

## 난류 파이프 유동 내 물질전달에서의 경계조건 영향

강창우, 양경수\*

인하대학교 기계공학부

### THE EFFECTS OF WALL BOUNDARY CONDITIONS ON MASS TRANSFER IN TURBULENT PIPE FLOW

Changwoo Kang and Kyung-Soo Yang\*

Dept. of Mechanical Engineering, Inha Univ.

*Direct Numerical Simulation(DNS) of turbulent mass transfer in fully developed turbulent pipe flow has been performed to study the effect of wall boundary conditions on the concentration fields at  $Re_\tau=180$  based on friction velocity and pipe radius. Fully developed turbulent pipe flows for  $Sc=0.71$  are studied with two different wall boundary conditions, namely, constant mass flux and constant wall concentration. The mean concentration profiles and turbulent mass fluxes obtained from the present DNS are in good agreement with the previous numerical results currently available. To investigate the effects of wall boundary condition on the turbulent mass transfer, the mean concentration profile, root-mean-square of concentration fluctuation, turbulent mass fluxes and higher-order statistics(Skewness and Flatness factor) are compared for the two cases. Furthermore, the budgets of turbulent mass fluxes and concentration variance were computed and analyzed to elucidate the effects of wall boundary conditions on the turbulent mass transfer.*

**Key Words :** 난류 파이프 유동(Turbulent pipe flow), 물질전달(Mass transfer), 경계조건(Boundary condition)

### 1. 서 론

난류 경계층에서의 열 및 물질전달은 공학적인 관점에서 매우 관심이 높은 분야로 많은 연구자들에 의하여 벽면 근처 난류 경계층 내에서의 난류 유동 및 스칼라 수송에 관한 많은 실험 및 수치적 연구가 진행되어 왔다. 특히 Direct Numerical Simulation(DNS)은 지난 20년 동안 난류 유동 및 스칼라 수송에 대한 메커니즘 연구에서 가장 기본적이고 중요한 수치해석 방법이 되어왔다. 과거 난류 유동 내 스칼라 수송에 대한 DNS 연구는 주로 채널유동에서 다양한 레이놀즈 수와 스칼라 경계조건에서 폭넓게 이루어졌다. Kim et al.[1]은  $Re_\tau=180$ ,  $Sc(=Pr)=0.71$ 의 채널유동에서 유체 내에서

일정하게 생성된 스칼라가 단열된 벽면에서 소멸된다는 가정 하에 DNS를 수행하였다. Kasagi et al.[2]은 벽면에서의 heat flux가 일정한  $Re_\tau=150$ ,  $Sc(=Pr)=0.7$ 의 채널유동에서 DNS를 수행하였다. 그 후 Kawamura et al.[3]은  $Re_\tau=180$ 인 채널 유동에서 벽면에서의 heat flux가 일정한 경우에 대하여  $Pr$ 를 0.025에서 5.0까지 변화시켜가며  $Pr$ 에 대한 영향을 파악하기 위한 DNS를 수행하였으며, Kawamura et al.[4]은  $Re_\tau=395$ 에서  $Pr$ 를 0.025, 0.2, 0.71로 변화시켜가며 DNS를 이용한 수치적 연구를 수행하였다. 이후 난류 채널유동에서 DNS 연구는 활발히 수행되어지고 있다. 반면 공학적인 부분에서 응용성이 더 높은 난류 파이프 유동에 대한 DNS 연구는 채널유동에 비하여 상대적으로 부족하다. 난류 파이프 유동에서의 DNS를 이용한 열 및 물질전달 연구는 Satake and Kunugi[5]에 의하여 시작되었다. 그들은 벽면에서의 heat flux가 일정한 경우에 대하여  $Re_\tau=180$ ,  $Sc(=Pr)=0.71$ 의 파이프 유동에서 DNS를 수행하였다. 그 후 Piller[6]은  $Re_\tau=180$ ,  $Sc(=Pr)=0.71$ 에서 벽면에서의 경계조건 변화에 따른 난류 열전달의 특성을 파

Received: May 1, 2011, Revised: May 29, 2012,

Accepted: May 30, 2012.

\* Corresponding author, E-mail: ksyang@inha.ac.kr

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2012.17.2.042>

© KSCFE 2012

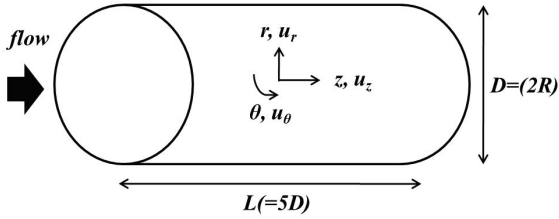


Fig. 1 Geometry

약하였으며, Redjem-Saad et al.[7]는 벽면에서의 heat flux가 일정한 경우에 대하여  $Re_\tau=186$ ,  $Sc(=Pr)=0.71$ 의 파이프 유동에서 DNS를 수행하였다. 최근에 Saha et al.[8]은  $Re_\tau=170$  이고 벽면에서의 heat flux가 일정한 경우에 대하여  $Pr$ 를 0.025에서 2.0까지 변화시켜가며 난류 열전달에서 파이프의 축방향 길이가 난류 통계치에 미치는 영향을 알아보았다.

실제 공학적으로 많은 부분에서 응용되고 있는 파이프 유동의 경우 열 및 물질전달이 활발히 일어나는 벽면 근처의 난류 경계층에서의 경계조건에 영향을 받는다. 따라서 본 연구에서는 벽면에서의 경계조건이 난류 파이프 유동 내 물질 전달에 미치는 영향을 알아보기 위한 DNS 연구를 수행하였다. 각 경계조건에 따른 난류 통계치를 기존의 연구결과들과 비교하였을 뿐만 아니라 기존의 연구[6]에서 수행되지 않았던 벽면에서의 농도가 일정한 조건에 대한 난류 통계치 및 turbulent mass flux의 수치를 계산하였다.

2. 수치해석 기법

본 연구에서 사용된 비압축성 연속, 운동량, 농도 수송 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}) \tag{2}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}c) = \alpha \nabla \cdot (\nabla c) \tag{3}$$

여기서  $\mathbf{u}$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $P$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$ 는 각각 속도벡터, 몰농도, 밀도, 압력, 동점성계수, 몰확산계수이다.

위의 지배방정식들은 원통좌표계에서 유한체적법(Finite Volume Method)을 사용하여 차분되었다. 공간에서의 차분은 2차 정확도를 갖는 중앙차분법(Central Difference Scheme)이 사용되었다. 시간에서의 적분은 원통좌표계에서의 계산 효율을 높이기 위하여 Akselvoll and Moin[9]이 제시한 이차정확도의 시간 전진 기법을 사용하였다. 원통 좌표계의 계산영역은

