대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 22 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 22, No. 2, 293-309. May 2012

# 자연수 곱셈 계산 지도에 관한 초등학교 수학교과서 비교 분석 연구
## - 우리나라, 미국, 싱가포르, 일본 교과서를 중심으로 -

정 연 준* · 조 영 미**

자연수의 곱셈 계산법은 초등학교 수학의 가장 기본적인 주제 중 하나이며, 계산법의 숙달과 계산 원리의 이해는 중요한 교육 목적이다. 이 논문에서는 우리나라, 미국, 싱가포르, 일본의 초등학교 수학교과서의 관련 단원을 분석·비교하여 곱셈 계산 지도에 대한 유용한 교수학적 시사점을 얻는 것을 목적으로 한다. 분석 결과, 세 수의 곱셈, '×10'의 지도, '×(몇십)'의 지도에서 나라별로 차이가 나타난다는 점이 확인되었다. 이러한 분석 결과를 토대로 하여 시사점을 제안하였다.

## I. 서론

자연수의 사칙연산은 학교에서 가장 먼저 지도가 마무리되는 주제이며, 곱셈은 그 중에서 세 번째로 지도되기 시작하고 세 번째로 마무리된다. 이른바 세로셈 계산법에 의하여 곱셈을 계산하는 것을 지도하는데, 0～9까지 숫자들 사이의 곱셈을 기억하고, 이를 일정한 순서에 따라 주어진 수들의 특정한 자리에 있는 숫자들에 적용하여 그 결과를 적절한 위치에 적는 것을 통해서 큰 수 사이의 곱셈이 진행된다. 이러한 곱셈 계산법의 절차 숙달과 함께 원리 이해는 곱셈 지도에서 가장 핵심적인 학습 내용이다(교육과학기술부, 2009: 85). 일반적으로 초등학교에서의 곱셈 지도는 승수가 두 자리 수로 제한되어 있지만, 곱셈 계산법의 원리를 습득하여 더 큰 수의 곱셈도 할 수 있으리라 기대한다.

학교수학에서 수학적 원리의 지도는 수학적으로 엄밀하게 확립된 내용을 직관적으로, 곧 어느 정도로 단순화하고 이를 어떤 구체적인 사례나 모델을 통하여 지도할지에 대한 고심이 필요하다. 특히 초등학교에서 지도하는 내용은 이러한 부분에 있어서 더욱 세심한 고려가 필요할 것이다. 곱셈 계산에 관련된 수학적 원리들을 찾는다면, 덧셈, 곱셈의 교환법칙과 결합법칙, 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙과 같은 대수적 법칙들과 자연수의 위치기수법 등이 곱셈 계산법을 뒷받침하는 원리이다. 초등학교에서 이들을 명시적으로 제시하고 이를 통해서 곱셈 계산법의 절차를 지도하는 것은 사실상 불가능하다. 대신 수모형 등을 이용하여 곱셈 상황을 제시하고 곱셈 계산의 각 단계를 뒷받침하는 원리들을 직관적으로 파악하게 함으로써, 각각 계산 단계와 전체 계산 과정을 납득할 수 있게 하는 것이 선택할 수 있는 방안일 것이다.

* 충남대학교, swamp_monk@lycos.co.kr (제 1저자)
** 공주교육대학교, ymcho@gjue.ac.kr

본 논문에서는, 우리나라의 교과서를 비롯하여 미국, 싱가포르, 일본의 초등학교 수학교과서에 제시된 자연수 곱셈 계산법의 지도 내용을 살펴보고, 각각의 교과서가 곱셈 계산법을 뒷받침하는 원리들을 어떠한 방식으로 제시하고 있는지 분석하고 이를 토대로 하여 향후 교육과정 개정 시 곱셈 계산법의 지도와 관련하여 참고할 사항을 제시하고자 한다.

## Ⅱ. 우리나라 2007 개정 교과서의 자연수 곱셈 지도의 주요 특징 분석

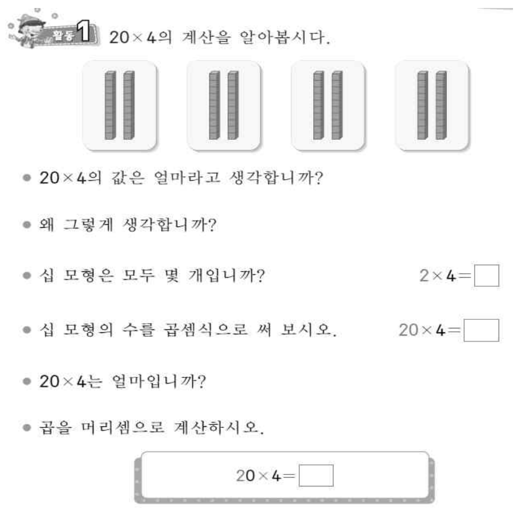
우리나라에서는 자연수의 곱셈을 초등학교 2학년에서 4학년 사이에 걸쳐서 단계적으로 지도한다(교육과학기술부, 2009, 2010a, 2010b, 2010c).[1] 2학년에서 한 자리 수 사이의 곱셈인 구구단을 지도하고, 3학년 1학기에 (두 자리 수)×(한 자리 수), 3학년 2학기에 (세 자리 수)×(한 자리 수)와 (두 자리 수)×(두 자리 수), 4학년 1학기에 (세 자리 수)×(두 자리 수), (네 자리 수)×(두 자리 수)를 지도한다. 한편 (두 자리 수)×(한 자리 수)을 지도할 때 (몇십)×(몇), (몇십몇)×(몇)의 순서로 지도하는 것처럼, 동일한 자리의 수들의 곱셈 중에서 계산이 간단한 곱셈부터 지도하며, 받아올림이 없는 경우와 있는 경우를 나누고 받아올림이 없는 경우부터 지도한다.

### 1. 승수가 한 자리 수인 곱셈

우리나라 교과서에서 구구단 이후의 곱셈 지도는 3학년 1학기의 (몇십)×(몇)에서 시작된다. 수모형을 이용하여 몇십의 크기가 반복되어 있는 상황을 표현하고, 십 모형의 수를 확인하여 곱셈을 계산하는 방법을 지도한다. 예를 들어, $20\times4$는 20 곧 10이 두 번 있는 것이 4번 있는 것이며, 따라서 십 모형이 8개 있으며, 구하고자 하는 답이 80이라는 것을 지도한다. 곱셈식으로 표현하면,

$$20\times4=(10\times2)\times4=10\times(2\times4)=10\times8=80$$

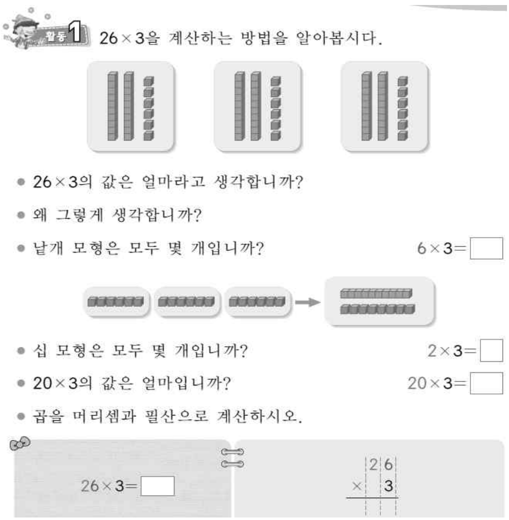
이 되는데, 십 모형의 개수를 세는 것에 의해서 이러한 과정이 직관적으로 제시된다([그림 Ⅱ-1]).




[그림 II-1] (몇십)×(몇)의 지도(3학년 1학기)

그 다음으로 (몇십몇)×(몇)을 지도하는데, 받아올림이 없는 경우와 있는 경우를 구분하여 $12\times3$, $32\times4$, $26\times3$의 순서로 지도한다. 이들 역시 수모형으로 피승수의 기수법적 구조가 반영된 곱셈 상황을 표현하고, 각각의 자릿값에 있는 모델의 수를 확인하여 곱셈을 계산한다는 것을 지도한다. 예를 들어, $26\times3$의 경우 일의 자리와 십의 자리로 나누어서 각각 세 번씩 반복된 상황을 확인하도록 한다. 이는 $26\times3$을 자릿값에 따라 나누어 $20\times3$과 $6\times3$의 부분 곱셈으로 분해하여 전체 곱을 구하는 법을 지도하는 것이다. 마지막에 이러한 과정들이 각각의 자릿값을 나타내는 숫

1) 이상의 논의는 2007년에 개정된 교육과정과 그에 따라 마련된 초등학교 수학교과서를 기준으로 한다.




[그림 II-2] (두 자리 수)×(한 자리 수)의 지도 (3학년 1학기)

자들끼리의 곱셈으로 진행될 수 있다는 점을 강조하여 제시한다. 한편, 6×3=18은 10+8로 받아올림이 생기는데, 받아올림이 필요한 결과를 세로셈 계산 과정에 어떻게 표시해야 하는지는 교과서에서 드러내어 지도하지 않는다([그림 II-2]).

