

Navier-Stokes 방정식 모형의 경사지게 입사하는 파랑 내부조파

Directional Wave Generation in the Navier-Stokes Equations Using the Internal Wave Maker

하 태 민* / 남 궁 돈** / 조 용 식***

Ha, Taemin / Namgung, Don / Cho, Yong-Sik

Abstract

A numerical modeling has become increasingly popular and more important to the study of water waves with a rapid advancement of computer technology. However, different types of problems are induced during simulating wave motion. One of the key problems is re-reflection to a computation domain at the incident boundary. The internal wave generating-absorbing boundary conditions have been commonly used in numerical wave models to prevent re-reflection. For the Navier-Stokes equations model, the internal wave maker using a mass source function of the continuity equation has been used to generate various types of waves. Nonetheless, almost every numerical experiment is performed in two dimensions and only a few tests have been expanded to three dimensions. More recently, a momentum source function of the Boussinesq equations is applied to generate essentially directional waves in the three dimensional Navier-Stokes equations model. In this study, the internal wave maker using a momentum source function is employed to generate targeted linear waves in the three-dimensional LES model.

Keywords : internal wave maker, Navier-Stokes equations, momentum source function

요 지

컴퓨터 기술의 발달과 더불어 수치해석을 이용한 파랑변형에 대한 연구는 꾸준히 발전하고 있으며 점점 중요한 역할을 수행하고 있다. 하지만 수치모형을 이용한 연구에는 다양한 문제점이 발생할 우려가 있는데, 그 중 가장 빈번하게 발생하는 문제 중의 하나가 파랑의 조파지점에서 발생하는 수치수조내로의 재반사 문제이다. 재반사를 막기 위한 방법으로는 내부조파 기법을 이용하는 것이 일반적이다. Navier-Stokes 방정식 모형에서는 질량 원천항을 이용한 내부조파 기법을 주로 사용해 왔으나, 기존의 연구는 대부분 연직 2차원 수치모형을 이용한 연구에 국한되어 있었다. 그러나 3차원 수치모형을 이용한 연구가 점차 활발해지면서 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형의 내부조파 기법에 대한 필요성이 증대되고 있다. 최근 RANS(Reynolds averaged Navier-Stokes) 방정식 모형에서 Boussinesq 방정식의 운동량 원천항을 활용하여 파랑을 내부조파하는 기법이 발표되어 3차원 공간에서 경사지게 입사하는 파랑을 성공적으로 재현하였다. 본 연구에서는 LES(large eddy simulation) 기반의 3차원 Navier-Stokes 방정식 수치모형에 운동량 원천항을 이용한 내부조파 기법을 적용하여 목표파랑을 조파하고 해석해와 비교하여 이를 검증하였다.

핵심용어 : 내부조파, Navier-Stokes 방정식, 운동량 원천항

* 한양대학교 건설환경공학과 BK21 사업단 박사 후 과정 (e-mail: kevin4324@hanyang.ac.kr)
Post-doctoral Associate, Dept. of Civil and Envir. Engrg., Hanyang Univ., Seoul 133-791, Korea

** 한양대학교 대학원 건설환경공학과 박사과정 (e-mail: ngdon@daelim.co.kr)
Ph.D. Student, Dept. of Civil and Envir. Engrg., Hanyang Univ., Seoul 133-791, Korea

*** 교신저자, 한양대학교 공과대학 건설환경공학과 교수 (e-mail: ysc59@hanyang.ac.kr)
Corresponding Author, Professor, Dept. of Civil and Envir. Engrg., Hanyang Univ., Seoul 133-791, Korea

1. 서론

21세기 들어 가장 각광받는 연구 중 하나인 3차원 수치모형을 이용한 연구는 거의 전 공학분야에서 빠르게 성장하고 있다. 토목공학에서도 마찬가지로 3차원 수치모형을 활용한 연구가 최근 들어 매우 활발해지고 있으며, 특히 물을 다루는 분야에서 그 효용성이 크게 증대되고 있다. 수치모형을 활용한 자연현상의 해석에서 궁극적으로는 3차원 수치모형을 사용하는 것이 최종 단계인 점에서는 많은 연구자들이 동의하고 있으나, 아직까지 실제 현상을 3차원 수치모형을 이용하여 해석하는 것은 많은 어려움을 가지고 있다. 그러나 최근 컴퓨터 기술이 크게 발달하면서 이러한 어려움이 상당부분 해결되었으며, 많은 연구자들이 3차원 수치모형을 활용한 연구에 매진하여 정확해에 근사하는 다양한 기법들이 개발되어 발표되고 있다.

해안공학을 연구하는 연구자들도 3차원 수치모형을 이용하려는 노력을 그동안 계속해왔으며, 해안공학의 여러 분야에서 연구성과들이 꾸준히 발표되고 있다. 그 중 최근 중심방향으로 완전한 운동방정식인 Navier-Stokes 방정식을 해석하는 3차원 수치모형을 사용하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 이론적으로 매우 우수한 모형이긴 하나 정확도 높은 결과를 얻기 위해서는 매우 조밀한 격자를 필요로 하기 때문에 아직까지 막대한 계산시간이 필요하다는 단점이 있으나, 앞서 설명한대로 컴퓨터 기술 등의 주변 정황들이 나아지고 있어 Navier-Stokes 방정식 모형의 적용 가능성은 계속 높아지고 있다.

파랑변형을 다루는 수치해석을 수행할 때 외부조파기법을 사용하면, 구조물이나 지형에 의해 반사되어 나온 파랑이 의해 경계의 조파지점에서 외해로 빠져나가지 못하고 반사되는 문제가 발생할 수 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 내부조파기법이 개발되었으며, 자유수면변위를 변수로 사용하는 모형의 경우 그 연구가 매우 활발하게 진행되어 왔다(Lee and Suh, 1998; Lee et al., 2001). 그러나 자유수면변위를 변수로 사용하지 않는 Navier-Stokes 방정식 모형의 경우 2차원 모형에 비해 상대적으로 연구가 미흡하였다. Lin and Liu (1999)는 질량 원천항을 이용한 내부조파기법을 제안하고 Navier-Stokes 방정식 모형에서 다양한 선형 및 비선형 파랑을 조파하였다. Hafsia et al. (2009)은 Lin and Liu (1999)의 아이디어에 착안하여 질량 원천항을 z 축 방향 유속으로 대체하여 파랑을 조파하는 내부조파기법을 개발하였다. 그러나 질량 원천항을 이용한 내부조파 기법은 3차원 수치모형에 적용하기가 쉽지 않아 Choi and Yoon (2009)은 RANS 방정식

의 운동량 원천항을 이용한 내부조파기법을 개발하여 발표하였다.

