대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 22 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 22, No. 2, 137-162. May 2012

중학생들의 자료와 그래프의 선택과 해석에서 측정과 척도에 근거한 비판적 사고 연구

윤 형 주* · 고 은 성** · 유 연 주***

자료를 표현하기 위해 선택되는 그래프와 그의 특징은 자료 수집의 목적 및 맥락, 그리고 수집된 자료의 유형에 의해 결정되기 때문에 통계적 자료를 표현하는 그래프에 대한 학습을 위해 학생들은 측정과 관련된 맥락에 대한 이해를 필요로 한다. 본 연구에서는 중학교 학생들이 자료와 그래프를 선택하고 해석할 때, 측정과 척도에 근거한 비판적 사고를 통해 맥락적 영역과 통계적 영역 사이의 상호적 전환을 보이고 있는지 살펴보았다. 조사결과, 학생들은 맥락적 영역과 통계적 영역 사이의 상호 전환을 필요로 하는 자료의 측정과 자료를 표현하는 척도와 관련한 비판적 사고가 부족함을 확인하였다. 특히 학생들은 제시된 자료나 그래프의 정보에 대해 의심을 거의 품지 않는 경향을 보였으며, 또한 문항에서 제시한 통계적 조사의 목적과 같은 맥락에 비추어 문제점을 찾아내거나 유연성을 발휘하여 판단하는 능력이 부족하였다.

Ⅰ. 서론

현대인은 사회활동을 하면서 각종 매체를 통해 불확실성이 내재된 현상에 대한 통계적 정보를 빈번하게 접한다. 제시되는 통계적 정보와 이에 근거한 주장을 비판적으로 평가하고 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 능력이 현대인에게 요구되므로 통계교육은 이와 같은 능력을 함양하는 것을 포함하여야 한다. 그 동안 수학교육자들은 통계교육과 관련되어 학생들이 단순한 절차의 습득이 아닌 자료 수집방법과 자료를 적절하게 처리하는 통계적 방법을 통해 통계적 사고를 습득할 수 있도록 해야 한다는 주장을 계속 제시해 왔다(delMas, 2004; 우정호, 2001; 이영하 · 최지안, 2008). 그러나 여전히 통계적 조사의 현실적 맥락을 통한 통계적 사고를 계발할 수 있는 통계교육은 제대로 이루어지지 않고 있는 현실이다.

Pfanncuch와 Wild(2004)는 통계적 사고란 실질적인 문제를 해결하기 위해 이루어지는 자료에 근거한 탐구(data-based inquiry)를 진행하는 동안, 또는 자료에 근거한 주장 (data-based argument)과 맞닥뜨렸을 때, 그리고 업무 수행의 환경에서 자료에 근거한 현상(data-based phenomena)과 상호작용을 하는 동안 촉진되는 사고과정이라고 설명한다(p42). 통계적 추론은 수학적 추론과는 달리 이처럼 자료를 기반으로 한다는 특징을 가지며 또한 문제가 제기된 실질적인 맥락에 기초하여 이루지게 된다(delMas, 2004; Wild & Pfanncuch, 1999).

그러나 실제로 학생들이 자료를 그래프로 표현할 때 자료 수집과 조사의 맥락에 대한 정보 부족으로 인해 그래프의 선택에 어려움을 보이는 사례가 관찰되어 왔다(Baker, Corbett, & Koedinger,

* 서울대 대학원, pearlia@snu.ac.kr (제1 저자)
** 순천향대학교, kes7402@sch.ac.kr
*** 서울대학교, yyoo@snu.ac.kr (교신저자)

2002; Chick, 2003). 자료만 제시되었을 경우 처음 제기된 문제의 맥락과 문제를 풀기 위해 선택된 자료 수집과 조사의 맥락이 쉽게 드러나지 않기 때문에 숨은 맥락의 의미를 드러내기 위한 전략이 추가적으로 필요하다(Chick, Pfannkuch, & Watson, 2005). 자료는 단순한 수가 아니라 맥락을 포함하는 수로써(Moore, 1990; 우정호, 2001), 자료를 형성하는 측정값은 현상에서 관심을 두는 대상의 속성을 반영한다. 측정값의 특성은 측정과정의 일관된 규칙인 척도에 의해 결정되며(Stevens, 1946), 따라서 측정과정의 척도의 수준은 측정과정을 통해 보고자하는 속성들의 관계적 의미를 확인시켜준다.

수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제2011-361호)에는 중학교 1~3학년군의 확률과 통계 영역의 교수 학습상의 유의점으로 “다양한 상황에서 자료를 수집하게 하고 수집한 자료가 적절한지 판단하는 활동을 하게 한다”라고 제시되어 있다. 다양한 상황에서 수집한 자료의 적절성을 판단하는 것은 상당히 복합적인 사고과정을 요구하며 제시된 자료를 보고 자료가 생성된 상황으로 되돌려 해석하는 과정도 필요로 한다. Pfanncuch와 Wild(2004)는 사람들은 실세계를 자신만의 독특한 방식으로 경험하기 때문에 일관성을 부여하는 것이 어려운 경우가 있을 수 있으므로, 자료와 통계적 사고 요소를 직접적으로 결부시키지 않는다면 통계 교육은 일상생활에서 사람들이 사고하는 방식의 발달에 도움을 주지 못할 것이라고 한다. 또한 Pimm(1995)은 상징성을 띤 수들을 이용해 비교하고, 나열하고, 평균치로 표현하는 등의 조작을 마친 후에는 본래 상황으로 되돌려 해석하는 과정이 이루어져야 한다고 주장한다.

제시된 자료를 다루거나 통계 분석의 결과를 해석 할 때, 측정과 척도에 대해 인식하는 것은 자료의 생성과정과 통계적 사고 요소를 연결시키는 중요한 열쇠가 된다. 따라서 현실적 맥락과 관련된 통계적 사고를 계발할 수 있는 통계 교육을 위해서는 측정과 척도에 근거한 비판적 사고가 이루어져야 할 것이다. 이에 본 연구에서는 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 통계적 조사과정의 각 단계에서 맥락적 영역과 통계적 영역을 연결하는 측정과 척도에 근거한 비판적인 사고에는 어떠한 것이 있는가?
2. 히스토그램을 배운 중학교 2학년 학생들은 자료와 그래프(히스토그램)의 선택과 해석에서 측정과 척도에 근거한 비판적 사고를 하고 있는가?

II. 이론적 배경

본 장에서는 첫 번째 연구문제 해결을 위해 통계적 조사 과정의 각 단계에서 맥락적 영역과 통계적 영역이 어떻게 상호 작용하는지 살펴보고, 각 단계에서 요구되는 측정과 척도와 관련된 비판적 사고에는 어떠한 것이 있는지 살펴본다.

1. 통계적 조사 과정의 맥락적 영역과 통계적 영역의 상호 전환

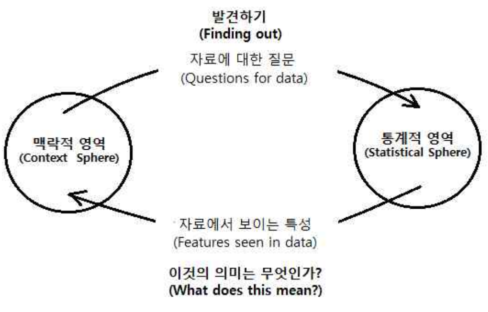
통계적 조사 과정은 체계적이고 절차적인 통계적 방법의 전략으로 구성되는데 연구자들은 4단계 또는 5단계로 이루어진 통계적 조사 과정을 제시한다(GAISE, 2007; Graham, 1987, 2006; Kader & Perry, 1994; Mackay & Oldford, 2000; Wild & Pfannkuch, 1999). 이 가운데 Graham(1987, 2006)과 GAISE(Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education, 2007) 보고서에서는 통계적 조사 과정을 문제 형성, 자료 수집, 자료 분석, 결과 해석의 4단계로 구분하였다(<표 Ⅱ-1>).

통계적 조사 과정의 각 단계들은 순환적 구조를 가지며 상호 영향을 미친다(Wild & Pfannkuch, 1999; Mackay& Oldford, 2000; Graham, 2006). 즉,

<표 Ⅱ-1> 통계적 조사 과정(an investigative process) (GAISE 보고서(2007, p11))

문제 형성	- 해결해야 하는 문제를 명확하게 하기 - 자료를 이용하여 답할 수 있는 몇 가지 질문으로 구성하기
자료 수집	- 적절한 자료를 수집할 계획을 설계하기 - 계획에 따라 자료를 수집하기
자료 분석	- 적절한 그래프나 수치적 방법을 선택하기 - 자료를 분석하기 위해 선택한 방법을 사용하기
결과 해석	- 분석한 것을 해석하기 - 본래 문제와 해석을 관련짓기

통계적 조사 과정의 마지막 단계인 결과 해석은 첫 번째 단계에서 제기된 문제에 대한 답을 제공함으로써 문제와 관련된 상황에 대한 결정과 그에 따른 실행에 기여한다(GAISE, 2007). 또한, Graham (2006)은 조사의 목적과 자료의 특성이 통계적 방법의 선택에 주된 영향을 준다고 한다(p.215). 즉, 조사의 목적이 되는 문제가 형성된 상황의 맥락과 자료의 특성이 정해지는 자료 수집 단계의 측정과정이 적절한 통계적 방법을 이용하여 수행되는 자료분석 단계에 영향을 미치게 된다. 또한 결론 해석의 단계에서 자료 분석 결과를 해석할 때에도, 제기된 문제와 자료의 측정과정의 맥락을 고려한 해석이 이루어져야 한다.



[그림 Ⅱ-1] 맥락적 영역과 통계적 영역 간의 상호관계(Wild & Pfanncuch, 1999, p.228)

Wild와 Pfanncuch(1999)는 맥락적 영역과 통계적 영역간의 상호적인 관계를 [그림Ⅱ-1]와 같이 제시하면서 이러한 사고 과정이 통계적 조사 과정의 전반에서 진행된다고 하였다.

[그림 Ⅱ-1]의 모형은 통계적 조사 과정에서 맥락적 영역으로부터 제기되는 질문에 대하여 답을 얻기 위해서 통계적 영역에서 분석 활동이 수행되고, 그 결과의 의미를 이해하기 위해 다시 맥락적 영역으로 돌아가 문제와 자료의 맥락과 연결하여 해석하는 활동이 수행되는 식으로 두 영역 사이의 전환이 상호적으로 일어나고 있음을 보여준다. 이 모형을 이용하여 통계적 조사과정의 각 단계에서 맥락적 영역과 통계적 영역 사이의 상호적 전환에 일어날 때 어떠한 측정과 척도와 관련된 비판적 사고가 요구되는지를 문헌을 근거로 제시하고자 한다.