3학년 2학기에 지도되는 (세 자리 수)×(한 자리 수)도 받아올림이 없는 234×2, 받아올림이 있는 245×3의 순서로 지도되며, 곱셈 상황을 수모형이나 동전을 이용하여 나타냄으로써, 자릿값에 따라서 나누어 부분 곱을 계산하여 전체 곱을 계산하도록 지도한다.

### 2. 승수가 두 자리 수인 곱셈

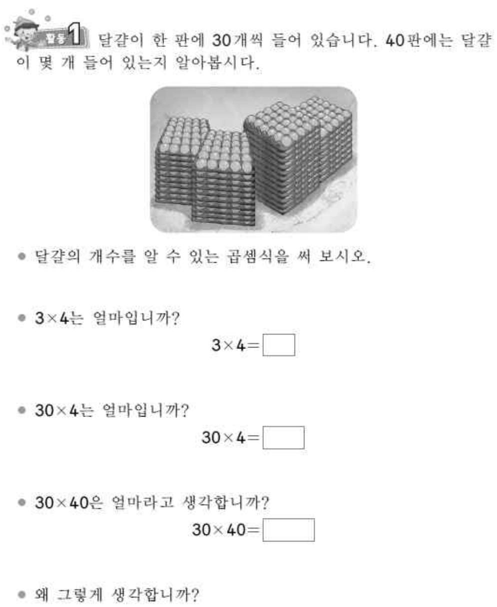
승수가 두 자리 수인 곱셈도 계산 구조가 간단한 순서에 따라서 지도된다. 예를 들어 (두 자리 수)×(두 자리 수)는 (몇십)×(몇십), (몇십몇)×(몇십), (몇십몇)×(몇십몇)의 순서로 지도된다. (몇십)×(몇십)은 30×40을 통해서 지도되는데, 교과서에 제시된 활동은 3×4와 30×4 사이의 관계를 30×4와 30×40에 적용하여 30×40의 결과를 예측하도록 되어 있다. 이러한 예측을 뒷받침하는 생각에 대하여, 교과서 저자들은 “30×40은 3×4보다 0이 2개 더 많으므로 3×4=12에서 0을 2개 더 붙여서 1200이라고 생각합니다(교육과학기술부, 2010d: 124)”라고 학생들이 답할 것으로 예상하고 있다. 이와 비슷하게 (몇십몇)×(몇십) 역시 (몇십몇)×(몇)을 계산하고 여기에 0을 붙이면 된다는 것이 지도된다.

이어서 (몇십몇)×(몇십몇)을 지도하는데, 12×26을 예로 하여 계산 과정을 설명한다. 교과서에 제시된 활동의 핵심은 피승수와 승수를 자릿값에 따라 나누어 부분 곱셈을 계산하고 각각을 모두 더하여 전체 곱셈을 더한다는 것이다. 즉

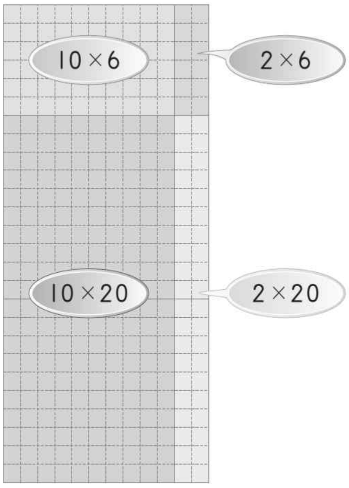
12×26=(10+2)×(6+20)=10×6+10×20+2×6+2×20

이며, 이러한 부분 곱셈 과정을 모눈종이를 이용하여 제시한다.

4학년 1학기의 (세, 네 자리 수)×(두 자리 수)의 지도에서는 계산법 자체는 동일하게 지도되지만, 이전과 달리 어림 계산이 등장한다. 예를 들어 4975×38를 계산하는데 있어 4975×30과 4975×8

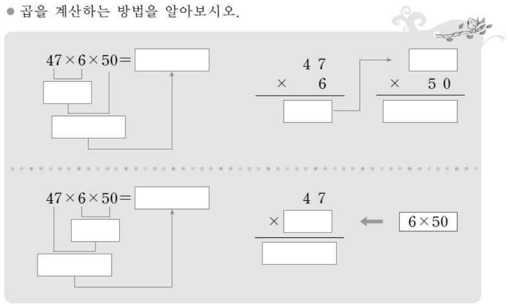



[그림 II-3] (몇십)×(몇십)의 지도 (3학년2학기)




[그림 II-4] (두 자리 수)×(두 자리 수)의 계산과정 (3학년 2학기)

로 나누어 계산한다는 것과, 4975를 5000으로, 38을 40으로 어림하여 20000으로 어림할 수 있다는 것이 함께 지도된다. 한편, 4학년 1학기의 곱셈 단원에는 특이한 사항이 두 가지 있다. (세, 네 자리 수)×(두 자리 수) 지도에 앞서 (몇, 몇십, 몇백, 몇천)×(100, 1000, 10000)이 지도되는데, 승수가 두 자리 수로 제한되어 있었다는 점을 고려할 때 승수에 100, 1000, 10000이 나타났다는 것은 매우 특이하다. 여기에서 곱셈과 배 개념이 연결된다. 예컨대, 6×100은 6의 10배에 다시 10배를 하는 것으로, 300×1000은 300의 10배에 10배, 다시 10배를 하는 것으로 지도된다.[2] 이것을 식으로 나타내면, 300×1000=((300×10)×10)×10을 지도하고자 하는 것이다. 또한 12×300의 곱은 12의 30배를 먼저 구하고 이를 다시 10배하여 구하는 것으로 설명된다. 이를 식으로 표현하면, 12×300=(12×30)×10이다.[3] 그런데 이와 같은 유형의 계산들이 최종적으로 설명하는




[그림 II-5] 세 수의 곱셈 (4학년 1학기)

바는 "피승수와 승수에 있는 0의 개수를 이어서 쓴다(교육과학기술부, 2010d: 128)"는 것이다.

두 수의 곱셈을 이상과 같이 지도한 후에, [그림 II-5]처럼, 세 수 사이의 곱셈이 지도된다. 세 수 사이의 곱셈에서는 곱하는 순서를 달리하여 계산하여도 동일한 수가 나온다는 것, 곧 곱셈의 결합법칙을 직관적으로 지도한다. 이때, 끝에 나오는 수는 '몇십'이다.

### 3. 분석 결과

우리나라 교과서는 곱셈 상황을 수모형으로 표현하고 전체 곱셈을 기수법적 구조에 따라 부분 곱셈으로 분해하여 수행할 수 있다는 것을 드러내고, 세로셈 곱셈 계산법이 그러한 부분 곱셈 과정들이 집약된 결과물이라는 점을 반복적으로 지도하고 있다. '세 자리 수'와 '두 자리 수' 혹은 '몇십몇'과 '몇십'처럼, 서로 구분되는 기수법적 구조로 이루어진 수들에 대해서 이를 반복하여 지도한다. 여기에서 수모형과 모눈종이 모델이 승수와 피승수를 자릿값에 따라서 나누어 곱할 수 있다는 것을 직관적으로 제시하는 역할을 한다. 이는 덧셈에 대한 곱셈의 분배법

2) 교사용지도서에 따르면, "곱셈 지도에서 가장 기초가 되는 것은 십진법에 의해 배 개념을 인식시켜 주는 것이다. 보다 큰 수의 곱셈을 공부하기 위해서 100, 1000, 10000을 곱하는 것을 학습해야 한다(교육과학기술부, 2009: 126)".

3) 4975×38을 지도한 후에 4975를 8배 한 수와 4975를 30배 한 수를 더하여 계산한다는 점이 언급되는 이면에는 이러한 내용이 있는 것이다.

칙이 작용되는 계산 과정을 암묵적이면서 지각적이고 반복적으로 드러내고 있는 것이다.

그런데 승수가 두 자리 수인 경우 나타나는 '×(몇십)'의 계산 과정을 우리나라 교과서는 알고리즘적으로 제시하는 측면이 강하다. '×(몇)'을 계산한 다음 0을 붙이면 된다는 것을 강조하여 지도한다. 물론 배의 아이디어를 제시하고, '×100'이 '×10×10'에 의해서 계산될 수 있다는 것을 지도하는 등 '×(몇십)'의 계산 원리를 설명하는 부분도 존재한다. 그렇지만 이러한 설명이 관련된 다른 내용들에서 일관되게 나타나지 않고, 곱셈 지도의 끝 장면에서 나타난다.

## III. 미국, 싱가포르, 일본 교과서의 자연수 곱셈 지도의 주요 특징

이 장에서는 미국, 싱가포르, 일본 4개국의 초등학교 수학교과서 중에서 임의로 선정한 교과서에 구현된 자연수의 곱셈 계산법 지도 내용을 분석하였다. 본 논문에서 분석한 교과서들이 해당 국가를 대표한다고 할 수는 없다. 그렇지만 이들의 특징을 음미함으로써, 곱셈 계산법의 지도와 관련하여 유용한 시사점을 얻을 수 있으리라 판단된다.