최근 Liu and Lin (2008)은 엇갈림 격자체계에서 유한차분법을 사용하는 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형을 개발하여, 유체거동 등을 재현하고 수리실험과 비교하였다. 특히, 이 수치모형은 2차 정확도의 VOF (volume-of-fluid) 기법을 활용하여 자유수면변위를 예측함으로써 기존의 1차 정확도의 VOF 기법에 의한 결과보다 탁월한 성과를 이루었다(Liu and Lin, 2008; Liu and Lin, 2009). 하태민 등(2010)은 이 수치모형을 파랑 변형을 다루는 문제에 적용하기 위해, Lin and Liu (1999)가 제안한 질량 원천항을 이용한 내부조파기법을 적용하여 고립파를 내부조파하고 급경사에서의 처오름 및 처내림 실험을 수행하였다. 그러나 하태민 등(2010)은 x 축과 평행하게 진행되는 고립파의 변형에 대한 연구를 수행하여 진정한 의미로 3차원 수치모형에 내부조파기법을 적용했다고 보기 어렵다.

본 연구에서는 선행 연구에서 3차원으로 확장이 가능했던 Choi and Yoon (2009)의 운동량 원천항을 이용한 내부조파기법을 Liu and Lin (2008)이 개발한 수치모형에 적용하였다. Choi and Yoon (2009)은 3차원 공간에서 경사지게 입사하는 파랑을 성공적으로 조파하였으며, 입사파랑이 발달할 수 없는 측면경계에서 주기적 경계조건(periodic boundary condition)을 사용하여 연안류를 재현하였다. 그러나 수치수조내에 방파제 등의 구조물이 존재하여 입사파랑이 구조물에 반사되어 나올 경우, 반사된 파랑이 측면경계에서 외해로 빠져나가지 못하고 수치수조내에 쌓이게 되는 수치오류가 발생할 우려가 있다. 이러한 수치오류를 피하기 위해 본 연구에서는 새로운 형태의 내부조파기법을 적용하였으며, 수치해석 결과를 정확해와 비교하여 내부조파기법을 검증하였다.

2. 수치모형

2.1 지배방정식

일반적으로 비압축성 유체의 거동은 다음의 Navier-Stokes 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

여기서, $i, j = 1, 2, 3$, u_i 는 i -방향 유속벡터, ρ 는 유체의 밀도, p 는 압력, g_i 는 i -방향 중력 가속도, τ_{ij} 는 내부응력

을 각각 나타낸다.

Navier-Stokes 방정식을 직접 해석하는 DNS (direct-numerical-simulation) 기반의 수치모형은 아직까지 실제 흐름의 해석에 적용하는데 큰 무리가 따르기 때문에, 이에 대한 대안으로 LES (large-eddy-simulation) 기법 (Deardorff, 1970)을 기반으로 하는 수치모형의 사용이 점차 활발해지고 있다. LES 기법을 사용하기 위해 Eqs. (1) and (2)를 공간적으로 필터링하면 다음의 방정식을 구할 수 있다(Pope, 2000).

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{\tau_{ij}^r}}{\partial x_j} \quad (5)$$

여기서, $\overline{u_i}$ 와 \overline{p} 는 필터링한 유속과 압력을 나타내며, $\overline{\tau_{ij}^r}$ 는 필터링한 유속장내의 내부응력을 나타낸다. 공간 필터링된 작은 규모의 난류 성분은 Smagorinsky LES 모형을 사용하여 고려한다(Smagorinsky, 1963).

수치모형은 엇갈림 격자체계에서 유한차분법을 사용하여 지배방정식을 해석하였다. 엇갈림 격자의 중앙에서는 스칼라 값을 가진 압력과 VOF 값이 정의되고, 경계에서는 벡터값을 가진 유속과 중력가속도 등이 정의된다. 지배방정식인 Space-filtered Navier-Stokes 방정식의 해를 구하기 위해 Two-step projection 기법(Lin and Liu, 1998)을 사용하였다. 지배방정식의 대류항과 확산항은 중앙차분법과 풍상차분법을 적절히 혼합하여 이산화하였으며, 압력항의 계산에는 중앙차분법을 이용하여 지배방정식을 차분하였다. 자유수면의 추적을 위해서는 2차 정확도를 가진 VOF (volume of fluid) 기법을 사용하였다. 이상의 수치기법에 대한 보다 자세한 설명은 Lin (2008)과 Liu and Lin (2008)을 참조할 수 있다.

2.2 운동량 원천항을 이용한 내부조파 기법

Navier-Stokes 방정식에서는 자유수면을 직접 계산할 수 없기 때문에 자유수면의 추적을 위해 적절한 수치기법을 이용한다. 따라서 자유수면의 변화와 Navier-Stokes 방정식의 운동량 원천항 사이의 정확한 관계를 정의하고, 운동량 원천항을 이용하여 목표 파랑을 내부조파하는 것은 매우 어려운 일이다. 이에 대한 대안으로 Choi and Yoon (2009)은 Wei et al. (1999)이 제안한 Boussinesq 방정식 모형의 내부조파 기법을 도입하였으며, 운동량 원천항을 이용하여 3차원 RANS 방정식 모형에서 파랑의 내부조파 수치해석을 수행하였다.

Wei et al. (1999)은 Eq. (6)의 질량 원천항을 이용하여 Boussinesq 방정식 모형에서 내부조파를 수행하였다.

$$\eta_t + h \nabla \cdot u + \alpha_1 h^3 \nabla (\nabla \cdot u) = f(x, y, t) \quad (6)$$

여기서, η 는 자유수면변위, h 는 수심을 나타낸다. Nwogu (1993)의 확장형 Boussinesq 방정식에서 각각의 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha_1 = \alpha + \frac{1}{3}, \quad \alpha = \frac{z_\alpha}{h} \left(\frac{1}{2} \frac{z_\alpha}{h} + 1 \right), \quad \frac{z_\alpha}{h} = -0.530 \quad (7)$$

조파영역의 너비가 목표파랑의 파장에 비해 상대적으로 짧을 때 Eq. (6)의 Boussinesq 방정식의 비선형 효과가 적다고 가정하면, Eq. (6)에서 비선형항을 제거하여 선형화 할 수 있다. 따라서, 선형 Boussinesq 방정식에 Green함수를 도입하여 해석해를 구하면, Eq. (6)의 질량 원천항 f 을 다음과 같이 나타낼 수 있다(Wei et al., 1999; Choi and Yoon, 2009).

$$f(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(x, \lambda, \omega) \exp[i(\lambda y - \omega t)] d\lambda d\omega \quad (8)$$

$$\hat{f}(x) = D \exp(-\beta x^2) \quad (9)$$

$$D = \frac{H(\omega^2 - \alpha_1 g k^4 h^3) \cos \theta}{\omega I_1 k [1 - \alpha(kh)^2]} \quad (10)$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \exp\left(-\frac{l^2}{4\beta}\right); \quad l = k \sin \theta \quad (11)$$

여기서, ω 는 각주파수, θ 는 파랑의 진행방향, H 는 파고, k 는 파수, β 와 D 는 각각 조파영역의 너비를 결정하는 변수와 질량 원천항 유도에 필요한 변수이다.

