 후퇴 시 진동이 발생하는 것으로 알려져 있다⁽¹⁾. 이 현상에 대한 해석에

관한 많은 연구가 있어 왔다⁽¹⁻¹³⁾. 그러나 대부분의 연구는 전개 또는 후퇴되는 보의 안정성에 그 초점을 두었으며 실제 내외부 가진에 대한 응답 해석은 많지 않았다. 특히 전개되는 보의 자중의 변화를 겪게 되며 이는 전개 방향의 수직으로 진동을 발생 시키게 된다⁽¹²⁾. 전개방향의 수직으로 발생하는 진동 현상은 구동장치의 정렬을 나쁘게 하며 이송 중 부품 파손이나 조립불량을 일으킨다. 따라서 이와 같이 전개되는 보에서 중력에 의해 발생하는 진동을 분석하거나 억제하기 위한 연구에 관심이 모아지고 있다^(11,13).

본 논문에서는 축방향으로 전개되는 보가 자중을 받는 조건에서의 횡진동에 대한 유한요소모델을 구성하였다. 또한 실제 시스템에서 많이 활용되고 있는 다단 전개 보에서의 현상을 이해하기 위해 2단보에 대한 수치모델을 구성하였고 검증하였다.

⁺ 금오공과대학교 대학원

⁺⁺ 미래산업(주)

^{*} 교신저자, 금오공과대학교 기전공학과 (swhong@kumoh.ac.kr)

주소: 730-701 경북 구미시 양호동 1번지

전개되는 보의 그 길이가 시간에 따른 변수가 되므로 유한요소모델을 구성하기 위해서는 기존의 정적 구조물과 다른 기법이 필요하다. 본 연구에서는 요소의 개수는 고정시키고 길이가 시간에 따라 변하는 것으로 가정한 가변영역 유한요소 모델⁽¹⁾을 도입하였다. 특히, 전개 중 가진력을 형성하게 되는 보의 중력항을 고려하였다. 보의 세장비가 비교적 크다는 가정에 따라 전단력을 무시한 Rayleigh 보 이론을 적용하였다.

한편, 본 연구에서는 1개의 보가 전개되는 것이 아니라 여러 개의 보가 전개되는 상황을 가정하여 2단의 보가 전개되는 상황에서의 보 전개를 고려하였다. 2단의 보 전개를 일반화 한다면 3단 이상의 다단 보에 대한 해석으로 손쉽게 일반화할 수 있을 것으로 생각된다. 2단의 보가 전개되는 경우, 단순히 1단의 보 모델 2개가 중첩되는 것이 아니라 두 개의 보가 중첩되는 부분의 자유도를 적절히 조합할 필요가 있다. 본 논문에서는 2개의 보가 중첩되는 부분을 별도의 가변영역으로 구분하는 방식을 채택, 3개의 가변영역을 설정하여 모델링하는 방법을 제시하였다.

전개되는 보를 포함한 메커니즘에 대해 전개되는 방식에 따른 특성의 차이를 관찰하는 것은 실용적 관점에서 의미가 있다. 본 논문에서는 개발된 모델을 이용하여 순차적 전개와 동시 전개 시의 진동 특성의 차이를 비교 분석하였다.

2. 단순 전개 보의 모델링

2.1 단순 전개보 모델링

Fig. 2에는 단순 1단 전개 보의 개념도를 보여주고 있다. 그립과 같이 수직 횡방향과 축방향을 제외한 보의 나머지 자유도가 구속된 상태에서 보가 전개되면 보의 횡진동을 하게 된다.

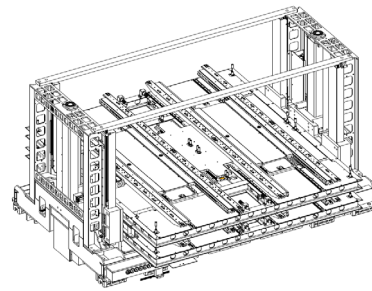
Fig. 3는 본 연구에서 고려한 유한요소모델의 요소에 관한 좌표계를 나타내고 있다. 보의 레일레이 보(Rayleigh beam)이론을 적용하였다. 요소는 2개의 절점(bode)을 가지고 각 절점은 수직 변위(U_{e1}, U_{e2})와 각 변위(Γ_{e1}, Γ_{e2})가 있으며 모두 4개의 자유도를 가진다.