2. 통계적 조사과정의 각 단계에서 요구되는 측정과 척도와 관련된 비판적 사고

가. 문제 형성 단계에서 요구되는 측정과정과 관련된 비판적 사고

1) 문제 형성과 타당한 조작적 정의

통계적 문제 해결이 요구되는 상황에서 선택된 연구 대상의 속성이 구체적이지 않거나 이론적인 상태에 머물러 있는 경우가 종종 있을 수 있다. 이 때 연구를 진행하기 위해 추상적이고 이론적인 개념을 구체적으로 관찰 가능하고 측정 가능한 것으로 변형시키게 되는데, 이러한 변형을 조작적 정의라 한다(Scott & Marshall, 2009). 해결해야 하는 문제를 구조화하고 용어를 명확히 함으로써 맥락에 머물러 있는 문제를 이후의 단계들의 계획과 실행을 유도할 수 있는 문제의 형태로 변형하게 된다(Mackay & Oldford, 2000). 예를 들어 초등학교 6학년 학생의 성장상태를 확인하고자 할 때, 성장의 개념을 신장의 개념으로

한정시킴으로써 조사 가능한 문제로 변형이 이루어지게 된다.

맥락적인 '속성'이 통계적 방법을 적용할 수 있는 '변량'으로 변형되는 과정의 타당성은 주어진 맥락 안에서 확인된다. 그러나 delMas(2004)는 아무리 자료와 맥락이 친숙하다고 하더라도, 측정이란 복합적인 대상의 오직 한 측면만을 대표하는 추상화라고 볼 수 있기 때문에 학생들은 여러 가지 흥미로운 다른 측면들을 배제하고 오직 하나의 측정된 속성에만 주목하는 것에 어려움을 느낄 수 있다고 지적하였다. 따라서 학생들은 통계적 조사의 대상인 실세계의 사물의 속성을 다룰 때, 측정가능하게 하기 위해서 조작적 정의를 하여 변량으로 변형하여야 하고 이러한 정의의 타당성을 비판적으로 점검해야 한다는 것을 학습할 필요가 있다.

Pfannkuch와 Wild(2004)는 통계적 조사의 초기 단계에서 문제와 관련하여 실세계를 포착할 수 있는 적절한 측정의 필요성이 요구될 때 통계적 변형(transnumeration)[1]이라는 사고과정이 발현된다고 하였다. 따라서 조작적 정의에 대한 타당성 점검은 학생에게 주어진 맥락에서 대상의 속성과 그에 대응하는 변량의 관계를 비판적으로 검토할 수 있는 계기를 제공하고 이는 통계적 변형을 수반하는 통계적 사고의 한 예가 된다.

2) 문제 형성과 척도

통계적 조사에서는 측정과정을 통해 대상의 속성을 기호나 수적 의미로 한정짓게 된다. Pimm (1995)은 수는 인간의 발명품이고 실세계는 본질적으로 수적인 것이 아니므로, 실세계에서 측정하고자 하는 대상에 대해 측정되어진 결과가 기호나 수로 표기된다면 이때 측정과정은 기호나 수가 의미하는 바에 영향을 주게 되고 이러한 기호나 수는 실제에 대응되는 상징으로 작용된다고 하였다.

측정의 결과인 기호나 수들이 갖는 성질은 측정과정의 일관된 규칙에 의해 정해지게 되는데, Stevens(1946)는 이러한 규칙을 척도(scale)라 하고 척도의 수준을 명명척도, 서열척도, 등간척도, 비율척도로 구분하였다(<표Ⅱ-2>).

<표 Ⅱ-2> 척도의 구분(성태제, 2007에서 재인용)

명명척도 (nomianal scale)	사물의 구분
서열척도 (ordinal scale)	서열을 부여
등간척도 (interval scale)	- 등간성을 지님 - 임의 영점과 임의 단위를 지님 - 덧셈법칙은 성립하나 곱셈법칙은 성립하지 않음
비율척도 (ratio scale)	비율을 지님 절대 영점과 임의 단위를 지님 덧셈법칙, 곱셈법칙이 성립

척도는 측정과정에서 관심 대상의 다양한 속성 중에 어떠한 측면을 특수화 했는가를 명확히 해준다. 예를 들어 반 번호, 반 등수, 섭씨온도, 키를 재기 위한 측정과정에서 반 번호는 구분을, 반 등수는 서열을, 섭씨온도는 크기의 차이에 일정한 단위로 간격을, 키는 크기의 비율을 해당 속성에서 특수화한 것이다. 또한 반 등수 간에는 덧셈이 무의미하고, 섭씨온도에서 곱셈이 무의미 한데, 이는 해당 속성이 특정 연산의 성격을 제한하기 때문이다.

Young(1981)은 측정과정을 이산적 과정과 연속적 과정으로 구분하였는데, 이산적 과정에서는 동일한 범주에 속하는 관찰값에 동일한 실수가 부여되고, 연속적 과정에서는 특정한 실수 구간에

1) Wild와 Pfannkuch(1999)는 통계적 방법에서 자료 표현을 더 잘 이해될 수 있는 체계에 도달하기 위한 변형을 통계적 변형(Transnumeration)이라고 하고, 통계적 변형은 실세계로부터 측정을 포착, 자료의 표현을 변경, 자료의 의미의 소통의 3가지 과정에서 발생한다고 하였다.

해당하는 모든 관찰값에 동일한 실수(예: 반올림 한 수)가 부여된다. 따라서 측정과정이 이산적 과정일 경우 측정값이 동일한 숫자이면 측정하고자 하는 것의 동질성을 의미할 수도 있지만, 연속과정일 경우의 측정값이 동일한 숫자일 때는 서로 다른 질적 내용을 의미할 수도 있다.

이렇게 측정과정을 통해 부여된 수나 기호는 측정하고자하는 대상의 속성 중 관심을 두는 측면이 가지고 있던 구조를 반영한다. 그러므로 측정과정을 거치면서 부여된 척도의 수준을 통해 실제 맥락의 속성의 체계가 무엇이었는지 역으로 확인할 수도 있다. 즉, 측정된 변량의 성질은 속성을 맥락으로 환원하여 그 체계나 구조를 확인할 수 있게 하는 단서를 제공해 준다.

척도(scale)는 측정 수준의 규칙 이외에도 측정 도구로써의 두 가지 의미로 사용되고 있다(이순묵, 2002). 자연과학적 특성인 물리량의 측정도구로써의 척도에는 단위가 사용된다. 단위는 물리량을 나타내기 위해서 정한 일종의 언어적 약속으로 한 뼘, 한 줌, 한 짐 등 그 양이 일정하지 않은 비과학 단위와 국제단위계(SI, Système International d'Unités)에서 지정된 기본 단위 및 유도 단위로 구성된 과학 단위인 국제 표준 단위가 있다(한창민, 2006). 기본 단위는 길이를 재는 cm, m, km 혹은 시간을 재는 s(초), min(분), hr(시간) 등이 있고, 유도단위는 기본단위를 활용한 속력을 나타내는 m/s등이 있다. White(1998)는 "(물리량)=(수치)×(단위), (수치)=(물리량)/(단위)"처럼 물리량을 수치와 단위의 곱으로 보았고, Schwartz(1988)는 "(거리)/(시간)=(속력)"과 같이 곱셈과 나눗셈은 덧셈, 뺄셈과는 달리 '대상체'를 변형시키는 연산이므로 수에만 관심을 둘 것이 아니라 그 수의 대상체에도 관심을 둘 것을 주장하였다(정은실, 2010에서 재인용). 단위는 대상의 어떠한 속성을 측정하였는가와 속성이 어떠한 수리적 체계로 변환되어지는지를 나타내는 중요한 정보를 제공해 준다.

나. 자료 수집 단계에서 요구되는 측정오차와 관련된 비판적 사고

자료 수집에서 측정과정을 선택할 때 측정값과 참값의 차이인 측정오차를 이해하는 것이 중요하다. 측정오차는 계통 오차(systematic error)와 우연오차(random error)로 구분할 수 있는데, 계통 오차는 측정 도구의 잘못된 사용, 측정 방법의 미숙 등으로 발생하여 그 영향이 한 쪽으로 편향되어 있는 특징이 있으며 이러한 오차를 인지한 순간부터 보정할 수 있는 오차이고, 우연 오차는 측정값의 변동이나 측정 능력의 근본적인 한계로 인해 발생하여 편향되지 않는 특징을 가지고 있으며 보정할 수 없는 오차이다(Taylor, 1999). 측정오차를 변이성의 관점으로 파악할 수도 있다. 측정과정에서의 특수한 원인의 변이성(special-cause variation)은 확인하고 개선하고 제거하여 통계적 안정성의 수준을 향상시키고, 일반적 원인의 변이성(common-cause variation or chance variation)은 과정에 내재되어있는 고유의 변이성으로 수용되어져야 한다(Shewart & Deming, 1939; Pfannkuch & Wild, 2004, 재인용).

자료를 구성하는 측정값에는 계통 오차와 우연오차가 존재하며 자료에서 제시되는 측정값에 계통 오차를 제거하더라도 우연오차에 의해 속성의 참값은 한 번의 측정값으로 추정되기는 어렵다는 것의 이해는 자료의 측정값에 대해 비판적으로 사고할 수 있는 근거를 제공한다. 따라서 계통 오차와 우연 오차에 대한 이해가 다소 까다롭긴 하지만 쉬운 소재로부터 시작하여 학생들에게도 지도가 이루어져야할 필요성이 있다. 통계적 자료가 주어졌을 때 측정의 비일관성으로 발생할 수 있는 계통오차를 확인하는 방법으로 표준화된 단일 척도가 사용되었는지 점검하여야 한다. 예를 들어 측정값의 단위가 표준 단위로 사용되었는지, 단일한 단위를 사용했는지 등

을 점검할 수 있다. 또한 우연오차는 측정 대상의 특성과 측정도구의 한계 및 현실적인 제약을 이해하는 것으로 그 발생 가능성을 추측할 수 있다. 예를 들어 맥박이나 혈압 등은 항상 일정할 수 없으므로 우연오차가 발생할 여지가 존재한다. 따라서 이러한 변량의 경우 1회 측정한 측정값만을 이용하여 이루어지는 의사 결정의 한계점과 오류가능성을 이해하여야 한다.

다. 자료 분석/결과 해석 단계에서 요구되는 척도의 변환과 관련된 비판적 사고

1) 자료 분석을 위한 척도의 변환

측정을 통해 자료가 얻어지면 관찰된 현상을 이해하기 위해 자료의 표현을 변환시키는데, 이는 원자료(raw data) 그대로는 숨은 의미가 한 눈에 보이지 않는 경우가 많기 때문이다(Chick, Pfannkuch & Watson, 2005). 자료는 다양한 시각적 표현과 통계량으로 나타낼 수 있는데, 그 중 그래프의 표현은 자료를 새롭게 범주화하여 새로운 시각으로 자료에 접근할 수 있게 해준다(Wild & Pfanncuch, 1999). 또한 그래프의 효과적인 시각적 제시는 우리가 미처 알지 못한 것을 인식하게 해준다(Tukey, 1977).