Wei et al.은 Eq. (6)의 질량 원천항을 다음의 운동량 원천항으로 유도하였다.

$$\eta_t + g \nabla \eta + \alpha h^2 \nabla^2 u_t = -g \nabla P \quad (12)$$

$$P = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{P} \exp[i(\lambda y - \omega t)] d\lambda d\omega, \quad \hat{P} = \frac{ig}{\omega} \hat{f} \quad (13)$$

Choi and Yoon (2009)은 Eqs. (12) and (13)의 운동량 원천항을 RANS 방정식 모형에 적용하여 목표파랑을 내부조파하였다. RANS 방정식에 운동량 원천항을 적용하기 위해 z -축 방향으로 동일한 운동량 원천항을 가지는 것으로 가정하였으며, 조파영역의 너비를 결정하는 변수인 β 는 수치모형이 안정적으로 목표파랑을 조파할 수 있도록 적절히 수정하여 사용하였다.

3. 수치해석

앞서 설명한 3차원 Navier-Stokes 방정식을 LES 기법을 적용하여 계산하는 수치모형에서 운동량 원천항을 이용하는 내부조파기법의 성능을 검증하기 위해 수치해석을 수행하였다. Wei et al. (1999)이 유도한 운동량 원천항은 수심적분된 방정식에서 유도된 형태이기 때문에 연직방향(수심방향) 분포를 무시하고 있다. 따라서 본 수치모형에 적용하기 위해 연직방향으로 운동량 원천항이 동일하게 분포하도록 가정하였다. Wei et al.은 조파영역의 너비(W)는 목표파랑의 파장(L)에 비례하고 동시에 β 와 일정한 관계를 가지는 것으로 정의하였으며 [$W=2\sqrt{5/\beta}=\delta(L/2)$], 단일주기 파랑의 경우 조파영역의 너비가 $0.15\sim 0.25L$ 의 범위를 가지는 것이 적절하다고 발표하였다. 여기서, β 는 조파영역의 너비가 조파 에너지의 99% 이상을 포함할 수 있도록 조절하는 역할을 하게 된다. 본 연구에서는 Boussinesq 방정식 모형에서 사용한 β 값을 동일하게 사용할 경우 입사파의 주기에 따라 원천항이 급격하게 커져 자유수면이 불안정해지는 수치오차가 발생하였다. 따라서, 이러한 수치오차를 방지하기 위해 조파영역의 너비가 입사파랑의 주기에 해당하도록 β 값을 재설정하여 자유수면이 안정적으로 목표파랑을 재현해내도록 수정하였다. 또한, 조파영역에서 조파된 파랑이 경계에서 재반사되어 영역 내에서 교란을 일으키는 걸 방지하기 위해 조파영역(sponge layer)을 두어 파랑 에너지를 감소시켰다. 조파영역을 도입하기 위해 Eqs. (15)~(17)과 같이 Two-step projection 기법의 첫 번째 단계에서 대류항과 확산항을 계산할 때 에너지 감소항을 추가하여 사용하였다(Li, 2008).

$$\frac{\tilde{u}^n - u^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial u^n}{\partial z} = \nu \nabla^2 u^n - c_s u^n \quad (14)$$

$$\frac{\tilde{v}^n - v^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial v^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial v^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial v^n}{\partial z} = \nu \nabla^2 v^n - c_s v^n \quad (15)$$

$$\frac{\tilde{w}^n - w^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial w^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial w^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial w^n}{\partial z} = \nu \nabla^2 w^n - c_s w^n \quad (16)$$

식에서 c_s 는 에너지 감소계수로서 Wei and Kirby (1995)에 따르면 다음과 같다.

$$c_s = \alpha \frac{\exp\left[\left(\frac{x_0 - x}{x_s}\right)^n\right]}{\exp(1) - 1} \quad \text{for } x_0 - x_s \leq x \leq x_0 \quad (17)$$

여기서, x_0 는 조파영역의 시작점의 좌표를 의미하고 x_s 는 조파영역의 길이를 의미한다. 또한, α 와 n 은 수치해석을

반복수행하여 조파영역이 에너지를 적절히 감쇄시킬 수 있도록 결정하는 상수값이다(Lin and Liu, 2004). 에너지 감소계수는 조파영역내에서는 Eq. (17)의 값을 갖고 조파영역 외에서는 0의 값을 가진다.

3.1 일정수심상의 정현파 내부조파

첫 번째 실험으로 정현파를 내부조파하여 일정한 수심을 지나는 전파과정을 수치모의하였다. 여기서, 수심(d)는 1.0 m, 수심대 파고비(H/h)는 0.01로 고정하여 수치해석을 수행하였으며, 서로 다른 4개의 주기를 가진 정현파를 내부조파하였다. 목표파랑의 주기는 각각 $T=2\text{ sec}$, 3 sec , 5 sec , 7 sec 로 설정하였으며, 선형파이론에 따라 $kh=1.205$, 0.723 , 0.412 , 0.291 의 값을 가지는 천해영역에서부터 중간수심영역에 해당하는 파랑으로 설정하였다. Eqs. (12)~(13)에서 단일주기를 가지는 정현파에 대한 운동량원천항을 유도하면 다음과 같다.

$$S^{mom} = (S_x^{mom}, S_y^{mom}) = -g \nabla P \quad (18)$$

$$S_x^{mom} = -g(2\beta x) \exp(-\beta x^2) \frac{D}{\omega} \sin(k_y y - \omega t) \quad (19)$$

$$S_y^{mom} = g \exp(-\beta x^2) \frac{k_y D}{\omega} \cos(k_y y - \omega t) \quad (20)$$

여기서, $\beta=80/\delta^2/L^2$ 로 정의되며, L 은 목표파랑의 파장, δ 는 목표파랑의 전파방향으로 내부조파영역의 너비를 결정하는 상수로서 수치해석을 반복수행하여 적절한 값을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 조파영역의 길이가 목표파랑의 파장과 같아지도록 δ 값을 2.0으로 설정하였다. 수치해석에 사용한 실험조건은 Table 1과 같다.

내부조파기가 수치모형에서 목표파랑을 정확히 조파해낼 수 있다면, 단일주기의 정현파를 내부조파하고 충분한 시간이 흐른 후에 목표파 한 주기를 가지는 정현파가 무한히 반복되는 형태를 가지게 된다. Fig. 1은 일정한 수심에서 내부조파된 정현파가 전파하는 양상을 보여준다. 첫 파가 수치수조의 중앙에서($x=0.0$) 조파된 후 두개의 동일한 정현파가 좌우 양쪽 방향으로 조파되기 시작한다[Fig. 1(a)]. 첫 파는 예상대로 목표파랑의 파고보다 작게 조파되며, 첫 파가 수치수조의 외부에 도달하여 사라진 후에는 전체 수치수조에서 단일주기의 정현파가 생성된다.