### 1. 미국 Houghton Mifflin 출판사의 초등학교 교과서4)

Houghton Mifflin 출판사의 교과서에서 구구단은 3학년에서 지도되며, 한 자리 수보다 큰 수가 포함된 곱셈은 4학년에서 지도한다. 미국 교과서에서 곱셈 지도는 기수법적 구조에 따라서, (몇십, 몇백, 몇천)×(한 자리 수), (두 자리 수)×(한 자리 수), (세 자리 수)×(한 자리 수), (네 자리 수)×(한 자리 수), (몇십, 몇백)×(몇십), (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 순서로 단계적으로 진행된다. 다만 '몇백', '몇천' 등은 '몇십몇', '몇백몇십몇' 보다 크지만 먼저 곱셈을 다룬다. 우리나라와 달리 받아올림이 없는 경우와 있는 경우를 나누어 지도하지 않으며 일반적으로 받아올림이 있는 경우를 각 유형의 곱셈에서 대표적인 사례로서 제시한다.

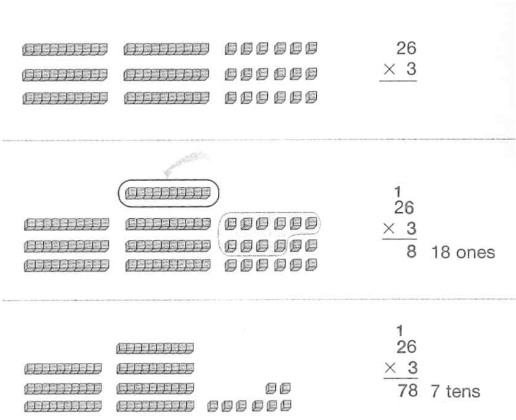
#### 가. 승수가 한 자리 수인 곱셈

큰 수의 곱셈 계산법의 출발점이 되는 (몇십, 몇백, 몇천)×(한 자리 수)에서 미국 교과서는 계산의 패턴을 강조하고 이를 확인하여 암산을 통해 곱셈을 실행할 것을 강조한다. 예를 들어 400×3의 경우 4×3=12라는 사실과 0의 개수를 이용하여 계산할 수 있다는 것이 강조된다. 4×3=12이고, 40×3=120(4십×3), 400×3=1200(4백×3)이라는 점을 지적하고, 이어서 '피승수에 있는 0의 개수와 곱에 있는 0의 개수' 사이의 관계에 대하여 설명하도록 질문하고, 이러한 패턴을 6×8, 60×8, 600×8, 6000×8 등과 같은 경우에 적용하도록 한다.

Houghton Mifflin 교과서 역시 수모형을 이용하여 곱셈 상황을 제시하는데, 초기 단계에서는 계산을 하는 것보다 수모형을 이용하여 표현하는 것 자체를 지도 내용으로 삼는다.

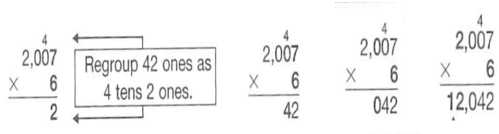
수모형으로 곱셈 상황 표현하기를 다룬 이후 제시된 (두 자리 수)×(한 자리 수)를 수모형으로 표현하고, 자릿값에 따라 나누어 부분 곱셈을 실행하고 전체 곱을 계산하는 과정을 지도한다. 26×3은 6을 세 번 곱하는 것과 20을 세 번 곱하는 것으로 분해하여 계산한다는 것을, 곧 26×3=20×3+6×3이며, 각각을 계산하여 26×3을 계산한다는 것을 수모형을 이용하여 제시한다. 한편, 계산 과정에 나타나는 받아올림도 수모형을 통하여 표시한다.

4) Houghton Mifflin(2002a, b)




[그림 III-1] (두 자리 수)×(한 자리 수)의 지도(4학년)

이후 곱셈 지도는, 수모형을 이용하지 않고, 직접 세로셈 곱셈 계산을 제시하며 이루어진다. 예를 들어서, (세 자리 수)×(한 자리 수)의 경우 295×3을 통하여 지도하는데, 곱셈 상황이 별도의 모델을 통하여 제시되지 않고 바로 세로셈 계산식을 통하여 자릿값에 따라서 곱셈이 나뉘어 진행되는 것을 설명한다. 이때 과정을, 부분 곱셈에서 나타나는 수를 그대로 표현하는 것이 아니라 자릿값에 해당하는 단위를 붙여서 12를 12일(one), 110을 11십(ten) 등으로 표현하고, 이를 이용하여 받아올림 과정을 설명한다. 곱해지는 수가 네 자리 수인 곱셈도 동일한 방식으로 지도



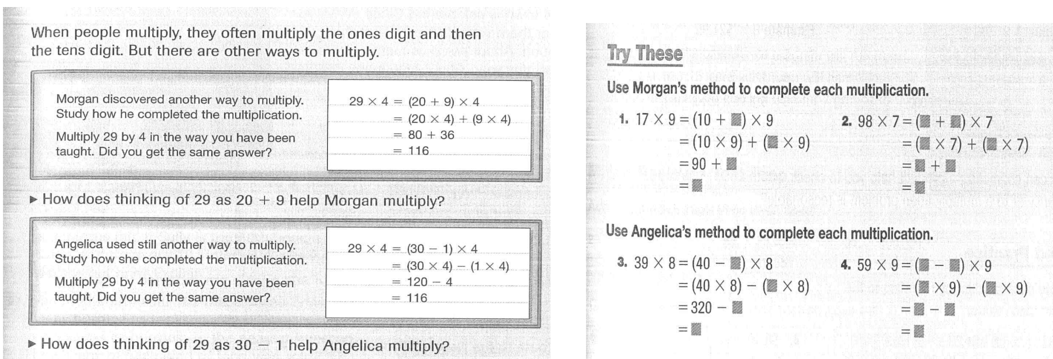

[그림 III-2] (네 자리 수)×(한 자리 수)의 지도(4학년)

한다. 또한 [그림 Ⅲ-2]와 같이, 피승수의 숫자들 사이에 0이 있는 경우의 곱셈도 다룬다.

Houghton Mifflin 교과서는 승수가 한 자리 수인 곱셈 지도의 끝 부분에서 분배법칙에 대한 문제를 다룬다. 예를 들어 29×4를 20×4와 9×4로 나누어 계산할 수 있다는 것을 설명하고, 이렇게 분해하여 계산하는 과정을 연습 문제로 제시하고 있다.

나. 승수가 두 자리 수인 곱셈

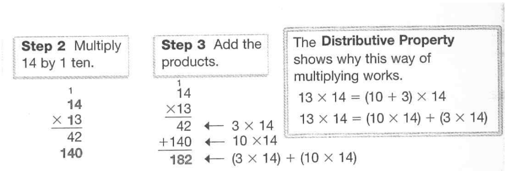
승수가 두 자리 수인 곱셈에서는 (몇십, 몇백)×(몇십)을 제일 먼저 다루는데, 앞의 내용처럼 곱셈 구구와 0의 개수를 이용하면 곱셈을 쉽게 할 수 있다는 것을 지도한다. 50×3=150, 50×30=1500, 500×30=15000 등과 같은 결과를 제시하며 '곱셈 구구 5×3=15를 사용하고 곱하는 수들에 있는 0의 수를 세고 15의 오른쪽에 같은 개수의 0을 적기'라는 계산법을 통해서 이러한 곱셈을 계산할 수 있다고 지도한다. 한편, 이러한 계산법을 정당화하면서 승수와 피승수를 각각 십과 몇의 곱으로 분해하여




[그림 III-3] 분배법칙의 지도 1 (4학년)

계산하는 것이 나타난다. 즉,

60×50=(10×6)×(10×5)=(10×10)×(6×5)=100×30=3000. 이는 곱셈의 교환법칙과 결합법칙이 적용된 계산 과정이 제시된 것인데, 두 자리 수의 곱셈 지도에서 곱셈의 결합법칙이 더욱 명시적으로 드러난다.




[그림 III-4] 분배법칙의 지도 2 (4학년)

The **Associative Property** says that changing the grouping of the factors does not change the product.

25 × (3 × 10) = (25 × 3) × 10

[그림 III-5] 결합법칙의 지도 (4학년)

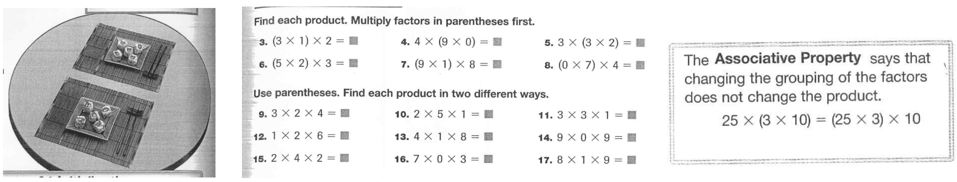
(두 자리 수)×(두 자리 수)의 지도에서도 세로셈 계산법에 의해 계산을 하면서 부분 곱셈의 과정을 설명한다. 14×13이라는 두 자리 수 사이의 곱셈을 설명하고, 그 계산 과정을 분배법칙을 명시하여 언급한다.