요소의 길이를 가변으로 두고 외력이 없는 조건에서의 유한요소 모델링 과정을 적용하면 다음과 같은 유한요소방정식을 얻을 수 있다.

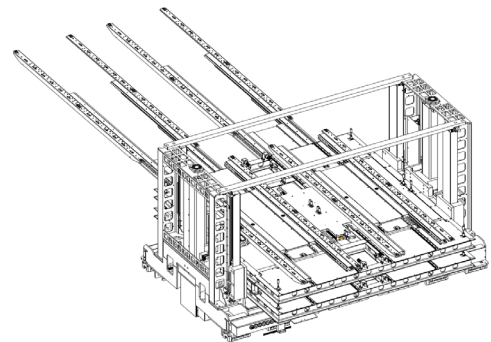
$$[m_e]\{\ddot{q}_e\} + [c_e]\{\dot{q}_e\} + [k_e]\{q_e\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서, $[m_e], [c_e], [k_e]$ 는 요소의 질량, 감쇠, 강성 행렬이며 시간의 함수로 표현된다. 여기서는 보가 전개되는 경우에도 요소의 수를 일정하게 유지하기 위해 요소의 길이가 변하는 것으로 하였다. 행렬의 상세요소는 참고문헌^(1,13)을 통해 확인할 수 있다.

요소의 행렬들을 조합하여 관성, 감쇠, 강성의 전역행렬



(a) before deploying



(b) after deploying

Fig. 1 Deploying beam robot

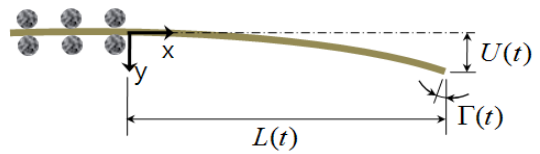


Fig. 2 Schematic diagram of a simple deploying beam

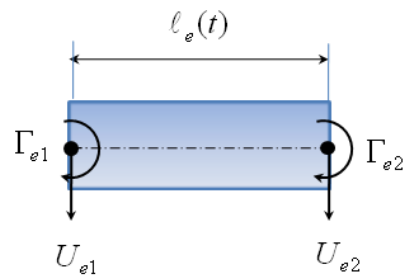


Fig. 3 Coordinates system for a finite element

(global matrix) $[M(t)], [C(t)], [K(t)]$ 를 구하면 다음과 같은 전역행렬방정식을 얻을 수 있다.

$$[M(t)]\{\ddot{q}(t)\} + [C(t)]\{\dot{q}(t)\} + [K(t)]\{q(t)\} = \{0\} \quad (2)$$

이때 $\{q\}$ 는 전역벡터로서, 요소의 수를 n 이라할 때 자유도가 $2(n+1)$ 이며, 경계조건을 적용하게 되면 $2n$ 이 된다. 따라서 최종 전역행렬의 크기는 모두 $2n \times 2n$ 이 된다. 본 논문에서 사

Table 1 Simulation parameters of the numerical model

Parameter	Symbol	Value
Material	Al	Aluminum
Initial Length(m)	L0	0.26
Initial Deformation(m)	δ_0	0
Deploying Velocity(m/s)	v	0.44
Deploying Time(s)	acc/dec	0.05
	uniform	1
Material Density(kg/m ³)	ρ	2770
Young's Modulus(GPa)	E	69
Cross Section Area(m ²)	A	0.04×0.002
Area Moment of Inertia	I	0.04×0.002 ³ /12

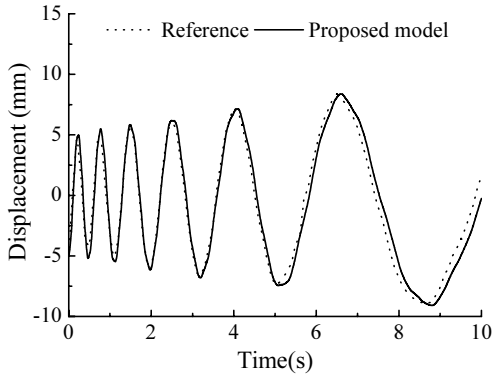


Fig. 4 Time responses for initial conditions from the proposed model and the reference data

