

2011 중학교 수학과 교육과정의 비판적 고찰: 기하 영역을 중심으로

박 교 식* · 권 석 일**

2011 교육과정의 기하 영역에는 명료하지 않게 제시된 부분이 있다. 본 연구에서는 명료하지 않아 교육과정의 의도와 달리 잘못 해석될 가능성이 있는 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, 간단한 작도와 합동인 도형의 성질, 삼각형의 결정조건, 회전체, 정당화, 닮음의 중심, 닮음의 위치, 삼각형의 중점 연결 정리, 피타고라스 정리, 원주각의 성질의 불명료성에 관해 논의하고 있다. 본 연구의 결과를 바탕으로 결론으로서, 차기 중학교 수학과 교육과정의 개발과 관련하여 다음 세 가지 논의 주제를 제공하고자 한다. 첫째는 교육과정에서의 불명료성 해소이다. 둘째는 공신력 있는 해설서의 발행이다. 셋째는 충분한 연구 결과의 축적을 바탕으로 한 교육과정 개발이다.

1. 서론

2011년 8월에 새로운 중학교 수학과 교육과정이 고시되었다(교육과학기술부, 2011; 이하, 2011 교육과정). 2011 교육과정은 중학교에서 가르치고 배워야 하는 수학 내용과 그 취급 방법에 대하여 유일무이한 권위를 가지는 공식 문서이다. 2011 교육과정에서는 성취기준, 용어와 기호, 교수·학습상의 유의점을 통해 가르치고 배워야 하는 수학 내용과 그 취급 방법을 공식적으로 지정한다. 이전 교육과정의 경우에는 그것을 설명해 주는 해설서가 동반 발행되어, 교육과정을 이해하는데 적지 않은 도움을 주었지만, 2011 교육과정의 경우에는 그러한 역할을 하는 해설서가 발행되지 않는다. 2011 교육과정이 고시된 이후에 한국과학창의재단에서는 《2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구》(신이섭 외, 2011)라는 보고서를 발간했는데, 이 보고서에서는 2011 교육과정이 확정되기까지의 과정이 최종적으로 정리

되어 있다. 이 보고서에 ‘교육과정 해설서를 폐지하고 교육과정 기준을 명확히 제시하여 다양하고 선진화된 교과서 개발을 유도(p.7)’한다고 되어 있다. 그런 만큼 2011 교육과정은 그 자체로 충분히 자기설명적일 것으로 기대할 수 있다. 그러나 실제로는 2011 교육과정에서 명확히 제시되지 않은 부분을 몇 가지 찾을 수 있다. 교육과정 문서가 가지는 유일무이한 권위를 고려할 때 교육과정에 대한 해석의 논란은 교과서의 집필과 교수·학습에서의 혼란을 가져올 수 있다. 본 연구는 2011 교육과정에서 이러한 혼란 가능성이 있는 부분을 면밀히 점검하여 차기 교육과정의 개발을 위한 논의 주제를 제공하는 것을 목적으로 한다.

일반적으로 수학과 교육과정의 개발과 관련해서는 여러 주제에 걸쳐 수많은 논의가 선행될 필요가 있다(신현성, 2001; 신현용, 2005; 한대회, 2010; Reys, Reys, Rubenstein, 2010). 우리나라에서 최근 10년 사이에 이루어진 문서화된 수학과 교육과정에 관한 연구가 적지는 않지만(권나영, 김래영, 김구연, 2011), 2011 수학과 교육과정 개발과 관련된

* 경인교육대학교, pkspark@gin.ac.kr (제1저자)

** 경인교육대학교, steinein@ginue.ac.kr (교신저자)

연구는 많지 않다. 한국과학창의재단에서 한국수학관련단체총연합회에 위탁하여 진행한 김도한 외(2009)의 《창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구》 이외에, 2011 초·중·고 수학과 교육과정에서 도입된 수학적 과정과 성취 기준, 학년 군제에 관해 논의하고 있는 두 편의 연구(박경미, 2010; 박혜숙, 나귀수, 2010)와 2011 수학과 교육과정 개발에서 고려해야 할 사항을 제안하고 있는 한 편의 연구(박혜숙, 2010), 2011 수학과 교육과정에서의 수학과 평가 방향을 제안하고 있는 한 편의 연구(강명원 외, 2010)가 있을 뿐이다. 2011 중학교 수학과 교육과정에 초점을 맞춘 연구로는 교육과정에서 원뿔의 전개도와 각뿔의 전개도의 취급이 누락되어 있다는 것을 지적하고 있는 한 편의 연구(박교식, 2011)만을 볼 수 있다. 2007 중학교 수학과 교육과정(이하, 2007 교육과정)의 이행 실체에 관한 연구 결과가 실질적으로 2011 중학교 교육과정 개발에 중요한 역할을 할 수 있었을 테지만, 2007 중학교 교육과정의 이행 실체에 관한 연구도 찾기 어렵다.

2011 교육과정이 고시되기까지, 그 개발 과정을 알 수 있게 해 주는 중요한 세 개의 문서가 있다. 첫째 문서는 황선욱 외(2011)의 《창의 중심의 미래형 수학과 교과 내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구》(이하, 문서 1)이다. 문서 1에는 교육과정 개정의 배경 및 방향과 함께 2011 중학교 교육과정의 시안(이하, 시안 1)을 제시하고 있다. 2011 교육과정은 기본적으로 이 시안 1을 바탕으로 한다. 둘째 문서는 한국과학창의재단(2011)의 《2011 개정 수학과 교육과정 공청회 자료집》(이하, 문서 2)이다. 문서 2에 시안 1을 수정·보완한 것이 제시되어 있다(이하, 시안 2). 이 공청회는 2011년 6월 11일에 개최되었으며, 시안 2에 대한 교수 및 교사의 검토 의견이 제시되었다. 교육과학기술부에서는 공청회 결과를 참고하여 시안 2를 수정·보완하여 2011 교육과정으로 고시하였다. 그리고 앞서 인용한 신이섭 외(2011)의 《2009

개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구》(이하, 문서 3)가 있다. 물론, 문서 1~문서 3이 2011 교육과정의 개발과 관련해서 많은 것을 설명해 주기는 하지만, 공식적인 권위가 주어지지 않은 문서는 아니다.