그러나 Pimm(1995)은 언어표현의 기능은 설득하기, 알리기, 이의제의, 독려하기, 모호하게 하기, 숨기기 등을 포함하여 어떤 사건에의 접근을 가능하게 하나, 표현의 선택은 어떤 점은 부각시키고 어떤 점은 무시하게 되므로 추구하고자하는 대상과 목적을 염두에 두어야 한다고 말한다. 그래프의 표현 또한 맥락에 쉽게 접근하게 하나 그래프로 표현하고 해석할 때, 어떤 점은 부각시키고 어떤 점은 무시하므로 맥락의 대상과 목적을 염두에 두어야 한다. 명목척도에 대한 빈도수를 나타나는 그래프는 막대그래프가 적합하지만 히스토그램은 부적합한데, 이는 맥락의 대상의 특성 중 하나인 측정과정의 척도 수준과 그래프의 표현 간의 관계를 잘 보여주는 하나의 예가 될 수 있다. 맥락의 목적과 그래프의 표현과 관련한 예로 상자 그림(box-plot)을 들 수 있는데, 상자 그림은 특정한 특징을 부각시키기 위해 자료의 집합에서 중심 경향성, 변이성, 정적왜도, 부적왜도 등과 같은 세부적인 부분을 상당히 제거하므로(Cobb & Moore, 1997, p.89; delMas, 2004, 재인용), 맥락의 목적이 중심 경향성, 변이성 등과 관련된 것이지 않을 때 사용할 수 있다.

연구자들(Cobb, 1992; Kader & Perry, 1994; Gal, 1996)은 수학교육과정에서 통계지도가 복잡한 통계적 절차와 기능에 집중되어 있어 충분한 통계적 개념을 지도하기 힘들다고 비판하면서, 학교교육의 통계지도에서 자료 분석과 관련하여 통계적 모형의 사용 보다는 그래프의 표현 및 해석을 적극 활용할 것을 제안하였다. 또한 Pfannchuch와 Wild(2004) 통계적 모형은 일반적으로 회귀 모형이나 시계열 모형과 같은 것을 지칭하는 용어로 해석하지만 통계 그래프도 자료의 특성을 나타낼 수 있는 비교적 단순한 통계 모형의 한 형태라고 할 수 있다고 주장하였다. 이는 문제에 대한 판단을 내리기 위해 자료와 통계 모형을 상호적으로 파악하면서 통계 모형을 선택하는 과정에서 발생하는 통계적 사고가 자료와 그래프 사이에서도 발생할 수 있기 때문이다. 측정의 척도에 따라 자료의 측정값이 나열되었을 때, 조사 목적에 알맞은 정보를 얻기 위해 자료의 개별적인 측정치의 잡음(noise)을 제거하고 주요한 정보를 전달할 수 있는 적절한 통계적 표현의 적용이 시도될 수 있다(Chick, 2003). 이를 위해 자료의 재구성을 위한 범주화가 이루어지는데, 측정의 척도에서 적용되었던 수리 체계와는 다른 그래프나 통계적 모델에서 표현되는 수리 체계로 재구성되어질 수 있다. 예를 들어 그래프의 좌표축의 척도에서 자료의 빈도수가 비율로 바뀌거나, 그래프의 범주에 따라 연속적 측정값이 새로운 범주로 재구성 될

수 있다(Chick 2003). 따라서 학생들이 그래프의 유형을 구분하는 축의 척도와 같은 그래프 요소와 통계적 개념의 상호 관계에 대한 명확한 이해를 갖는 것이 중요하다(Cooper & Shore, 2010).

Pimm(1995)에 따르면, 그래프는 손으로 그려졌음에도 불구하고 눈으로 식별되어야 하며, 해석은 눈에 의해 이루어지지만 개인적인 가치가 보다 큰 역할을 하기 때문에 그래프가 통계적 정보의 무감각을 초래할 수 있다. 이처럼 그래프의 의미가 쉽게 투영되어지지 않기 때문에 올바르게 읽어내는 것을 학습 할 필요가 있다. Chick(2003)은 그래프를 통한 의사소통과 관련하여 통계교육에서 주목해야 할 것들로 적합한 축과 척도(scale)의 선택의 문제와 비율을 잘못 인식하는 오개념 등을 지적하였다. 이러한 문제는 그래프의 좌표축의 척도의 인식과 주로 관련된다. 따라서 측정에서 원래 사용된 척도가 자료가 표현될 때 어떠한 척도로 바뀌었는가에 주목할 필요가 있다. 예를 들어 원래 측정값의 역수로 제시되는 경우나, 빈도수가 비율로 바뀌는 경우, 혹은 새로운 범주화를 거쳐 재구성되어지는 경우에 특히 유의해야 한다.

축, 척도, 눈금, 참조 표지(reference marking)과 같은 그래프의 구조는 측정방법의 종류와 측정수준에 대한 정보를 알려준다(Friel, Curcio, & Bright, 2001). 따라서 그래프의 해석을 위해서는 측정값의 척도와 그래프의 척도간의 관계를 파악하여 어떠한 목적으로 자료가 변형되는지에 주목할 필요가 있다.

2) 히스토그램의 계급과 원자료에 대한 정보 해석

히스토그램은 자료의 구성에 따른 요약과 분포의 특성을 효과적으로 표현 할 수 있는 통계 그래프이다. 히스토그램의 자료는 빈도를 나타내려고 하는 자료의 종류의 수가 너무 많아서 구간으로 나누어야 하는 특성을 갖는다. 히스토그램은 자료를 재구성하여 범주화시킨 이산적인 계급의 구간에 이웃하는 직사각형들로 구성되어 있다. 계급의 수에 따라 동일한 자료에 대해서도 서로 다른 히스토그램의 형태를 제시할 수 있으며, 계급의 수가 너무 많거나 적으면 제공되는 분포의 정보는 그 적합성이 현저히 떨어진다. 히스토그램은 연속적인 변량을 이산적인 계급을 이용하여 그 척도를 변환시킨 것이기 때문에 히스토그램을 구성하고 그 결과를 해석할 때 원자료의 측정값과 히스토그램을 구성하는 축의 척도에 대한 인식을 요구한다.

히스토그램에서 자료의 수에 따른 계급의 수와 관련하여 많은 학자에 의해 적합한 공식이 제안되었으나 이들은 특정 자료의 개수나 자료의 분포에 따라 적합하지 않은 경우가 발생한다. 예를 들어, Sturges(1926)의 공식은 자료의 개수가 많을 때 계급의 개수를 과소 추정하는 경우가 발생하며, Scott(1979)의 공식은 자료의 분포가 정규분포와 유사한 경우에 적합하다(Scott & Schimtz, 1988). 히스토그램의 계급의 개수는 분석의 목적과 맥락에 따라 적절한 수가 정해지므로 연구자는 분석의 목적과 맥락에 비추어 가장 많은 것을 알려줄 수 있는 계급의 수를 찾으려고 시도해야 한다(Ross, 2009).

교과과정에서 다루어지는 히스토그램은 두 개의 축으로 구성된다. 변량의 축인 가로축에는 자료의 측정값의 변량이 측정값의 단위와 함께 제시되지만 실제 표기는 측정값의 각 위치에 따른 자료의 도수를 표기하지 않고 범주화시킨 계급별 자료의 도수를 세로축에 표기한다. 이로 인해 자료 각각의 정확한 위치를 알 수 없게 되어 히스토그램으로 제시된 자료의 표현으로 부터 측정값의 위치와 관련된 정확한 정보, 예를 들어 정확한 평균, 정확한 자료의 범위를 알 수 없는 경우가 많다. 또한 계급 내에서의 자료의

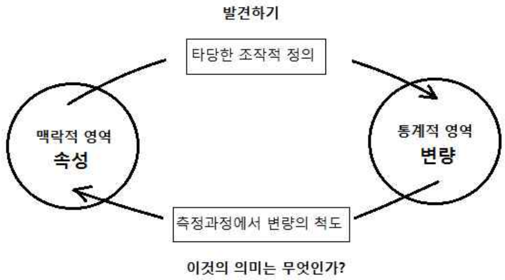
분포는 균등하지 않기 때문에 내삽법 등으로 추측하는 것에는 오차가 있을 수 있다. 따라서 히스토그램으로 표현된 자료의 분포를 추측하여 2차적인 연산을 수행할 경우 이는 근사적인 추측이며 정확하지 않은 결과를 얻는다는 것을 동시에 알고 있어야 한다.

3. 맥락적 영역과 통계적 영역의 전환 과정에서 일어나는 측정과 척도에 근거한 비판적 사고 모형

앞서 살펴본 대로 통계적 조사의 각 단계별로 통계적 영역과 맥락적 영역 사이의 상호작용이 측정과 척도의 측면에서 발생한다. 이러한 상호작용에서 일어나는 측정과 척도에 근거한 비판적 사고의 내용을 Wild와 Pfanncuch(1999)가 제안한 맥락적 영역과 통계적 영역의 상호관계 모형을 이용하여 다음과 같이 구체화하였다.

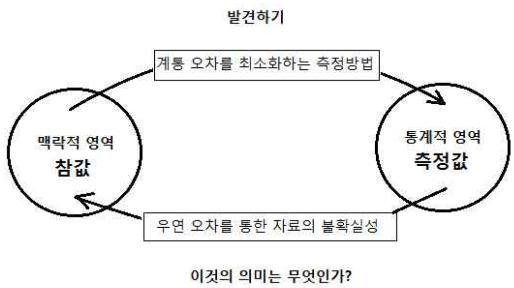
문제 형성 단계에서는 조사 대상의 속성을 측정 가능한 변량으로 지정하게 된다. 이 때 맥락적 지식의 형태로 파악된 대상의 속성을 통계적 지식인 변량으로 대응시켜야 하고 따라서 변량을 측정하기 위한 타당한 조작적 정의를 발견하여야 한다. 또한 통계적 영역에서 다루어지는 변량이 가진 척도의 수준에 대한 정보를 통해 측정과정을 역으로 추정하여 맥락적 영역에 있는 대상의 속성에 대해 어떤 의미를 드러내는지 파악할 수 있다. 문제 형성 단계에서 맥락적 영역의 속성과 통계적 영역의 변량의 상호작용으로 [그림Ⅱ-2]와 같이 제시할 수 있다.

자료 수집 단계에서는 측정오차에 대한 인식과 그에 대한 조치가 필요한데, 맥락적 지식인 참값을 통계적 지식인 측정값으로 바꾸는 과정에서 발생할 수 있는 계통 오차에 대한 인식과 함께 이를 최소화할 수 있는 측정방법의 발견이 필요하다. 또한 측정값이 가진 우연 오차의



[그림 Ⅱ-2] 문제 형성 단계에서 요구되는 측정과정과 관련된 비판적 사고

특성을 이해하여 측정값의 불확실성으로 인한 참값에 대한 비결정적 인식을 유지할 수 있어야 한다. 자료 수집 단계에서 맥락적 영역의 속성과 통계적 영역의 변량의 상호작용으로 [그림Ⅱ-3]와 같이 제시할 수 있다.