용한 이와 같은 유한요소모델의 신뢰성 검증을 위해 참고문헌⁽¹⁾의 데이터와 비교하였다. 시뮬레이션을 위한 매개변수값은 Table 1⁽¹⁾과 같이 설정하였다. Fig. 4에 참고문헌의 데이터와 본 논문에서 사용한 유한요소모델의 계산결과를 비교하였다. 사용된 유한요소모델의 결과와 참고문헌의 데이터가 잘 일치하므로 사용된 모델을 신뢰할 수 있음을 확인할 수 있다.

2.2 단순 전개 보의 중력에 의한 진동 모델링

앞서 고려한 유한요소모델은 초기조건에 의한 진동만을 고려한 경우이다. 본 논문에서는 중력에 의한 가진을 고려하였다. Fig. 5에 나타낸 바와 같이 보에 작용하는 중력은 단위길이 당 일정한 크기를 갖는 분포 하중이 되지만, 전개되는 보의 길이가 시간에 따라 변화하므로 시간에 따른 변화가 발생하게 된다. 식 (2)는 중력이 포함된 요소의 조합 행렬식으로 나타냈다.

$$[m_e]\{\ddot{q}_e\} + [c_e]\{\dot{q}_e\} + [k_e]\{q_e\} = [f_{eg}] \quad (3)$$

여기서, $\{f_{eg}\}$ 는 요소가 갖는 자중에 의한 힘벡터로서,

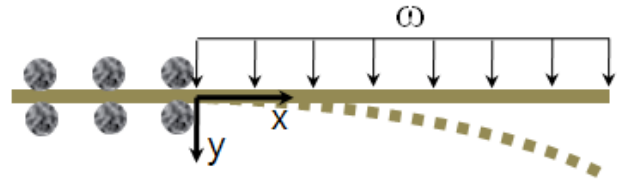


Fig. 5 Schematic diagram of deploying beams under gravity

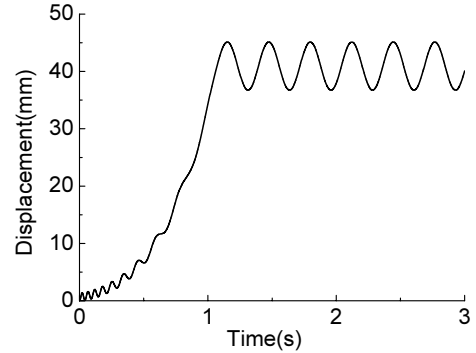


Fig. 6 Simulation result of lateral vibration for deploying beam under gravity

$$[f_{eg}] = \rho A g \ell_e(t) \left[\frac{1}{2} \quad \frac{\ell_e(t)}{12} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{\ell_e(t)}{12} \right]^T \quad (4)$$

로 표현된다. 여기서 ρ, A 는 각각 밀도와 단면적을, g 는 중력가속도, $\ell_e(t)$ 는 가변요소길이를 의미한다. 식 (4)로부터 요소가 갖는 자중이 등가적으로 절점좌표 4개의 성분으로 분산되어 가해짐을 알 수 있다.

따라서 식 (2)를 다음과 같이 수정할 수 있다.

$$[M(t)]\{\ddot{q}(t)\} + [C(t)]\{\dot{q}(t)\} + [K(t)]\{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (5)$$

여기서, $\{f(t)\}$ 는 식 (4)의 요소벡터를 조합하여 얻어진 전역 외력벡터이다.

Fig. 6에는 전개 보의 중력 하에서의 진동을 보여주고 있다. 전개되는 과정에서 진동이 발생하고 있으나 자체 감쇠에 의해 억제되는 경향이 있으며 전개가 완료된 상태에서 일정한 주파수를 갖는 진동이 발생하고 있음을 볼 수 있다. 여기서는 외부 감쇠를 고려하지 않아 전개가 완료된 후에는 진동이 감소하지 않고 유지되고 있다.