본 연구에서는 기하 영역에 한정해서 2011 교육과정에서 명확하지 않은 부분을 드러낸다. 이를 위해 문서 1~3을 2011 교육과정을 해석하기 위한 틀로 사용하며, 또 2011 교육과정과의 대조를 위해 2007 교육과정과 그 해설서를 참고한다. 문서 1~문서 3은 교육과학기술부에서 발행한 것이 아니므로 그 자체로는 공신력을 가진다고 말하기 어렵지만, 2011 교육과정을 충분히 잘 이해하기 위해서는 그 개발 과정을 소상히 드러내고 있는 문서 1~문서 3을 참고하지 않을 수 없다. 그 중에서도 문서 3이 가장 중요한 참고 자료라고 할 수 있다. 이 연구에서 다루는 내용은 이러한 다양한 해석의 시도를 통해서도 그 불명료함이 해소되지 않는다고 판단되는 것이다. 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, 간단한 작도와 합동인 도형의 성질, 삼각형의 결정조건, 정당화, 닮음의 중심, 닮음의 위치, 삼각형의 중점 연결 정리, 피타고라스 정리, 원주각의 성질이 그렇다. 이 연구에서는 바로 이러한 내용에 초점을 맞추어 논의한다. 분석의 편의를 위하여 2007 수학과 교육과정에서 중학교 1학년 기하 영역에서 다루어졌던 내용을 II장에서, III장에서는 2학년, IV장에서는 3학년에서 다루어졌던 내용을 중심으로 논의한다.

II. 기본도형, 작도와 합동, 입체도형의 성질에서의 불명료성

1. 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘I 기본

도형'의 내용은 2007 교육과정의 그것과 비교해서 외형적으로 그다지 다르지 않지만, 2007 교육과정의 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 로 바꾸어 제시하고 있는 것은 두드러진 변화라 할 수 있다. 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 에 어떤 문제점이 있어서 2011 교육과정에서는 더 이상 사용하지 않기로 한 것인가? 2011 교육과정에서는 이 변화에 대한 설명을 찾을 수 없다. 사실상 이 기호에는 아무런 문제점이 없다. 일반적으로는 두 직선의 직교를 나타내는 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 사용하고, 그 특수한 경우로 두 선분의 직교를 나타내는 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 사용할 수 있다.

기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 는 1987년에 고시된 제5차 교육과정의 <용어와 기호>에서 처음으로 사용한 이후로 2007 교육과정에 이르기까지 계속해서 사용해 온 것이다. 시안 1과 시안 2에서는 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 그대로 제시하고 있는 반면, 문서 3의 최종안(p.308)에서는 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 제시하고 있다. 그러나 문서 3에서 이렇게 바꾼 것과 관련해서 어떤 설명도 하고 있지 않다. 시안 2에 대한 교사의 검토 의견(권혁진, 2011)과 교수의 검토 의견(주미경, 2011), 문서 3의 '연구진 및 협의진 회의록'에서도 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 대신 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 사용해야 한다는 주장을 찾을 수 없다.

2007 교육과정에서는 두 직선의 위치 관계라는 맥락에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 제시하였다. 그래서 2007 교육과정에 따른 교과서에서는 예를 들어 “두 직선 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 두 직선은 서로 직교한다 또는 서로 수직이라고 하며, 기호로 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 와 같이 나타낸다(황선욱, 강병개, 김수영, 박정아, 2009).”와 같이 서술하고 있다. 그런데 이제 2011 교육과정에서 새롭게 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 를 사용해야 한다면, 예를 들어 위의 설명은 “두 선분 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 두 선분은 서로 직교한다 또는 서로 수직이라고 하며, 기호로 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 와 같이 나타낸다.”와 같이 서술하게 될

것이다. 그러나 이러한 서술은 ‘두 직선의 위치 관계’라는 맥락에 적절하지 않다. 따라서 문서 3과 2011 교육과정에서 제시한 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 는 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 의 오기로 볼 수 있다.

2. 작도와 합동

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘② 작도와 합동’의 내용은, <표 II-1>에서 볼 수 있듯이, 2007 교육과정의 그것과 다르다. 2007 교육과정에 있던 ‘간단한 도형의 작도를 할 수 있다.’, ‘합동인 도형의 성질을 이해한다.’, ‘삼각형의 결정조건을 이해한다.’가 모두 사라졌다. 간단한 도형의 작도에 포함되었던 것은 선분의 수직이등분선의 작도와 각의 이등분선의 작도이다. 합동인 도형의 성질은 서로 합동인 두 도형에서 대응하는 선분의 길이가 서로 같고, 대응하는 각의 크기가 서로 같다는 것이다. 그리고 삼각형의 결정조건은 삼각형이 하나로 결정되는 최소한의 조건이다.

<표 II-1> 2007 교육과정과 2011 교육과정의 ‘작도와 합동’의 내용

2007 교육과정 (중 1학년)	2011 교육과정 (중 1-3학년군)
② 작도와 합동 ① 간단한 도형을 작도할 수 있다. ② 합동인 도형의 성질을 이해한다. ③ 삼각형의 결정조건과 합동조건을 이해한다.	② 작도와 합동 ① 삼각형을 작도할 수 있다. ② 삼각형의 합동 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다. <교수·학습상의 유의점> ② 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다. ③ 작도를 이용하여 삼각형의 합동 조건을 이해하게 한다.

가. 간단한 도형의 작도와 합동인 도형의 성질
 시안 1(p, 197, p.261)에는 <표 II-1> 2007 교육과정의 ①과 ②가 그대로 있었지만, 그것이 시안 2(p. 116, p.130)에서 <표 II-1> 2011 교육과정의 ①과 같이 바뀌었다. 문서 3의 최종안(pp.161~162)도 이와 같다. 이 변화에 대해 문서 2에서 설명하고 있지만, 문서 3에서는 그 설명을 찾기 어렵다. 문서 2(p.116)의 설명에 따르면, 2011 교육과정에서는 삼각형의 작도와 관련이 적은 내용은 삭제하고, 삼각형의 합동을 이해하는데 필요한 작도만 취급하는 것으로, 그리고 합동인 도형의 성질은 초등 내용과 일부는 중복되며, 또한 삼각형의 합동에서 직관적으로 다를 수 있는 내용으므로 삭제한다고 했다. 문서 2의 설명을 따른다면, 2011 교육과정에서는 삼각형의 작도와 관련이 없는 선분의 수직이등분선의 작도, 각의 이등분선의 작도는 취급하지 않는다. 문제는 교육과정의 다른 부분을 참고하여 볼 때 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선을 다루지 않을 수 없다는 것이다.

2011 교육과정의 <용어와 기호>에는 ‘수직이등분선’이 포함되어 있다. 즉 2011 교육과정에서는 선분의 수직이등분선을 취급한다. 각의 이등분선의 경우는 <용어와 기호>에 제시되어 있지는 않지만, 각의 이등분선을 취급하지 않으면 삼각형의 내심을 정의할 수 없고, 이등변삼각형의 성질을 설명하는 것도 쉽지 않기 때문에 이 역시 취급하지 않을 수 없다.