Fig. 2는 수치수조안에서 완전히 발달한 후 수치모형의 의한 결과와 정현파의 정확해를 비교한 그림이다. Figs. 2(a) and 2(c)를 보면 내부조파 지점에서 파랑이 발생하는 순간 정확해보다 파고가 작게 측정되는 경우가 있었지만,

Table 1. Conditions of Numerical Simulation

수심		1.0 m	파고(H)	0.01 m
T=2 sec T=3 sec	Cell	x-방향	Total cell: 1400 (uniform cell size 0.1 m)	
		y-방향	Total cell: 10 (uniform cell size 0.1 m)	
		z-방향	Total cell: 60 (non-uniform cell size 0.005 m~0.055 m)	
		Total	Computed cell number=840,000 (140.0 m×1.0 m×1.05 m)	
T=5 sec T=7 sec	Cell	x-방향	Total cell: 1400 (uniform cell size 0.2 m)	
		y-방향	Total cell: 10 (uniform cell size 0.2 m)	
		z-방향	Total cell: 60 (non-uniform cell size 0.005 m~0.055 m)	
		Total	Computed cell number=840,000 (280.0 m×2.0 m×1.05 m)	

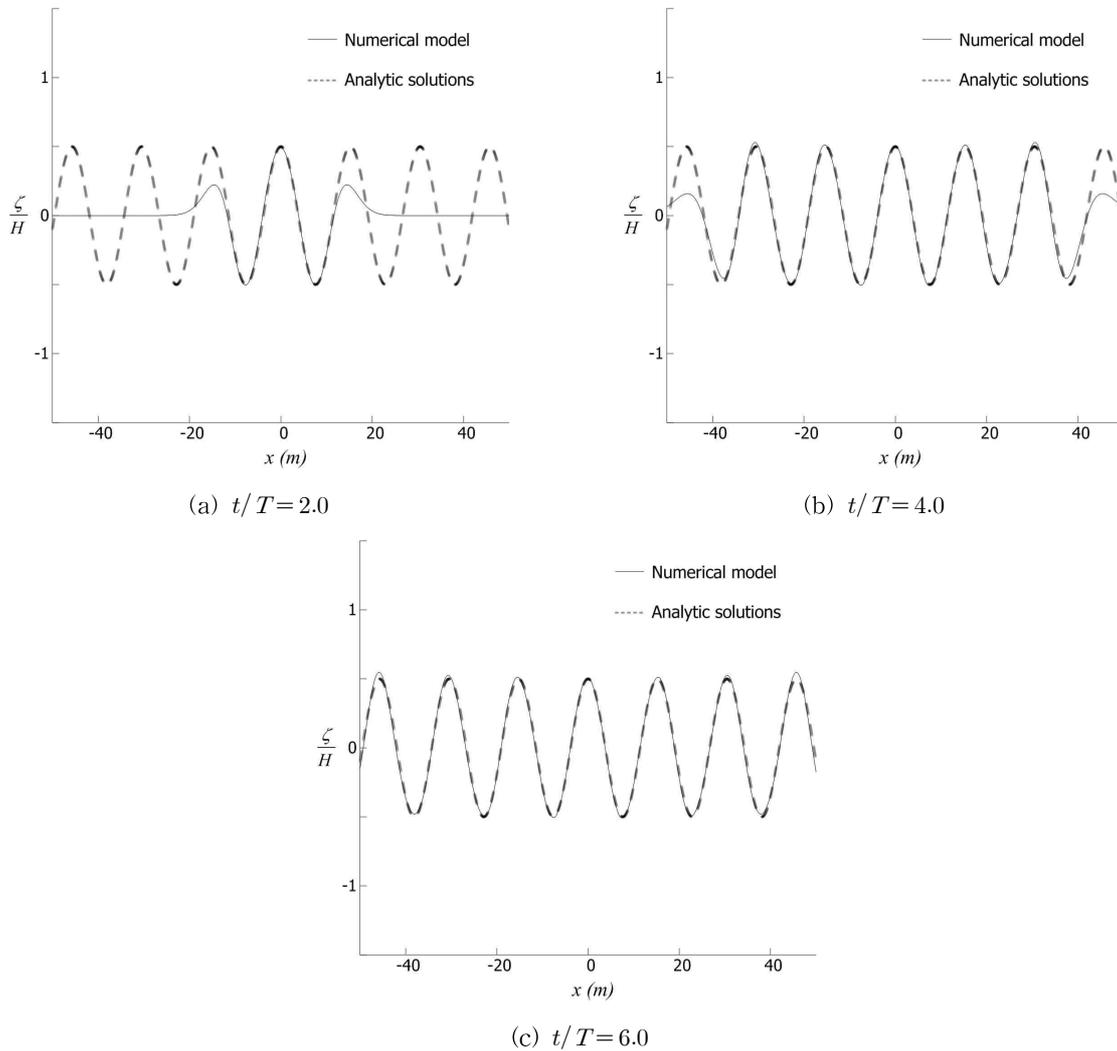


Fig. 1. Comparisons between Numerical Results Developing Inside the Computational Domain and Analytic Solutions (T=5.0 sec)