2.3 감쇠항의 영향

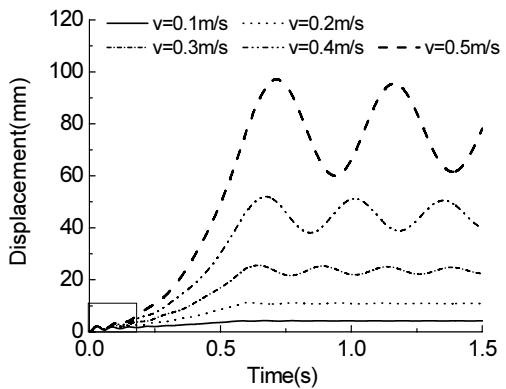
시스템에 인가되는 감쇠의 효과를 검토하기 위해 전체적인 감쇠를 다음과 같이 가정하였다.

$$[C_g(t)] = [C(t)] + \alpha[M(t)] + \beta[K(t)] \quad (6)$$

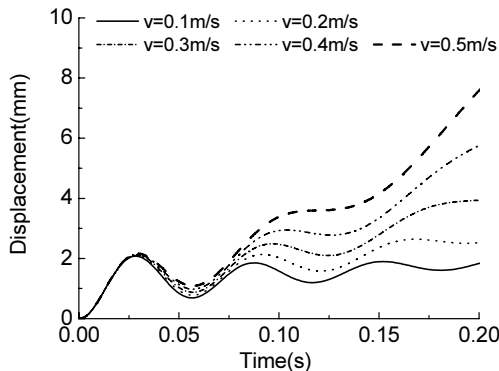
여기서, 첫 번째 항은 식 (2), (5)에서 표현한 전역감쇠행렬이며 두 번째, 세 번째 항은 비례감쇠 형태로 가정한 등가감쇠항을 나타낸다. 첫째 항은 전개길이, 속도, 가속도의 영향을 받게 된다. 두 번째 및 세 번째 항의 α 와 β 는 전개 완료 후 잔류진동에 대한 실험결과⁽¹¹⁾를 참조하여 $\alpha=0.002$, $\beta=0.002$ 로 하였다.

Fig. 7에서는 보의 전개 시 속도별 진동변위를 나타냈다. 전개하는 시간을 동일하게 하였기 때문에 고속으로 전개된 경우의 전개 길이가 길어지며, 고유진동수가 낮아진다. Fig. 7(a)를 통해, 고속으로 전개된 경우가 상대적으로 잔류진동이 커지게 됨을 확인할 수 있다. 전개가 완료되면, 식 (6)의 우변 첫 번째 항인 전개에 의한 자체감쇠가 없어지고, 관성행렬과 강성행렬 또한 일정하므로 일반적인 비례감쇠계 특성을 보이게 된다.

한편 Fig. 7(b)는 전개가 진행되는 과정에서의 감쇠를 보기 위해 전개 초기의 변화를 보여준 그림이다. 전개 시 속도가 크면 감쇠가 커지게 됨을 볼 수 있으나, 시변 특성으로 인해 속도에 따른 감쇠효과에 대한 엄밀한 비교에는 한계가 있다. 전개 시에는 그 고유진동수도 높고 자체의 감쇠효과도 크게 나타나게 되면서 진동이 크게 발생하지 않게 되지만 정지하게 되면 자체의 등가감쇠에 의한 진동감쇠만이 있게 되고, 장시간 잔류진동을 하게 된다.



(a) wide



(b) zoomed

Fig. 7 Comparison of self-damping effects with the velocity varied

3. 2단 전개 보의 진동

3.1 2단 전개 보의 모델링 및 검증

2단 전개 보의 단순 전개 보 모델을 확장하여 3 영역으로 나눈 후 영역별 특성에 맞게 파라미터를 변경하였다. Fig. 8은 2단 보가 전개될 때의 모델에 대한 개념도를 보여준다.