이상에서 살펴본 바와 같이 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선은 중학교 기하 영역에서 필수적으로 다루어야 하는 내용이다. 그러나 현재의 교육과정에 따르면 그 도입 시기를 판단할 근거를 찾기 어렵다. 우선 앞에서 살펴본 바와 같이 삼각형의 작도와 무관한 것이기 때문에, 그것을 ‘㉒ 작도와 합동’에서 취급하는 것은 적절하지 않다. ‘㉕ 삼각형과 사각형의 성질’

에서 취급하는 것이 불가능하지는 않지만, 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선 자체는 ‘삼각형과 사각형의 성질’에 해당하는 것이 아니라서 점에서 적절하지 않다. 가능한 곳으로는 ‘㉑ 기본도형’이 있다. 예를 들어 선분의 중점을 도입하고 이어 선분의 수직이등분선을 정의하는 것이 가능하다. 또, 각을 도입한 후에 각의 이등분선을 정의하는 것이 가능하다. 2011 교육과정이 학년군별 내용의 배열순서를 재구성할 수 있도록 되어 있기는 하지만 재구성이 가능하려면 우선 교육과정에서 권장하는 순서가 명료하게 제시되어야 한다.

나. 삼각형의 결정조건

시안 1(p.197), 시안 2(p.130)에서는 합동 조건과 중복이기에 ‘삼각형의 결정조건’이라는 용어를 삭제한다고 명시되어 있지만, 문서 3의 최종안(p.305)에서는 삼각형의 합동조건과 내용 중복이기에 ‘삼각형의 결정조건’을 삭제한다고 되어 있다. 용어의 삭제가 아니라 내용의 삭제가 이루어지려면 삼각형의 결정조건 관련 내용 전체를 삭제하는 것이 가능한 지에 대한 검토가 이루어질 필요가 있다.

삼각형의 결정 조건과 삼각형의 합동 조건의 내용이 결과적으로 같다는 것은 분명하지만, 그 의미는 서로 같지 않다. 삼각형의 결정 조건은 삼각형을 작도하는 것과 관련이 있고, 삼각형의 합동 조건은 두 삼각형이 서로 합동인지를 판별하는 것과 관련이 있다. 삼각형을 작도하기 위해 삼각형의 세 변의 길이와 세 각의 크기를 모두 알 필요는 없고, 그 중의 일부만 알면 된다. 이때 최소한으로 알아야 하는 것이 무엇일까? <표 II-1> 2011 교육과정 성취수준 ①을 위해서는 삼각형을 작도할 수 있는 최소한의 조건을 취급해야 하는 바, 그 최소한의 조건이 삼각형의 결정조건이다.

2011 교육과정에서는 교수·학습상의 유의점으로, “② 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있게 한다.”와 “③ 작도를 이용하여 삼각형의 합동 조건을 이해하게 한다.”의 두 가지를 제시하고 있다. 이 두 유의점을 만족하기 위해서도 삼각형의 결정조건을 취급하지 않는 것은 불가능하다. 유의점 ②에서 ‘주어진 삼각형’은 최소한 ‘세 변의 길이’, ‘한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기’, 또는 ‘두 변의 길이와 그 끼인각의 크기’가 알려진 삼각형이어야 한다. 이렇게 보면 2011 교육과정에서 삼각형의 결정조건을 취급하지 않는 것이 아니라 단지 ‘삼각형의 결정조건’이라는 용어만 사용하지 않는 것이라고 보아야 한다. 실제로 문서 1(p.411)에 따르면, 교육과정 개정을 위한 설문 조사에서도 “필요 이상의 용어 사용을 제한하고 학습 내용을 경감하기 위해 관련 내용은 교육하되, ‘삼각형의 결정조건’이라는 용어는 삭제한다.”에 대한 의견을 조사하는 것으로 되어 있다. 그러나 2011 교육과정 문서에서는 이러한 의도를 확인할 수 없다.

3. 입체도형의 성질

2011 교육과정의 초등학교 5-6학년군 도형 영역 ‘④ 원기둥과 원뿔’의 내용은, <표 II-2>에서 볼 수 있듯이, 2007 교육과정의 초등학교 6학년 도형 영역 ‘② 원기둥과 원뿔의 성질’의 그것과 비교해 볼 때 ‘회전체를 이해한다.’가 사라졌음을 알 수 있다. 즉, 2011 교육과정에서는 초등학교에서 회전체를 취급하지 않는다. 이러한 내용은 문서 1과 시안 1(p.87, p.251), 문서 2와 시안 2(pp.51~52, pp.83~84), 문서 3과 최종안(p.32, p.38, p.105, p.109. pp.275~276)에서 확인할 수 있다. 특히 시안 2(p.83)와 최종안(pp.275~276)에서 회전체와 단면을 삭제한다고 되어 있고, 용어에서 회전체, 회전축, 단면이 삭제되었다.

<표 II-2> 2007 교육과정의 2011 교육과정의 회전체 관련 내용

2007 교육과정	2011 교육과정
② 원기둥과 원뿔의 성질 (초 6학년) ① 원기둥과 원뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 안다. ② 원기둥의 전개도를 이해한다. ③ 회전체를 이해한다.	④ 원기둥과 원뿔 (초 5-6학년군) ① 원기둥, 원뿔, 구와 그 구성 요소와 성질을 이해한다. ② 원기둥의 전개도를 이해한다.
④ 입체도형의 성질 (중 1학년) ① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ③ 입체도형의 겹넓이와 부피를 구할 수 있다.	④ 입체도형의 성질 (중 1-3학년군) ① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ③ 입체도형의 겹넓이와 부피를 구할 수 있다.

2007 교육과정에서는 회전체가 초등학교 6학년과 중학교 1학년에서 각각 취급되었고, 2011 교육과정에서는 중학교에서만 취급하는 것으로 바뀌었다. 2011 교육과정의 중학교 1-3학년군 기하 영역의 ‘④ 입체도형의 성질’의 내용은, <표 II-2>에서 볼 수 있듯이, 2007 교육과정의 그것과 비교해 볼 때 똑같다. 즉 초등학교 교육과정에서 회전체 관련 내용이 삭제되면서, 회전체가 중학교 1학년에서 처음으로 취급하게 된다는 것을 고려하여 용어 회전체, 회전축, 단면을 중학교 <용어와 기호>에 등재하는 것이 필요하다.