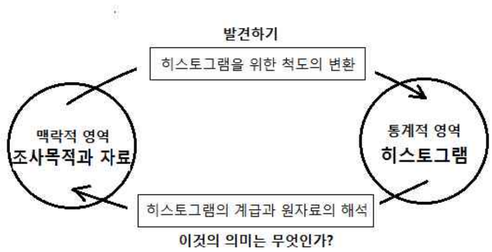


[그림 Ⅱ-3] 자료 수집 단계에서 요구되는 측정 오차와 관련된 비판적 사고

자료 분석 단계에서는 원자료를 히스토그램과 같은 그래프로 변환하여 표현할 때 측정값에 대한 새로운 범주화가 일어난다. 측정값은 자료 수집 단계에서는 참값에 대한 측정과정을 거친 통계적 지식으로 간주되었으나, 그래프 표현의 맥락에서는 원자료인 측정값은 측정의 맥락을 유지하고 있는 맥락적 지식으로 볼 수 있고, 그래프 표현은 통계적 모형화를 거친 통계적 지식으로 볼 수 있다. 이때 히스토그램이 조사의 목적을 반영할 수 있는 통계적 방법의 도구로 선

택된 것을 전제로 할 때, 그래프의 표현은 조사 목적에 적절한 새로운 척도로의 변환, 즉 히스토그램의 경우에는 적절한 계급의 범주에 대한 발견이 필요하다.

결과 해석 단계는 자료 분석 단계의 역으로 히스토그램을 통해 측정값의 원자료에 대한 정보를 추론하여 조사목적을 달성하는데, 이때 히스토그램의 구조적 특성과 히스토그램의 표현의 한계점 등을 고려하여 조사목적과 자료와 관련해 제공할 수 있는 정보가 무엇인가에 대한 비판적인 추론이 이루어져야 한다. 자료 분석 단계와 결과 해석 단계에서 맥락적 영역의 속성과 통계적 영역의 변량의 상호작용으로 [그림Ⅱ-4]와 같이 제시할 수 있다.



[그림 Ⅱ-4] 자료 분석/결과 해석 단계에서 요구되는 척도의 변환과 관련된 비판적 사고

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 맥락적 영역과 통계적 영역의 상호 전환 과정에서 측정과 척도에 근거한 비판적 사고가 충분히 일어나고 있는지 관찰하기 위하여 ○○광역시 평준화지역 2개 중학교 2학년 8개 학급을 대상으로 총 224명에 대해 관련된 문항 검사를 실시하였다. 이를 위해 먼저 같은 지역의 평준화지역 중학교 2학년 남, 여 각각 1개 학급의 총 75명의 학생들에게 예비검사를 실시하였다. 연구 대상인 중학교 2학년 학생들은 초등학교에서 막대그래프를 다루고 중학교 1학년에서 히스토그램을 다루는 경험을 하였으므로, 중학교 2학년은 막대그래프와 히스토그램과 관련한 자료의 표현과 분석의 경험이 충분하므로 측정과 척도에 근거한 비판적 사고를 조사하기에 적합하여 연구 대상의 학년으로 선정하였다.

2. 검사 도구 개발

문헌적 연구를 통해 통계적 조사과정에서 맥락적 영역과 통계적 영역의 상호 전환 과정에 필요한 측정과 척도에 근거한 비판적 사고과정의 요소를 총 6가지로 정리하였고, 이 요소와 히스토그램을 구성하는 활동과 관련된 내용을 중심으로 하여 총 9개의 문항으로 이루어진 문항 검사를 개발하였다([부록]참조).

검사 문항에서 제시한 다양한 측정 대상의 예시들은 본 연구의 제 1저자가 통계적 조사와 히스토그램의 구성과 관련된 그룹 프로젝트 수업[2]을 시행하면서 관찰한 학생들의 활동 내용과 그에 대한 반응을 기초로 하여 선택되었다. 프로젝트 수업에서 학생들은 실생활에서 쉽게 접할 수 있고 수집할 수 있는 조사 대상에 관한 자료임에도 측정과 척도에 근거한 비판적 사고의 부족으로 인해 자료와 히스토그램의 해석과정에서 빈번한 오류와 이해 부족을 드러내었다. 괄호 안은 학생들에게 실제로 발견되었던 오류의 예들이다.

- 조사 대상의 속성과 변량을 동일한 것으로

2) 통계적 조사활동과 관련하여 5차시 수업을 실시하였으며, 마지막 차시는 교내 장학 수업으로 진행되어 동료교사 5인들의 참관이 있었다.

인식하는 경우 (예: 집과 학교 간의 거리는 통학시간으로 알 수 있다.)
- 대상의 속성으로 인해 측정값이 일정하지 않은 변량의 1회 측정값을 그 속성의 특징을 결정적으로 나타내는 값으로 인식하는 경우 (예: 해당학생의 수학 실력은 1회의 수학 시험 점수로 알 수 있다.)
- 자료의 수집과정에서 두 가지 이상의 단위가 혼재되거나 표준 단위를 사용하지 않는 경우 (예: 하루의 밥을 먹는 양은 밥을 담는 공기의 개수로 알 수 있다.)
- 양적 변량으로 표기된 자료는 무조건 히스토그램을 사용해 표현하려는 경우 (예: 학급 학생의 실내화 신발 사이즈는 히스토그램으로 나타내기에 적합한 변량이다.)
- 히스토그램의 통계 그래프로서의 한계를 인식하지 못하는 경우 (예: 히스토그램으로 개별 자료의 값을 알 수 있다.)
- 히스토그램의 일정한 형태의 모양을 선호하는 경우 (예: 히스토그램은 가운데를 중심으로 반듯하게 분포되어있어야 한다.)

학생들에게서 발견된 이러한 오류들은 모두 측정과 척도와 관련된 비판적 사고와 관련되어 있었고 맥락적 영역과 통계적 영역 사이의 원활한 전환이 이루어지지 못하여 일어난 것으로 보였다. 관찰된 오류의 예시를 바탕으로 하여 1)타당한 조작적 정의, 2)변량의 척도, 3)단일 표준 단위의 필요성, 4)우연 오차를 통한 자료의 불확실성, 5)히스토그램을 위한 척도의 변환, 6)히스토그램의 계급과 원자료 해석의 여섯 가지 요소에 관련된 문항을 개발하였다. 문항의 유형은

<표 Ⅲ-1> 검사 도구의 요소와 내용

통계적 조사의 단계	맥락적 영역과 통계적 영역의 전환	요소	조사 내용	문항
문제형성	맥락→통계	타당한 조작적 정의	조사 목적이 되는 대상의 속성과 실제로 조사하는 변량 간의 타당성을 고려하고 있는가?	2 4
	통계→맥락	변량의 척도	자료의 변량의 척도가 히스토그램을 구성하는 변량으로 적절한지 판단할 수 있는가?	1 3
자료수집	맥락→통계	계통 오차를 최소화하는 측정방법 (단일 표준단위의 필요성)	조사하는 변량의 측정방법을 일관성 있게 적용하는가?	5 6
	통계→맥락	우연 오차를 통한 자료의 불확실성	1회의 측정으로 얻은 자료로부터 도출되는 결론이 오류의 가능성을 가지고 있고 절대적이지 않음을 인식하고 있는가?	9
자료분석/결과해석	맥락→통계	히스토그램을 위한 척도의 변환	조사 목적이나 특징과 관련하여 히스토그램의 계급의 개수를 적절하게 적용할 수 있는가?	8
	통계→맥락	히스토그램의 계급과 원자료의 해석	히스토그램에서 급간 내부의 자료의 분포상황은 알 수 없다는 것을 이해하고 있는가?	7

선택형 문항, 선택형과 주관식의 혼합 문항, 주관식 문항으로 이루어졌다. <표 Ⅲ-1>은 검사도구의 요소와 내용을 요약한 것이다.

한편 본 검사 도구는 다음과 같은 제한점이 있다. 첫째, 중학교 교육과정상 전수조사의 맥락에서 히스토그램을 다루기 때문에 통계적 조사 과정에서 중요한 표본 개념과 관련된 측정과 척도에 근거한 비판적 사고는 연구 내용에서 논외로 하였고, 검사도구의 예시 자료도 모두 전수조사의 자료의 맥락에서 제시하였다. 둘째, 검사도구 개발과정에서 문항 반응의 대상이 특정 지역 중학교 2학년의 학교와 학급을 임의로 선정하였기 때문에 다른 집단의 중학교 학생들로부터는 문항 반응이 다르게 나올 수 있다.

3. 검사의 신뢰도와 타당도

개발된 문항의 내용타당도 확보를 위하여 1인의 교과전문가와 2인의 현직 중학교 교사가 초기 문항 개발 단계, 예비조사 단계에서의 문항 선정 및 검토 위원으로 참여 하였다. 내용 타당도 평가를 통하여 문항의 일부는 기각되거나 수정되었다.

내용 타당도 평가를 거쳐 예비 검사에 투입된 문항은 총 14개였고, 예비검사를 실시하여 검사의 타당도와 신뢰도를 평가하였다. 수치적인 타당도와 신뢰도 평가에는 각각의 요소에 대하여 복수의 동형의 문항이 필요하므로 예비검사에 사용된 동형의 문항에 대하여 검사의 신뢰도를 구하였다. 신뢰도와 관련하여 Cronbach's α 계수는 0.706, 반분검사 신뢰도의 Spearman-Brown 계수는 0.796이고 Guttman 반분 계수는 0.789 이었다.

구인 타당도를 평가하기 위해 탐색적 요인분석을 실시하여 주성분으로 검사도구의 내적 구조를 분석하였고 주성분의 분포는 검사를 구성하는 여섯 가지 요소와 대체적으로 유사한 문항 구조를 드러내었다. KMO 값이 0.609으로 표본의 적절성은 보통수준이었으며 Barlett의 검정 통계값이 264.300 (df=66, p=.000)로서 유의수준 0.01에서 유의하므로 요인 분석에 적합하였다.

4. 연구 절차

본 연구에서는 문헌연구를 먼저 시행하고 맥락적 영역과 통계적 영역의 상호 전환과정에 필요한 측정과 척도에 근거한 비판적 사고의 모형을 개발하였다. 개발된 사고의 요소를 바탕으로 히스토그램과 막대그래프로 나타낼 수 있는 자료와 관련된 해당하는 검사문항을 개발하였다.

검사문항의 개발을 위해 처음에 14개의 문항을 개발하여 1인의 교과전문가와 2인의 현직 중학교 교사의 검토를 거쳐 수정하였고, 이를 ○○광역시 평준화지역 중학교 2학년 남, 여 각각 1개 학급을 대상으로 총 75명의 학생들에게 40분 동안 예비검사를 실시하였다. 예비 검사 후 객관식, 주관식 문항에 대한 반응을 분석하고, 신뢰도와 타당도 분석 후, 최종 문항 을 확정하였다. 최종 문항은 예비검사시간이 긴 편이라는 사후 평가를 받아들여 동형의 문항 몇 개를 제외하여 총 9개의 문항으로 확정하고 소요시간을 30분으로 책정하였다.

본 검사에서는 ○○광역시 평준화지역 2개 중학교 2학년 8개 학급을 대상으로 총 224명의 학생들에게 9개의 문항으로 구성된 검사지를 30분 동안 해결하도록 하였고 성실히 답할 수 있도록 동기를 제공하였다. 회수된 검사지 중 미응답된 문항이 전체 문항의 절반을 넘거나 불성실한 검사지 11부를 제외하고 213부의 검사지를 대상으로 응답 내용을 자료 분석의 대상으로 하였다.