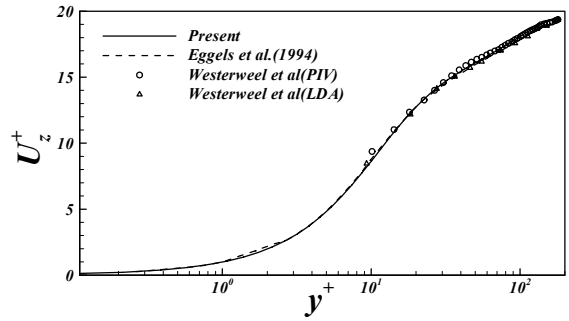


Fig. 2 Axial mean velocity profile for  $Re_\tau=180$

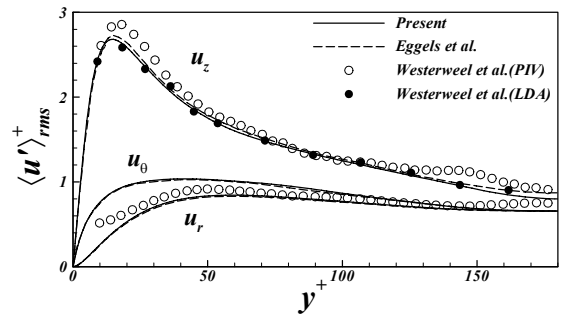


Fig. 3 Root-Mean-Square velocity fluctuations for  $Re_\tau=180$

내부영역( $0 \leq r \leq r_c$ )과 바깥영역( $r \geq r_c$ )으로 분리된다. 내부영역(core region)에서는 회전방향의 대류항과 점성항은 명시적으로 적분되고, 나머지 항들은 명시적으로 적분된다[9]. 바깥영역(outer region)에서는 반경방향의 대류항과 점성항은 명시적으로 적분되고, 나머지 항들은 명시적으로 적분된다. 두 영역에서 명시적으로 적분되는 항들은 3차 정확도의 Runge-Kutta 방법이 사용되었고, 명시적으로 적분되는 항들은 2차 정확도의 Crank-Nicolson 방법이 사용되었다. 여기서  $r_c$ 는 내부영역과 바깥영역의 교차점이며, 본 연구에서  $r_c \approx 0.5R$ 에 위치한다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리하기 위하여 Fractional Step 기법이 사용되었다[10].

유동장에 대한 경계조건으로는 주유동방향( $z$ )으로 주기조건이 적용되었고, 벽면에서는 no-slip 조건이 사용되었다. 농도장에 대한 경계조건으로는 유동방향( $z$ )으로 주기조건이 적용되었고, 벽면에서는 mass flux( $j_w$ )가 일정한 조건(constant mass flux, CMF)과 표면 농도( $c_w$ )가 일정한 조건(constant wall concentration, CWC)이 고려되었다[2-7].  $Sc(=\nu/\alpha = Pr)$ 는 0.71로 고정하였다.

Fig. 1은 본 연구에서 수행된 원형 직관의 형상과 좌표계를 보여준다. 반경  $R$ 에 대한 계산영역의 길이( $L$ )는  $10R$ 로 Eggels

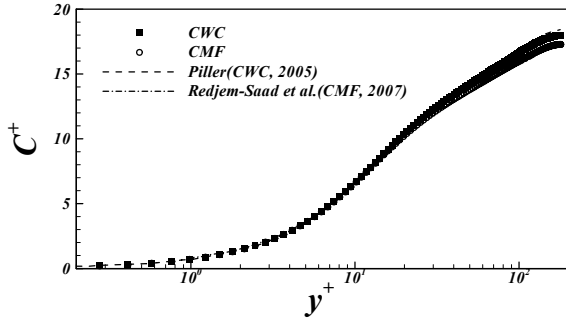


Fig. 4 Mean concentration profiles

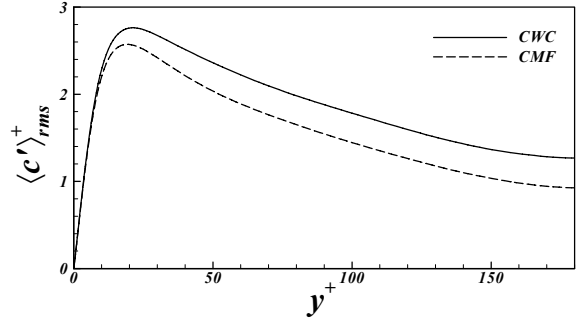


Fig. 5 Root-Mean-Square of concentration variance

et al.[11]의 계산영역과 동일하며 모든 변수는 friction velocity ( $u_\tau$ )와 파이프의 반경( $R$ ), friction concentration( $c_\tau = j_w \alpha / u_\tau$ )로 무차원화 된다. 계산에 사용된 격자수 및 크기는 Table 1과 같다. 여기서 격자 크기는 wall-unit( $\nu / u_\tau$ )으로 나타내었다.

본 연구에서 사용된 코드의 검증을 위하여  $Re_\tau (= u_\tau R / \nu) = 180$ 인 경우의 축방향 평균 속도분포와 각 속도 성분 RMS(Root-Mean-Square) 값들을 기존 연구결과들과 비교하여 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다. 여기서  $\langle \rangle$ 는 시간 및 homogeneous 방향으로의 공간 평균을 의미한다. 기존 Eggels et al.[11]의 연구결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 본 연구에서의 모든 난류 통계량은 10 time-unit 동안 통계처리 되었다.

### 3. 결과

#### 3.1 평균 농도분포와 Sherwood 수

Fig. 4는 벽면에서의 농도장 경계조건에 따른 평균 농도분포를 기존의 DNS 결과와 비교하여 나타낸 것이다. 여기서 농도 성분( $c^+$ )은 벽면에서의 농도( $c_w$ )와 friction concentration로 무차원화 되었다( $c^+ = (c_w - c) / c_\tau$ ). 벽면에서의 농도 경계조건이 CWC인 경우 Piller의 DNS 결과와 잘 일치하며, CMF인 경우에도 Redjem-Saad et al.[7]의 DNS 결과와 잘 일치한다. 경계조건이 다르지만 평균 농도분포는 유사한 결과를 보인다. 벽면 근처( $y^+ < 30$ )에서 두 경우의 평균 농도분포는 거의 같지만, 벽면으로부터 멀어짐( $y^+ > 30$ )에 따라 CWC인 경우의 평균 농도분포가 CMF인 경우보다 커지는 것을 확인할 수 있다. 이는 CMF인 경우가 CWC인 경우보다 파이프의 중심부로

의 물질 전달률이 높음을 의미하며, 다음과 같이 정의되는 Sherwood number로부터 확인할 수 있다.

$$Sh = \frac{k_m D}{\alpha} \tag{4}$$

여기서  $k_m (= j_w / (c_w - c_b))$ 은 mass transfer coefficient이며  $c_b$ 는 bulk concentration,  $D$ 는 파이프의 직경이다[12]. Table 2는 본 연구에서 계산된 평균 Sherwood 수( $\langle Sh \rangle$ )를 기존 연구결과들과 비교하여 나타낸 것이다. 벽면에서의 경계조건이 CMF인 경우에 CWC인 경우보다  $\langle Sh \rangle$ 가 높은 것을 확인할 수 있다. 따라서 위의 평균 농도분포 결과와  $\langle Sh \rangle$ 로부터 CMF인 경우가 CWC인 경우보다 물질 전달률이 높음을 확인할 수 있다.

logarithmic region에서의 평균 농도분포는 Kader[13]의 실험으로부터 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$C^+ = \alpha \ln y^+ + \beta(Sc) \tag{5}$$

$$\beta(Sc) = (3.85 Sc^{1/3} - 1.3)^2 + \alpha \ln Sc \tag{6}$$

여기서  $\alpha = 2.12$ 이며,  $Sc = 0.71$ 인 경우  $\beta = 3.83$ 이다. 본 연구에서 계산된 상수  $\alpha, \beta$ 는 CWC인 경우  $\alpha \approx 3.5, \beta \approx 0.51$ 이며 CMF인 경우  $\alpha \approx 3.2, \beta \approx 1.4$ 로 Kader[13]의 실험값과