III. 삼각형과 사각형의 성질, 도형의 닮음, 닮음의 활용에서의 불명료성

1. 정당화

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘⑤ 삼각형

과 사각형의 성질'의 내용은, <표 III-1>에서 볼 수 있듯이, 2007 교육과정의 그것과 상당히 다르다.

<표 III-1> 2007 교육과정과 2011 교육과정의 '삼각형과 사각형의 성질'의 내용

2007 교육과정 (중 2학년)	2011 교육과정 (중 1-3학년군)
<p>① 삼각형과 사각형의 성질</p> <p>① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다.</p> <p>② 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형의 성질을 증명할 수 있다. <교수·학습상의 유의점></p> <p>③ 어려운 증명의 경우에는 증명을 하기 전에 공학적 도구나 조작 활동을 통하여 증명해야 할 성질을 직관적으로 이해하게 한다.</p>	<p>⑤ 삼각형과 사각형의 성질</p> <p>① 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.</p> <p>② 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.</p> <p>③ 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. <교수·학습상의 유의점></p> <p>① 공학적 도구나 다양한 교구를 활용하여 도형의 성질을 추론할 수 있게 한다.</p> <p>② 도형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 학생의 수준에 따라 달리할 수 있다.</p>

특히 2011 교육과정에서는 2007 교육과정에서의 “① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다.”라는 진술이 사라졌다. 문서 1(pp.116-118, p.198, p.200), 문서 2(pp.114~116, p.131, p.133), 문서 3(pp.55~56, p.306, p.308)에 따르면, 2011 교육과정에서는 형식적 증명보다는 학생들의 이해 수준에 입각한 ‘정당화’ 수준의 교육을 지향한다. 이에 따라 ‘명제, 가정, 결론, 역, 정의, 정리, 증명’이라는 용어와 기호 ‘ $p \rightarrow q$ ’도 사용하지 않으며, 2007 교육과정에서 사용했던 ‘증명할 수 있다’를 ‘이해하고 설명할 수 있다’로 바꾸어 제시하고 있다. 우리나라

중학교 기하에서 ‘증명’ 대신 ‘정당화’를 실질적으로 도입한 것은 초유의 일이라 할 수 있는 만큼, 그것의 순탄한 이행을 위해서는 정당화의 의미에 대한 논의가 필요하다.

시안 2에 대한 교사의 검토 의견(권혁천, 2011)과 교수의 검토 의견(주미경, 2011)에서는 정당화에 대한 별다른 지적을 하고 있지 않지만, 문서 3(pp.365-366, p.381)에 의하면, 공청회 이후의 외부 전문가 검토 협의회에서는 정당화의 모호함과 관련하여 대단한 우려가 있었음을 알 수 있다. 2011 교육과정에서는 <교수·학습 방법>에서 다음과 같이 ‘정당화’라는 표현을 세 번 사용하고 있다(pp.33-35).

마. 수학의 개념, 원리, 법칙, 기능의 교수·학습에서는 다음 사항에 유의한다.

(2) 구체적 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하고 이를 **정당화**하게 한다.

자. 수학적 추론 능력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

(1) 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 이를 **정당화**할 수 있게 한다.

(3) 수학적 추론을 통해 합리적으로 사고하는 능력을 키우고, 일상생활에서 자신의 의견을 **정당화**할 때 적절한 근거에 기초하여 논지를 전개할 수 있게 한다.

정당화라는 표현을 2011 교육과정에서 처음으로 사용한 것은 아니다. 실제로는 2007 교육과정(p.45)에서도 다음과 같이 정당화라는 표현을 사용하고 있다. 위에서 인용한 2011 교육과정 ‘자’ 항의 (1)은 2007 교육과정 ‘사’ 항의 (1)에서 ‘증명’을 삭제한 것임을 알 수 있다. 2007 교육과정에서 정당화의 의미를 설명하고 있지는 않지만, 그것이 증명이 아니라는 것은 분명하다. 왜냐하면 다음에서 볼 수 있듯이 ‘정당화하거나 증명해’라고 표현함으로써 증명과 정당화를 구분하고 있기 때문이

다. 한편, 표준국어대사전(국립국어원)에서는 ‘정당화’를 ‘정당성이 없거나 정당성에 의문이 있는 것을 무엇으로 둘러대어 정당한 것으로 만듦’으로 설명하고 있지만, 2007 교육과정의 정당화가 이런 의미를 가지고 있다고 보기도 어렵다.

- 사. 수학적 사고와 추론 능력을 발전시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.
- (1) 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하게 하고, 이를 정당화하거나 증명해 보게 할 수 있다.

2007 교육과정에서와는 달리 2011 교육과정에서는 정당화를 본격적으로 등장시켜 사용하고 있다. 2011 교육과정 문서에서 정당화의 의미를 찾기는 어렵지만, 문서 1(p.117), 문서 2(p.115), 문서 3(p.56)에서는 그 의미를 찾을 수 있다. 이들에 따르면 정당화는 ‘자신의 주장 또는 믿음을 타인에게 이해시키려는 시도’로, 일정 수준의 객관성을 담보할 수 있어야 한다. 문서 3(p.56)에서는 ‘이해하고 설명할 수 있다’가 바로 정당화를 의미한다고 진술하고 있다. 그렇다면 굳이 정당화라는 별개의 표현을 사용할 이유가 없으며, ‘이해하고 설명할 수 있다’로 충분하다. 한편 ‘일정 수준의 객관성’이라는 표현 역시 모호하다. 초등학교 수학이 아닌 중학교 2학년 수학에서 몇 개의 예에서 귀납적으로 어떤 법칙을 추측할 수 있다고 정당화했을 때, 그 몇 개의 예를 제시하는 것도 나름대로 일정 수준의 객관성을 지닌 것으로 보아야 하는가? 예를 들어 종이로 만든 삼각형을 세 꼭짓점이 한 점에 모이도록 접어서, 삼각형의 세 내각의 크기가 180° 라고 정당화했을 때, 세 꼭짓점이 한 점에 모이도록 접는 것도 나름대로 일정 수준의 객관성을 지닌 것으로 보아야 하는가? 그러나 문서 1~문서 3과 2011 교육과정 어디에서도 객관성의 ‘수준’에 대한 답을 찾을 수 없다.