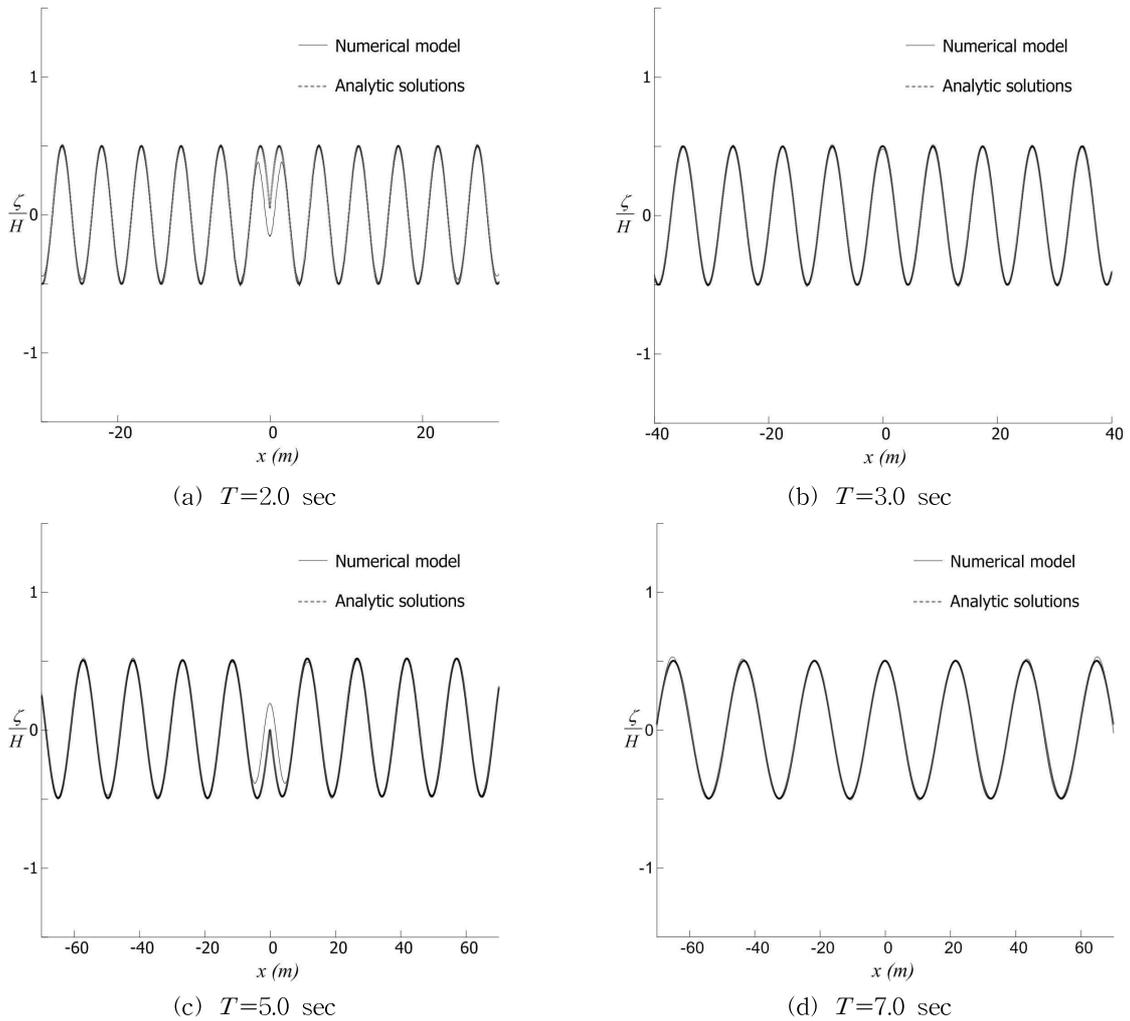


Fig. 2. Comparisons between Numerical Results (fully developed) and Analytic Solutions with Different Wave Periods

이는 조파영역 내에서 파랑이 완전하게 발달하지 못하기 때문에 발생한 오차로 조파영역을 벗어나서는 파랑이 완전히 발달하여 이러한 오차가 사라지는 걸 확인할 수 있다. 또한 Figs. 2(b) and 2(d)에서는 이러한 문제가 발생하는 않은 것으로 보아 일부의 경우에만 발생하는 작은 오차임을 확인할 수 있다. 전체적으로 수치모형에 의한 결과가 각각의 주기에서 정확해를 잘 재현하고 있다.

3.2 경사지게 입사하는 파랑의 내부조파

Boussinesq 방정식의 운동량 원천항은 수심 평균된 2차원 공간에서 유도된 식으로 방향 조파에 대한 항을 포함하고 있어 이론적으로 경사지게 입사하는 파랑의 조파가 가능하다. 따라서 운동량 원천항을 이용하게 되면 3차원 공간에서 경사지게 입사하는 파랑의 조파가 가능하게 된다. Choi and Yoon (2009)은 이러한 점에 착안하여

RANS 방정식 모형에 운동량 원천항을 이용하여 3차원 공간에서 경사지게 입사하는 파랑의 재현에 성공하였다.

Choi and Yoon (2009)은 Wei et al. (1999)의 연구와 동일하게 x 축 방향으로 조파영역의 너비를 계산하였으며, y 축 방향으로 동일하게 조파영역을 분포하여 목표파랑을 조파하였다. 따라서 내부조파된 파랑은 Fig. 3의 위쪽 영역 (㉠ (d) 영역)으로만 전파하게 된다. 즉, 조파영역으로부터 조파된 파랑이 전체 영역으로 전파하지 못하고 일부 영역은 빈 영역으로 남게 된다. Choi and Yoon (2009)은 이러한 문제를 해결하기 위해 y 축 방향의 남북 경계에서 모두 주기적 경계 조건을 적용하여 조파영역에서 조파된 파랑이 빈 영역으로까지 조파될 수 있도록 하였다. 그러나 이처럼 주기적 경계 조건을 사용하게 되면 수치수조 내에 방파제 등의 구조물이 위치하게 될 경우 구조물에 의해 반사된 파랑이 수치수조 밖으로 빠져나가지 못하고 수치수조에 쌓

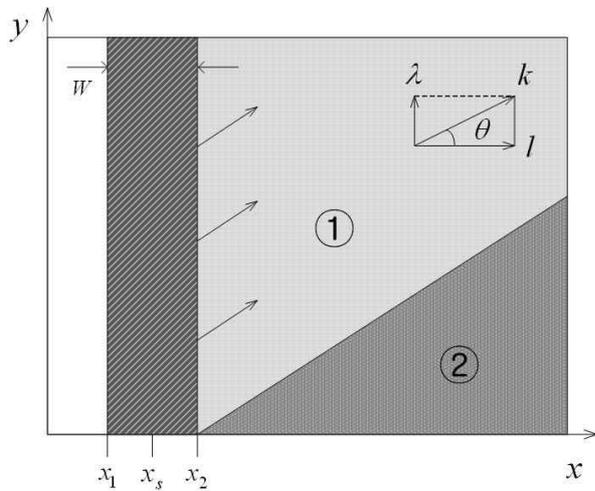


Fig. 3. Momentum Source Line (Wei et al., 1999)

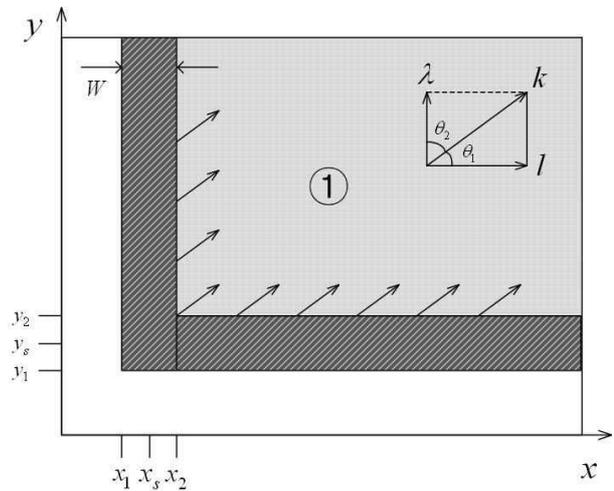


Fig. 4. L-shaped Momentum Source Line

Table 2. Conditions of Numerical Simulations

Description		Components
Water Depth (d)		0.20 m
Wave Period (T)		2.0 sec
Wave Height (H)		0.01 m
Cell	x -axis direction	140 (uniform: 0.1 m)
	y -axis direction	140 (uniform: 0.1 m)
	z -axis direction	25 (uniform: 0.01 m)
	Total	490,000 (14.0 m \times 14.0 m \times 0.25 m)

이게 되는 문제가 발생하게 된다. 이러한 수치오차는 단 시간의 수치해석을 수행할 경우 큰 문제가 되지 않지만, 장시간 수행해야 하는 파랑 변형에 대한 연구에서는 상당한 오차를 발생시켜 수치해석 결과에 심각한 영향을 주게 된다.