Table 1 Grid resolution

$Re_\tau$	$N_r \times N_\theta \times N_z$	$\Delta r_{min}^+$	$R^+ \Delta \theta$	$\Delta z^+$
180	128(r) $\times$ 128( $\theta$ ) $\times$ 256(z)	0.0136	8.836	7.03

Table 2 Sherwood number

Case	B.C	$Re_\tau$	$\langle Sh \rangle$
Present	CMF	180	18.44
Satake et al.[5]	CMF	180	18.74
Redjem-Saad et al.[7]	CMF	186	19.36
Piller[6]	CMF	180	18.54
Present	CWC	180	17.57
Piller[6]	CWC	180	17.44

\*B.C : Boundary Condition at wall

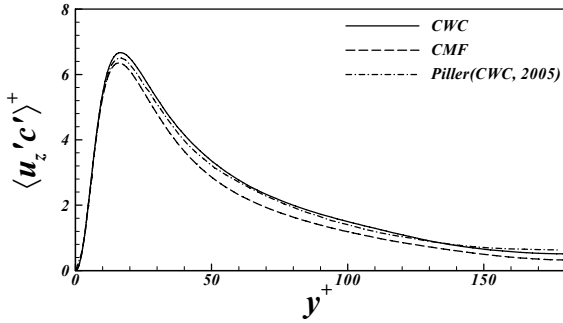


Fig. 6 Streamwise turbulent mass fluxes

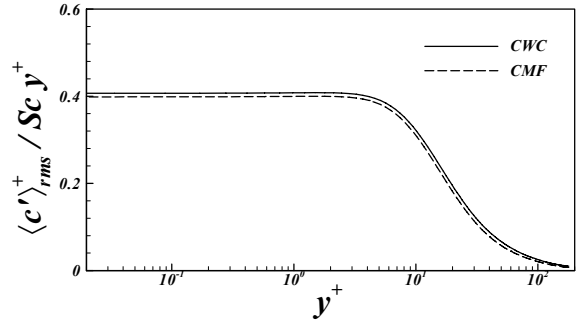


Fig. 8 Distributions of  $\langle c' \rangle_{rms}^+ / Sc y^+$

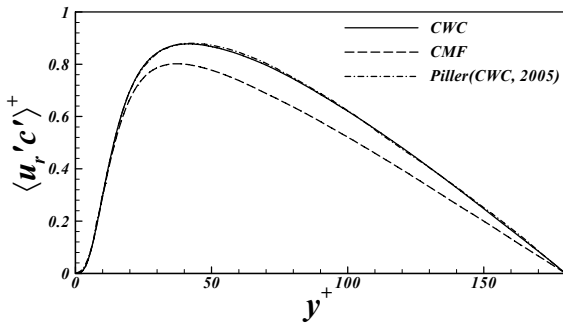


Fig. 7 Wall-normal turbulent mass fluxes

다소 차이를 보였다. 이는 Kader[13]의 실험은 높은  $Re(\geq 10^4)$ 에서 수행되었기 때문이다.

### 3.2 농도섭동

Fig. 5는 농도장 경계조건에 따른 농도섭동의 RMS 값을 보여준다. 벽면 근처( $y^+ < 5$ )에서 두 경우의 RMS 값은 거의 같은 값을 보이지만, 벽면으로부터 멀어짐에 따라 CWC인 경우의 RMS 값이 CMF인 경우보다 커지는 것을 확인할 수 있다. 농도섭동의 RMS가 최대가 되는 위치는 경계조건이 CWC인 경우  $y^+ \approx 21$ 이며, CMF인 경우  $y^+ \approx 19$ 으로 CMF인 경우가 CWC인 경우에 비하여 좀 더 벽면에 가까운 것을 확인할 수 있다. 그리고 RMS의 최대 값은 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 큰 것을 알 수 있다.

### 3.3 난류 물질 유속

Fig. 6과 Fig. 7은 각각 농도장 경계조건에 따른 주유동방향과 반경방향으로의 turbulent mass flux를 Piller[6]의 계산결과와 비교하여 나타낸 것이다. 벽면에서의 농도장 경계조건이 CWC인 경우 본 연구에서의 turbulent mass flux 분포와 Piller[6]의 계산결과가 잘 일치한다. 벽면 근처에서 두 경우의 turbulent

mass flux 분포는 거의 같지만, 벽면에서 멀어짐에 따라 CWC인 경우의 turbulent mass flux의 크기가 더 큰 것을 확인할 수 있다. 주유동방향으로의 turbulent mass flux의 크기가 최대가 되는 위치는 CWC인 경우  $y^+ \approx 17$ , CMF인 경우  $y^+ \approx 16$ 으로 CMF인 경우가 CWC인 경우보다 다소 벽면에 가깝다. 반경방향으로의 turbulent mass flux의 크기가 최대가 되는 위치는 CWC인 경우  $y^+ \approx 41.5$ , CMF인 경우  $y^+ \approx 37.4$ 으로 CMF인 경우가 CWC인 경우보다 다소 벽면에 가깝다.

### 3.4 벽면에서의 섭동 성분의 거동

벽면 근처에서 속도섭동 및 농도섭동은 다음과 같이 wall-unit( $y^+$ )의 항으로 표현된다[3].

$$u_r'^+ = c_r y^{+2} + d_r y^{+3} + \dots \tag{7}$$

$$u_\theta'^+ = b_\theta y^{+2} + c_\theta y^{+2} + \dots \tag{8}$$

$$u_z'^+ = b_z y^{+2} + c_z y^{+2} + \dots \tag{9}$$

$$c'^+ = Sc(b_y y^{+2} + c_y y^{+2} + \dots) \tag{10}$$

이 관계식들로부터 turbulent mass fluxes는 다음과 같이 표현된다[3].

$$\langle u_r' c' \rangle^+ = Sc(\langle c_r b_c \rangle y^{+3} + \langle d_r b_c \rangle y^{+4} + \dots) \tag{11}$$

$$\langle u_z' c' \rangle^+ = Sc(\langle b_z b_c \rangle y^{+2} + \langle c_z b_c \rangle y^{+3} + \dots) \tag{12}$$

Fig. 8에서 벽면으로 근접함에 따라 농도섭동의 RMS 값은  $\langle c' \rangle^+ \approx \langle b_c \rangle Sc y^+$ 로 근점함(asymptotic behaviour)을 확인할 수 있다. 이때  $\langle b_c \rangle$ 의 근점 값(asymptotic value)은 CWC인 경우 약 0.406이며 CMF인 경우 약 0.399로 CWC인 경우의 근점 값이 CMF인 경우 보다 다소 크게 계산되었다. 이는 Redjem-Saad et al.[7]의 계산결과( $\langle b_c \rangle \approx 0.4$ )와도 잘 일치한다.