정당화의 정의는 다양한 연구에서 이루어져 왔

다(Simon, Blume, 1996; Harel, Sowder, 1998; Sowder, Harel, 1998; Miyazaki, 2000; 신현용, 2004; 송상현, 허지연, 임재훈, 2006; 김정하, 2011; 이환철, 하영화, 2011). 그러나 2011 교육과정에서 정당화는, 두 교육과정 문서를 비교한 위의 논의를 바탕으로 볼 때 오히려 2007 교육과정에서의 증명을 대체한 것이라고 해석될 여지가 있다. 2007 교육과정에서는 이미 알고 있는 명제나 정의를 이용하여 어떤 명제가 참임을 보이는 과정을 ‘증명’으로 보며, 증명할 때는 먼저 명제의 가정과 결론을 분명히 하고, 가정과 이미 알려진 사실이나 성질을 근거로 결론을 유도한다(교육과학기술부, 2008). 증명에 대한 이와 같은 설명에서 그것이 엄격하고 형식적인 것처럼 보이게 했던 요소 즉, 가정과 결론이라는 요소를 제외한 것을 정당화로 보는 것이 가능할 것이다. 비록 이러한 설명에서 명제, 가정, 결론, 역 등의 용어를 사용하지 않을 수는 있지만, 그것이 본질적으로 연역적 추론이 아닌 것은 아니다.

정당화를 이렇게 해석하는 것이 가능하기는 하겠지만, 앞에서 지적한 바와 같이 2011 교육과정에서 정당화라는 표현은 다른 표현으로 바뀌어 사용될 수 있다. 정당화라는 표현을 사용하지 않고도, 예를 들어 2011 교육과정의 마 항의 (2)는 “구체적 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하고, 발견한 것이 옳다는 것을 조리 있게 설명해 보게 한다.”와 같이, 그리고 자 항의 (1)은 “귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 추측한 것이 옳다는 것을 조리 있게 설명해 보게 한다.”와 같이 서술해도 본래의 의미가 달라지는 것은 아니기 때문이다.

2. 답음

가. 답음의 중심과 답음의 위치

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘6 도형

의 ‘답음’의 내용은, <표 III-2>에서 알 수 있듯이, 2007 교육과정의 그것과 거의 같다. 2011 교육과정의 ①, ②는 각각 2007 교육과정의 ①, ②와 완전히 같다. 따라서 이것만 보면 2011 교육과정의 ①, ②에서 취급하는 것과 2007 교육과정의 ①, ②에서 취급하는 것도 완전히 같다고 할 수 있다. 그러나 문서 1(pp.118~119)과 문서 2(p.117)에 따르면 2011 교육과정의 의도가 그렇지 않다고 볼 근거가 있다. 이 두 문서에서는 “단발성 주제로 상대적으로 연계성이 부족한 ‘답음의 위치’와 ‘답음의 중심’은 개정 교육과정에서 삭제하였다.”고 진술하고 있다. 문서 3과 2011 교육과정에서는 그러한 진술을 찾을 수 없다. 다만, 문서 3(p.308)에서는 ‘답음의 중심’과 ‘답음의 위치’라는 용어만 삭제한다고 명시하고 있다.

<표 III-2> 2007 교육과정과 2011 교육과정의 ‘도형의 답음’의 내용

2007 교육과정 (중 2학년)	2011 교육과정 (중 1-3학년군)
② 도형의 답음	⑥ 도형의 답음
① 도형의 답음의 뜻을 안다.	① 도형의 답음의 뜻을 안다.
② 답은 도형의 성질을 이해한다.	② 답은 도형의 성질을 이해한다.
③ 삼각형의 답음조건을 이해한다.	③ 삼각형의 답음조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 답음인지 판별할 수 있다.

2011 교육과정의 <용어와 기호>에서 ‘답음의 중심’과 ‘답음의 위치’를 제시하지 않고 있다는 점에서, 2011 교육과정에서는 답음의 중심과 답음의 위치라는 용어를 사용하지 않는다는 것은 분명하다고 할 수 있다. 그런데 문서 2에 따르면, 그 용어를 사용하지 않는 것을 넘어, 2011 교육과정에서는 답음의 중심과 답음의 위치를

아예 취급하지 않는다고 할 수 있다. 그러나 반대로 문서 3과 2011 교육과정에 따르면 이러한 주장을 하기 어렵다.

2007 교육과정의 ②에서는 답은 도형을 그릴 수 있게 하는 것이 포함되어 있다. 특히 “답음의 중심의 뜻을 알고, 이를 이용하여 주어진 도형을 확대 또는 축소함으로써 답은 도형을 그릴 수 있게 한다. 이때 그려진 두 도형은 답음의 위치에 있다고 함을 알게 한다(교육과학기술부, 2008, p.89).” 그러나 문서 2에 따르면, 2011 교육과정에서는 도형의 확대 또는 축소 과정에서 답음의 중심을 이용하지 않아야 한다. 답음의 중심을 이용하지 않고 도형을 확대 또는 축소는 알려진 한 가지 방법은 모눈종이를 이용하여, 내각의 크기는 보존하면서 각 변의 길이를 2배로 하는 것이지만, 다각형이 아닌 경우에는 이 방법을 적용하기 어렵다는 단점이 있다(임재훈, 박교식, 2009). 2011 교육과정을 토대로 살펴볼 때 반드시 취급하지 말아야 한다고 판단할 수는 없지만 해당 용어가 다루어지지 않는다는 측면에서 답음의 중심과 답음의 위치를 취급하여야 한다는 판단 역시 하기 어렵다. 요약하면 2011 교육과정에서 답음의 중심과 답음의 위치라는 용어만 다루지 않는 것인지 그 내용 전체를 다루지 않는 것인지 명확하지 않다.

나. 삼각형의 중점 연결 정리

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘⑦ 답음의 활용’의 내용은, <표 III-3>에서 볼 수 있듯이, 2007 교육과정의 그것과 비교해 볼 때 외형적으로 상당히 다르다. 특히 2011 교육과정에서는 2007 교육과정의 “② 삼각형의 중점 연결 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.”가 사라졌다는 것에 주목할 필요가 있다. 2007 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008, p.90)에 따르면 <표 III-3>의 2007 교육과정의 ②에서는 삼각형의 중

점 연결 정리와 역, 그리고 삼각형의 무게중심을 취급했는데, 이때 무게중심을 설명하기 위해서 삼각형의 중점 연결 정리를 활용하게 된다. 따라서 2011 교육과정에서 이 내용이 없다는 것은 삼각형의 중점 연결 정리와 그 역 그리고 삼각형의 무게중심을 모두 취급하지 않는다는 것을 의미할 수 있다. 그러나 2011 교육과정의 <용어와 기호>에 ‘무게중심’이 있으므로, 2011 교육과정에서 무게중심을 취급하지 않는 것은 아니다. 그러면 삼각형의 중점 연결 정리와 그 역만 취급하지 않는 것인가? 이러한 질문에 대한 대답을 명확하게 하기 위해서는 해설서가 필요하다.