5. 분석 방법

본 연구의 조사된 자료의 주된 분석 방법은

<표 Ⅳ-1> [문제 2]의 학생들의 반응

번호	①	②	③	④	⑤	⑥	기타 오답	모르겠다는 응답 및 무응답	계
보기	이름	졸업한 초등학교	키	오늘 아침 통학시간	좋아하는 색	집 주소			
빈도 (%)	1 (0.5)	1 (0.5)	2 (0.9)	46 (21.6)	0 (0.0)	112 (52.6)	23 (10.8)	28 (13.1)	213 (100.0)

응답 비율에 관한 분석을 사용하였다. 또한 각 문항별 선택의 이유를 적도록 하는 주관식 문항에 관하여 질적인 분석을 실시하였다. 검사의 신뢰도를 구하는 방법으로 내적 일관성 신뢰도 계수인 Cronbach' α와 반분검사 신뢰도 계수인 Spearman-Brown 계수와 Guttman 반분 계수를 계산하였다. 반분검사 신뢰도는 동형인 문항을 서로 분리하여 만든 반분된 검사문항을 가지고 계산하였다. 신뢰도 계수가 0.7 이상인 경우 대체로 안정된 신뢰도로 평가하였다.

검사의 타당도를 구하는 방법으로 탐색적 요인분석 방법을 이용하여 검사문항이 측정하려는 내적인 구인의 구조와 일치하는 문항의 상관관계 사이의 구조를 가지고 있는지 검사하였다. 요인분석의 추출방법은 주성분분석(Principal Component Analysis)을 사용하였다. 요인분석의 추정 모델과 더불어 부분상관계수의 독립성에 대해 검정하는 Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) 검정과 상관행렬이 단위행렬에 대해 검정하는 Bartlett 검정값을 계산하였다. KMO 검정값은 0.6 이상일 때 표본의 적절성이 확보된 것으로 판단하고 Bartlett 검정은 P-값이 유의 수준 0.01에서 유의할 때 상관행렬이 요인분석하기에 적합하다고 판단하였다. 신뢰도와 타당도의 통계량은 모두 SPSS 12.0K를 이용하여 계산하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 타당한 조작적 정의

타당한 조작적 정의에 대한 학생들의 이해를 조사하기 위해, 조사 대상의 속성을 가장 적절히 반영할 수 있는 변량을 선택할 수 있는지([문제 2]), 조사 목적에 비추어 변량에 대해 비판적으로 사고할 수 있는지([문제 4]) 조사하였다.

<표 Ⅳ-1>는 [문제 2]에서 학생들의 응답 결과를 요약한 것이다. [문제 2]는 집과 학교 간의 거리를 조사하기 위해 어떠한 자료를 조사하는 것이 적절한가를 묻는 문제로, 보기에는 이름, 졸업한 초등학교, 키, 오늘 아침 통학시간, 좋아하는 색, 집 주소 등을 제시하였고 응답의 이유를 적게 하였다. 가장 적절한 응답인 '집 주소'가 필요하다고 답한 학생은 52.6%였다. 한편 오답인 '오늘 아침 통학시간'을 변량으로 선택한 학생은 전체의 21.6%였는데, 이 보기를 선택한 학생들은 통학 시간의 차이는 집과 학교 간의 거리의 차이 뿐 아니라 통학에 이용하는 교통수단의 차이, 이동경로의 차이 등이 함께 결정하므로 집과 학교 간의 거리를 통학 시간으로 대치할 수 없음을 인식하지 못한 것으로 보였다. 이런 학생들은 통학시간을 집과 학교 간의 거리와 같은 것이라고 동일시하거나, 거리의 비율을 시간의 비율로 두기 위해 같은 속력, 같은 교통수단의 이용의 가정이 있다고 보고 현상을 단순화시켜서 적용하려는 반응을 보였다([그림 Ⅳ-1] 참조).

[문제 4]는 "이 학급에서 발 길이가 250mm 이상인 학생은 4명이다."와 같은 구체적인 정보를 "원하는 신발 사이즈"의 자료로 얻고자 할 때 적절한 변량을 선택했다고 할 수 있는지에 대해 비판적으로 사고할 수 있는지를 옳다/아니다 로 선

답한 이유 : 통학시간은 집과 학교간의 거리랑 같으니까

답한 이유 : (속력)×(시간)=(거리)이므로

[그림 Ⅳ-1] '④ 오늘 아침 통학시간' 선택에 대한 학생들의 의견

택하고 그 이유를 설명하게 하였다. 옳지 않다고 적절하게 판단한 비율은 단지 8.0%였다. 이 문항의 반응 결과는 자료가 제시된 후에는 변량으로 제시된 자료가 맥락에서 제시되는 속성에 비추어 타당한가를 비판하지 않고 수용하는 성향이 매우 강함을 보여준다.

[그림 Ⅳ-2]는 [문제 4]의 응답 중 맥락에 비추어 자료를 비판적으로 사고한 예를 보여준다. 이 학생의 경우 원하는 신발 사이즈와 발길이는 다를 수 있으므로 신발 사이즈가 250mm이상이라고 해도 발길이를 250mm 이상이라고 할 수 없다는 비판적인 사고를 하고 있다.

이유 : ②, 원하는 신발사이즈를 조사한것이기때문에 발길이는 알수없다.

[그림 Ⅳ-2] [문제 4]에서 적절한 반응의 예

[그림 Ⅳ-3]은 [문제 4]의 응답 중 부적절한 반응의 예이다. 이 학생의 경우 원하는 신발 사이즈의 자료에서 250mm 이상인 것이 4개이므로 옳다고 답하고 있다.

이유 : 250mm → 2명
265mm → 2명
이기 때문에 총 4명이다.

[그림 Ⅳ-3] [문제 4]에서 부적절한 반응의 예

2. 변량의 척도

[문제 1]은 여러 가지 변량의 보기를 제시하고 제시된 변량을 표현하기에 막대그래프와 히스토그램 중 어느 것이 더 적절한가를 묻고 그에 대한 이유를 적게 하였다. 이 문항은 불연속과정과 연속과정의 척도를 구분할 수 있는지 조사하기 위해 제시되었다. 적절히 응답한 비율이 60.6%로 비교적 높은 이해를 보였다. 이 문항은 많은 교과서에서 히스토그램 단원의 도입과정에서 제시되어 있는 문제와 유사해 학생들에게 비교적 익숙한 문항 유형인 것으로 보였다.

[문제 3]은 실내화의 사이즈 자료를 제시하고 [문제 1]과 같이 막대그래프와 히스토그램 가운데 적절한 그래프를 선택하게 하고 그 이유를 적게 하였다. 실내화의 사이즈는 단위가 mm로 제시되어 있지만 실제로는 5mm 단위로 분류가 되는 불연속과정의 척도로 얻어진 것이다. 또한 예시의 자료의 종류가 6가지로 제시되어 있는 상황이다. 히스토그램으로 제시되었을 경우 원자료가 이산적인 자료임에도 불구하고 연속 자료인지 혼란을 줄 수 있다. 예를 들어 신발사이즈는 원자료가 실제로 신발의 길이를 재어 얻은 것인가와 같은 혼란을 제공할 수 있다. 따라서 히스토그램보다 막대그래프로 제시하는 것이 보

이유 실내화 사이즈의 종류가 그렇게 다양하지 않아서 막대그래프를 이용해 그 사이즈에 해당되는 학생 수를 세어서 그려넣으면 된다

이유 : 계급사이의 수가 없기 때문에 히스토그램보다는 막대그래프가 좋다고 생각한다.

[그림 Ⅳ-4] [문제 5]에서 적절한 반응의 예

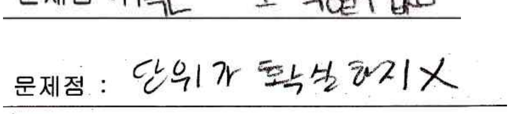
다 적절하다. [문제 3]에 대하여 막대그래프가 더 적절하다고 판단한 학생은 36.6%였다. [그림 Ⅳ-4]는 막대그래프가 더 적절하다고 응답한 학생의 예이다.

3. 계통 오차를 최소화하는 측정방법 - 단일 표준 단위의 필요성

[문제 5]와 [문제 6]은 측정과정에서 일관된 측정단위를 사용해야 함을 인식하는가를 조사하기 위해 제시되었다.

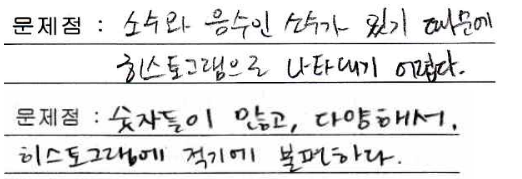
[문제 5]는 시력에 관한 자료를 시표단위와 렌즈의 굴절률 자료를 섞어서 제시하고 자료에서 시력을 나타내는 단위가 통일되어 있지 않음을 인식할 수 있는가를 알아보기 위한 문제로 예상되는 문제점을 주관식으로 적게 하였다. 이 문항에 대하여 측정단위의 문제점을 적절하게 지적한 학생의 비율은 3.3%였다. 시력은 실생활에서 흔히 언급되는 변량이지만, 시표 단위를 측정하는 도구와 렌즈의 굴절률을 나타내는 디옵터 단위를 측정하는 도구가 다르고 그 척도의 의미가 다르다는 것에 대한 인식이 부족함을 보여주고 있다.

[그림 Ⅳ-5]는 [문제 5]에서 측정과정의 단위의 일관성과 관련된 문제점을 인식한 것으로 보이는 응답의 예이다. 왼쪽에 제시된 학생은 제시된 자료의 단위에 대한 의문을 제기하며 단위가 혼재되어 있음을 인식한 것으로 보인다. 오른쪽에 제시된 응답은 예비조사에서 관찰된 것으로 직접적으로 단위의 문제점을 제기하고 있다.


문제점 : 시력은 1-1로 측정할수 없다
문제점 : 단위가 통일하지X

[그림 Ⅳ-5] [문제 5]에서 적절한 반응의 예

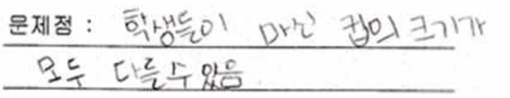
[그림 Ⅳ-6]은 학생들이 [문제 5]의 자료의 문제점으로 지적한 내용 중 히스토그램과 관련한 오개념을 보여주는 예시이다. 왼쪽과 같이 자료가 음수나 소수로 제시되어 있어서 히스토그램으로 나타내기 어렵다고 예상한 반응이 12.2%, 숫자가 많고 다양하여서 히스토그램으로 나타내기 어렵다고 지적한 반응이 42.3% 이었다.


문제점 : 소수와 음수인 소수가 있기 때문에 히스토그램으로 나타내기 어렵다.
문제점 : 숫자들이 많고, 다양해서, 히스토그램에 적기에 불편하다.