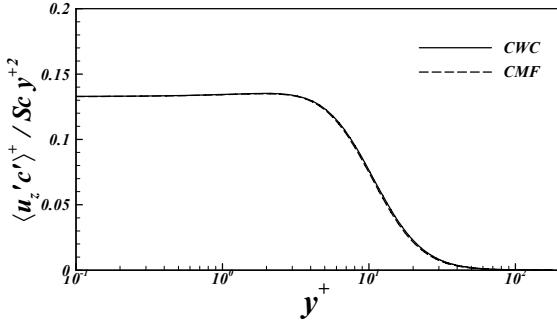


Fig. 9 Logarithmic plot of streamwise turbulent mass fluxes

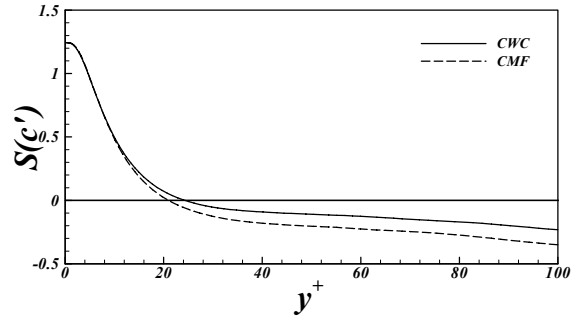


Fig. 11 Skewness factor of concentration fluctuation in the near-wall

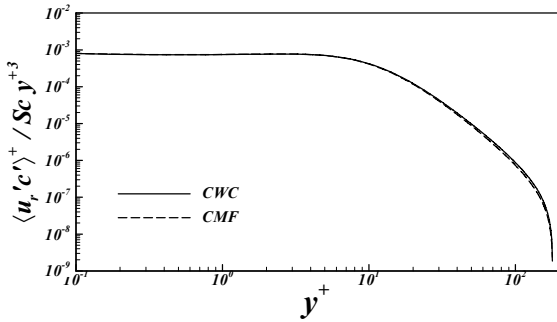


Fig. 10 Logarithmic plot of wall-normal turbulent mass fluxes

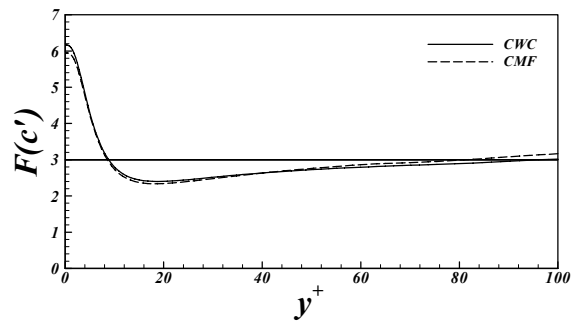


Fig. 12 Flatness factor of concentration fluctuation in the near-wall

Fig. 9에서 주유동방향으로의 turbulent mass flux는 벽면으로 근접함에 따라  $\langle u_z'c' \rangle^+ \approx \langle b_z b_c \rangle Sc y^{+2}$ 로 근접함을 확인할 수 있다. 벽면에서의 농도 경계조건이 CMF인 경우에 Redjem-Saad et al.[7]은  $\langle b_z b_c \rangle \approx 0.13$ 으로 근접함을 보였다. 본 연구의 계산에서는 CMF인 경우  $\langle b_z b_c \rangle \approx 0.133$ 으로 근접하였으며, CWC인 경우에도 같은 점근 값(asymptotic value)을 보였다.

Fig. 10에서 반경방향으로의 turbulent mass flux는 벽면으로 근접함에 따라  $\langle u_r'c' \rangle^+ \approx \langle c_r b_c \rangle Sc y^{+3}$ 로 근접함을 확인할 수 있다. 채널 유동에서의  $\langle c_r b_c \rangle$ 는 Antonia and Kim[14]의 계산결과 약  $6.75 \times 10^{-4}$ 로 확인되었으며, Kawamura et al.[3]의 계산결과 약  $7 \times 10^{-4}$ 로 확인되었다. 본 연구에서의 파이프 유동에서는 계산결과 두 경계조건에서 모두  $\langle c_r b_c \rangle \approx 8 \times 10^{-4}$ 로 확인되었다.

### 3.5 농도섭동의 Skewness와 Flatness

Fig. 11과 Fig. 12는 각각 벽면에서의 농도 경계조건 변화에 따른 농도섭동의 Skewness factor( $S(c')$ )와 Flatness factor( $F(c')$ )를 보여준다. 농도섭동의 Skewness와 Flatness는 다음과 같이 정의된다.

$$S(c') = \frac{\langle c'^3 \rangle}{\langle c'^2 \rangle^{3/2}}, \quad F(c') = \frac{\langle c'^4 \rangle}{\langle c'^2 \rangle^2} \quad (13)$$

이때 Skewness와 Flatness factor의 Gaussian distribution은 각각 0과 3이다. 농도 경계조건이 CMF인 경우 파이프의 벽면에서의  $S(c') \approx 1.24$ 로 Piller[6]의 계산결과( $S(c') \approx 1.2$ )와 잘 일치하며 경계조건이 CWC인 경우에도  $S(c') \approx 1.24$ 로 같다. 하지만 벽면에서 멀어짐에 따라 CMF인 경우의  $S(c')$ 가 CWC인 경우보다 작아지는 것을 확인할 수 있다. 벽면에서의  $F(c')$ 는 두 경계조건에서 다소 차이를 보였다. 경계조건이 CMF인 경우의 벽면에서의  $F(c') \approx 5.9$ 로 Piller[6]의 계산결과( $F(c') \approx 5.4$ )보다 다소 크게 계산되었으며, Redjem-Saad et al.[7]의 계산결과( $F(c') \approx 7$ )보다는 작게 계산되었다. CWC인 경우에는  $F(c') \approx 6.1$ 로 Piller[6]의 계산결과( $F(c') \approx 5.6$ )보다 다소 크게 계산되었다.

### 3.6 농도섭동의 수치

농도 수송방정식으로부터 유도된 농도 variance,  $k_c$  ( $= \langle c'c' \rangle / 2$ )의 수송방정식은 다음과 같다.

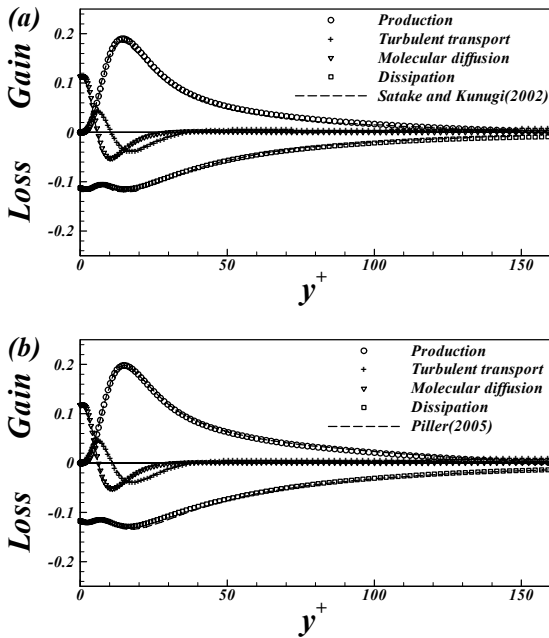


Fig. 13 Budgets of the concentration variance ; (a) constant mass flux, (b) constant wall concentration

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial k_c}{\partial t} = & \underbrace{-\langle u_k' c' \rangle \frac{\partial C}{\partial x_k}}_{\text{Production}(P_{cc})} - \underbrace{U_k \frac{\partial k_c}{\partial x_k}}_{\text{Convection}(C_{cc})} \\
 & - \underbrace{\frac{\partial \langle u_k' k_c \rangle}{\partial x_k}}_{\text{Turbulent transport}(T_{cc})} + \underbrace{\alpha \frac{\partial^2 k_c}{\partial x_k^2}}_{\text{Molecular diffusion}(M_{cc})} \\
 & - \underbrace{\alpha \left\langle \frac{\partial c'}{\partial x_k} \frac{\partial c'}{\partial x_k} \right\rangle}_{\text{Dissipation}(\epsilon_{cc})}
 \end{aligned} \quad (14)$$

본 연구에서와 같은 파이프 유동의 경우 축방향( $z$ )과 회전방향( $\theta$ )으로 homogeneous 유동으로 반경방향과 회전방향 평균속도( $U_r, U_\theta$ )는 0이며, 회전방향과 축방향으로의 평균값들의 미분 항들은 사라진다. 이와 같은 단순화가 적용된 자세한 농도 variance의 수치 식은 아래의 Appendix에 나타내었다.