'몇십'을 곱할 경우, '몇십'을 '몇'과 '십'으로 나누어 곱할 수 있다는 것 역시 (몇십몇)×(몇십)에서 명시적으로 지적되며, 연습 문제에서 33×20=33×(□×10)=(□×2)×□=□×10=□과 같이 결합법칙이 적용되는 곱셈 계산 과정의 빈칸 채우기 문제를 다루고 있다.[5] 한편 (세, 네 자리 수)×(두 자리 수)의 지도 역시 세로셈 계산법을 제시하고 각 단계에 해당하는 부분 곱셈 과정을 설명한다.

라. 분석 결과

Houghton Mifflin 교과서도 곱셈을 기수법적 구조에 따라 나누어 부분 곱셈으로 분해하여 수행할 수 있다는 것을 수모형을 이용하여 제시하고, 세로셈 곱셈 계산법을 부분 곱셈 과정들이 집약된 결과물이라는 것을 다소 반복적으로 지도하고 있다. 그러나 초기 단계에서는 수모형을 이용하여 곱셈 상황을 다루는 것을 중요하게 여겨 이를 별도의 학습 내용으로 다루는 반면, 피승수가 세 자리 수인 경우부터는 곱셈 상황을 수모형을 이용하여 나타내지 않는다. 일반적으로 각 유형의 곱셈에 대하여 받아올림이 없는 곱셈을 먼저 다루지 않고 받아올림이 있는 곱셈을 대표적인 사례로서 바로 제시하여 지도한다. 한편, 곱셈 계산법 지도의 최종 단계에 이르러서는, 부분 곱셈들을 이용하여 전체 곱셈을 계산하는 과정을 뒷받침하는 수학적 원리들, 분배 법칙과 결합법칙 등을 명시하여 제시하며, 이러한 원리들에 대한 이해를 확인하는 문제를 별도로

5) 한편, 결합법칙이 세 수의 곱셈에 적용될 수 있다는 것은 3학년에서 직관적으로 지도한다. 즉, 구구단을 학습한 이후 세 수의 곱셈을 순서를 다르게 해도 동일한 결과가 나온다는 것을 지도한다. 초밥이 다섯 개 놓인 접시 두 개가 네 테이블에 놓여 있을 때 테이블에 있는 초밥 전체의 수를 구하는 문제를 제시하고, 이를 두 가지 방식으로 계산할 수 있다는 것을 지도한다. 곧 한 테이블에 놓여 있는 초밥의 수가 5×2이며 전체 테이블의 수가 4이므로 (5×2)×4로 계산할 수도 있으며, 테이블 위에 있는 모든 접시의 수는 2×4이고 각 접시에 5개의 초밥이 있으므로 5×(2×4)로 계산할 수도 있다. 이러한 상황을 통해서 세 수 중에서 잇달아 있는 두 수를 어떠한 순서로 곱해도 동일한 결과가 나온다는 것을 확인하게 하고, 연관된 연습 문제를 제시하였다.



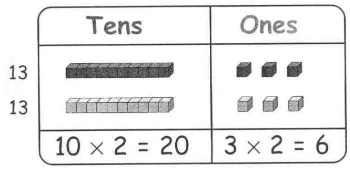

[그림 III-6] 결합법칙의 지도 (3학년)

다루고 있다.

Houghton Mifflin 교과서는 분배법칙이 적용되는 세로셈 곱셈 계산법의 과정은 수모형을 이용하여 표현하고 반복적으로 지도한 반면, 승수가 두 자리 수일 경우 나타나는 '×(몇십)'은 '몇십'을 '몇'과 '십'으로 분해하여 '×(몇)×(십)'의 과정을 통해서 계산한다고 하여, 곱셈의 결합법칙이 적용되는 계산 과정에 대한 지도는 알고리즘적 인 측면이 강하였다. '×(몇십)'이 '×(몇)×10'에 의하여 계산될 수 있다는 점에 대해서는 구체적인 모델을 이용하여 설명한 바가 거의 없다. 오히려 0으로 끝나는 수의 곱셈에 대해서는 0을 제외하고 계산한 후 0을 붙이면 된다는 식의 알고리즘적 지도가 강하였다. 결합법칙 자체를 명시적으로 제시하고, 관련된 문제들을 다루지만, 적어도 분배법칙이 적용되는 과정에 대한 지도에 비해서는 작은 수의 곱셈을 지도하면서 관련된 내용에 대한 준비가 부족한 채 지도된다고 할 수 있다.

## 2. 싱가포르의 In Step Maths 수학 교과서[6]

싱가포르 교과서는 두 학기인 2학년 2학기, 3학년 1학기에 걸쳐서 구구단을 지도한다. 3학년 1학기 구구단의 9단을 지도한 단원에서 (두 자리 수)×(한 자리 수), (세 자리 수)×(한 자리 수)를 지도하며, 4학년 1학기에 (네 자리 수)×(한 자리 수), (두, 세 자리 수)×(두 자리 수)의 곱셈법을 지도한다. 일반적으로 각 유형의 곱셈을 지도할 때 받아올림이 없는 경우와 있는 경우를 구별하여 지도하지는 않는다. 큰 수의 곱셈에서 어림 계산을 강조하여 지도하는 한편, 교과서는 계산 연습 문제를 많이 다루는 대신 문장제 문제를 많이 다룬다.



[그림 III-7] 13×2 (3학년)

### 가. 승수가 한 자리 수인 곱셈

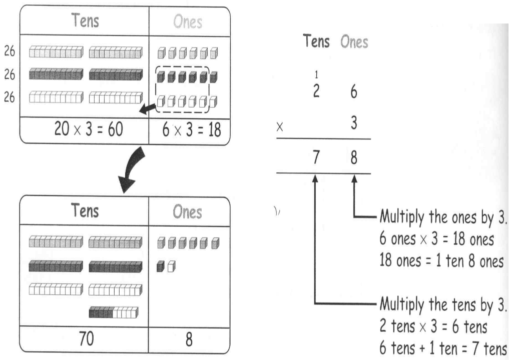
싱가포르 교과서는 초기 단계에서는 곱셈 상황을 수모형을 통하여 제시하고, 자릿값에 따라서 나누어 부분 곱셈을 수행하여 전체 곱셈을 구하는 방법을 지도한다. (두 자리 수)×(한 자리 수)의 경우 받아올림이 없는 곱셈인 13×2를 통해 지도한다. 13×2의 상황을 수모형으로 표현하고 이를 통해서 13×2=(10×2+3×2)=20+6=26이 된다는 것을 확인시키고, 세로셈 곱셈법을 제시한다. 이러한 과정에서 단위를 언어적으로 설명하고 있는 수식으로 곱셈 진행 상황을 표현한다. 곧

1십×2=2십, 3일×2=6일

이며, 이러한 계산 과정이 세로셈 곱셈법에서 압축적으로 제시된다. 그 다음, 받아올림이 있는 곱셈인 26×3의 계산 과정을 설명하는데, 수모형을 이용하여 곱셈 상황을 제시하고 그 결과를 기수법 구조를 이용하여 설명한다. 이때 받아올림 과정을 수모형을 이용하여 표현한다. 각각의 자릿값의 곱셈 과정을 수식으로 표현한 다음 이 결과를 세로셈 계산법과 연결시킨다. (세, 네 자리 수)×(한 자리 수)도 동일한 방식으로 지도한다.

싱가포르 교과서는 곱셈 계산법을 지도하는 과정에서 곱셈 계산 연습 문제를 교과서에서 거의 다루지 않는다. 대신 '동화책을 32권을 가지고 있는데 누나는 동화책을 세 배 가지고 있다. 누나의 동화책 수와 두 사람이 가지고 있는 동화책의 수를 계산하시오'와 같이 곱셈 계산이 포함된 문장제 문제나 세로셈 곱셈법을 적용한 계산의 빈칸 채우기 문제를 많이 다룬다. 또한,

6) Varsha Primalani, Karen Quek, Teh Pick Ching.(2007). Varsha Primalani, Karen Quek, Y F Foo.(2007).