<표 III-3> 2007 교육과정과 2011 교육과정의 ‘답음의 활용’의 내용

2007 교육과정 (중 2학년)	2011 교육과정 (중 1-3학년군)
<p>③ 답음의 활용</p> <p>① 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> <p>② 삼각형의 중점연결정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> <p>③ 답음비를 이용하여 답은 도형의 넓이와 부피를 구할 수 있다.</p>	<p>⑦ 답음의 활용</p> <p>① 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.</p> <p>② 답은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.</p>

삼각형의 중점 연결 정리는 삼각형 ABC에서 두 변 AB, AC 또는 그 연장선에 있는 점 D, E에 대해

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 이면 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 라는 성질의 특별한 경우이다. 삼각형의 중점 연결 정리의 역은 이 성질의 역의 특별한 경우이다. 2011 교육과정에서 삼각형의 어느 한 변에 평행한

직선에 대한 이러한 성질을 취급하므로, 2011 교육과정의 ‘⑦ 답음의 활용’에서 <표 III-3>의 2007 교육과정의 ②가 사라졌다고 해도, 실제로는 2011 교육과정에서도 삼각형의 중점 연결 정리와 그 역을 취급하는 것이다. 다만, 2011 교육과정에서 ‘정리’와 ‘역’이라는 용어를 사용하지 않으므로, ‘삼각형의 중점 연결 정리와 그 역’이라는 표현만 사용하지 못할 뿐이다. 실제로 문서 1(p.411)에 따르면, 교육과정 개정을 위한 설문 조사에서도 “필요 이상의 용어 사용을 제한하고 학습 내용을 경감하기 위해 관련 내용은 교육하되, ‘삼각형의 중점연결정리’라는 용어는 삭제한다.”에 대한 의견을 조사하는 것으로 되어 있다. 그러나 2011 교육과정 그 자체에서는 이러한 의도를 확인할 수 없다. 이와 같이 그 의도를 확인하기 어려운 것을 명확하게 하기 위해서는 해설서가 필요하다.

IV. 피타고라스 정리, 원의 성질에서의 불명료성

1. 피타고라스 정리

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘⑧ 피타고라스 정리’의 내용은, <표 IV-1>에서 볼 수 있듯이, 2007 교육과정의 그것과 비교해 볼 때 거의 같다. 그런데 2011 교육과정에서 ‘정리’라는 용어는 사용하지 않게 되어 있다. 따라서 ‘피타고라스 정리’라는 용어도 사용하지 않아야 한다. 그런데 2011 교육과정의 <용어와 기호>에 ‘피타고라스 정리’가 있으므로, ‘피타고라스 정리’라는 용어는 사용할 수 있다. ‘정리’라는 용어는 사용하지 못하면서 ‘피타고라스 정리’라는 용어는 사용할 수 있게 된 것이다.

2011 교육과정에서 ‘피타고라스 정리’라는 용어가 있으므로, 학생들은 “직각삼각형에서 빗변

의 길이가 c 이고, 다른 두 변의 길이가 각각 a , b 일 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.”라는 직각삼각형의 성질을 ‘피타고라스 정리’라고 한다는 것을 배우게 된다.

그러나 학생들은 ‘정리’를 배우지 않기 때문에, 그것을 왜 ‘피타고라스 정리’라고 부르는지 알 수 없다. 교사가 이 ‘정리’의 의미를 설명하는 것도 어렵다. 정리는 ‘증명된 명제’(김홍중, 계승혁, 오지은, 원애경, 2010)이기에, ‘정리’를 설명하기 위해서는 다시 ‘증명’과 ‘명제’를 설명해야 하기 때문이다. 이런 상황에서 ‘피타고라스 정리’의 ‘정리’라는 용어를 어떻게 설명해야 하는가? 이 질문에 대한 답을 2011 교육과정에서 찾기는 어렵다.

<표 IV-1> 2007 교육과정과 2011 교육과정의 ‘피타고라스 정리’의 내용

2007 교육과정 (중 3학년)	2011 교육과정 (중 1-3학년군)
<p>① 피타고라스의 정리</p> <p>① 피타고라스의 정리를 알고, 이를 증명할 수 있다.</p> <p>② 피타고라스의 정리를 간단한 도형에 활용할 수 있다.</p>	<p>⑧ 피타고라스 정리</p> <p>① 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.</p> <p>② 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.</p> <p style="text-align: center;"><교수·학습상의 유의점></p> <p>⑧ 피타고라스 정의의 역은 직관적으로 이해하게 한다.</p>

2. 원주각의 성질

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘⑩ 원의 성질’의 내용은, <표 IV-2>에서 볼 수 있듯이, 2007 교육과정의 그것과 비교해 볼 때 다르다.

<표 IV-2> 2007 교육과정과 2011 교육과정의 ‘원의 성질’의 내용

2007 교육과정 (중 3학년)	2011 교육과정 (중 1-3학년군)
<p>③ 원과 직선</p> <p>① 원에서 현에 관한 성질을 이해한다.</p> <p>② 원의 접선에 대한 성질을 이해한다.</p>	<p>⑩ 원의 성질</p> <p>① 원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이해한다.</p> <p>② 원주각의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.</p>
<p>④ 원주각</p> <p>① 원주각의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> <p>② 원에 내접하는 사각형의 성질을 이해한다.</p> <p>③ 원과 비례에 관한 성질을 이해한다.</p>	

2011 교육과정의 중학교 기하 영역 ‘⑩ 원의 성질’의 ①은 2007 교육과정 3학년 영역 ‘③ 원과 직선’의 ①과 ②를 합쳐 놓은 것이다. 그런데 2011 교육과정의 기하 영역 ‘원의 성질’의 ②는 2007 교육과정의 ‘④ 원주각’의 ①을 보완한 것인가? 아니면 그것은 ‘④ 원주각’의 ①~③을 합쳐 놓은 것인가? 즉, 2011 교육과정 ‘⑩ 원의 성질’에서는 2007 교육과정 ‘④ 원주각’의 ②와 ③을 취급하지 않는 것인가? 2011 교육과정에서는 이러한 질문의 답을 명확하게 찾을 수 없지만, 2011 교육과정의 내용을 근거로 추측하여 볼 때 2007 교육과정 ‘④ 원주각’의 ②와 ③을 취급하지 않는 것처럼 보인다고도 할 수도 있다. 그러나 한편으로는 다른 해석도 가능하다. 문서 1(p.119)과 문서 2(p.117)에서는 “원에 내접하는 사각형의 성질과 원과 비례에 관한 성질을 공식화하지 않고, 이 성질들을 원주각의 활용 문제

로만 간단히 다루도록 하였다.”와 같이 언급하고 있다. 한편, 문서 3(p.57)에서는 “‘원에 내접하는 사각형의 성질을 이해한다.’와 ‘원과 비례에 관한 성질을 이해한다.’는 별도의 성취기준으로 두지 않고, 원주각의 활용 문제로만 간단히 다루도록 하였다.”와 같이 언급하고 있다. 그런데 어떻게 하는 것이 ‘원주각의 활용 문제로만 간단히 다루는’ 것인지에 대해서는 문서 1~문서 3과 2011 교육과정의 어디에서도 답을 구할 수 없다.