Fig. 13은 각각 벽면에서의 농도조건 변화에 따른 농도 variance( $k_c$ )의 수치를 기존 연구결과들과 비교하여 나타낸 것이다. 벽면에서의 농도조건이 CMF인 경우에는 Satake and Kunugi[5]의 DNS 결과와 비교하였으며, CWC인 경우에는 Piller[6]의 DNS 결과와 비교하였다. Fig. 13에서 보는 바와 같이 본 연구에서 계산된 두 경계조건에서의 농도 variance의 수치가 기존 연구결과들과 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있

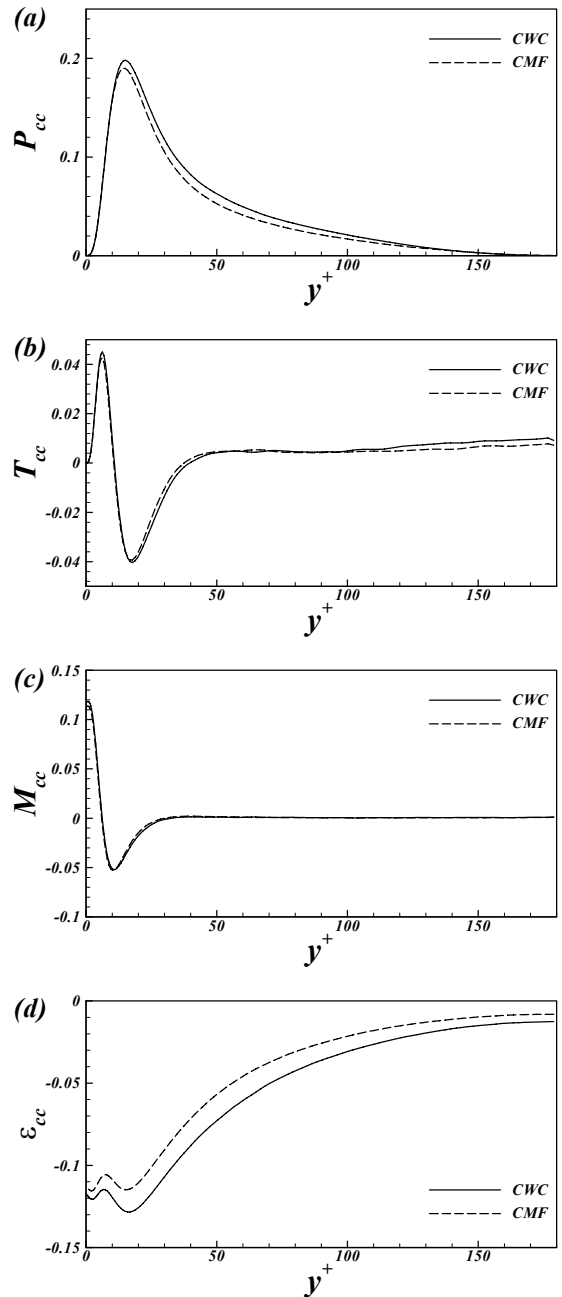


Fig. 14 Budget terms of the concentration variance ; (a)Production, (b) Turbulent transport, (c) Molecular diffusion, (d) Dissipation

다.

Fig. 14는 벽면에서의 농도조건이 CWC인 경우와 CMF인 경우에 대하여 농도 variance의 각 수치 항들을 비교하여 나

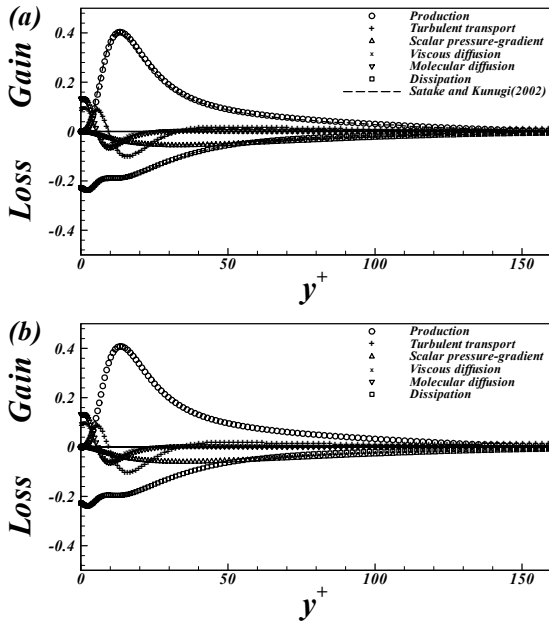


Fig. 15 Budgets of the axial turbulent mass flux ; (a) constant mass flux, (b) constant wall concentration

타낸 것이다. Production 항의 크기는 벽면 근처( $y^+ < 10$ )에서 두 경우가 같지만  $y^+ > 10$ 에서는 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 더 크다. 그리고 Production 항의 크기가 최대가 되는 위치는 CWC인 경우  $y^+ \approx 15$ , CMF인 경우  $y^+ \approx 14$ 로 CMF인 경우에 벽면에서 좀 더 가까운 위치에서 Production 항이 최대가 된다. Turbulent transport 항의 양의 크기가 최대가 되는 위치는  $y^+ \approx 6.2$ 로 같지만 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 다소 크며, 음의 크기가 최대인 위치는 CMF인 경우  $y^+ \approx 16.8$ , CWC인 경우  $y^+ \approx 17.7$ 이며 그 크기는 CWC인 경우가 다소 크다. 또한 파이프의 중심부로 향할수록 ( $y^+ > 100$ ) CWC인 경우의 Turbulent transport 항의 크기는 CMF인 경우보다 좀더 증가하는 경향을 보인다. 이는 Dissipation 항과의 균형을 맞추기 위함이다. 두 경계조건에서의 Molecular diffusion 항의 크기는 거의 같지만, 벽면 근처에서의 크기는 다소 차이를 보인다. CWC인 경우의 Molecular diffusion 항의 크기가 CMF인 경우보다 다소 큰 것을 알 수 있다. Dissipation 항은 다른 항들과 비교하여 경계조건의 영향이 가장 큰 것을 알 수 있다. 전체적으로 CWC인 경우의 Dissipation 항의 크기가 CMF인 경우보다 큰 것을 알 수 있으며, 특히 벽면에서의 Dissipation 항은 Molecular diffusion 항과 균형을 이룬다.