그림에서 볼 수 있는 바와 같이 전개가 시작되면 전체 시스템은 두 번째 보만으로 표현되는 부분(I), 첫 번째와 두 번째 보가 겹쳐지는 부분(II), 첫 번째 보만으로 표현되는 부분(III)으로 나뉘어진다. 보의 전개가 진행되면 I, III부분은 시간에 따라 길어지며, II부분은 짧아지게 된다. 본 논문에서는 이와 같이 시간에 따라 그 길이가 변하는 부분을 3영역으로 구분하여 각 부분별로 요소의 수가 일정하고, 그 길이가 변하는 방식으로 모델링하였다. 본 논문에서 채용한 방식은 기존의 연구에서 일반적으로 채택되었던 방식과 다소의 차이를 보이게 되므로 검증이 필요하다. 그러나 이와 같이 2단의 보가 전개되는 경우에 대한 기존의 해석 또는 실험결과가 없어 자체적인 검증을 실시하였다.

2단 전개 보 모델의 검증을 위해 2단 보가 단순 보와 같은 거동을 하도록 설정함으로써 비교하였다. 즉, 앞서 설정한 구간 중 II 부분의 두 보가 겹치는 부분을 단순 전개 보의 단면과 물성을 같게 두고, 매순간 전개하는 총길이를 같게 하여 비교한다면 2단 보의 모델로 부터 단순 보 모델의 계산 결과와 동일한 결과가 나와야 한다. 시뮬레이션에서는 초기길이를 0.3 m, 개별 전개 보의 속도를 0.5 m/s 로 하였다.

Fig. 9에 단순 보에 대한 계산결과와 2단 보 모델을 이용하여

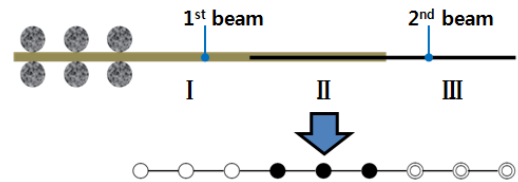


Fig. 8 Schematic diagram of 2 stage deploying beams

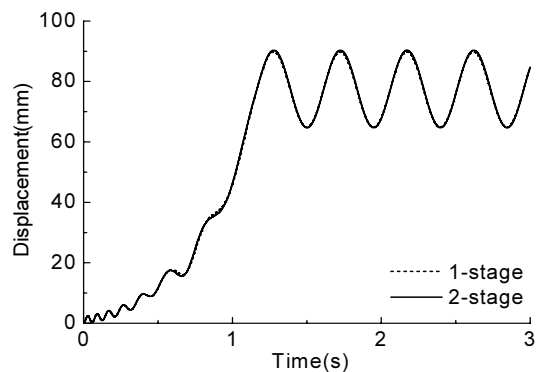


Fig. 9 Validation of the 2-stage deploying beam model by comparison with the simple deploying beam

Table 2 Errors between the 2-stage deploying beam model and the simple deploying beam as the number of elements increases

Number of elements	Error(%)
3	0.1739
6	0.0128
9	0.0037
12	0.917×10^{-3}
15	0.200×10^{-7}

단순 보와 동일한 상황을 연출한 경우의 결과를 비교하였다. 여기서는 요소의 수를 12개로 두었다. 결과를 보면 단순 보 전개와 2단 보 전개 시 진폭과 주파수가 거의 일치함을 알 수 있다. 따라서 단순 보 모형을 2단 전개 보 모델로 변경하였음에도 불구하고 전개 보의 특성을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다. 한편 시변요소 길이를 갖는 유한요소방법의 검증을 위해 요소의 수를 증가시키면서 그 응답을 비교하였다. 단순 전개 보와 2단 전개 보의 최대오차를 해당시간의 단순 전개 보 응답으로 나누어서 구해진 상대오차를 Table 2에 나타내었다. 전체적으로 대단히 작은 오차를 보이고 있으며 특히, 요소의 수가 증가함에 따라 응답의 차이가 더욱 작아지는 것을 볼 수 있다. 이는 요소 수의 증가에 따라 응답의 정밀도가 향상되는 것을 의미하는 것으로 제안된 계산방식의 적합성을 나타낸다고 할 수 있다.

3.2 2단 전개 시뮬레이션

제안된 2단 전개 보 모델을 이용하여 2단 전개 보의 진동특성을 검토하였다. 2단의 전개 보에 대한 실제 운전 조건을 반영하여 Fig. 10에서 예시하고 있는 바와 같이 II 부분의 특성을 두 보가 겹쳐져서 나타나는 조건으로 2단 전개 시의 진동특성을 시뮬레이션 하였다.