2007 교육과정 [4 원주각]의 ②에서는 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 내각의 크기의 합은 180° 이고, 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다는 것과 사각형이 한 원 위에 있을 조건을 취급하였다. ③에서는 원의 두 할선 또는 두 할선의 연장선이 서로 만나서 생기는 선분의 길이 사이의 관계를 취급하였다. 또, 그것을 이용하여 사각형이 한 원 위에 있을 조건을 알아보는 것과 원의 할선과 접선의 길이 사이의 관계를 취급하였다(교육과학기술부, 2008, pp.99-100). 이들을 원주각의 활용 문제로만 간단히 다루는 한 방법은 이들을 문제 또는 예제로 제공하는 것이라 할 수 있지만, ‘간단히 다룬다’는 것이 여전히 명확하지 않다. 이들 중 어느 하나만 문제 또는 예제로 제시한 것이나 전부를 문제 또는 예제로 제시한 것이나 모두 ‘간단히 다룬 것’의 범주에 포함될 수 있기 때문이다.

V. 결론

2011 교육과정의 기하 내용 중에는 명료하지 않게 제시된 부분이 있다. 2007 교육과정에도 명료하지 않은 내용이 있었지만, 그런 경우 대개는 2007 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008)에서 그 내용에 관해 상세히 해설하고 있기에, 내용이 잘못 해석되는 것을 크게 방지할 수 있었

다. 2011 교육과정의 경우에는 그런 역할을 해주는 해설서가 발행되지 않기 때문에, 명료하지 않게 제시된 부분이 교육과정 개발자들의 원래의 의도를 벗어나 잘못 해석될 가능성이 있다. 본 연구에서는 그러한 가능성이 있는 부분을 드러내고, 그 불명료성에 관해 논의하고 있다.

먼저 II장에서는 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, 간단한 작도와 합동인 도형의 성질, 삼각형의 결정조건에 관해 논의하였다. 본 연구의 결과에 의하면, 기호 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 는 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 의 오기일 수 있다. 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선의 작도는 취급하지 않지만, 선분의 수직이등분선과 각의 이등분선을 취급하지 않을 수는 없음에도 그 도입 시기가 모호하다. 삼각형의 결정조건을 취급하지 않는 것이 아니라 단지 ‘삼각형의 결정조건’이라는 용어만 사용하지 않는 것이라고 보아야 하지만 이 역시 명료하지 않다. 회전체, 회전축, 단면이라는 용어를 <용어와 기호> 난에 제시하지 않은 것은 오류이다. III장에서는 정당화, 닮음의 중심, 닮음의 위치, 삼각형의 중점 연결 정리에 관해 논의하였다. 2011 교육과정에서 정당화는 어떤 수학적 사실이 옳다는 것을 이미 알고 있는 수학적 사실을 바탕으로 명제, 가정, 결론, 역등의 용어를 사용하지 않은 채 조리 있게 설명하는 것으로, 어떤 관점에서는 사실 상의 연역적인 증명으로 해석할 수 있다. 닮음의 중심과 닮음의 위치는 용어 뿐 아니라 그 내용도 취급하지 않는 것으로 보아야 하는지 명확하지 않다. 닮음의 중심과 닮음의 위치를 취급하지 않을 경우 도형의 확대와 축소를 취급하는 것이 어려워질 수 있다. ‘삼각형의 중점 연결 정리와 그 역’이라는 표현은 사용하지 않고 그 내용은 취급한다고 보아야 하지만 이 역시 명확하지 않다. IV장에서는 ‘피타고라스의 정리’, 원주각의 성질에 관하여 논의하였다. ‘피타고라스 정리’라는 용어는 ‘정리’라는 용어를 사용할 수 없도록 하였다

는 점에서 대체 표현이 필요하다. 원주각의 성질을 어느 정도 다루어야 하는지 다룬다면 어떻게 다루어야 하는지 명확하지 않다.

차기 중학교 수학과 교육과정의 개발과 관련하여, 본 연구의 결과를 바탕으로 다음과 같은 세 가지 논의 주제를 제공하고자 한다. 첫째는 교육과정에서의 불명료성 해소이다. 본 연구에서는 기하 영역에 한정해서 문서 1~3과 교육과정에서 답을 찾기 어려운 몇 가지 문제를 제시하고 있다. 본 연구에서 여러 가지 사실을 근거로 답을 찾고자 시도하기는 하였으나 교육과정 문서 자체에서 그 답을 찾기 어렵다는 것은 문제라고 할 수 있다. 예를 들어 작도와 합동에 대한 내용, 입체도형의 성질에 대한 내용, 피타고라스 정리, 기타 몇몇 용어와 관련된 문제 등은 교육과정 내에서 그 불명료함이 해소될 필요가 있다. 이러한 불명료성을 해소하여 차기 교육과정 개발에 참고해야 할 것이다. 둘째는 공식력 있는 해설서의 발행이다. 2007 교육과정에서는 교육과학기술부에서 공식적인 해설서를 발행했지만, 2011 교육과정에서는 그러한 해설서를 발행하지 않았다. 한국과학창의재단에서 발행한 보고서 《2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구》가 어느 정도 해설서 역할을 한다고 볼 수는 있지만, 그것이 교육과학기술부에서 발행한 것이 아니라는 점에서 그것의 공식력이 논란이 될 수 있다. 또한 앞에서 보았듯이 기하 영역에 한정해서 보더라도 그것으로 불명료성이 완전히 해소되고 있는 것도 아니다. 예를 들어, 정당화 의미, 삼각형의 중점 연결 정리와 관련된 내용, 어떤 내용을 간단하게 다룬다는 것의 의미 등은 다소 복잡한 논의가 필요한 만큼 해설서를 통하여 명확하게 서술될 필요가 있을 것이다. 더욱이 교육과정의 일차적인 해석이 대개는 교과서 저자들에 의해 이루어진다는 것도 감안해야 한다. 2011 교육과정의 경우에