3.7 난류 물질 유속의 수치

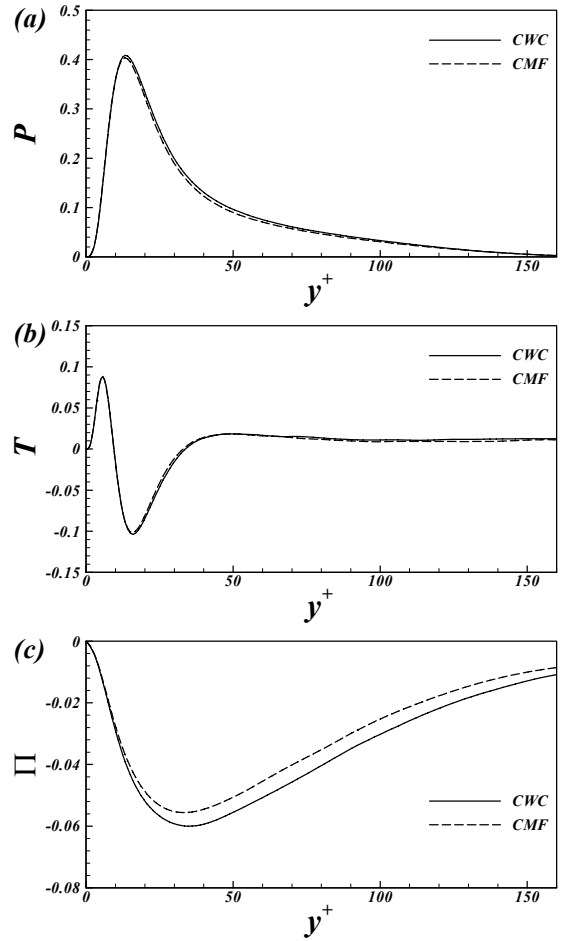


Fig. 16 Budget terms of the axial turbulent mass flux ; (a) Production, (b) Turbulent transport, (c) Scalar pressure-gradient

운동량 방정식과 농도 수송방정식으로부터 유도된 turbulent mass flux의 수송방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \langle u_i' c' \rangle}{\partial t} = & - \underbrace{\langle u_k' c' \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k}}_{Production(P)} - \underbrace{\langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial C}{\partial x_k}}_{Turbulent transport(T)} \\
 & - \underbrace{U_k \frac{\partial \langle u_i' c' \rangle}{\partial x_k}}_{Convection(C)} - \underbrace{\frac{\partial \langle u_i' u_k' c' \rangle}{\partial x_k}}_{Viscous diffusion(D)} \\
 & - \underbrace{\left\langle \frac{c'}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right\rangle}_{Scalar pressure-gradient(\Pi)} + \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left\langle c' \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right\rangle \right) \\
 & + \alpha \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left\langle u_i' \frac{\partial c'}{\partial x_k} \right\rangle \right) - (\nu + \alpha) \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial c'}{\partial x_k} \right\rangle \\
 & \underbrace{\hspace{10em}}_{Molecular diffusion(M)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{Dissipation(\epsilon)}
 \end{aligned} \tag{15}$$

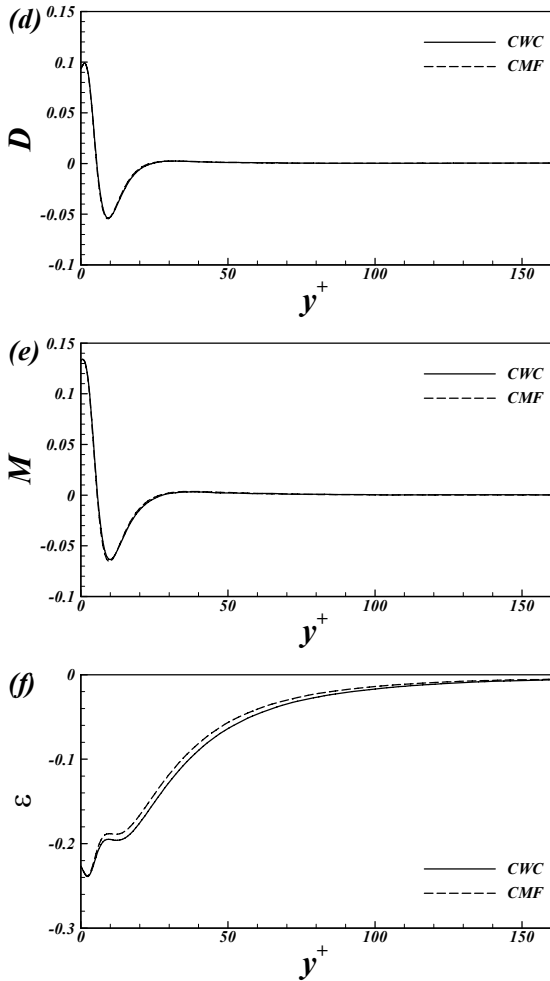


Fig. 16(Continued) Budget terms of the axial turbulent mass flux ; (d) Viscous diffusion, (e) Molecular diffusion, (f) Dissipation

위의 농도 variance의 수송방정식에서와 같은 단순화가 적용된 자세한 turbulent mass flux의 수치 식은 아래의 Appendix에 나타내었다.

3.7.1 축방향 물질 유속의 수치

Fig. 15는 각각 벽면에서의 농도조건 변화에 따른 축방향 turbulent mass flux( $\langle u_z'c' \rangle$ )의 수치를 나타낸 것이다. 벽면에서의 농도조건이 CMF인 경우 Satake and Kunugi[5]의 DNS 결과와 잘 일치한다.

Fig. 16은 벽면에서의 농도조건이 CWC인 경우와 CMF인 경우에 대하여 축방향 turbulent mass flux의 각 수치 항들을 비교하여 나타낸 것이다. Production 항의 크기는 벽면 근처

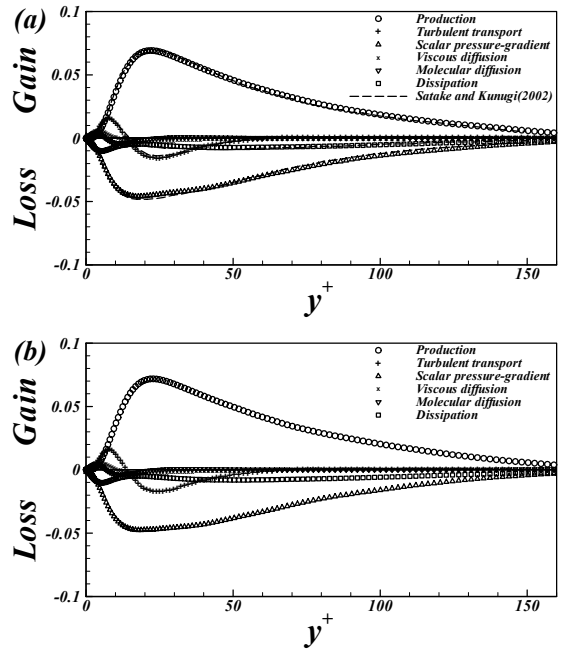


Fig. 17 Budgets of the radial turbulent mass flux ; (a) constant mass flux, (b) constant wall concentration

( $y^+ < 10$ )에서 두 경우가 같지만  $y^+ > 10$ 에서는 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 다소 크다. 그리고 Production 항의 크기가 최대가 되는 위치는 두 경우 모두  $y^+ \approx 13.3$ 으로 같다. Turbulent transport 항의 크기는 벽면 근처( $y^+ < 13$ )에서 두 경우가 같지만  $13 < y^+ < 45$  범위에서는 CWC인 경우의 turbulent transport 항의 크기가 다소 크다. Turbulent transport 항의 양의 크기가 최대가 되는 위치는  $y^+ \approx 5.65$ , 음의 크기가 최대가 되는 위치는  $y^+ \approx 15.9$ 로 두 경우가 일치한다. Scalar pressure-gradient 항의 크기는 대체로 모든 범위에서 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 다소 큰 것을 알 수 있다. Viscous diffusion 항과 Molecular diffusion 항의 크기는 경계조건 변화에 따른 영향은 없었다. Dissipation 항은 벽면에서는 같은 크기를 보이지만, 벽면으로부터 멀어짐에 따라 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 다소 큰 것을 알 수 있다.