[그림 Ⅳ-6] [문제 5]에서 부적절한 반응의 예

[문제 6]은 마신 물의 양을 컵의 양으로 나타낸 자료를 제시하고 이때 이 자료는 개인이 각자 자신이 마신 물의 양을 기록하게 하는 조사과정을 통해 얻어진 것이라는 측정과정의 정보를 설명한 다음 이 자료와 관련하여 예상되는 문제점을 적도록 한 주관식 문항이었다. 이때 자료의 단위가 소수점 이하 몇 자리까지 인지 일관되지 않고 혼재되어 있는 자료 (예: 1, 6, 1.5, 3.35 등)를 제시하여 자료의 표기 방식에서 측정단위의 비일관성의 문제를 간접적으로 파악할 수 있을 것으로 기대하였다. 응답한 학생들 가운데 컵이 표준화된 단위가 아님을 인식한 학생의 비율은 4.2%였다. 학생들이 실제로 이러한 방식으로 통계적 조사를 시행할 경우 쉽게 문제점으로 지적할 만한 내용임에도 불구하고 문제점으로 인식한 학생의 비율이 매우 낮은 이유는 실제 자료를 수집하는 측정과정의 경험이 대부분의 학생들에게 부족했기 때문으로 분석된다.

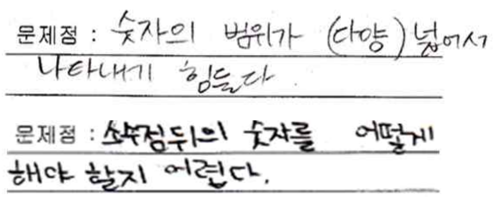
[그림 Ⅳ-7]은 [문제 6]에 대해 측정 도구의 일관성이 유지되지 못한 것에 대한 문제점을 인식한 학생의 반응의 예이다.



문제점 : 학생들이 마신 컵의 크기가 모두 다를수 있음

[그림 Ⅳ-7] [문제 6]에서 적절한 반응의 예

[그림 Ⅳ-8]은 학생들이 [문제 6]의 자료의 문제점으로 지적한 내용 중 [문제 5]에서의 반응에서와 마찬가지로 히스토그램에 대한 오개념을 드러낸 예시이다. 자료가 소수로 제시되어 있거나(왼쪽: 26.8%) 분포가 고르지 못하여(오른쪽: 35.2%) 히스토그램으로 나타내는 데 문제점이 있다고 응답하였다. 반응을 분류할 때, 소수점이하 유효숫자 차이로 인해 동일 단위의 사용되지 않았음을 의심하는 경우 적절한 반응으로 분류하였고 단지 그래프로 표기하기 힘들다고 반응했을 경우 부적절한 반응으로 분류하였다.



문제점 : 숫자의 범위가 (다양) 넓어서 나타내기 힘들다.

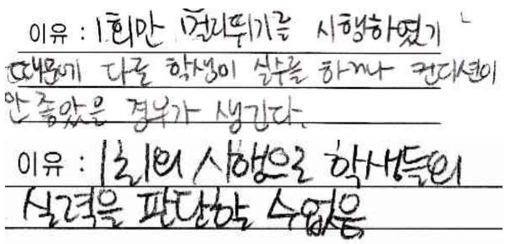
문제점 : 소수점들의 숫자를 어떻게 해야 할지 어렵다.

[그림 Ⅳ-8] [문제 6]에서 부적절한 반응의 예

4. 우연 오차로 인한 자료의 불확실성

[문제 9]는 한 반의 멀리뛰기 기록을 1회 측정한 자료를 제시하고 그로부터 조사 대상의 속성(멀리뛰기 실력이 가장 좋은 학생) 에 대해 판단이 옳은지 묻고 그 대답의 이유를 쓰게 하였다. 이 문항은 과연 1회의 시행으로 충분한가 하는 의심을 품는지, 즉 우연오차로 인한 참값에 대한 추론의 불확실성을 인식하고 있는지 알아보려는 것이다. 측정값인 변량에는 우연성을 가진 측정 오차가 존재하기 때문에, '학교 대표 선수를 뽑는 목적'이라는 맥락적 정보를 문제에서 제시하였고, 멀리뛰기를 여러 회 시행하여 측정의 오류를 줄이는 것이 현실적으로 어렵지 않은 대안이 될 수 있을 것으로 예상하여 학생들이 가장 실력이 좋은 학생에 대한 결정적인 판단을 하는 것의 문제점을 인식할 수 있을 것으로 기대하였다. 그러나 이 문제점을 인식한 학생의 비율은 12.7%였다.

[그림 Ⅳ-9]는 [문제 9]에서 측정 오차의 문제점을 인식한 학생의 응답의 예이다. 이 학생들의 경우 멀리뛰기를 할 때 항상 동일한 기록을 보이지는 않음을 인식하고, 1회의 시행으로 결정적인 판단을 할 수 없다고 생각하였다.

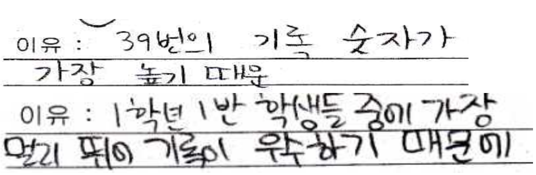


이유 : 1회만 멀리뛰기를 시행하였기 때문에 다른 학생이 실수를 하거나 컨디션이 안좋았을 경우가 생긴다.

이유 : 1회의 시행으로 학생들의 실력을 판단할 수 없음

[그림 Ⅳ-9] [문제 9]에서 적절한 반응의 예

[그림 Ⅳ-10]은 [문제 9]에서의 1회시행의 결과를 토대로 학생의 멀리뛰기 실력에 대한 결정적 판단이 문제가 없다고 서술한 학생들의 응답의 예이다.



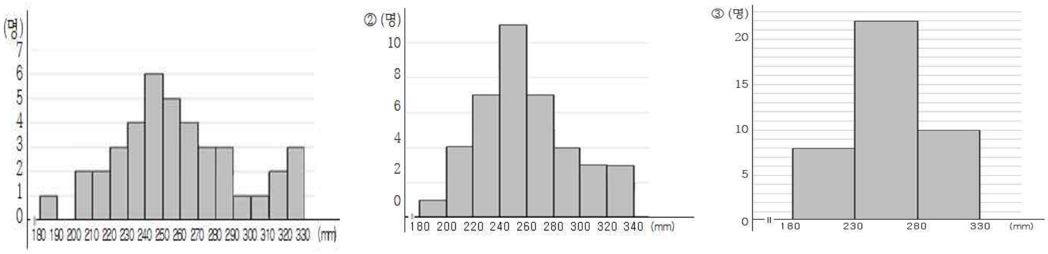
이유 : 39번의 기록 숫자가 가장 높기 때문

이유 : 1학년 1반 학생들 중에 가장 멀리 뛰어 기록이 우수하기 때문이

[그림 Ⅳ-10] [문제 9]에서 부적절한 반응의 예

5. 히스토그램을 위한 척도의 변환

[문제 8]은 학생들의 멀리뛰기 시행 자료를 나타낸 세 가지 히스토그램을 보여주고 가장 적절한 것을 선택하게 하고 그 이유를 적게 하였다. 특히



[그림 Ⅳ-11] [문제 8]에서 제시된 보기

히스토그램으로 자료를 표현하는 목적을 320cm 이상의 기록과 310~320cm의 기록에 해당하는 학생 수의 분포를 전체 학급의 분포와 함께 조사하기 위한 것으로 두었다. 히스토그램 ①은 계급의 크기가 10cm로 계급의 개수가 15개로 많고, 히스토그램 ②는 계급의 크기가 20cm로 계급의 개수가 8개이고, 히스토그램 ③은 계급의 크기가 50cm로 계급의 개수가 3개이다([그림 Ⅳ-11] 참조).

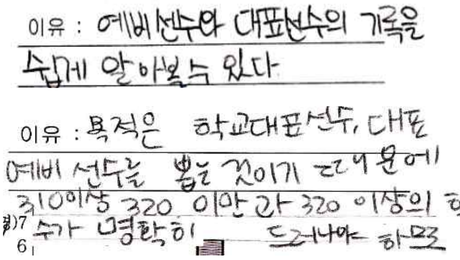
조사 목적에 맞는 히스토그램은 ①번으로, 자료를 범주화할 수 있는지와 자료의 특성에 맞게 히스토그램의 계급의 개수를 유연하게 변형할 수 있는지를 확인하기 위해 제시된 문제로, 적절한 반응의 비율은 29.6%였다.

<표 Ⅳ-2> [문제 8]에서 학생들의 반응

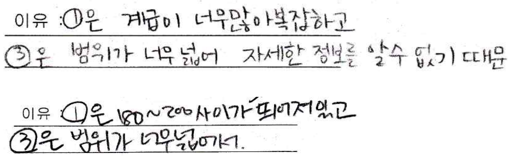
구분	①	②	③	기타	계
빈도 (%)	63 (29.6)	139 (65.3)	9 (4.2)	2 (0.9)	213 (100.0)

[그림 Ⅳ-12]는 [문제 8]에 대해 ①을 선택한 응답 중 그 이유를 적절하게 제시한 예이다. 이 학생들의 경우 조사의 목적이 예상인원을 알아보기 위한 것이므로 그래프를 구성할 때 이것이 반영되어야 함은 이해하고 있다.

[그림 Ⅳ-13]는 [문제 8]에 대해 ②를 선택한 학생들의 응답의 예로 보기 좋은 그래프의 형태를 주로 고려하여 히스토그램의 적절성을 판단하고 있음을 보이고 있다.



[그림 Ⅳ-12] [문제 8]에서 적절한 반응의 예

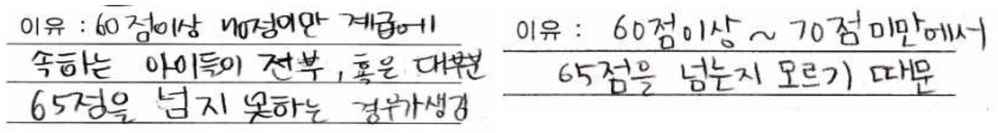


[그림 Ⅳ-13] [문제 8]에서 부적절한 반응의 예

6. 히스토그램의 계급과 원자료에 대한 정보 해석

[문제 7]은 수학 성적에 대한 히스토그램을 제시하고 히스토그램의 계급의 경계값이 아닌 값 이상의 성적의 학생이 절반을 넘는다고 '반드시' 판단할 수 있는지에 대해 묻고 그 답의 이유를 적게 하였다. 이 문항은 히스토그램으로 표현 할 경우 원자료의 정확한 정보가 손실되므로 히스토그램만 가지고는 결정적인 판단을 할 수 없음을 인식하고 있는가를 조사하는 문항으로, 이 점에 대하여 적절하게 판단한 학생의 비율은 42.3%였다.