특히 여기서는 2단 보의 전개방법에 따른 진동 차이를 분석하기 위해 다음과 같이 3가지 서로 다른 전개방법을 고려하였다.

- case 1: 1단 전개 후 2단 전개
- case 2: 2단 전개 후 1단 전개
- case 3: 1단과 2단 동시 전개

세 가지 경우 모두 동일한 시간에 전개가 종료되도록 하였다. 따라서 Case 3의 경우, 두 보가 동시에 전개됨으로 인해 상대적으로 낮은 속도로 전개된다. 전개에 소요되는 총 시간은 앞에서의 예제와 마찬가지로 가감속구간을 포함하여 1.1초로 두었다.

Fig. 11에 계산결과를 보여주고 있다. 단순 전개 보에서의 결과와 유사한 특성을 보이고 있으나 전개가 시작되는 지점에서 50% 전개되는 과정에서의 변위가 다소 완만하게 증가하는 차

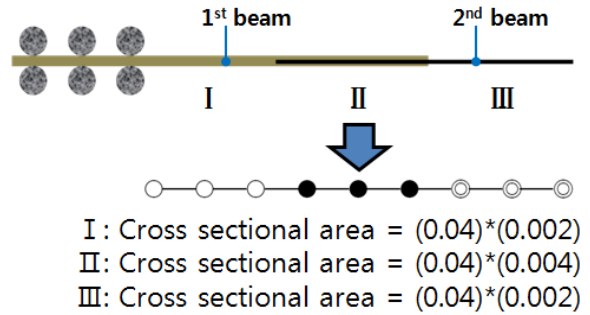


Fig. 10 Cross sections for the 2-stage deploying beams

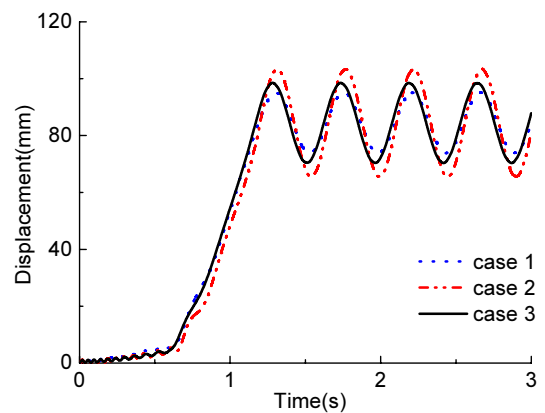


Fig. 11 Vibrations for 2-stage deploying beam with three different deploying strategies

이점이 나타나고 있다. 이는 2단계로 나누어 전개되는 과정에서 발생하는 현상으로 파악된다. 한편, 본 예제의 경우, case 1에서 가장 적은 진동이 유발됨을 볼 수 있다. 이는 전체 전개 과정의 평균강성이 상대적으로 크기 때문에 나타난 현상으로 생각된다. 가장 진동이 크게 나타나게 되는 조건은 2단을 먼저 전개한 후 1단을 전개하는 case 2이며, 두 개의 보를 동시에 전개하는 방법은 앞의 두 경우의 중간적인 특성을 갖는다.

진동을 저감하는 전개방식으로, 전개과정 중의 평균강성을 높일 수 있도록 유효강성을 높이는 전략이 일차적인 개선안이 될 수 있다. 그러나 실제적인 조건에서는 잔류진동에 영향을 미치는 주모드와 일부 고주파모드 상호간의 중첩과, 전개 시의 가감속 및 등속구간 등에 의해 그 특성에 다소의 차이가 있을 수 있으므로 모든 경우에 적용되기는 어렵다. 또한, Fig. 11에서 확인할 수 있는 바와 같이 전개방식에 무관하게 상당한 정도의 잔류진동이 유지되는 것을 회피하기 어렵다. 따라서 이와 같은 잔류진동을 저감시키기 위해서는 전개방식을 변화시키기 보다는 적극적인 대책이 필요할 것으로 생각된다. 2단 전개 보의 경우에도 단순 전개 보와 유사한 진동 양상을 보이고 있으므로 잔류진동을 저감시키기 위한 방법으로 단순 전개 보의 경우

와 마찬가지로 입력성형방법이 유효할 것으로 예상된다.