[그림 III-8] 26×3의 지도 (3학년)

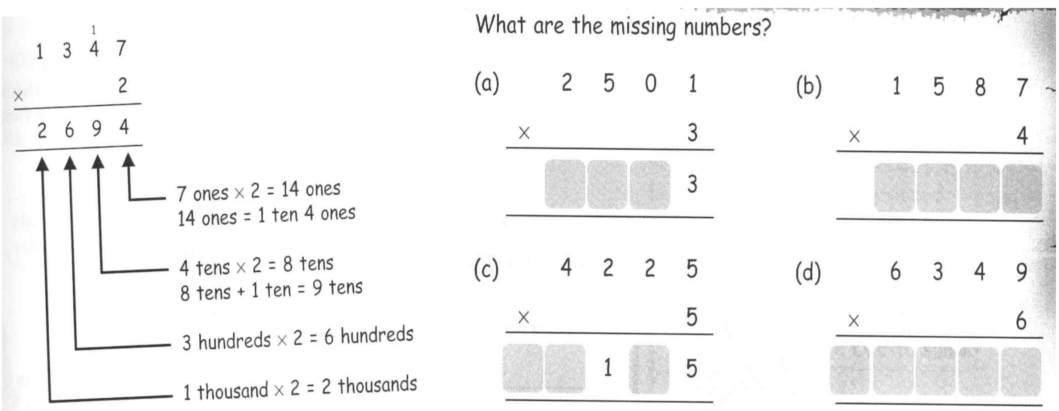
(두, 세 자리 수)×(한 자리 수)를 지도한 다음 곱셈 단원 끝에서 특별히 십 또는 백의 배수가 포함된 곱셈을 별도로 다룬다. '속셈으로 계산하기'라는 이름의 절에서 30×6, 500×3 등과 같은 계산을 쉽게 하는 방법을 다루고 있다. 여기에서 5×3=15이라는 점과, 500×3=5백×3이라는 점을 이용하여 500×3=1500이 된다는 점을 유도하고, 패턴을 강조한다.

4학년 1학기에서 (네 자리 수)×(한 자리 수), (두, 세 자리 수)×(두 자리 수)의 곱셈법을 지도하는데, 이전과 다르게 별도의 모델을 이용하여 곱셈 상황을 시각적으로 표현하지 않는다. 세로셈 계산법으로 바로 곱셈을 진행하며, 각각의 부분 곱셈 과정을 언어적 단위를 이용하여 간단하게 설명한다. 예를 들어 (네 자리 수)×(한 자리 수)는 1347×2를 통하여 [그림 III-9]와 같이 간단하게 지도한다. 단순 계산 문제는 교과서에서 다루지 않고, 세로셈 곱셈법의 빈칸 채우는 문제와 문장제 문제를 제시한다.

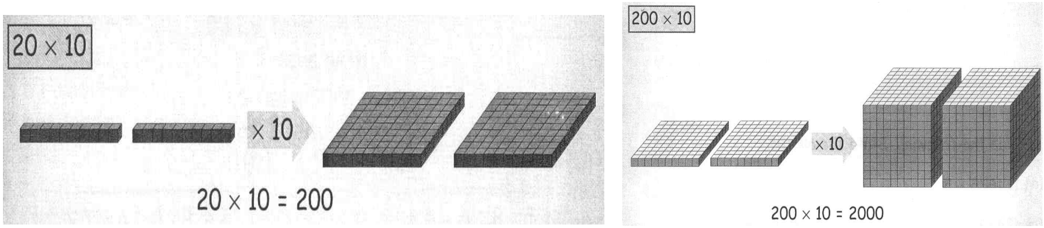
또한 세로셈 계산을 진행하기에 앞서 어림하는 것이 지도된다. 주어진 수를 백 또는 천의 배수로 어림하면 바로 계산할 수 있다고 지도한다. 예를 들어서, 393×7은 400×7로, 5114×3 5000×3으로 어림할 수 있다. 이 부분은 3학년 1학기에 몇백, 몇십 등의 곱셈을 암산으로 계산하도록 지도한 것과 연결된다. 이후 계산은 십 또는 백의 배수 형태로 수를 단순하게 한 뒤 암산으로 곱셈 결과를 어림한 다음, 세로셈 계산법을 적용하여 정확한 계산 결과를 찾는 순서로 곱셈 문제를 다루기를 강조하고 있다.

나. 승수가 두 자리 수인 곱셈

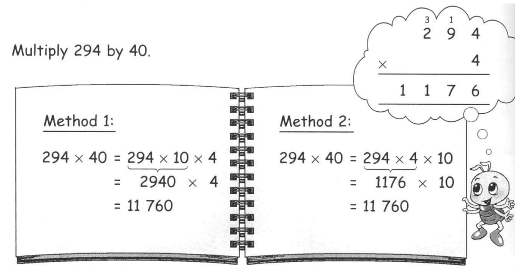
곱하는 수가 두 자리 수인 곱셈의 지도는 (몇, 몇십, 몇백)×10에서 시작하며, 싱가포르 교과서는 이 계산 과정을 수모형을 이용하여 설명한다. 그리고 이러한 결과를 바탕으로 '(몇십몇)×10', '(몇백몇십몇)×10'의 계산법을 지도한다. 23×10을 수모델을 이용하여 설명하고, 235×10, 790×10 등을



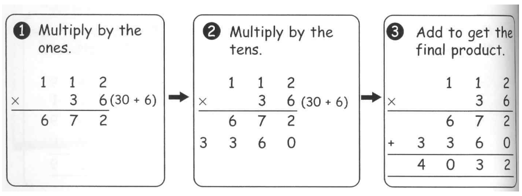

[그림 III-9] (네 자리 수)×(한 자리 수)의 지도 (4학년)




[그림 III-10] '×10'의 지도 (4학년)




[그림 III-11] '×(몇십)'의 지도(4학년)




[그림 III-12] (세 자리 수)×(두 자리 수)의 지도(4학년)

문제로 다룬다. 곧 수모형을 이용하여 '×10'의 결과가 자릿값의 이동이 된다는 것을 간단한 사례에서 드러내고 이것을 일반화하도록 지도하는 것이다. 이와 같이 '×10'을 지도한 후, (두 자리 수)×(몇십)을 지도한다. 이때 곱하는 수를 (몇)×(십)으로 분해하여 계산하는 것으로 그 계산 과정을 설명한다. 83×20, 294×40이 예로 다루어지는데, 두 가지 계산 방식이 설명되어 있다. 한편, 두 계산식 옆에 있는 말 풍선에 각각 83×2, 294×4의 세로셈이 제시되어 있다. 이러한 점을 고려하면, (두 자리 수)×(두 자리 수)에서 나타나는 부분 곱셈 (두 자리 수)×(몇십)이 (두 자리 수)×(몇)×(십)에 의해 진행된다는 것을 지도하는 것이 교과서에 명확하게 제시되어 있다 할 수 있다. 한편, (두 자리 수)×(두 자리 수)에서도 어림 계산이 강조된다. 49×11의 경우, 50×10으로 어림한 후 세로셈 계산이 제시된다. 받아올림이 있는 (두 자리 수)×(두 자리 수)로서 87×21의 계산 과정도 설명하는데, 특이하게 제시되어 있는 계산 과정에 있는 빈칸을 채우는 문제 형태로 제시되어 있다. (세 자리 수)× (두 자리 수)는 112×36을 통하여 지도하는데, 100× 40=4000으로 어림하고 세로셈 계산을 통해서 어림값을 확인하도록 지도한다. 이때 세로셈에서 36 옆에 30+6이 표시되어 있다.

다. 분석 결과

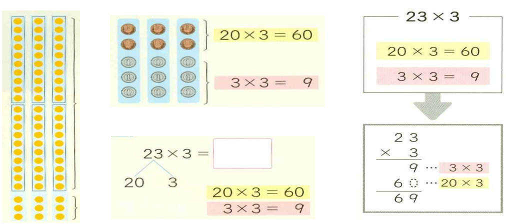
싱가포르 교과서는 자릿값에 따라서 나누어 진행되는 부분 곱셈 과정을 수모형을 이용하여 표현하고, 이것을 기수법 구조가 다른 수들이 곱셈에 나타날 때마다 반복하여 지도한다. 세로셈 곱셈 계산법은 거듭 그러한 부분 곱셈 과정들이 집약된 결과물로서 지도된다. 이때 받아올림이 없는 계산을 항상 먼저 설명하지는 않고, 받아올림이 있는 계산을 통해서 설명하는 경우가 많다. 한편, 싱가포르 교과서는 '×(몇십)'의 계산 과정 지도에 상당한 분량을 할애하고 있다. 먼저 수모형을 이용하여 '×10'의 계산 과정을 다양한 사례를 통하여 지도하고, 이것을 바탕으로 하여, '×(몇십)'을 '×(몇)×10'으로 계산할 수 있다는 점을 지도한다.