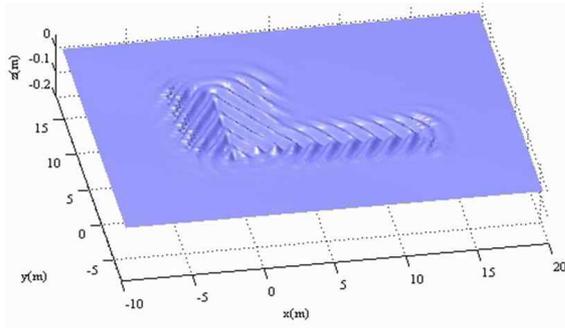
본 연구에서는 이러한 수치 오차의 발생을 줄이기 위해 L자 형태의 조파영역을 구성하여 경사지게 입사하는 파랑을 내부조파하였다. Fig. 4는 L자 형태의 조파영역을 나타내며, L자 형태의 조파영역으로부터 조파된 파랑은 추가적인 경계조건의 적용 없이 목표파랑을 전체 수치수에 발달시킬 수 있다. L자 형태의 내부조파 영역을 사용하게 되면 기존의 Wei et al. (1999)이 제시한 방법과 달리 파랑의 진행방향을 각각의 축에 대해 나누어서 운동량 원천항을 유도해야 한다. 따라서 Fig. 4에서 나타난 것처럼 x 축에 대한 파랑의 진행방향을 θ_1 으로, y 축에 대한 파랑의 진행방향을 θ_2 로 정의한다. 3차원 공간에서 단일주

기의 파랑을 경사지게 조파하기 위한 운동량 원천항은 앞의 Eqs. (18)~(20)에서 쉽게 유도할 수 있으며, 이를 통해 x 축에 대해 경사지게 진행하는 파랑에 대해 내부조파할 수 있다. 반면에 y 축에 대해 경사지게 진행하는 파랑은 x 축에 대해 진행하는 파랑의 운동량 원천항을 좌표변환하여 구할 수 있으며, 좌표변환된 운동량 원천항은 다음의 Eqs. (21)~(22)와 같다.

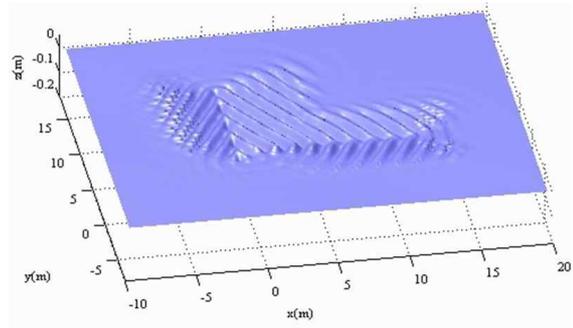
$$LS_x^{mom} = g \exp(-\beta x^2) \frac{k \sin \theta_2 D(k, \theta_2)}{\omega} \cos[(k \sin \theta_2)x - \omega t] \quad (21)$$

$$LS_y^{mom} = -g(2\beta y) \exp(-\beta y^2) \frac{D(k, \theta_2)}{\omega} \sin[(k \sin \theta_2)y - \omega t] \quad (22)$$

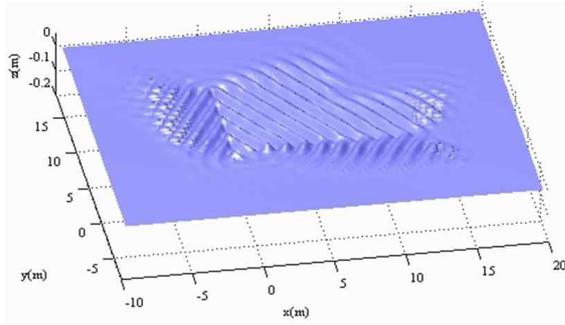
여기서, 파랑의 진행방향을 나타내는 변수인 θ_1 과 θ_2 는 각각 다른 값을 가지므로 운동량 원천항을 적용할 때 이를 주의해야 한다. 각 축에 대한 진행방향을 나타내는 θ_1 과 θ_2 의 관계는 $\theta_2 = 90^\circ - \theta_1$ 로 나타낼 수 있다.



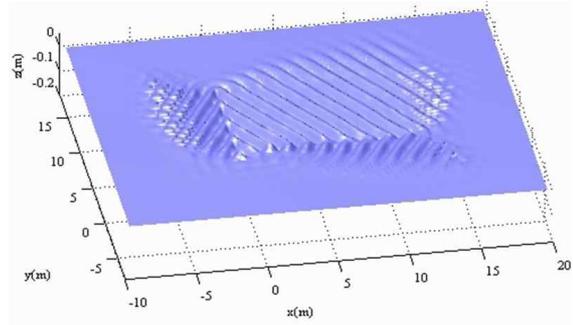
(a) $t=12.0$ sec



(b) $t=20.0$ sec



(c) $t=28.0$ sec



(d) $t=48.0$ sec

Fig. 5. Directional Wave Propagation in Three Dimensions ($\theta=30.0^\circ$)

L 자 형태의 내부조파기의 성능을 검증하기 위해 Eqs. (21)~(22)의 운동량 원천항을 적용하여 3차원 공간에서 경사지게 입사하는 파랑을 조파하였다. 수치해석에 사용한 3차원 수치수조는 Table 2와 같이 구성하였다. L 자 형태의 내부조파기는 각각 x 축 방향을 따라 $y=0.0$ 을 중심으로 배치하였고, y 축 방향을 따라 $x=0.0$ 을 중심으로 배치하였다. 조파영역의 너비는 앞서 설명한대로 목표파랑의 주기에 맞추어 계산하였다. 내부조파기의 중심으로부터 파랑이 좌우방향으로 동시에 조파되기 때문에, 수치수조의 x 축과 y 축 경계에서는 소파영역을 두어 경계에서 에너지가 수치수조 안으로 반사되지 않도록 하였다. 소파영역의 배치는 Eqs. (14)~(17)을 따랐다.

Figs. 5 and 6은 L 자형 내부조파기를 이용하여 경사지게 입사하는 파랑을 3차원 공간에서 조파한 후 일정한 수심을 지나는 모습을 나타낸다. Fig. 5는 x 축에 대한 파랑의 진행방향이 30° 일 때이며, Fig. 6은 x 축에 대한 파랑의 진행방향이 45° 일 때를 나타낸다. 파랑이 조파되기 시작하면 L 자형 내부조파기의 중심으로부터 양쪽방향으로 파랑이 나타나기 시작한다(Figs. 5(a) and 6(a)). 조파된 파랑은 수치수조의 중앙을 따라 합쳐지기 시작하고(Figs. 5(b) and 6(b)), 조파되지 않은 영역으로 발생하는 파랑의 회절 현상은 나타나지 않는다. 충분한 시간이 흐른 후에는 수

치수조의 전 영역에서 파랑이 발달하게 된다(Figs. 5(d) and 6(d)). 또한, x 와 y 축 방향 경계에 배치한 소파영역에서 외해로 빠져나가는 파랑을 흡수하여 재반사로 인한 오차가 나타나지 않는 것을 확인할 수 있다.

Figs. 7 and 8은 L 자형 내부조파기에 의해 조파된 파랑의 자유수면변위와 그에 해당하는 정현파의 정확해를 비교하고 있다. x 축과 y 축에 평행하게 절단된 수치수조의 각 단면에서 수치해석 결과와 정확해의 자유수면을 도시하였다. 계산된 결과를 보면 L 자형 내부조파기의 x 축과 y 축을 따라 조파된 각 파랑이 수치수조 중앙에서 합쳐질 때, 약간의 교란이 발생하여 정확해와 살짝 어긋나는 것을 확인할 수 있다. 그러나 정확해와 비교할 때 파고의 정량적인 차이도 매우 미세한 걸 확인할 수 있다. 따라서 전체적으로 계산된 결과가 정현파의 정확해를 잘 나타내고 있다고 사료되며, 나아가 L 자형 내부조파기를 사용하여 목표파랑을 정확하게 재현할 수 있다고 판단된다.