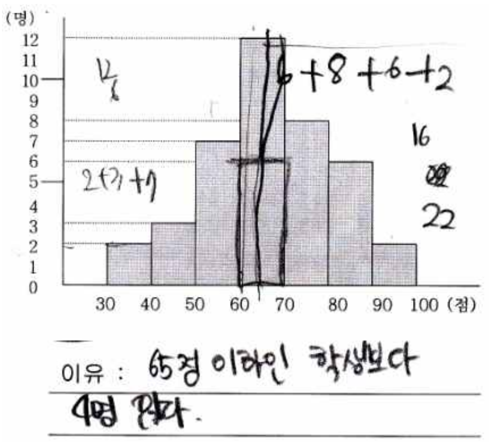
[그림 Ⅳ-14]는 [문제 7]에서의 적절한 반응의



[그림 Ⅳ-14] [문제 7]에서 적절한 반응의 예

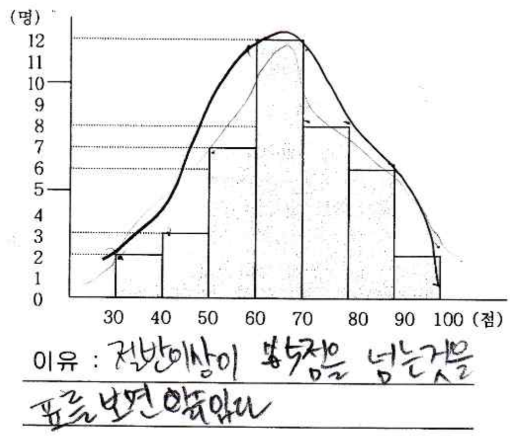
예이다. 이 학생들의 경우 히스토그램에서 특정 계급의 도수가 그 계급 내에서의 분포에 대한 정보는 제공하지 않는다는 것을 인식하고 있었다.

[그림 Ⅳ-15]는 [문제 7]에서의 부적절한 반응의 예로, 한 계급을 나타내는 직사각형 내에서 해당 계급이 균일한 밀도를 갖는다고 가정하고 있다. 이와 같은 답변을 학생들의 비율은 37.6%였다. 이는 히스토그램에서 한 계급의 도수를 직사각형으로 표현한 것이 균일한 밀도를 가지는 것을 보장해 주지 않음을 인식하지 못하여 일어난 것으로 분석된다.



[그림 Ⅳ-15] [문제 7]에서 부적절한 반응의 예(1)

[그림 Ⅳ-16]은 [문제 7]에서의 부적절한 반응의 또 다른 예로, 히스토그램의 분포의 기울어진 성향, 즉 비형식적으로 왜도를 인식했으나 시각적인 정보에 대한 판단에 치우쳐서 정확한 분석에 실패한 것을 보여준다. 이와 같은 반응의 비율은 7.5%였다.



[그림 Ⅳ-16] [문제 7]에서 부적절한 반응의 예(2)

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구에서는 중학교 학생들의 자료와 그래프를 해석 할 때, 측정과 척도에 근거한 비판적 사고를 통해 맥락적 영역과 통계적 영역 사이의 상호적 전환을 보이고 있는지 살펴보았다. 선행연구와 문헌조사를 바탕으로 자료와 그래프의 해석에 대한 측정과 척도에 근거한 비판적 사고가 1)타당한 조작적 정의, 2)변량의 척도, 3)계통오차를 최소화하는 측정방법, 4)우연 오차로 인한 자료의 불확실성 , 5)히스토그램을 위한 척도의 변환, 6)히스토그램의 계급과 원자료에 대한 정보 해석에 대하여 나타날 수 있음을 확인하고, 이를 토대로 문항 검사를 제작하여 중학생들의 측정과 척도에 근거한 사고의 정도를 알아보았다. 조사결과, 학생들은 맥락적 영역과 통계적 영역 사이의 상호 전환이 필요한 자료의 측정과 자료를 표현하는 척도와 관련한 비판적 사고가 부족함을 확인하였다. 특히 학생들은 제시

된 자료나 그래프의 정보에 대해 의심을 잘 품지 못하는 경향을 보였고 문항에서 제시한 통계적 조사의 목적과 용도와 같은 맥락에 비추어 문제점을 찾아내거나 유연성을 발휘하여 판단하는 경우가 많지 않았다.

이 연구의 결과로부터 다음과 같은 통계교육에 대한 시사점을 찾을 수 있다.

첫째, 조사의 목적에 해당되는 대상의 속성과 변량의 관계의 타당성을 확인하는 과정의 학습이 통계수업에서 이루어져야 한다. 조사의 목적의 질문을 대답하기 위해 조사 대상의 속성 중 어떤 변량을 선택할 것인지 그 후보가 다양할 수 있음을 제시하고 다양한 가능성 중에서 현실성을 고려하고 조사의 맥락을 고려하여 그 타당성을 비판적으로 평가하는 활동을 포함하여야 한다. 이는 토론식 수업 등의 방식으로 학교 현장에서 구현될 수 있다.

둘째, 자료의 변량의 척도의 종류를 구분하여 히스토그램으로 표현하기에 적절한가에 대한 지도 뿐 아니라, 실제 측정된 자료가 보이는 분포의 특성에 따라 히스토그램 표현의 적합성 역시 다루어져야 한다. 일반적으로 연속 변량이 히스토그램에 적합하지만 연속적 속성을 가진 대상을 측정한 결과 측정값의 종류가 많지 않아 계급을 나누어 범주화할 필요가 없을 경우에 해당하는 자료를 히스토그램으로 표현하는 것의 적절성하지 않을 수 있다. 다양한 자료에 대한 그래프 표현을 시도하게 하고 통계적 조사 활동의 목적과 연결하여 특정한 그래프 표현이 목적을 해결하기 위한 적절한 수단이 되는 지에 대해 경험하고 판단하게 하여야 한다.

셋째, 자료와 그래프의 단위가 단일 표준 단위에 근거하며 측정의 일관성이 유지되고 있는지 확인하는 비판적 태도를 지도하여야 한다. 자료에 근거하여 최대한 정확한 의사결정을 내리기 위해서는 자료의 신뢰성을 비판적으로 확인해야 하며 이는 오차에 대해 학생들이 주목하게 함으로써 그 지도가 가능하다. 연구오차, 표본오차, 측정오차와 같은 여러 가지 오차 중 측정오차의 계통오차는 발견한 후 제거 할 수 있는 특징이 있다. 특히 자료와 그래프의 단일 표준 단위는 자료나 그래프에 제시된 표현을 통해 확인할 수 있는 정보이며 자료의 수집과정에 측정도구가 일관되게 적용되어지는가에 대한 비판적 사고의 기준을 제공할 수 있다.

넷째, 측정 과정에서 다양한 오차가 발생할 수 있기 때문에 변량의 자료를 통해 얻는 결론은 불확실성을 가지는 것이고 이에 대해 단언적으로 판단하는 것을 경계해야 함을 지도해야 한다. 아울러 측정오차 중 우연오차는 반복측정에 의해 일정 부분 통제가 가능하기 때문에 조사와 실험의 맥락에서 반복측정을 통해 측정의 정확성을 높일 수 있음도 함께 지도할 필요가 있다. 우연오차는 원인을 파악하여 통제 가능한 오차를 제거한 후에도 발생할 수 있는 오차이며 모든 측정과정에는 이러한 우연오차를 기본적으로 가정하게 된다. 학생들에게 통계조사의 현실적인 맥락에 따라 측정의 횟수와 규모 등을 어떻게 정해야 하는가에 대해 토론, 합의하게 할 수 있게 한다면, 이를 통해 학생들은 우연오차에 대한 맥락적 영역과 통계적 영역의 상호적 연결을 경험할 수 있다.

다섯째, 조사의 목적이나 자료의 분포적 특성과 관련하여 히스토그램의 계급의 개수를 다양하게 적용할 수 있도록 지도되어져야 한다. Sturges(1926)의 공식은 자료의 개수가 많을 때 계급의 개수를 과소 추정하는 경우가 발생하며, Scott(1979)의 공식은 자료의 분포가 정규분포와 유사한 경우에 적합하다(Scott & Schimtz, 1988). 적절한 계급의 개수는 고정된 것이 아니며 조사의 목적이나 분포적 특성과 관련하여 적절한 수가 정해진다. 따라서 학생들에게 다양한 자료를

가지고 계급의 수를 찾는 활동을 하게 하면서 조사의 목적과 분포의 특성을 고려한 판단을 할 수 있는 비판적 사고를 기르게 해야 한다. 또한 히스토그램으로 자료를 나타내는 활동에서 대칭적으로 분포된 경우나 최대빈도를 가지는 계급이 가운데 배치되어 있고 양 옆으로 빈도가 점차적으로 감소하는 일봉분포(unimodal) 위주의 지도에 치중함으로써 히스토그램의 적절성을 익숙한 모양을 갖는 것으로 판단하는 오개념을 고착화하지 않도록 주의해야 한다.

여섯째, 히스토그램으로 나타냄으로써 원자료에서 손실된 정보가 있다는 점과 히스토그램의 표현 방식이 유도하는 원자료에 대한 오개념을 주의해야 한다. 히스토그램이 주어졌을 때 원자료의 분포, 평균이나 분산에 대해 정확한 정보를 구할 수 없음을 인식하게 해야 하며 그럼에도 불구하고 한정된 정보로 대략적인 예측이 가능할 수 있음을 동시에 지도해야 한다. 히스토그램의 직사각형 표현에 대해, 그 계급의 구간에서 확률밀도가 항등적(uniform) 이라고 생각하는 오개념이 생기지 않도록 주의해야 한다.

참고문헌

교육과학기술부(2011). **초·중등학교 교육과정 총론**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8].

성태제(2007). **SPSS/AMOS를 이용한 알기 쉬운 통계분석**. 서울: 학지사.

우정호(2001). **학교수학의 교육적 기초(증보판)**. 서울: 서울대학교출판부.

이순묵(2002). **사회과학을 위한 측정의 원리**. 서울: 학지사.

이영하·최지안(2008). 중학교 1학년 통계단원에 나타난 분포개념에 관한 분석. **수학교육학연구, 18**(3), 407-434.

한창민(2006). **교과서 속 과학단위관련 내용의 분석과 생활 속 과학단위 찾기 활동의 효과**. 서울대학교 대학원 석사학위 논문.

정은실(2010). 초등학교 수학교과서에서의 양(量)의 계산에 대한 연구. **수학교육학연구, 20**(4), 445-458.

Baker, R. S., Corbett, A. T., & Koedinger, K. R. (2002). The Resilience of Overgeneralization of Knowledge about Data Representations. *Presented at the 2002 Annual Meeting of the American Educational Research Association.*

Chick, H. L. (2003). Transnumeration and the art of data representation. In L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, & J. Mousley (Eds.), *Proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (pp. 207-214). Sydney: MERGA.

Chick, H. L., Pfannkuch, M., & Watson, J. M. (2005). Finding and telling stories within data: Transnumeration and representation. *Curriculum Matters*, 1, 87-108.

Cobb, G. W. (1992). Report of the joint ASA/MAA committee on undergraduate statistics. In *American Statistical Association 1992 Proceedings of the Section on Statistical Education*, (pp. 281-283). Alexandria, VA: ASA.

Cobb, G., & Moore, D. (1997). *A calculating people: The spread of numeracy in early America*. Chicago: University of Chicago Press.

Cooper, L. L. & Shore, F. S. (2010). The effects of data and graph type on concepts and visualizations of variability. *Journal of Statistics Education*, 18(2), 1-16.

delMas, R. (2004). A Comparison of mathematical and statistical reasoning. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing* *statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 79-95). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework*, American Statistical Association Alexandria.

Friel, Curcio, Bright. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.

Gal, I. (1996). Assessing students' interpretation of data. *Papers on Statistical Education presented at ICME-8*, Seville, Spain.

Graham, A. (1987). *Statistical investigations in the secondary school*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Graham, A. (2006). *Developing thinking in statistics*. London: Paul Chapman Publishing.