이러한 점을 놓고 보면, 싱가포르 교과서는 분배법칙이 적용되는 곱셈 과정뿐 아니라 곱셈의 결합법칙이 적용되는 '×(몇십)'의 계산 과정의 원

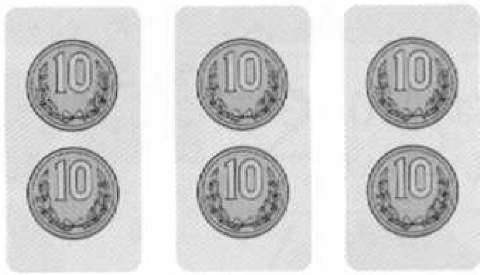
리 지도를 위해 상당히 배려하고 있다고 할 수 있다. 이러한 점은 알고리즘적인 방식을 강조하여 '×(몇십)'을 계산하는 방법을 지도하는 우리나라와 미국 교과서와 다르다. 싱가포르 교과서는 명시적으로 0의 개수를 계산에 활용하도록 지도하고 있지 않다. 그렇지만, '몇십'을 몇과 십으로 분해하여 결합법칙을 이용하여 계산할 수 있다는 점에 대한 지도가, 분배법칙에 적용되는 과정에 대한 지도에 비하여, 다소 압축적인 것으로 보인다. '×10'을 수모형을 이용하여 지도하지만, '×(몇십)'을 '×(몇)×(십)'에 계산할 수 있다는 점은 계산식 형태로 바로 제시할 뿐 아니라, 이렇게 수를 분해하여 곱할 때 나타나는, 세 수의 곱셈을 이 장면에서 처음 제시한다. 이러한 모습은 작은 수들의 곱셈에서부터 그리고 반복적으로 분배법칙이 적용되는 과정을 지도하는 것에 대비된다.

### 3. 일본 동경서적의 초등학교 수학 교과서[7]

동경서적의 교과서에서 구구단은 2학년 2학기에 지도되고, 두 자리 수 이상이 포함된 곱셈은 3학년 2학기에 지도된다. 3학년 2학기 초반에 (두, 세 자리 수)×(한 자리 수)를, 학기 후반에 (두, 세 자리 수)×(두 자리 수)를 지도한다. (두, 세 자리 수)×(한 자리 수)에서는 피승수가 몇십, 몇백인 경우를 먼저 다루고, (두, 세 자리 수)×(두 자리 수)에서는 피승수와 승수가 모두




[그림 III-13] (두 자리 수)×(한 자리 수) (3-2학기)



[그림 III-14] 20×3

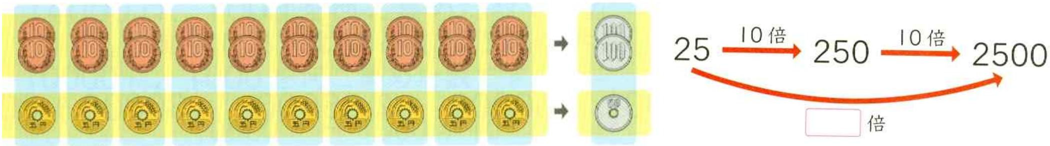
몇십인 경우 혹은 몇백과 몇십인 경우를 먼저 다룬다. 각 유형의 곱셈에서 받아올림이 없는 경우와 받아올림이 있는 경우를 구분하여 예를 다루며 받아올림이 없는 곱셈을 먼저 지도한다.

#### 가. 승수가 한 자리 수인 곱셈

큰 수의 곱셈 계산법 지도 장면을 살펴보면, 동경서적 교과서는 초기 단계에서 여러 모델을 이용하여 곱셈 상황을 제시하여, 자릿값에 따라서 나뉜 부분 곱셈들을 계산하여 주어진 곱셈을 수행할 수 있다는 것을 지도한다. 예를 들어 (두 자리 수)×(한 자리 수)인 23×3을 지도할 때, 수모형 모델과 동전 모델을 이용하여 곱셈 상황을 기수법적 구조에 따라서 파악하고, 이를 두 개의 곱셈식으로 정리하고 세로셈 곱셈법에서 전 과정을 압축하여 다루도록 한다. 이러한 곱셈 과정에 대한 설명은, 이후 다소 단순하게 된다. (세 자리 수)×(한 자리 수)를 지도할 때에는 한 가지 모델을 이용하여 곱셈 상황을 제시한다.

동경서적 교과서는 구구단을 지도하는 2학년 2학기와 큰 수 사이의 곱셈을 다루는 3학년 2학기 사이인, 3학년 1학기에는 곱셈과 관련하여, 빈 칸이 있는 곱셈식 완성하기와 주어진 곱셈을 분해하여 계산하기가 지도된다. 즉 8단에 해당하는 8×6에서 8을 5와 3으로 분해하여 5×6, 3×6

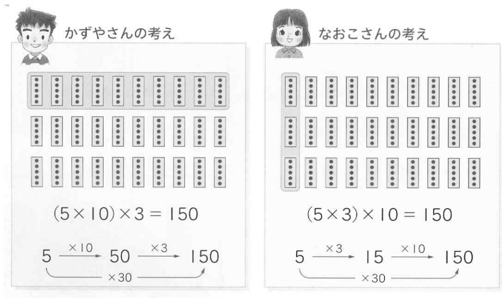
7) 彬山吉茂, 飯高茂 伊藤說朗 외(2007a), 彬山吉茂, 飯高茂 伊藤說朗 외(2007b)




[그림 III-15] 10배하기의 지도 (3학년 1학기)

각각을 계산하고 이 결과를 이용하여 8×6 계산하기와 7×□=63에서 □ 안에 들어갈 수 찾기와 같은 문제를 다룬다. 12×3과 같이 구구단을 벗어나는 곱셈 문제의 경우 12×3를 10×3, 3×2로 나누어 계산하도록 지도한다. 이상과 같은 지도 내용은 기수법에 따라서 수를 분해하여 곱하는 큰 수의 곱셈 지도에 앞서 작은 수의 곱셈에서 수를 나누어서 곱하는 과정을 경험하려는 의도가 있는 것으로 보인다.

동경서적 교과서는 큰 수의 곱셈을 묶음으로 되어 있는 물건의 값을 계산하는 상황을 통하여 제시하며, 곱셈 계산 과정에서 동전의 개수에 주목하도록 한다. 예를 들어, 20×3과 300×5를 계산하는 상황이 10엔이나 100엔짜리 동전이 2 혹은 3개가 있는 묶음이 3번, 5번 있을 때 전체 돈의 액수를 계산하는 것으로 주어진다. 동전 등을 이용할 때, 동전의 개수가 확인되면 (동전의 액수)×(동전의 개수)에 의해 계산되므로, 이러한 상황은 자연스럽게 20×3을 10×2×3으로 계산할 수 있다는 것에 주목시킨다. 곧 '몇십'을 곱셈에서 '몇'과 '십'으로 나누어 생각할 수 있다는 아이디어에 접하게 하는 기회가 되는 것으로 보인다. 그리고 이러한 내용을 지도한 이후, '몇십'이 포함된 세 수의 곱셈을 곱하는 순서를 바꾸어 해결하는 과정을 살펴보는 문제를 제시한다. 예를 들어, 60엔짜리 빵이 4개 있는 봉지를 2개 살 때의 가격을 (60×4)×2나 60×(4×2)로 계산할 수 있다는 것을 살펴본다. 즉 세 수의 곱셈을 순서를 다르게 하여 할 수 있다는 것을 지도하는 것이다. 이후 세 수 사이의 곱셈을 두 가지 방식으로 할 수 있다는 것을 확인하는 연습 문제를 제시하고 있다.

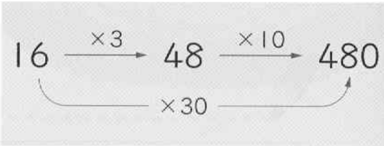



[그림 III-16] '×(몇십)'의 지도1 (3-2학기)

나. 승수가 두 자리 수인 곱셈

일본 교과서는 승수가 두 자리 수인 곱셈 지도와 관련하여 매우 독특한 모습을 보이고 있다. 일단 일본 교과서는 '×10' 혹은 10배하기를, 구구단만 학습한 상태에서, 기수법 단원에서 지도한다. 3학년 1학기의 기수법 단원에서 20엔짜리 사탕이 10개 있는 묶음의 가격을 알아보는 상황을 통해서 20×10이 제시되고, 그 결과인 200이 20의 열 배라는 점을 강조한다. 250이 25의 10배가 된다는 것 역시 동전을 통하여 제시한다. 그리고 열배의 열배로서 백배를 도입하며 2500이 25의 백배가 된다는 것을 지도한다. 이후 500, 840, 710 등의 열 배 구하는 문제를 제시한다([그림 III-15]).