3.7.2 반경방향 물질 유속의 수치

Fig. 17은 각각 벽면에서의 농도조건 변화에 따른 반경방향 turbulent mass flux( $\langle u_r'c' \rangle$ )의 수치를 나타낸 것이다. 벽면에서의 농도조건이 CMF인 경우 Satake and Kunugi[5]의 DNS 결과와 잘 일치한다.

Fig. 18은 벽면에서의 농도조건이 CWC인 경우와 CMF인



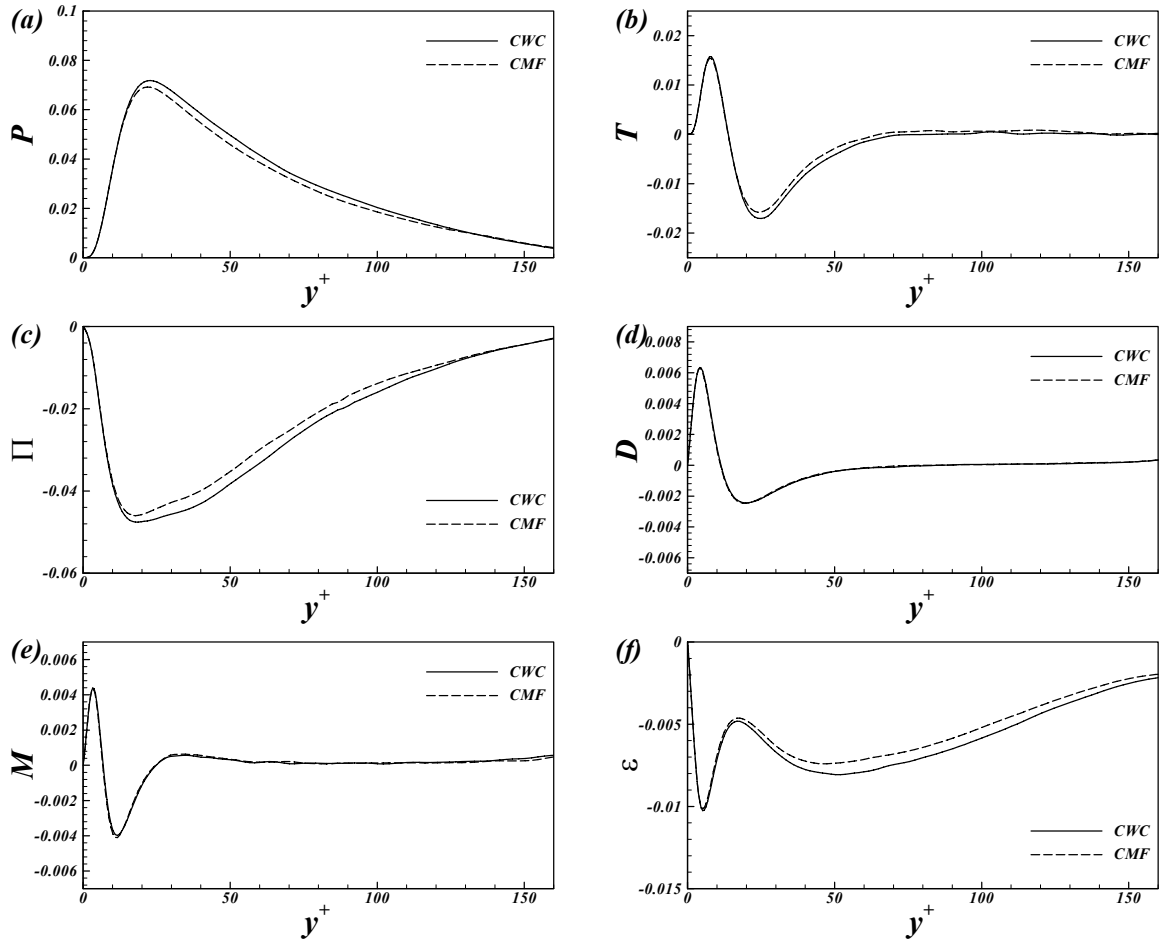


Fig. 18 Budget terms of the radial turbulent mass flux ; (a) Production, (b) Turbulent transport, (c) Scalar pressure-gradient, (d) Viscous diffusion, (e) Molecular diffusion, (f) Dissipation

경우에 대하여 반경방향 turbulent mass flux의 각 수치 항들을 비교하여 나타낸 것이다. Production 항의 크기는 벽면 근처 ( $y^+ < 10$ )에서 두 경우가 같지만  $y^+ > 10$ 에서는 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 다소 크다. 그리고 Production 항의 크기가 최대가 되는 위치는 CWC인 경우  $y^+ \approx 22.9$ , CMF인 경우  $y^+ \approx 21.7$ 로 CMF인 경우에 벽면에서 좀 더 가까운 위치에서 Production 항이 최대가 된다. Turbulent transport 항의 크기는 벽면 근처 ( $y^+ < 13$ )에서 두 경우가 같지만  $y^+ > 13$  범위에서는 CWC인 경우의 turbulent transport 항의 크기가 다소 크다. Turbulent transport 항의 양의 크기가 최대가 되는 위치는  $y^+ \approx 7.6$ , 음의 크기가 최대가 되는 위치는  $y^+ \approx 25$ 로 두 경우가 일치한다. Scalar pressure-gradient 항의 크기는 대체로 모든 범위에서 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 다소 큰 것을 알 수 있다. Viscous diffusion 항과 Molecular diffusion 항

의 크기는 경계조건 변화에 따른 영향은 없었다. Dissipation 항은 벽면 근처 ( $y^+ < 5$ )에서는 같은 크기를 보이지만, 벽면으로부터 멀어짐 ( $y^+ > 5$ )에 따라 CWC인 경우가 CMF인 경우보다 다소 큰 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 DNS를 이용하여 벽면에서의 경계조건 변화가 난류 파이프 유동 내 물질전달에 미치는 영향에 대한 수치해석적 연구를 수행하였다. DNS를 이용하여 계산된 평균 농도분포 및 turbulent mass fluxes는 기존 연구결과들과 잘 일치하였다. 파이프의 중심부에서 벽면에서의 농도조건이 CWC인 경우에 CMF인 경우보다 커졌으며, CMF인 경우의 평균 Sherwood 수가 더 높았다. 농도조건이 CWC인 경우 CMF인