해설서를 발행하지 않기로 한 것이 한편으로는 교과서 저자들에게 교육과정 해석에서 융통성, 자율성을 준 것으로 보이지만, 다른 한편으로는 교과서 저자들이 그것을 해석하는데 있어서의 오류 가능성을 높인다고 할 수도 있다. 교육과정에서의 진술이 명료하지 않으면 그것이 그대로 교과서에 나타날 수 있다. 이런 점에서 차기 교육과정 개발에서 공식력 있는 해설서를 동반 발행하는 것을 고려해야 한다. 셋째, 충분한 연구 결과의 축적을 바탕으로 한 교육과정 개발이다. 2007 교육과정은 실제로는 2006년에 고시되었다. 이 교육과정이 5년 만에 개정된 것이다. 2007 교육과정에 따른 새 교과서가 중학교 1학년의 경우에는 2009년에, 중학교 2학년의 경우에는 2010년에, 그리고 중학교 3학년의 경우에는 2011년에 비로소 적용되었다. 새 교육과정의 개발을 위해서는 무엇보다도 이전 교육과정에서의 문제점을 정확히 찾는 것이 중요하다. 그러한 문제점은 문서화된 교육과정을 실제로 이행하는 과정에서 드러나게 되지만, 2011 교육과정은 2007 교육과정 이행의 실제에서 드러난 문제점을 충분히 반영하고 있다고 보기 어렵다. 특히 중학교 3학년 교육과정이 그렇다. 2007 교육과정의 결정적인 문제가 아직 실행 과정 속에서 드러나지 않았음에도, 그에 따른 중학교 3학년 교과서가 불과 반년정도 사용된 상황에서 새로운 교육과정을 고시한 것은 지나치게 이르다고 할 수 있다. 새로운 교육과정의 개발은 이전의 문서화된 교육과정은 물론 그것의 이행 실제에 대한 충분한 연구 결과의 축적을 바탕으로 이루어지는 것이 바람직하다.

참고문헌

강명원 · 김성호 · 박지훈 · 이선준 · 차용우 · 고상

- 숙(2010). 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 평가가 나아가야 할 방향. **수학교육논문집**, 24(2). 301-323.
- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8].
- 교육과학기술부(2008). **중학교 교육과정 해설(III): 수학, 과학, 기술·과정**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제 2007-79호 [별책 8].
- 권나영·김래영·김구연(2011). **초·중등 수학과 교육과정 연구의 주제별 동향 분석**. 수학교육, 50(4). 507-520.
- 권혁천(2011). **중학교 내용에 관한 교사 입장. 2011 개정 수학과 교육과정 공청회 자료집. 226-231**. 서울: 한국과학창의재단.
- 김도한 외(2009). **창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- 김정하(2011). 초등학생과 중학생들의 수학적 정당화에 대한 인식과 단계에 관한 실태 연구. **한국초등수학교육학회지**, 15(2). 417-435.
- 김홍중·계승혁·오지은·원애경(2010). **중학교 수학 2**. 서울: 성지출판(주).
- 박경미(2010). ‘학년군’과 ‘수학적 과정’을 중심으로 한 외국 수학과 교육과정의 최근 경향 비교·분석. **학교수학**, 12(4). 667-686.
- 박교식(2011). 2007 초등수학과 교육과정과 2011 초등수학과 교육과정의 비교·분석: 변화 내용을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 15(3). 579-598.
- 박혜숙(2010). 수학과 교육과정 개정에서의 기본 고려 사항. **수학교육**, 49(3). 343-351.
- 박혜숙·나귀수(2010). 수학과 교육과정에서 ‘수학적 과정’의 신설에 대한 소고. **수학교육논문집**, 24(3). 503-523.
- 신이섭 외 25명(2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- 신현성(2001). 수학과 교육과정의 개혁 변인에 대한 소고. **한국학교수학회논문집**, 4(1). 1-8.
- 신현용(2004). 학교수학에서의 정당화 지도의 필요성 및 가능성에 관한 연구. **대한수학회논문집**, 19(4). 585-599.
- 신현용(2005). 수학과 교육과정 개정의 방향과 절차에 관한 제언. **수학교육**, 44(2). 169-178.
- 이환철·하영화(2011). 중학교 수학 교과서 분석을 통한 정당화 방안 탐색. **한국학교수학회논문집**, 14(3). 325-337.
- 임재훈·박교식(2009). 우리나라 수학 교과서의 답음 도입 및 정의에 관한 비판적 논의. **수학교육학연구**, 19(3). 393-407.
- 주미경(2011). 중학교 내용에 관한 교수 입장. **2011 개정 수학과 교육과정 공청회 자료집. 232-235**. 서울: 한국과학창의재단.
- 한국과학창의재단(2011). **2011 개정 수학과 교육과정 공청회 자료집**.
- 한대희(2010). 초등학교 수학과 교육과정의 내용 선정과 조직에서의 쟁점: 2006년 개정 교육과정을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 14(3). 633-658.
- 황선욱 외 32명(2011). **창의 중심의 미래형 수학과 교과 내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- 황선욱·강병개·김수영·박정아(2009). **중학교 수학 1**. 서울: (주)좋은책신사고.
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). *Students' proof schemes*. In A. Schoenfeld, et al. (Eds.). *Research on collegiate mathematics Vol.3*.
- Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. *Educational studies in mathematics*, 41(1). 47-68.
- Reys, B. J., Reys, R. E., & Rubenstein, R.

- (Eds.) (2010). *Mathematics curriculum: issues, trends, and future directions*. Reston, VA: NCTM
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1996). Justification in the mathematics classroom: a study of prospective elementary teachers. *Journal of mathematical behavior*, 15(1), 3-31.
- Sowder, L., & Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *Mathematics teacher*, 91(8), 670-675.

A critical review on middle school mathematics curriculum revised in 2011 focused on geometry

Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

Kwon, Seokil (Gyeongin National University of Education)

There are some geometry achievement standards presented indistinctly in middle school mathematics curriculum revised in 2011. In this study, indistinctness of some geometric topics presented indistinctly such as symbol $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, simple construction, properties of congruent plane figures, solid of revolution, determination condition of the triangle, justification, center of similarity, position of similarity, middle point connection theorem in triangle, Pythagorean theorem,

properties of inscribed angle are discussed. The following three agenda is suggested as conclusions for the development of next middle school mathematics curriculum. First is a resolving unclarity of curriculum. Second is an issuing an authoritative commentary for mathematics curriculum. Third is a developing curriculum based on the accumulation of sufficient researches.

* **Key Words** : commentary for curriculum(교육과정 비평), curriculum(교육과정), curriculum development(교육과정 개발), geometry(기하), similarity(닮음), justification(정당화)

논문접수 : 2012. 4. 5

논문수정 : 2012. 4. 24

심사완료 : 2012. 5. 11