또한, 3학년 2학기 승수가 두 자리 수인 곱셈 지도는 5×30과 같은 (한 자리 수)×(몇십)에서 시작한다. 5명씩 앉는 의자가 10줄씩 3열 모두 30개가 있을 때 이 의자들에 앉을 수 있는 학생의 수를 계산하는 상황을 통해 제시된다. 일본 교과서는 먼저 세는 방향을 달리할 경우 셈하는 방법이 다르게 될 수 있다는 점을 보이고, 두 가지 방법을 통하여 곱하는 몇십을 분해하여 다르게 곱할 수 있다는 것을 제시한다. 곧 5×30에서 30을



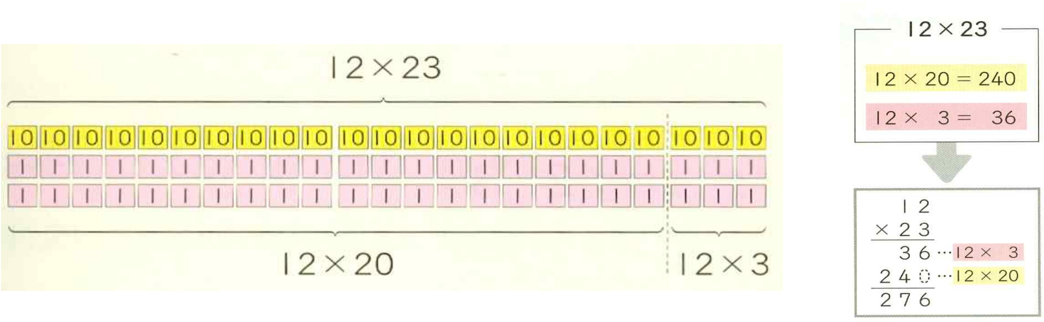

[그림 III-17] ‘×(몇십)’의 지도 2

3과 10으로 분해하여, 즉 (5×10)×3과 (5×3)×10에 의하여 계산할 수 있다는 것을 제시한다. 마지막에 가서는 5×30은 5×3의 10배가 되며 15에 0을 하나 붙이면 된다는 점을 지적한다. 이러한 과정을 토대로 하여, 승수가 몇십인 경우 승수를 몇과 10으로 나누어서 곱하면 쉽게 계산할 수 있다는 것을 지도한다. 예를 들어 16×30=16×3×10=(16×3)×10에 의하여 진행된다.

승수가 두 자리 수인 곱셈 지도는 보다 간략하게 진행된다. (두 자리 수)×(두 자리 수)에서 ‘12×23’의 경우 12×20, 12×3으로 나누어 계산할 수 있다는 것을 동전들과 유사한 모델로 제시하고, 이를 세로셈 곱셈법과 연결시킨다. 받아올림이 있는 (두 자리 수)×(두 자리 수) 계산법을 지도하기 위해 23×26의 계산법을 지도할 때, 모델을 이용하여 곱셈 상황을 제시하지 않고 바로 세로셈 계산법을 적용하여 계산한다. 곱셈 상황을 모델로 제시하지 않는 것은 (두 자리 수)×(한 자리 수) 혹은 (세 자리 수)×(한 자리 수)의 받아올림이 있는 곱셈 계산의 지도에서도 마찬가지이다. 그렇지만, 이것은 기수법적 구조와 그에 따른 부분 곱셈 과정들에 숙달되었을 것으로 간주하였기 때문으로 보인다.

다. 분석 결과

일본 동경서적의 교과서는 다른 교과서처럼 기수법적 구조에 따라서 수를 나누어 곱하는 부분 곱셈 과정들의 합으로서 전체 곱셈을 구하는 과정을 반복적으로 지도한다. 그러나 물건들의 묶음이 다시 몇 묶음씩 모여 있을 때 전체 물건의 개수나 가격을 계산하는 상황을 자주 사용한다는 점은 다른 교과서와 다르다. 이러한 계산 상황들은 곱셈의 결합법칙이 적용되는 세 수 사이의 곱셈, 예를 들어 ‘(60×4)×2’를 ‘60×(4×2)’로도 계산할 수 있다는 것을 지도하는데 사용된다. ‘(몇십, 몇백)×(몇)의 지도 단계에서 이러한 내용이 지도되며, 이러한 것이 ‘×(몇십)’의 계산법 지도와 연결되어 있다. 기수법을 지도하는 단원에서 ‘×10’을 다루고, (한 자리 수)×(몇십), (몇십몇)×(몇십) 등의 단계를 거치면서 ‘×(몇십)’을 ‘×(몇)×(십)’으로 계산할 수 있다는 것을 지도하며, 이때에도 복합적으로 배열된 상황에서의 계산을 지도에서 사용하였다. 이러한 점은 동경서적의 교과서는 분배법칙이 적용되는 곱셈 과정뿐 아니라, 승수가 두 자리 수 이상일 경우에 나타나는, 결합법칙이 적용되는 ‘×(몇십)’의 계산 과정 역시 그 원리를 직관적이면서 점진적이고 반복적으로 지도하고 있다고 할 수 있다.




[그림 II-18] (두 자리 수)×(두 자리 수)의 지도 (3-2학기)

## IV. 논의 및 결론

초등학교에서 수학적 원리의 지도는 직관적으로 혹은 단순화하여 진행될 수밖에 없다. 자연수 곱셈 계산법에서 곱셈의 덧셈에 대한 분배법칙, 곱셈의 교환법칙과 결합법칙 등은 곱셈 계산법을 지탱하는 수학적 원리이지만, 이러한 원리들이 곱셈 계산법 지도에서 앞으로 내세워지지는 않는다. 우리나라, 싱가포르, 일본의 교과서에서는 이를 명시적으로 다루지 않으며, 미국의 교과서에서 최종 단계에서 분배법칙과 결합법칙 등이 작용한다는 점이 명시되는 정도이다. 기본 원리를 먼저 제시하고 이로부터 계산법을 유도하는 대신, 본 논문에서 분석한 교과서들은 곱셈 계산법의 원리들이 작용되는 계산 장면을 모델을 이용하여 반복적으로 제시하고 있다. 교과서들은 새로운 기수법적 구조를 지닌 수 혹은 더 큰 수가 도입될 때마다 곱셈 계산 과정을 반복하여 지도하고 있다. 모든 교과서들이 반복적인 제시를 통해서 학생들이 곱셈 계산 과정의 원리들을 학생들이 숙달하는 것을 지도 방침으로 삼은 것으로 보인다.

이러한 공통점에도 불구하고, 교과서별로 상당한 차이가 존재하였는데, 그러한 차이점은 주로 곱셈의 결합법칙이 교환법칙이 적용되는 계산 과정의 지도, 다시 말하면 '×(몇십)'을 '×(몇)×10'으로 분해하여 계산할 수 있다는 점의 지도에서 비롯되었다. 이러한 차이를 중심적으로 논의하면 다음과 같다.

승수가 두 자리 수일 경우의 곱셈은 반드시 부분 곱셈으로서 '×(몇십)'을 포함하고 있다. '×(몇십)'의 계산 과정은 일반적으로 몇십을 분해하여 순차적으로 곱하는 것에 의해서 즉 '×몇×10'에 의해서 진행된다. 이러한 점을 고려하면, '×몇십'의 지도에 대한 논의에 세 수의 곱셈, '×10'의 지도에 대한 논의가 필요하며, 앞 장에서 교과서들을 분석한 바에 의하면, 바로 이러한 내용의 지도에서 차이가 확인되었다. 본 논문에서 분석

<표 IV-1> '×(몇십)' 지도 계열의 교과서별 제시 방식

| | | 우리나라 | 미국 | 싱가포르 | 일본 |
|---|---|---|---|---|---|
| 세수의 곱셈 | 지도 시기 | (네 자리 수)×(두 자리수) 지도 이후 | 구구단 지도 이후 | 명시적으로 지도하지 않으며, '×(몇십)'의 계산법 지도하는 과정에서 등장 | '(몇십)×(몇)' 지도 이후 |
| | 지도 방식 | 곱셈식의 계산을 직접 제시 | 구체적인 상황을 통하여 제시 | | 구체적인 상황을 통하여 제시 |
| '×10'의 지도 | 지도 시기 | 명시적으로 지도되지 않음 | 명시적으로 지도하지 않음 | (두 자리 수)×(두 자리 수)의 지도 | 구구단 학습 이후 |
| | 지도 방식 | | | 수모형을 이용하여 제시 | 돈을 이용하여 제시 |
| '×(몇십)'의 지도 | 지도 시기 | (두 자리 수)×(두 자리 수)에서 제일 먼저 지도 | (두 자리 수)×(두 자리 수)서 제일 먼저 지도 | (두 자리 수)×(두 자리 수)의 지도에서 '(두 자리 수)×10' 이후 지도 | (한 자리 수)×(몇십)에서 지도 |
| | 지도 방식 | 수모형과 0의 개수를 확인하여 계산에 이용하는 방법 강조 | 0의 개수를 확인하여 계산에 이용하는 방법 강조 | '×(몇십)'을 '×(몇)×10'으로 계산할 수 있다는 것을 직접 제시 | 구체적인 상황을 통하여 제시 |

대상으로 삼은 교과서의 관련 내용별 지도 사항을 정리한 결과를 다음 <표 IV-1>에 제시하였다.