3.3 완경사 지형에 경사지게 입사하는 파랑

파랑이 일정하지 않은 지형을 통과하게 되면 지형의 변화에 따라 천수효과로 인한 파고의 증폭이나 파랑의 굴절 등의 변형을 일으키게 된다. 따라서 수치모형을 이용하여

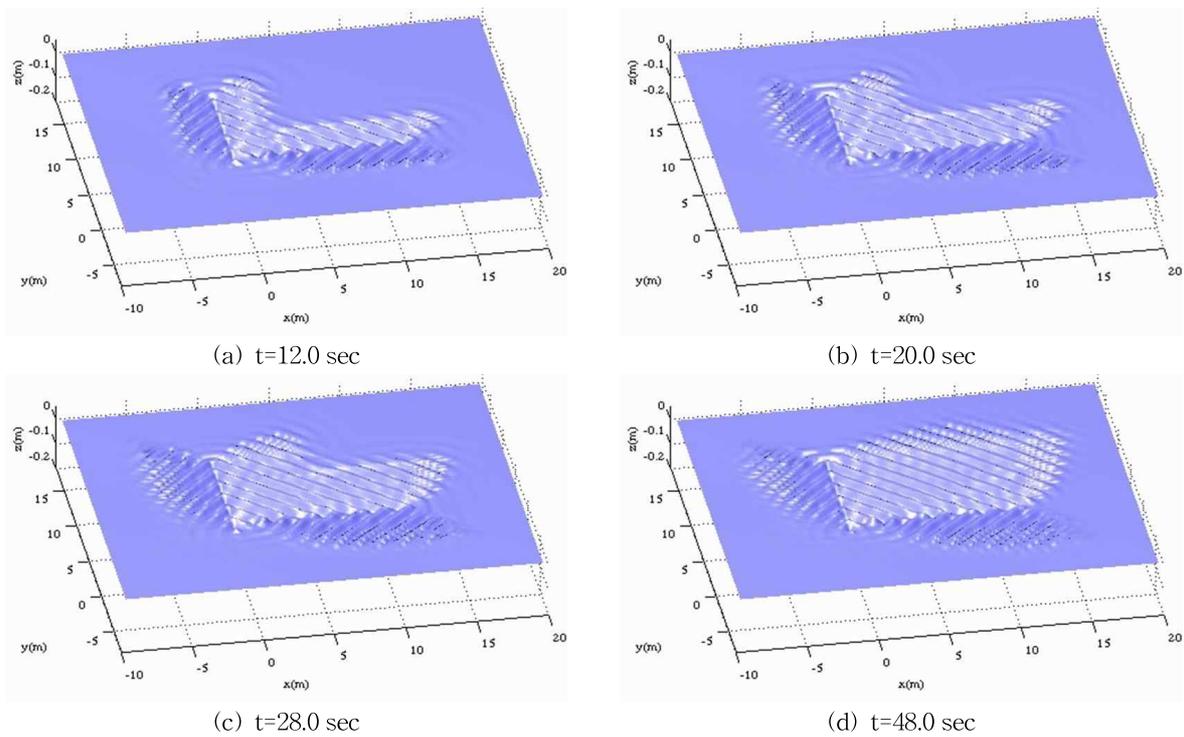


Fig. 6. Directional Wave Propagation in Three Dimensions ($\theta=45.0^\circ$)

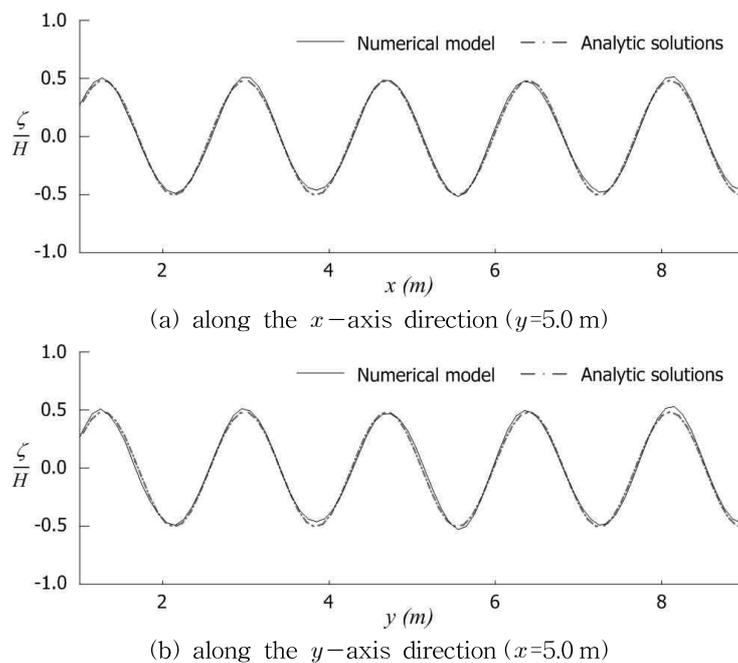
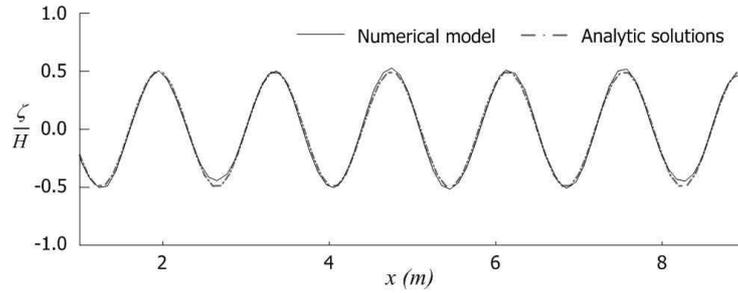


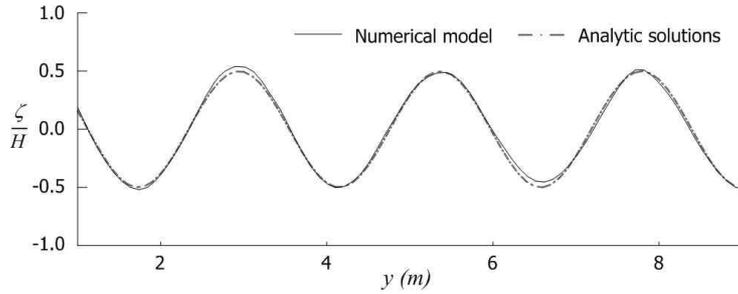
Fig. 7. Comparisons of Free Surface Displacements between Numerical Results and Analytic Solutions ($\theta=45.0^\circ$)

복잡한 파랑변형을 예측하기 위해 앞서 수치모형이 지형의 변화에 의한 파랑의 변형을 얼마나 잘 재현해낼 수 있는가를 점검하는 일이 반드시 필요하다. 일정한 경사를 가

지는 완경사 지형은 지형변화에 의한 파랑의 변형을 잘 보여주는 지형으로서, 간단한 실험으로 수치모형의 성능을 검증할 수 있어 그동안 많은 연구에서 사용되어 왔다.