경우보다 농도섭동의 RMS 값과 turbulent mass fluxes의 크기가 더 컸으며, 최대가 되는 위치는 벽면으로부터 다소 멀어졌다. 또한 벽면 근처에서의 농도섭동의 근점 값(asymptotic value)은 CWC인 경우에 CMF인 경우보다 약간 컸으며, turbulent mass fluxes의 근점 값은 경계조건의 영향을 받지 않았다. 벽면에서의 Skewness factor는 두 경우 모두 같은 값을 보였으나, 벽면으로부터 멀어짐에 따라 CMF인 경우의 Skewness factor가 다소 작은 값을 보였다. Flatness factor는 벽면에서 CWC인 경우가 다소 크게 계산되었지만, 대체로 모든 위치에서 같은 값을 보였다. 농도 variance의 수치는 Production 항과 Dissipation 항에서 경계조건의 영향이 컸다. CWC인 경우의 Production 항과 Dissipation 항의 크기가 CMF인 경우보다 컸다. turbulent mass fluxes의 수치는 Production, Dissipation, Scalar pressure-gradient 항에서 경계조건의 영향을 받았다. CWC인 경우의 Production, Dissipation, Scalar pressure-gradient 항의 크기가 CMF인 경우보다 컸다. 위와 같은 결과들은 CWC인 경우에 CMF인 경우보다 logarithm region과 core region에서 농도 섭동의 크기가 크기 때문이다. 이는 벽면에서 파이프의 중심부로의 물질 전달률이 다르기 때문이다. 벽면에서의 농도조건이 CWC인 경우에 CMF인 경우보다 물질 전달률이 낮기 때문에 파이프의 중심부에서는 농도 섭동의 크기가 증가하는 원인이 되었다.

## 후 기

본 연구는 수중운동체 특화연구센터의 지원에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

- [1] 1987, Kim, J., Moin, P. and Moser, R., "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number," *J. Fluid Mech.*, Vol.177, pp.133-166.
- [2] 1992, Kasagi, N., Tomita, Y. and Kuroda, A., "Direct numerical simulation of passive scalar field in a turbulent channel flow," *ASME J. Heat Transfer*, Vol.114, pp.598-606.
- [3] 1998, Kawamura, H., Ohsaka, K., Abe, H. and Yamamoto, K., "DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.19, pp.482-491.
- [4] 1999, Kawamura, H., Abe, H. and Matsuo, Y., "DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.20, pp.196-207.
- [5] 2002, Satake, S. and Kunugi, T., "Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in an axially rotating pipe flow; Reynolds shear stress and scalar flux budgets," *Int. J. Numer. Method. Heat Fluid Flow*, Vol.12(8), pp.958-1008.
- [6] 2005, Piller, M., "Direct numerical simulation of turbulent forced convection in a pipe," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.49, pp.583-602.
- [7] 2007, Redjem-Saad, L., Ould-Rouiss, M. and Lauriat, G., "Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in pipe flows: Effect of Prandtl number," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.28, pp.847-861.
- [8] 2011, Saha, S., Chin, C., Blackburn, H.M. and Ooi, A.S.H., "The influence of pipe length on thermal statistics computed from DNS of turbulent heat transfer," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.32, pp.1083-1097.
- [9] 1996, Akselvoll, K. and Moin, P., "An efficient method for temporal integration of the Navier-Stokes equation in confined axisymmetric geometries," *J. Comput. Phys.* Vol.125, pp.454-463.
- [10] 1985, Kim, J. and Moin, P., "Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations," *J. Comput. Phys.* Vol.59, pp.308-323.
- [11] 1994, Eggels, J.G.M., Unger, F., Weiss, M.H., Westerweel, J., Adrian, R.J., Friedrich, R. and Nieuwstadt, F.T.M., "Fully developed turbulent pipe flow : a comparison between direct numerical simulation and experiment," *J. Fluid Mech.*, Vol.268, pp.175-209.
- [12] 2004, Bejan, A., *Convection Heat Transfer 3ed*, Wiley.
- [13] 1981, Kader, B.A., "Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.24(9), pp.1541-1544.
- [14] 1991, Antonia, R.A. and Kim, J., "Turbulent Prandtl number in the near-wall region of a turbulent channel flow," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.34(7), pp.1905-1908.

## Appendix

The transport equations for the Concentration variance and Turbulent mass fluxes

<  $k_c$  - budget >

$$\frac{\partial k_c}{\partial t} = - \underbrace{\langle u_r' c' \rangle \frac{dC}{dr} + \langle u_z' c' \rangle \frac{dC}{dz}}_{\text{Production}} - \underbrace{\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \langle u_r' k_c \rangle)}_{\text{Turbulent diffusion}} + \underbrace{\frac{1}{Sc} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dk_c}{dr} \right) \right\}}_{\text{Molecular diffusion}} - \underbrace{\epsilon_c}_{\text{Dissipation}}$$

<  $u_r' c'$  - budget >

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u_r' c' \rangle}{\partial t} = & - \underbrace{\langle u_r' u_r' \rangle \frac{\partial C}{\partial r} + \langle u_r' u_z' \rangle \frac{\partial C}{\partial z}}_{\text{Production}} - \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial r \langle u_r' u_r' c' \rangle}{\partial r} + \frac{1}{r} \langle u_\theta' u_\theta' c' \rangle}_{\text{Turbulent transport}} \\ & - \underbrace{\left\langle c' \frac{\partial p'}{\partial r} \right\rangle}_{\text{Scalar pressure - gradient}} + \underbrace{\frac{1}{Re} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left\langle c' \frac{\partial u_r'}{\partial r} \right\rangle \right) - \frac{2}{r^2} \left\langle c' \frac{\partial u_\theta'}{\partial \theta} \right\rangle - \frac{1}{r^2} \langle u_r' c' \rangle \right\}}_{\text{Viscous diffusion}} \\ & + \underbrace{\frac{1}{ReSc} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left\langle u_r' \frac{\partial c'}{\partial r} \right\rangle \right) \right\}}_{\text{Molecular diffusion}} \\ & - \underbrace{\left( \frac{1}{Re} + \frac{1}{ReSc} \right) \left[ \left\langle \left( \frac{\partial u_r'}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial c'}{\partial r} \right) \right\rangle + \left\langle \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial u_r'}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\partial c'}{\partial \theta} \right) \right\rangle + \left\langle \left( \frac{\partial u_r'}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial c'}{\partial z} \right) \right\rangle \right]}_{\text{Dissipation}} \end{aligned}$$

<  $u_z' c'$  - budget >

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u_z' c' \rangle}{\partial t} = & - \underbrace{\langle u_r' c' \rangle \frac{\partial U_z}{\partial r} - \langle u_r' u_z' \rangle \frac{\partial C}{\partial r} + \langle u_z' u_z' \rangle \frac{\partial C}{\partial z}}_{\text{Production}} - \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial r \langle u_r' u_z' c' \rangle}{\partial r}}_{\text{Turbulent transport}} \\ & - \underbrace{\left\langle c' \frac{\partial p'}{\partial z} \right\rangle}_{\text{Scalar pressure - gradient}} + \underbrace{\frac{1}{Re} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left\langle c' \frac{\partial u_z'}{\partial r} \right\rangle \right) \right\}}_{\text{Viscous diffusion}} \\ & + \underbrace{\frac{1}{ReSc} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left\langle u_z' \frac{\partial c'}{\partial r} \right\rangle \right) \right\}}_{\text{Molecular diffusion}} \\ & - \underbrace{\left( \frac{1}{Re} + \frac{1}{ReSc} \right) \left[ \left\langle \left( \frac{\partial u_z'}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial c'}{\partial r} \right) \right\rangle + \left\langle \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial u_z'}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\partial c'}{\partial \theta} \right) \right\rangle + \left\langle \left( \frac{\partial u_z'}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial c'}{\partial z} \right) \right\rangle \right]}_{\text{Dissipation}} \end{aligned}$$