우리나라와 미국 Houghton Mifflin의 교과서는 상당히 비슷한 모습을 보이고 있다. 두 교과서는 모두 (두 자리 수)×(두 자리 수)에서 '×몇십'의 계산법을 '×10'을 거치지 않고 바로 지도하였다. 우리나라가 모눈종이 모델을 이용하여 곱셈 상황을 제시하였다는 점에서 차이가 있지만, 두 교과서는 모두 '0의 개수를 확인하여 곱셈 계산에 이용하는 방법'을 중점적으로 지도하였다. 싱가포르의 교과서는 '×(몇십)'을 지도하기에 앞서 '×10'을 구체적인 모델을 이용하여 다루고 이를 바탕으로 하여 '몇십'을 '×(몇)×(십)'으로 지도할 수 있다는 것을 지도하였다. 그러나 두 수의 곱셈을 세 수의 곱셈을 이용하여 계산할 수 있다는 점 자체는 사전에 지도하지 않았으며 곱셈 계산식을 바로 제시하였다. 일본 교과서는 기수법 단원에서, 구구단만을 배운 상황에서 동전 등을 이용하여, '×10'의 결과를 파악하게 하고, (몇십)×(한 자리 수)에서 동전을 이용하여 세 수의 곱셈을 지도하고, (한 자리 수)×(몇십)을 복합적으로 배열되어 있는 사람들의 수를 세는 상황을 통하여 제시하고 이를 (한 자리 수)×(몇)×(십)으로 계산할 수 있다는 것을 지도하였다. 네 교과서들은 모두 분배 법칙이 적용되는 과정을 구체물을 이용하여 제시하고, 보다 큰 수가 도입될 때마다 이를 되풀이하여 계산 과정을 제시하였다. 이러한 제시 방식을 놓고 볼 때, 곱셈의 결합법칙이 적용되는 곱셈 과정은 상당히 다르게 지도되고 있다고 할 수 있다. 특히 우리나라와 미국의 교과서는 반복적이거나 단계적인 접근 없이 '×(몇십)'의 지도가 단기간에 이루어진다고 할 수 있다.

곱셈의 결합법칙이 필요한 '×(몇십)'이 곱셈 지도의 마지막 단계에서 도입된다는 점을 고려하면, 관련된 내용이 반드시 분배법칙이 적용되는 곱셈 과정의 지도처럼 교과서에 구현되어야 할 필요는 없다. 그렇지만, 곱셈 계산법의 지도가 계산법의 숙달 뿐 아니라 원리의 이해도 목적으로 한다는 점을 감안하면, 현재 우리나라 교과서가 취하고 있는 '×(몇십)'의 지도 방식이 압축적이고 알고리즘을 강조하는 양상을 지니고 있다는 점에서 우려의 소지가 크다. 곱셈 계산법에 대한 학생들의 이해를 조사한 연구 결과들은 이러한 우려를 뒷받침한다.

498명의 3학년 학생들을 대상으로 한 윤희태(2002)의 조사 결과에 의하면, 교과서에서 다룬 곱셈 중에서 '×(몇십)'이 포함된 유형의 곱셈의 오답율이, 다른 유형의 곱셈보다, 높게 나왔다. 0이 포함된 곱셈 문제의 오답률이 높다는 것은 3학년 학생들이 세로 곱셈 계산법을 배운 직후라서 0이 포함된 계산 문제에서 실수를 많이 범하였다는 것을 뜻하지만, 다른 한편으로 이러한 결과는 학생들이 0을 '곱하기 십'과 관련시키지 못하고 있다는 것을 함축한다.

강홍규와 심선영(2010)은 자리를 잘못 적은 곱셈 계산 과정의 틀린 부분 찾기, 21×7×10을 이용하여 21×70을 계산하는 것을 참조하여 주어진 곱셈 계산하기 등 다양한 문제 상황에 대한 학생들의 반응을 분석함으로써 학생들의 곱셈에 대한 이해도를 조사하였다. 이들의 조사 결과에 의하면, 일반적인 수업을 받은 3학년 학생 21명의 경우, 곱셈 계산 자체는 잘 시행한 반면 곱셈 개념이나 곱셈 계산 원리에 관련된 문제에 대한 반응은 좋지 않았다. 특히 주어진 곱셈을 수를 분해하여 다룰 것을 요구하는 위의 두 문제에 대한 학생들의 정답률은 14%에 머물렀다. 이러한 결과들은 '×(몇십)'을 '×(몇)×(10)'으로 분해하여 계산할 수 있다는 것이 학생들에게 잘 이해되지 못하고 있다는 것을 시사한다.

정연준(2011)에 의하면, 곱셈 계산법의 역사적 발달 과정이 곱셈 계산이 쉬운 수들, 곧 한 자

리 수들의 곱셈과 십의 거듭제곱의 곱셈을 이용하여 직접 계산하기 어려운 큰 수들의 곱셈을 계산하는 방법의 발달 과정이다. 이러한 관점에서 보면 곱셈 계산법의 과정이 계산하기 쉬운 수들로 분해하여 곱하는 것이라는 점이 곱셈 계산법의 지도에서 충분히 강조될 필요가 있다.

이상의 점들을 고려할 때, '×(몇십)'을 지금과 같이 지도하는 것에 대해서는 추후 교육과정이 개정될 때 재고할 필요가 있어 보인다. 현재 우리나라의 교과서는 사전 준비 과정이 거의 없이 (몇십)×(몇십)과 같이 큰 수의 곱셈에서 '×(몇십)'의 계산법을 지도하기 때문에 계산 과정의 원리를 쉽게 설명하기 어려운 구조에 놓여 있다. 분배법칙이 적용되는 과정을 점진적이고 반복적으로 경험하도록 하는 것처럼, 결합법칙이 적용되는 과정 역시 점진적이고 반복적으로 경험하도록 한다면, 학생들에게 곱셈 계산법을 이루는 과정들이 충분히 의미 있게 경험될 수 있으리라 판단된다.

학교수학에서 수학적 원리의 지도는 가르치고자 하는 내용을 어느 정도로 단순화하고 이를 어떠한 방식으로 제시할 것인지에 대한 판단이 필요하며, 초등학교에서 가르치는 내용은 이에 대한 더욱 세심한 고려가 필요할 것이다. 본 논문에서 비교한 여러 나라의 사례와 논의가 자연수 곱셈 계산법의 지도와 교과서 구성에서 기초적인 참조 자료가 될 것으로 기대한다.

## 참고문헌


강홍규・심선영(2010). 알고리즘의 다양성을 활용한 두 자리 수 곱셈의 지도 방안과 그에 따른 초등학교 3학년 학생의 곱셈 알고리즘 이해 과정 분석, **한국초등수학교육학회지, 14**(2), 287-314.

교육과학기술부(2009). **초등학교 교육과정 해설(IV) (수학)**. 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부(2010a). **수학 3-1**. 서울: 두산동아(주)

교육과학기술부(2010b). **수학 3-2**. 서울: 두산동아(주)

교육과학기술부(2010c). **수학 4-1**. 서울: 두산동아(주)

교육과학기술부(2010d). **초등학교 교사용 지도서 수학 3-2**. 서울: 두산동아(주)

윤희태(2002). **초등학생들의 기초계산 오류에 대한 분석적 연구**. 경인교육대학교 석사학위 논문.

정연준(2011). 자연수 곱셈 계산법의 역사적 발달 과정에 대한 고찰. **학교수학, 13**(2). 267-286.

彬山吉茂・飯高茂・伊藤說朗 외(2007a). **新しい算數 3 上**. 東京書籍.

彬山吉茂・飯高茂・伊藤說朗 외(2007b). **新しい算數 3 下**. 東京書籍.

Houghton Mifflin (2002a). *Houghton Mifflin Mathematics - Grade 3 Student Book*

Houghton Mifflin (2002b). *Houghton Mifflin Mathematics - Grade 4 Student Book*

Varsha Primalani, Karen Quek, Teh Pick Ching (2007). *In Step Maths textbook 3A*. PanPac Education

Varsha Primalani, Karen Quek, Y F Foo (2007). *In Step Maths textbook 4A*. PanPac Education

# Comparative Research on Teaching and Learning of Algorithm of Natural number Multiplication
## - Focused on the Elementary Textbooks of South Korea, USA, Singapore, and Japan -

Joung, Youn-Joon (Chungnam National University)
Cho, Youngmi (Gongju National University of Education)

The algorithm of natural number multiplication is one of the basic topics of elementary school mathematics. Mastery of algorithm and understanding of the principles are important educational aims. In this paper we analyzed elementary school mathematics textbooks of South Korea, the United States, Singapore, Japan. As a result of analysis, we found out that there are much differences in the teaching of multiplication with three numbers, '×10', and '× tens'. We suggested some implication for the teaching of algorithm of natural number multiplication.

* Key Words : multiplication of natural numbers(자연수의 곱셈), law of association(결합법칙), law of distribution(분배법칙)

논문접수 : 2012. 4. 6
논문수정 : 2012. 4. 24
심사완료 : 2012. 5. 11