Kader, G. & Perry, M. (1994). Learning statistics with technology. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 130-136.

MacKay, R. J. & Oldford, R. W. (2000). Scientific method, statistical method and the speed of light. *Statistical Science*, 15(3), 254-278

Moore, D. S. (1990). Uncertainty. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giant: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington, DC: National Academy Press.

Pfanncuch, M., & Wild, C.(2004). Towards an understanding of statistical thinking. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 17-46). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. New York: Routledge.

Ross, S. M. (2009). *Introduction to probability and statistics for engineers and scientists* (4th Ed). San Diego : Harcourt.

Scott, J. & Marshall, G. (2009). *A dictionary of sociology, Oxford*. New York: Oxford University Press.

Scott. D. W. & Schimtz. H. P. (1988). Calibrating histograms with application to economic data. *Empirical Economics*, 13, 155-168.

Shewhart, W., & Deming, W. E. (Ed.). (1986). *Statistical method form the viewpoint of quality control*. New York; Dover Publications. (Original work published 1939)

Schwartz, J. L. (1988). Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations. In J. Hiebert, M. Behr (Ed.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 41-52). Lawrence Erlbaum Associates : NCTM

Stevens, S, S. (1946). On the theory of scales of measurement. *Science*, 103(2684), 677-680.

Taylor, J. R. (1999). *An Introduction to error analysis: The study of uncertainties in physical measurements* (2rd Ed). University Science Books.

Tukey, J. (1977). *Exploratory data analysis*. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub.

Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review* 67(3), 223-265.

White, M. A. (1998). Quantity calculus: Unambigous designation of units in graphs and tables. *Journal of Chemical Education* 75(5), 607-609.

Young, F. W. (1981) Quantitative analysis of qualitative data. *Psychometrika*, 46, 357-388.

Middle School Students' Critical Thinking Based on Measurement and Scales for the Selection and Interpreation of Data and Graphical presentations

Yun, Hyung Ju (Graduate School, Seoul National University)
Ko, Eun-Sung (Soonchunhyang University)
Yoo, Yun Joo (Seoul National University)

Learning graphical representations for statistical data requires understanding of the context related to measurement in statistical investigation since the choice of representation and the features of the selected graph to represent the data are determined by the purpose and context of data collection and the types of the data collected. This study investigated whether middle school students can think critically about measurement and scales integrating contextual knowledge and statistical knowledge. According to our results, the students lacked critical thinking related to measurement process of data and scales of graphical representations. In particular, the students had a tendency not to question upon information provided from data and graphs. They also lacked competence to critique data and graphs and to make a flexible judgement in light of context including statistical purpose.

* Key Words : middle school students(중학생), critical thinking(비판적 사고), context(맥락), measurement(측정), scales(척도)

논문접수 : 2012. 4. 1
논문수정 : 2012. 4. 23
심사완료 : 2012. 5. 10

[부록] 검사 문항지

※ ○○중학교 1학년 1반 학생들 30명에게 <보기>와 같은 자료를 조사하려고 한다.

조사 시점은 2011년 4월 7일이다.

<보기>

① 이름	② 졸업한 초등학교
③ 키	④ 오늘 아침 통학시간
⑤ 좋아하는 색	⑥ 집 주소

1. <보기>의 자료를 막대그래프로 표현하기에 가장 적절한 자료 2가지와 히스토그램으로 표현하기에 가장 적절한 자료 2가지를 각각 구하면?

   막대그래프 : (　　　　　,　　　　　)

   히스토그램 : (　　　　　,　　　　　)

2. 1학년 1반 학생의 집과 학교 간의 거리를 조사하고자 할 때 위 <보기>에서 필요로 하는 자료가 있는가? 있다면 해당 자료를 보기에서 골라 적고, 없다면 필요로 하는 자료를 적은 후, 이유를 쓰시오.

   필요로 하는 자료 : (　　　　　　)

   답한 이유 :

※ 올해 5월 4일 어린이날 선물로 실내화를 나눠주기 위해 위 학급의 30명의 학생의 원하는 신발 사이즈를 <보기>와 같이 조사했다.

조사 시점은 2011년 4월 22일이다. (단위 : ㎜)

<보기>

230	230	245	230	230	245	245	235
240	230	235	245	235	245	230	230
240	250	255	245	240	230	240	250
230	240	255	240	240	235		

3. 위의 자료를 이용해 나타내기에 가장 효과적인 그래프는? 그 이유는?

   ① 막대그래프　② 히스토그램

   이유 :

4. “이 학급에서 발 길이가 250mm 이상인 학생은 4명이다.”라고 말한다면 옳은가?

① 옳다 ② 아니다

이유 : ______________________________

____

____

5. ○○중학교 1학년 2반 학생들 30명의 왼쪽 눈의 시력을 <보기>와 같이 조사하였다. 아래의 자료를 히스토그램으로 나타나고자 할 때 예상되는 문제점은?

조사 시점은 2011년 4월 29일이다.

<보기>

1.2	0.1	1.5	0.7	0.4	0.4	0.7	0.5
0.2	0.2	0.4	0.1	-1.5	-4.0	1.0	2.0
0.1	1.0	0.3	0.4	-2.5	-1.5	0.2	1.5
1.2	-3.5	-2.5	-1.5	1.0	1.0		

문제점 : ______________________________

____

____

6. ○○중학교 1학년 3반 학생들 30명들에게 4월 2일(토)에 4월 3일(일)동안 몇 컵의 물을 마셨는지 기록하도록 하고 4월 4일(월)에 아래의 <보기>와 같이 조사되었다. 이 때 히스토그램으로 나타나고자 할 때 예상되는 문제점은?

조사 시점은 2010년 4월 4일이다.

<보기>

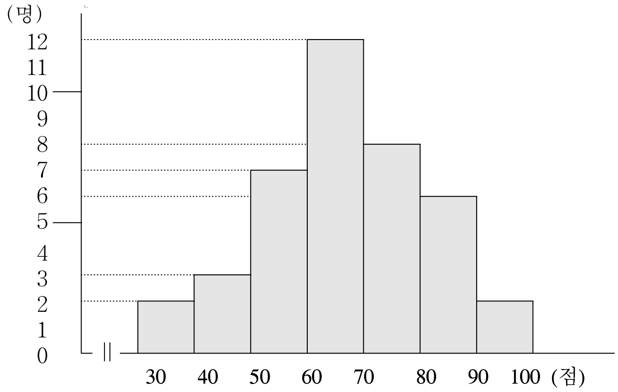
1	1.5	2	2	3	0.5	2	4
3	1	2	16	1	5	3	4.5
6	3.35	1.5	3	4	2	1.95	1.2
2	4.1	3	1	3.2	0.5	17	4

문제점 : ______________________________

____

____

7. 다음은 1학년 3반의 2011학년도 1학기 중간고사 수학성적에 대한 히스토그램이다.



'이 학급의 학생의 절반이상이 이번 중간고사 수학 성적이 65점을 넘는다.'는 말은 반드시 옳은가? 그 이유는?

① 옳다 ② 아니다.

이유 : ______________________________

※ ○○중학교 1학년 1반의 40명의 학생들을 대상으로 멀리뛰기 실력의 분포 상태를 조사하고, 아울러 멀리뛰기 기록이 320cm이상인 학생은 학교 대표 선수로, 310cm이상 320cm미만인 학생은 학교 예비 대표 선수가 될 수 있는데, 예상인원을 히스토그램을 통해 알아보고자 한다. 이를 위해 1학년 1반 학생들은 2011년 4월 6일 수요일 1교시 체육시간에 멀리뛰기를 1회 시행하였고, 그 측정 결과가 아래의 표와 같다.

단위(cm)

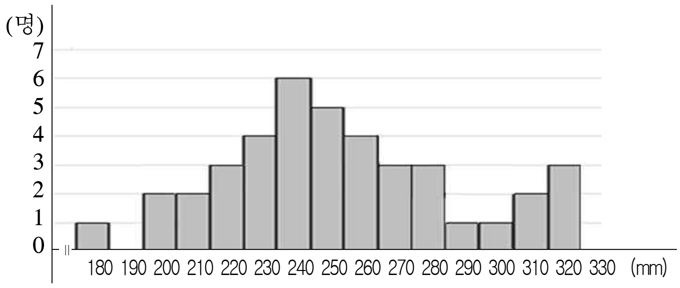
번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
기록	266	255	233	288	210	279	260	277	231	322
번호	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
기록	221	235	207	244	251	267	221	255	181	224
번호	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
기록	231	257	288	311	282	319	218	247	322	259
번호	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
기록	245	208	240	262	304	243	270	297	324	245

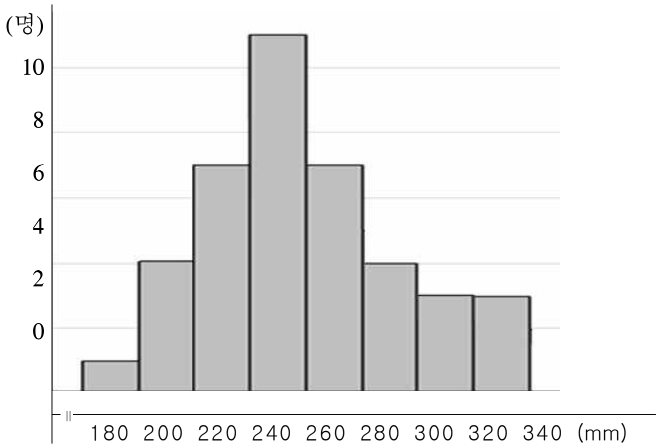
8. 이 표를 히스토그램으로 가장 적절히 나타낸 것은? 그리고 그 이유는?

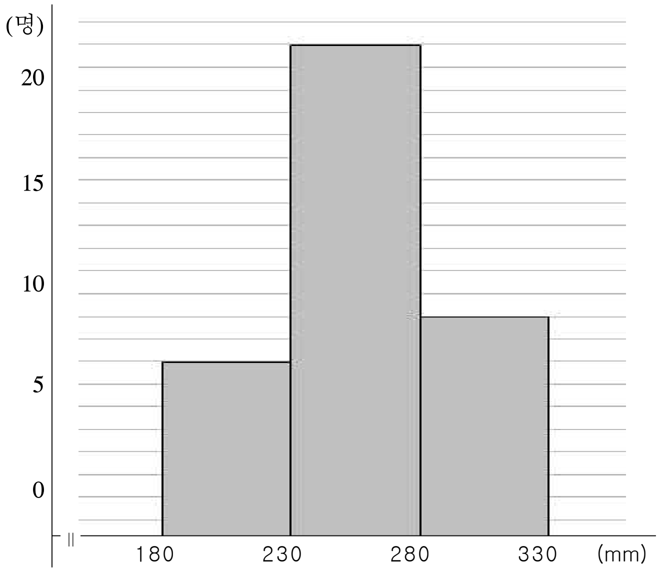
이유 :

____

____

① 

② 

③ 

9. “1학년 1반에서는 39번 학생이 멀리뛰기 실력이 가장 좋다.”라고 말한다면 옳은가?

① 옳다 ② 아니다

이유 :