(a) along the x -axis direction ($y=5.0$ m)



(b) along the y -axis direction ($x=5.0$ m)

Fig. 8. Comparisons of Free Surface Displacements between Numerical Results and Analytic Solutions ($\theta=30.0^\circ$)

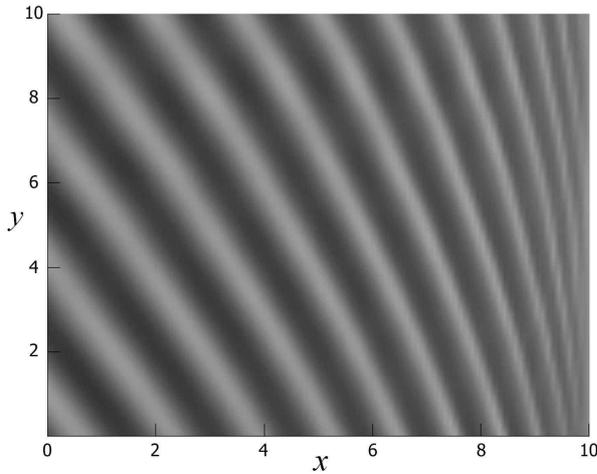


Fig. 9. Directional Wave Propagation on a Plane Beach ($\theta=30.0^\circ$)

본 연구에서는 완경사 지형에 경사지게 입사하는 파랑을 내부조파하여 파랑의 변형을 수치모의하였다. 입사파랑의 조파를 위해 앞서 설명한 L 자 형태의 내부조파기법을 사용하였다. 입사파랑은 파고가 1 cm, 주기가 2.0 sec인 정현파로 수심이 30.0cm로 일정한 평면에서 조파하였으며, 1:33.33의 완경사 지형을 30.0° 의 입사각으로 지난다.

Fig. 9는 완경사를 지나는 파랑의 수치실험 결과를 나타낸 그림이다. 파랑이 완경사를 지나게 되면 파랑의 굴절이 발생하고 파고가 증폭되는 현상 등이 나타나게 되는

데 수치실험 결과가 이러한 현상을 잘 재현하고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 Choi and Yoon (2009)이 제안한 운동량 원천항을 이용하는 내부조파기법을 확장한 L 자형 내부조파기법을 LES기반의 수치모형에 적용하였으며, 3차원 공간에서 경사지게 입사하는 정현파를 조파하고 정확해와 비교 및 검증하였다. 수치해석 결과 L 자형 내부조파기법은 목표파랑의 조파에 효율적인 것으로 나타났으며, 구조물 등에 의한 파랑 변형에 대한 연구에 적용 가능한 것으로 판단된다. 아직까지 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형의 적용이 단순한 지형에 머물고 있으나, 좀 더 다양하고 복잡한 사례를 통한 검증이 이루어진다면 기존의 2차원 수치모형에서 다룰 수 없는 다양한 사례에 대한 추가 연구가 가능할 것으로 사료된다.

내부조파기법은 파랑 변형에 대한 연구를 수행하는 많은 연구자들에 의해 꾸준히 진행되어 왔다. 그러나 아직까지 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형에서 목표파랑을 이론적으로 정확하게 재현해내는 기법은 개발되지 못하고 있다. 질량 원천항을 활용한 기법은 자유수면과 유속의 발달 과정에서 물리적으로 실제 현상에 위배되는 현상이 발생할 가능성을 가지고 있다. 예를 들면, 고립파를 조파할 경우 자유수면이 최대가 되는 순간에 조파지점에서

연직방향 유속이 최소가 되어야하지만 수치모형에서는 조파지점에서 유속이 최대가 되는 문제가 발생하게 된다. 한편, 본 연구에서 사용한 운동량 원천항을 이용한 내부 조파기법은 Boussinesq 방정식에서 유도된 운동량 원천항을 사용하기 때문에 태생적인 한계점을 가지고 있다. 앞으로 이에 대한 추가적인 연구가 진행된다면 이론적으로 좀 더 정확한 내부조파기법이 개발될 것으로 보이며, 좀 더 다방면으로 활용 가능할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (2010-0022337).

참고문헌

하태민, 김형준, 조용식 (2010). “내부조파기법을 활용한 Navier-Stokes 방정식 모형의 고립파 처오름 수치모의.” **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제43권, 제9호, pp. 801-811.

Choi, J.W., and Yoon, S.B. (2009). “Numerical simulation using momentum source wave-maker applied RANS equation model.” *Coastal Engineering*, Vol. 56, No. 10, pp. 1043-1060.

Deardorff, J.W. (1970). “A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers.” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 41, No. 2, pp. 453-480.

Hafsia, Z., Hadj, M.B., Lamoulmi, H., and Maalel, K. (2009). “Internal inlet for wave generation and absorption treatment.” *Coastal Engineering*, Vol. 56, No. 9, pp. 951-959.

Lee, C.H., Cho, Y.-S., and Yum, K. (2001). “Internal generation of waves for extended Boussinesq equations.” *Coastal Engineering*, Vol. 42, No. 2, pp. 155-162.

Lee, C.H., and Suh, K.D. (1998). “Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations.” *Coastal Engineering*, Vol. 34, No. 1-2, pp. 35-57.

Li, B. (2008). “A 3-D model based on Navier-Stokes

equations for regular and irregular water wave propagation.” *Ocean Engineering*, Vol. 35, No. 17-18, pp. 1842-1853.

Lin, P. (2008). *Numerical modeling of water waves*. Taylor & Francis, London and New York.

Lin, P., and Liu, P.L.-F. (1998). “A numerical study of breaking waves in the surf zone.” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 359, No. 1, pp. 239-264.

Lin, P., and Liu, P.L.-F. (1999). “Internal wave-maker for Navier-Stokes equations models.” *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 125, No. 4, pp. 207-215.

Lin, P., and Liu, P. L.-F. (2004). Discussion of “Vertical variation of the flow across the surf zone.” *Coastal Engineering*, Vol. 50, No. 3, pp. 161-164.

Liu, D., and Lin, P. (2008). “A numerical study of three-dimensional liquid sloshing in tanks.” *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 8, pp. 3921-3939.

Liu, D., and Lin, P. (2009). “Three-dimensional liquid sloshing in a tank with baffles.” *Ocean Engineering*, Vol. 36, No. 2, pp. 202-212.

Nwogu, O. (1993). “Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation.” *Journal of Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering*, Vol. 119, No. 6, pp. 618-638.

Pope, S.B. (2000) *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, New York, USA.

Smagorinsky, J. (1963). “General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic equations.” *Monthly Weather Review*, Vol. 91, No. 3, pp. 99-164.

Wei, G., and Kirby, J.T. (1995). “Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations.” *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 121, No. 5, pp. 251-261.

Wei, G., Kirby, J.T., and Sinha, A. (1999). “Generation of waves in Boussinesq models using a source function method.” *Coastal Engineering*, Vol. 36, No. 4, pp. 271-299.

논문번호: 12-013	접수: 2012.02.12
수정일자: 2012.03.08	심사완료: 2012.03.08