본 연구에서 개발된 2단 전개 보 모델은 다단 전개 보로의 확장이 가능하며, 일반적인 다단 전개 보의 입력성형기법을 비롯한 진동저감기법의 개발을 위해 유용하게 활용될 수 있을 것으로 생각된다.

4. 결론

본 논문에서는 중력이 있는 상태에서 2단으로 전개되는 보를 가변영역 유한요소모델을 이용하여 모델링하였으며 그 특성을 해석하였다. 또한 전개방법을 3가지로 하여 비교 분석하였으며 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 2단보가 전개되는 과정을 3개의 영역으로 구분하여 모델링 하는 방법을 제안하였으며 단순 전개 보와의 비교를 통해 유효성을 확인하였다.
- (2) 실제 활용 조건에서의 유효성을 검증하기 위해 3가지 방식의 전개 전략을 검토하였으며, 유효강성이 크게 되는 경우에 잔류진동이 작아지는 특성을 나타냈다.
- (3) 제안된 2단 보 전개 모델은 다단으로의 일반화가 가능하며, 실제적인 망원경방식의 전개 보 이송장치의 설계 및 해석에 활용이 가능할 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 지식경제부에서 지원하는 산업핵심기술개발사업의 연구비 지원으로 수행 되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Chang, J. R., Lin, W. J., Huang, C. J., and Choi, S. T., 2010, "Vibration and Stability of an Axially Moving Rayleigh Beam," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 34, No. 6, pp. 1482~1497.
- (2) Tabarrok, B., Lee, C. M., and Kim, Y. I., 1974, "On the Dynamics of an Axially Moving Beam," *J. of the Franklin Institute*, Vol. 293, No. 3, pp. 201~220.
- (3) Sreeram, R. T., and Sivaneri, N. T., 1998, "FE- Analysis of Moving Beam Using Lagrangian Multiplier Method,"

Int. J. of Solids & Structures, Vol. 35, No. 28-29, pp. 3675~3694,

- (4) Stylianou, M., and Tabarrok, B., 1994, "Finite Element Analysis of An Axially Moving Beam, Part I : Time Integration," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 178, No. 4, pp. 433~453.
- (5) Behdinan, K., Stylianou, M., and Tabarrok, B., 1997, "Dynamics of Flexible Sliding Beams-Non-Linear Analysis Part I : Formulation," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 208, No. 4, pp. 517~539.
- (6) Behdinan, K., and Tabarrok, B., 1997, "Dynamics of Flexible Sliding Beams-Non-Linear Analysis Part II : Transient Response," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 208, No. 4, pp. 541~565.
- (7) Sugiyama, H., and Kobayashi, N., 1999, "Analysis of Spaghetti Problem Using Multibody Dynamics," *Trans. JSME(C)*, Vol. 65, No. 631, pp. 910~915.
- (8) Lee, U., Kim, J., and Oh, H., 2004, "Spectral Analysis for the Transverse Vibration of an Axially Moving Timoshenko Beam," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 271, pp. 685~703.
- (9) Imanishi, E., and Sugano, N., 2003, "Vibration Control of Cantilever Beams Moving along the Axial Direction," *JSME International J.*, Vol. 34, No. 2, pp. 527~532.
- (10) Lim, J. G., Kim, M. D., Beom, H. R., and Hong, S. W., 2010, "A Study on Reduction of Transverse Vibration for Deploying Beam," *Proc. of the 2010 KSPE Autumn Conference*, pp. 889~890.
- (11) Lim, J. G., Yun, W. S., Beom, H. R., and Hong, S. W., 2011, "A Study on Suppression of Lateral Vibration for Axially Deploying Beams under Gravity," *J. of the KSPE*, Vol. 28, No. 8, pp. 959~965.
- (12) Yun, W. S., Bae, G. H., Beom, H. R., and Hong, S. W., 2011, "Modeling and Analysis of 2-Stage Deploying Beam Vibration Under Gravity," *Proc. of the 2011 KSMTE Spring Conference*, pp. 541~542
- (13) Lim, J. G., 2010, *Suppression of Lateral Vibration for Deploying Beams*, M.S. Thesis, Kumoh National Institute of Technology, Korea.